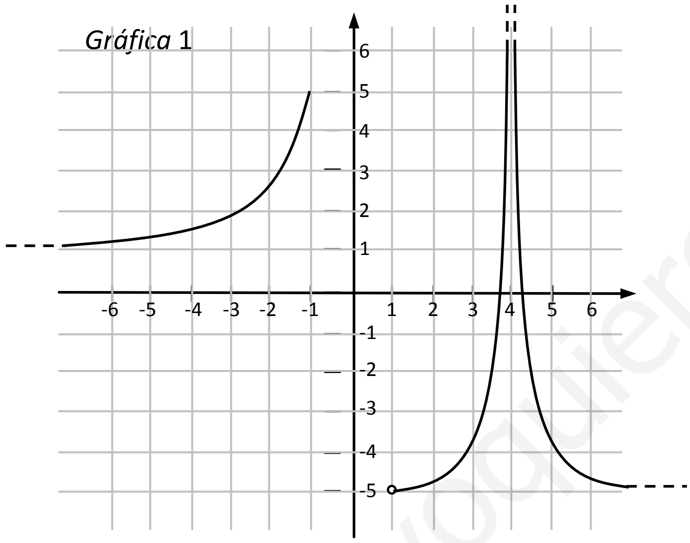
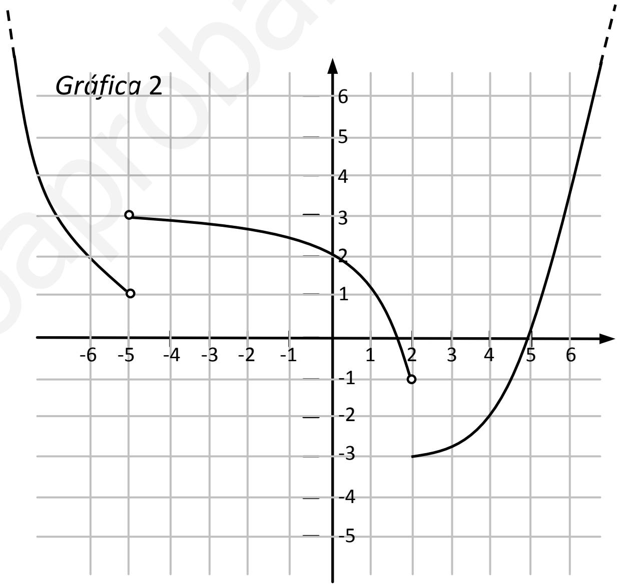
1. Utiliza las identidades trigonométricas para calcular el seno y el coseno del ángulo α sabiendo que $\operatorname{tg}\alpha = -1{,}5$ y que el ángulo α se encuentra en el segundo cuadrante. **(1 punto)**

2. Un árbol quebrado por el viento forma un triángulo rectángulo con el suelo. ¿Cuál era la altura del árbol, si la parte que ha caído hacia el suelo forma con éste un ángulo de 50º, y si la parte del tronco que ha quedado en pie tiene una altura de 20 metros? (Realiza un dibujo representando la situación). **(2 puntos)**

3. Tres puntos *A*, *B* y *C* están unidos por carreteras rectas y llanas. La distancia entre *A* y *B* es de 6 kilómetros, y la distancia entre *B* y *C* es de 9 kilómetros. Además el ángulo que forman AB y BC es de 120º. ¿Cuál es la distancia entre *A* y *C*? ¿Cuáles son los otros dos ángulos? (Realiza un dibujo representando la situación). **(2 puntos)**

4. Dadas las gráficas de las funciones siguientes, estudiar cada uno de los siguientes aspectos de las mismas: dominio, imagen, continuidad, intervalos de crecimiento y decrecimiento; y extremos relativos. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**





5. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A=(3,\,-1)$ y $B=(-6,\,-4)$ **(1 punto)**

6. Dada la función parabólica $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-2x-\dfrac{5}{2}$, hallar:
   a) Vértice. **(1 punto)**
   b) Puntos de corte con los ejes. **(1 punto)**
   c) Tabla de valores y representación gráfica. **(1 punto)**

Soluciones:

1. Como $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow -1,5 = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow -1,5\cos\alpha = \operatorname{sen}\alpha$. Utilizando la fórmula fundamental de la trigonometría:

   $\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \left(-1,5\cos\alpha\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow 2,25\cos^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow$

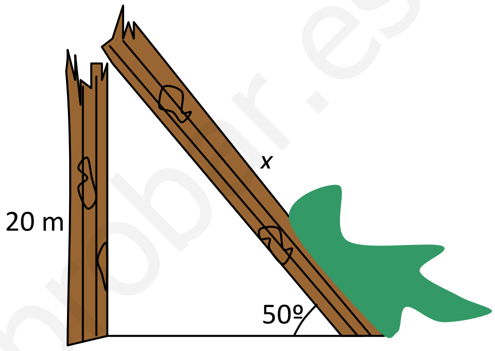
   $\Rightarrow 3,25\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha \cong 0,3077 \Rightarrow \cos\alpha \cong \sqrt{0,3077} \Rightarrow \cos\alpha \cong -0,5547$ (tomamos la solución negativa pues α se encuentra en el segundo cuadrante).

   Por otro lado: $\operatorname{sen}\alpha = -1,5\cos\alpha \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha \cong -1,5\left(-0,5547\right) = 0,83205$.

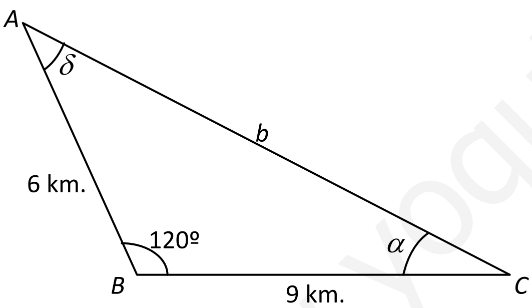
2. Llamemos *x* a la parte del árbol que ha caído hacia el suelo.
   Observando el dibujo se tiene que:

   $\operatorname{sen}50^\circ = \dfrac{20}{x} \Rightarrow x = \dfrac{20}{\operatorname{sen}50^\circ} \Rightarrow x \cong 26,108$ m.

   Por tanto la altura del árbol era de $20 + 26,108 = 46,108$ m.



3. Llamemos *b* a la distancia entre *A* y *C*. Llamaremos también α y δ a los dos ángulos restantes, tal y como muestra el dibujo.



   Por el teorema del coseno:

   $b^2 = 6^2 + 9^2 - 2\cdot 6\cdot 9\cdot\cos 120^\circ = 36 + 81 + 54$
   $\Rightarrow b^2 = 171 \Rightarrow b \cong 13,077$ km.

   Ahora, por el teorema del seno:

   $\dfrac{6}{\operatorname{sen}\alpha} = \dfrac{13,077}{\operatorname{sen}120^\circ} \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \dfrac{6\operatorname{sen}120^\circ}{13,077} \Rightarrow$

   $\Rightarrow \operatorname{sen}\alpha \cong 0,39735 \Rightarrow \alpha \cong 23,41^\circ$.

   Finalmente: $\delta = 180^\circ - 120^\circ - 23,41^\circ \Rightarrow \delta = 36,59^\circ$.

4. *Gráfica* 1:
   - Dominio: $\left(-\infty, -1\right] \cup \left(1, 4\right) \cup \left(4, +\infty\right)$.
   - Imagen: $\left(-5, +\infty\right)$.
   - La función es continua en $\left(-\infty, -1\right] \cup \left(1, 4\right) \cup \left(4, +\infty\right)$.
   - La función es creciente en $\left(-\infty, -1\right] \cup \left(1, 4\right)$ y decreciente en $\left(4, +\infty\right)$.
   - La función tiene un máximo relativo en el punto $\left(-1, 5\right)$ y no tiene mínimos.

   Gráfica 2:
   - Dominio: $\mathbb{R} - \left\{-5\right\}$.
   - Imagen: $\left[-3, +\infty\right)$.
   - La función es continua en todo $\mathbb{R}$, salvo en $x = -5$ y $x = 2$.
   - La función es creciente en $\left(2, +\infty\right)$ y decreciente en $\left(-\infty, -5\right) \cup \left(-5, 2\right)$.
   - La función tiene un mínimo relativo en el punto $\left(2, -3\right)$ y no tiene máximos.

5. La ecuación de la recta es $y = mx + n$. Como esta recta pasa por los puntos $(3, -1)$ y $(-6, -4)$, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} -1 = 3m + n \\ -4 = -6m + n \end{array}\right\}$. Sumando ambas ecuaciones se obtiene $3 = 9m \Rightarrow m = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Sustituyendo en la 1ª ecuación:

$-1 = \frac{1}{3} \cdot 3 + n \Rightarrow -1 = 1 + n \Rightarrow -1 - 1 = n \Rightarrow n = -2$. Por tanto la ecuación de la recta es $y = \frac{1}{3}x - 2$.

6. a) $x = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2(1/2)} = 2$; $f(2) = \frac{1}{2}2^2 - 2 \cdot 2 - \frac{5}{2} = 2 - 4 - \frac{5}{2} = -\frac{9}{2}$. Por tanto el vértice es el punto

$V = \left(2, -\frac{9}{2}\right)$.

b) Punto de corte con el eje *Y*: $\left(0, -\frac{5}{2}\right)$. Para hallar los puntos de corte con el eje *X* resolvemos la ecuación

$\frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2} = 0$:

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -1 \end{cases}.$$

$\Rightarrow f$ corta al eje *X* en los puntos $(5, 0)$ y $(-1, 0)$.

c) Tabla de valores y representación gráfica:

x	2	0	5	–1	4	–2	6
y	–9/2	–5/2	0	0	–5/2	7/2	7/2