1. Dados los polinomios $P(x) = x^2 - x + 1$; $Q(x) = 3x - 1$ y $R(x) = -2x^3 + 3x - 2$, realiza la siguiente operación: **(1 punto)**

$P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] =$

2. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $-2x^5 + 15x^3 - 8x^2 + x - 5$ dividido por $x + 3$

b) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + 1$ **dividido por** $x - 4$

3. Factoriza el siguiente polinomio: $-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$ **(1,5 puntos)**

4. Resuelve la siguiente ecuación: $x^3 - 13x + 12 = 0$ **(1,5 puntos)**

5. **Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: (1 punto)**

$$\frac{3x}{x+2} - \frac{5x}{x-2} - \frac{6x^2}{x^2-4} =$$

6. ***Utiliza el Teorema del Resto*** para responder a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuál es el resto de la división del polinomio $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$ entre el polinomio $x + 3$? **(1 punto)**

b) El resto de dividir el polinomio $3x^3 - kx^2 + 2x - k$ entre $x - 2$ es igual a 3. Hallar el valor de k. **(1 punto)**

c) Halla el valor de m para que al dividir el polinomio $(m + 2)x^3 - 2x^2 - 2mx + 1$ entre $x + 1$ el resto sea 4. **(1 punto)**

SOLUCIONES

1. Dados los polinomios $P(x) = x^2 - x + 1$; $Q(x) = 3x - 1$ y $R(x) = -2x^3 + 3x - 2$, realiza la siguiente operación: **(1 punto)**

$P(x) \cdot [Q(x) - R(x)] = (x^2 - x + 1) \cdot [(3x - 1) - (-2x^3 + 3x - 2)] =$

$= (x^2 - x + 1)(3x - 1 + 2x^3 - 3x + 2) = (x^2 - x + 1)(2x^3 + 1) =$

$= 2x^5 + x^2 - 2x^4 - x + 2x^3 + 1 = \underline{\underline{2x^5 - 2x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1}}$

2. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $-2x^5 + 15x^3 - 8x^2 + x - 5$ dividido por $x + 3$

	-2	0	15	-8	1	-5
-3		6	-18	9	-3	6
	-2	6	-3	1	-2	$\boxed{1}$

Cociente: $C(x) = -2x^4 + 6x^3 - 3x^2 + x - 2$

Resto: $R = 1$

b) $\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + 1$ dividido por $x - 4$

	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	1
4		1	2	5
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\boxed{6}$

Cociente: $C(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

Resto: $R = 6$

3. Factoriza el siguiente polinomio: $-2x^3 + 4x^2 + 10x - 12$ **(1,5 puntos)**

	-2	4	10	-12
1		-2	2	12
	-2	2	12	$\boxed{0}$
-2		4	-12	
	-2	6	$\boxed{0}$	
3		-6		
	-2	$\boxed{0}$		

$$-2x^3+4x^2+10x-12=-2(x-1)(x+2)(x-3)$$

4. Resuelve la siguiente ecuación: $x^3 - 13x + 12 = 0$ **(1,5 puntos)**

Factoricemos el polinomio $x^3-13x+12=0$:

	1	0	-13	12
1		1	1	-12
	1	1	-12	$\boxed{0}$
3		3	12	
	1	4	$\boxed{0}$	
-4		-4		
	1	$\boxed{0}$		

Por tanto la ecuación $x^3-13x+12=0$ es equivalente a $(x-1)(x-3)(x+4)=0$

Si un producto de factores es cero, es porque alguno de los factores es cero:

$$\left.\begin{array}{l} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+4=0 \Rightarrow x=-4 \end{array}\right\} \text{SOLUCIONES}$$

(Observa cómo las soluciones coinciden con las raíces del polinomio)

5. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{3x}{x+2}-\frac{5x}{x-2}-\frac{6x^2}{x^2-4}=\frac{3x}{x+2}-\frac{5x}{x-2}-\frac{6x^2}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{3x(x-2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{5x(x+2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{6x^2}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{3x(x-2)-5x(x+2)-6x^2}{(x+2)(x-2)}=\frac{3x^2-6x-5x^2-10x-6x^2}{(x+2)(x-2)}=$$

$$=\frac{-8x^2-16x}{(x+2)(x-2)}=\frac{-8x(x+2)}{(x+2)(x-2)}=\frac{-8x}{x-2}$$

6. ***Utiliza el Teorema del Resto*** para responder a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuál es el resto de la división del polinomio $3x^3 + 4x^2 - 3x + 23$ entre el polinomio $x + 3$? **(1 punto)**

Según el teorema del resto, el resto de dividir $3x^3+4x^2-3x+23$ entre $x+3$ coincide con el valor numérico para $x=-3$. Por tanto:

$$R = 3\cdot(-3)^3 + 4\cdot(-3)^2 - 3\cdot(-3) + 23 = -81 + 36 + 9 + 23$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R = -13}}$$

b) El resto de dividir el polinomio $3x^3 - kx^2 + 2x - k$ entre $x - 2$ es igual a 3. Hallar el valor de k. **(1 punto)**

Como el resto es 3, el valor numérico de $3x^3 - kx^2 + 2x - k$ para $x=2$ será igual a 3:

$$3\cdot 2^3 - k\cdot 2^2 + 2\cdot 2 - k = 3 \Rightarrow 24 - 4k + 4 - k = 3$$

$$\Rightarrow -5k + 28 = 3 \Rightarrow -5k = -25 \Rightarrow k = \frac{-25}{-5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{k = 5}}$$

c) Halla el valor de m para que al dividir el polinomio $(m + 2)x^3 - 2x^2 - 2mx + 1$ entre $x + 1$ el resto sea 4. **(1 punto)**

De manera similar al ejercicio anterior:

$$(m+2)(-1)^3 - 2(-1)^2 - 2m(-1) + 1 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m+2)(-1) - 2\cdot 1 + 2m + 1 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -m - 2 - 2 + 2m + 1 = 4 \Rightarrow m - 3 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{m = 7}}$$