**1.** Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

**a)** $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) =$

**b)** $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(X)) =$

**2.** Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente C(x) y el resto R(x) de esta división. **(1 punto)**

**3.** Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

**a)** $-x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividido por $x + 2$

**b)** $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$ dividido por $x - 2$

**4.** Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} - \frac{2x}{x - 3} - \frac{3x + 1}{x + 3} =$$

**5.** Factoriza los siguientes polinomios: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

**a)** $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

**b)** $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2$

**6.** El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 10. Halla el valor de k. **(1 punto)**

**7.** El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además al dividirlo por $x - 1$ y por $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen b y c? **(1 punto)**

SOLUCIONES

**1.** Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

**a)** $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) = (2x+3)(x^3-2x+1) + 2(x^4-1) =$

$= 2x^4 - 4x^2 + 2x + 3x^3 - 6x + 3 + 2x^4 - 2 =$

$= \underline{\underline{4x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 1}}$

**b)** $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(X)) = (x^4 - 1) - (x^3 - 2x + 1)(2 - (2x+3)) =$

$= x^4 - 1 - (x^3 - 2x + 1)(-2x - 1) =$

$= x^4 - 1 - (-2x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x - 2x - 1) =$

$= x^4 - 1 + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 2x + 1 =$

$= \underline{\underline{3x^4 + x^3 - 4x^2}}$

**2.** Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de esta división. **(1 punto)**

$$
\begin{array}{l|l}
4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1 & x^2 - 5x - 3 \\
\hline
-4x^5 + 20x^4 + 12x^3 & 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546 \\
\hline
\quad 17x^4 + 14x^3 - 5x + 1 & \\
\quad -17x^4 + 85x^3 + 51x^2 & \\
\hline
\qquad 99x^3 + 51x^2 - 5x + 1 & \\
\qquad -99x^3 + 495x^2 + 297x & \\
\hline
\qquad\quad 546x^2 + 292x + 1 & \\
\qquad\quad -546x^2 + 2730x + 1638 & \\
\hline
\qquad\qquad 3022x + 1639 &
\end{array}
$$

Cociente : $C(x) = 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546$

Resto : $R(x) = 3022x + 1639$

**3.** Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

**a)** $-x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividido por $x + 2$

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $-1$ | $0$ | $2$ | $-1$ | $0$ | $3$ | $-1$ |
| $-2$ | | $2$ | $-4$ | $4$ | $-6$ | $12$ | $-30$ |
| | $-1$ | $2$ | $-2$ | $3$ | $-6$ | $15$ | $\boxed{-31}$ |

Cociente: $C(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 6x + 15$

Resto: $R = -31$

**b)** $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$ dividido por $x - 2$

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $\frac{1}{3}$ | $-\frac{2}{9}$ | $3$ |
| $2$ | | $\frac{2}{3}$ | $\frac{8}{9}$ |
| | $\frac{1}{3}$ | $\frac{4}{9}$ | $\boxed{\frac{35}{9}}$ |

Cociente: $C(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$

Resto $R = \frac{35}{9}$

**4.** Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} = \frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} =$$

$$= \frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)} - \frac{(3x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2-3x-2x(x+3)-(3x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2-3x-2x^2-6x-3x^2+9x-x+3}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{-4x^2-x+3}{(x+3)(x-3)} = \frac{-4x^2-x+3}{x^2-9}$$

**5.** Factoriza los siguientes polinomios: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

**a)** $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | -5 | 3 | 13 | -8 | -12 |
| -1 | | -1 | 6 | -9 | -4 | 12 |
| | 1 | -6 | 9 | 4 | -12 | 0 |
| -1 | | -1 | 7 | -16 | 12 | |
| | 1 | -7 | 16 | -12 | 0 | |
| 2 | | 2 | -10 | 12 | | |
| | 1 | -5 | 6 | 0 | | |
| 2 | | 2 | -6 | | | |
| | 1 | -3 | 0 | | | |
| 3 | | 3 | | | | |
| | 1 | 0 | | | | |

Por tanto:

$x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12 =$

$= (x+1)(x+1)(x-2)(x-2)(x-3) =$

$= \underline{\underline{(x+1)^2(x-2)^2(x-3)}}$

**b)** $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = x^2(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | -5 | -6 |
| -1 | | -1 | -1 | 6 |
| | 1 | 1 | -6 | 0 |
| 2 | | 2 | 6 | |
| | 1 | 3 | 0 | |
| -3 | | -3 | | |
| | 1 | 0 | | |

Por tanto

$x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = \underline{\underline{x^2(x+1)(x-2)(x+3)}}$

**6.** El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 10. Halla el valor de k. **(1 punto)**

Por el teorema del resto $P(2) = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \cdot 2^4 - k \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 2 = 10 \Rightarrow 48 - 4k + 6 - 2 = 10$

$\Rightarrow -4k + 52 = 10 \Rightarrow -4k = -42 \Rightarrow k = \frac{-42}{-4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{k = \frac{21}{2}}}$

**7.** El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además al dividirlo por $x - 1$ y por $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen b y c? **(1 punto)**

El resto de dividir $x^2 + bx + c$ entre $x + 1$ es 0, entonces

$P(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Rightarrow 1 - b + c = 0$ (*)

Además $P(1) = P(3) \Rightarrow 1^2 + b \cdot 1 + c = 3^2 + b \cdot 3 + c$

$\Rightarrow 1 + b + c = 9 + 3b + c \Rightarrow 1 + b = 9 + 3b$

$\Rightarrow -2b = 8 \Rightarrow \underline{\underline{b = -4}}$. Sustituyendo este valor en (*) se obtiene: $1 - (-4) + c = 0 \Rightarrow 5 + c = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{c = -5}}$