Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción A

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (pueden ser, una vez reducidas, de primer grado, de segundo grado o bicuadrada). **[4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

a) $\frac{x-3}{3}-\frac{3(x-2)}{2}=\frac{x-3-(x+2)}{2}$

b) $1-\frac{x^2}{3}-\frac{3x+2}{3}=1$

c) $(2x^2+1)(x^2-3)=(x^2+1)(x^2-1)-8$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que se indica. **[1 punto]**

a) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{2}+\dfrac{x+y}{3}=1 \\ 2x-\dfrac{3y}{2}=4 \end{cases}$ **[Por reducción]**

b) $\begin{cases} 3x-\dfrac{2y}{7}=4 \\ y-6=x-1 \end{cases}$ **[Por sustitución]**

3. Resuelve la siguiente inecuación y **escribe la solución en forma de intervalo**. **[1 punto]**

$$\frac{3x+5}{6}-\frac{5-2x}{2}\leq\frac{x-12}{3}$$

4. Resuelve el siguientes sistema de inecuaciones de primer grado **representando gráficamente las soluciones de ambas inecuaciones y dando la solución del sistema en forma de intervalo**. **[1,5 puntos]**

$$\begin{cases}10x+2\leq 3x+10\\ 2\left(x+3\right)\geq x\end{cases}$$

5. ***Problema***. De un depósito lleno de agua se saca un día la mitad de su contenido y, al día siguiente, la tercera parte de lo que quedó el día anterior. Después de estas dos operaciones se observa que han quedado en el depósito 100 litros. Calcular la capacidad del depósito. **[1 punto]**

*Para la realización de este problema es **obligatorio** presentar y declarar la incógnita, hacer un planteamiento, resolver la ecuación planteada y explicar adecuadamente la solución.*

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (pueden ser, una vez reducidas, de primer grado, de segundo grado o bicuadrada). **[4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

a) $\frac{x-3}{3}-\frac{3(x-2)}{2}=\frac{x-3-(x+2)}{2}$; $2(x-3)-9(x-2)=3(x-3-x-2)$;

$2x-6-9x+18=-15$; $2x-9x=-15+6-18$;

$-7x=-27$; $x=\frac{-27}{-7}$; $\underline{\underline{x=\frac{27}{7}}}$

b) $1-\frac{x^2}{3}-\frac{3x+2}{3}=1$; $3-x^2-3x-2=3$; $\underline{\underline{-x^2-3x-2=0}}$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot(-1)\cdot(-2)}}{2\cdot(-1)}=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{-2}=\frac{3\pm\sqrt{1}}{-2}=$$

$$=\frac{3\pm1}{-2}=\begin{cases}\underline{\underline{x_1=-2}}\\ \underline{\underline{x_2=-1}}\end{cases}$$

c) $(2x^2+1)(x^2-3)=(x^2+1)(x^2-1)-8$; $2x^4-6x^2+x^2-3=x^4-1-8$;

$2x^4-6x^2+x^2-3-x^4+1+8=0$; $\underline{\underline{x^4-5x^2+6=0}}$

$$x^2=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot1\cdot6}}{2\cdot1}=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{1}}{2}=$$

$$=\frac{5\pm1}{2}=\begin{cases}x^2=3\\ x^2=2\end{cases}$$

Si $x^2=3 \Rightarrow \underline{\underline{x=\pm\sqrt{3}}}$

Si $x^2=2 \Rightarrow \underline{\underline{x=\pm\sqrt{2}}}$

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que se indica. **[1 punto]**

a) $\begin{cases} \dfrac{x-y}{2}+\dfrac{x+y}{3}=1 \\ 2x-\dfrac{3y}{2}=4 \end{cases}$ **[Por reducción]** $\begin{cases} 3(x-y)+2(x+y)=6 \\ 2\cdot 2x-3y=8 \end{cases}$;

$\begin{cases} 3x-3y+2x+2y=6 \\ 4x-3y=8 \end{cases}$; $\begin{cases} 5x-y=6 & \times(-3) \\ 4x-3y=8 \end{cases}$;
(*)

$\begin{cases} -15x+3y=-18 \\ 4x-3y=8 \end{cases}$ Sumando : $-11x=-10 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x=\dfrac{10}{11}}$

*) $\begin{cases} 5x-y=6 & \times(-4) \\ 4x-3y=8 & \times 5 \end{cases}$; $\begin{cases} -20x+4y=-24 \\ 20x-15y=40 \end{cases}$ Sumando :

$-11y=16 \Rightarrow \boxed{y=-\dfrac{16}{11}}$

b) $\begin{cases} 3x-\dfrac{2y}{7}=4 \\ y-6=x-1 \end{cases}$ **[Por sustitución]** De la 2ª ecuación $\underline{\underline{y=x+5}}$ (*)

Sustituyendo en la 1ª: $3x-\dfrac{2(x+5)}{7}=4 \Rightarrow$

$21x-2x-10=28 \Rightarrow 19x=38 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{38}{19} \Rightarrow \boxed{x=2}$

Sustituyendo en (*) $y=2+5 \Rightarrow \boxed{y=7}$

3. Resuelve la siguiente inecuación y **escribe la solución en forma de intervalo**. **[1 punto]**

$$\frac{3x+5}{6}-\frac{5-2x}{2}\leq\frac{x-12}{3}$$

$3x+5-3(5-2x)\leq 2(x-12);$

$3x+5-15+6x\leq 2x-24;$

$3x+6x-2x\leq -24-5+15;$

$7x\leq -14 \Rightarrow \underline{\underline{x\leq -2}}$

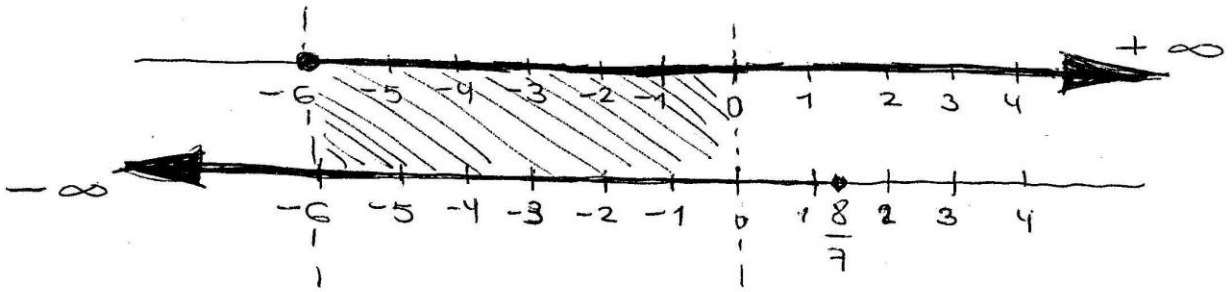
Solución en forma de intervalo:

$$\underline{\underline{(-\infty,-2]}}$$

4. Resuelve el siguientes sistema de inecuaciones de primer grado **representando gráficamente las soluciones de ambas inecuaciones y dando la solución del sistema en forma de intervalo**. **[1,5 puntos]**

$$\begin{cases}10x+2\leq 3x+10\\ 2(x+3)\geq x\end{cases}$$

$$\begin{cases}10x-3x\leq 10-2\\ 2x+6\geq x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}7x\leq 8\\ x\geq -6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x\leq \frac{8}{7}\\ x\geq -6\end{cases}$$



Solución en forma de intervalo:

$$\underline{\underline{\left[-6,\frac{8}{7}\right]}}$$

5. ***Problema.*** De un depósito lleno de agua se saca un día la mitad de su contenido y, al día siguiente, la tercera parte de lo que quedó el día anterior. Después de estas dos operaciones se observa que han quedado en el depósito 100 litros. Calcular la capacidad del depósito. **[1 punto]**

*Para la realización de este problema es **obligatorio** presentar y declarar la incógnita, hacer un planteamiento, resolver la ecuación planteada y explicar adecuadamente la solución.*

Incógnita:

Capacidad del depósito = x litros

Planteamiento:

Si sacamos la mitad, sacamos $\frac{x}{2}$ y queda dentro del depósito la otra mitad: $\frac{x}{2}$

La tercera parte de $\frac{x}{2}$ es $\frac{x/2}{3} = \frac{x}{6}$

Sumando $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{6}$ y 100 litros tiene que obtenerse la capacidad total del depósito.

O sea: $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} + 100 = x$

Resolución:

$$3x + x + 600 = 6x;$$

$$-2x = -600;$$

$$\underline{\underline{x = 300}}$$

Por tanto, la capacidad del depósito es de <u>300 litros</u>.