1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. **[2 puntos; 1 punto por apartado]**

   a) $\left(x^2-x+3\right)\left(3x-5\right)-\left(2x-3\right)\left(x+3\right)^2$

   b) $-\left(x+1\right)\left(x-2\right)\left(3x-1\right)+\left(2x^2-3\right)\left(4x-5\right)$

2. Realiza la siguiente división: $\left(4x-3x^2-2x^4+1\right):\left(x^2+x-2\right)$. Indica el cociente y el resto de la misma. **[1 punto]**

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente** $C\left(x\right)$ **y el resto** R **de la división**. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(-14x^3-2x^4-21x+x^5-1\right):\left(x-5\right)$

   b) $\left(-4x^8+8x^3-32x^5+20x+8\right):\left(x+2\right)$

4. **Utiliza las identidades notables** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(2\sqrt{x}-3\right)^2$

   b) $\left(\frac{9}{2}+2\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{9}{2}-2\sqrt{5}\right)$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones **sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini**. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

   a) $\left(-2x^3-5x^4+6x^2-x+40\right):\left(x+2\right)$

   b) $\left(-x^5+2x^4+3x^3-3x^2+10x-1\right):\left(x-3\right)$

6. Calcula el valor de k para que el resto de la división $\left(x^4-kx^3+kx^2+5x-10\right):\left(x+2\right)$ sea igual a 8. **[1 punto]**

7. Utiliza la regla de Ruffini para **hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar** los siguientes polinomios. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

   a) $x^5+x^4-9x^3-5x^2+16x+12$

   b) $2x^4-3x^3-11x^2+6x$

SOLUCIONES

1. Realiza las siguientes operaciones con polinomios y simplifica los resultados. **[2 puntos; 1 punto por apartado]**

a) $(x^2-x+3)(3x-5)-(2x-3)(x+3)^2 = (x^2-x+3)(3x-5)-(2x-3)(x^2+6x+9) =$

$= (3x^3-5x^2-3x^2+5x+9x-15)-(2x^3+12x^2+18x-3x^2-18x-27) =$

$= 3x^3-8x^2+14x-15-2x^3-9x^2+27 =$

$= \underline{\underline{x^3-17x^2+14x+12}}$

b) $-(x+1)(x-2)(3x-1)+(2x^2-3)(4x-5) =$

$-(x^2-2x+x-2)(3x-1)+(8x^3-10x^2-12x+15) =$

$= -(x^2-x-2)(3x-1)+8x^3-10x^2-12x+15 =$

$= -(3x^3-x^2-3x^2+x-6x+2)+8x^3-10x^2-12x+15 =$

$= -3x^3+x^2+3x^2-x+6x-2+8x^3-10x^2-12x+15 =$

$= \underline{\underline{5x^3-6x^2-7x+13}}$

2. Realiza la siguiente división: $(4x-3x^2-2x^4+1):(x^2+x-2)$. Indica el cociente y el resto de la misma. **[1 punto]**

$$
\begin{array}{l|l}
-2x^4+0x^3-3x^2+4x+1 & x^2+x-2 \\ \cline{2-2}
+2x^4+2x^3-4x^2 & -2x^2+2x-9 \\ \cline{1-1}
\quad 2x^3-7x^2+4x+1 & \\
\quad -2x^3-2x^2+4x & \\ \cline{1-1}
\qquad -9x^2+8x+1 & \\
\qquad +9x^2+9x-18 & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 17x-17 &
\end{array}
$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Cociente: } -2x^2+2x-9 \\ \text{Resto: } 17x-17\end{array}}$$

3. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones. **Es obligatorio escribir, después de aplicar la regla, el cociente $C(x)$ y el resto R de la división**. Si esto último no se hace, no se dará por correcto el ejercicio. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(-14x^3-2x^4-21x+x^5-1\right):(x-5)$

	1	−2	−14	0	−21	−1
5		5	15	5	25	20
	1	3	1	5	4	19

$$\boxed{\begin{array}{l} C(x) = x^4+3x^3+x^2+5x+4 \\ R = 19 \end{array}}$$

b) $\left(-4x^8+8x^3-32x^5+20x+8\right):(x+2)$

	−4	0	0	−32	0	8	0	20	8
−2		8	−16	32	0	0	−16	32	−104
	−4	8	−16	0	0	8	−16	52	−96

$$\boxed{\begin{array}{l} C(x) = -4x^7+8x^6-16x^5+8x^2-16x+52 \\ R = -96 \end{array}}$$

4. **Utiliza las identidades notables** para desarrollar las siguientes expresiones. Simplifica finalmente el resultado. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(2\sqrt{x}-3\right)^2 = \left(2\sqrt{x}\right)^2 - 2\cdot 2\sqrt{x}\cdot 3 + 3^2 =$

$= 4\sqrt{x^2} - 12\sqrt{x} + 9 =$

$= \underline{\underline{4x - 12\sqrt{x} + 9}}$

b) $\left(\frac{9}{2}+2\sqrt{5}\right)\cdot\left(\frac{9}{2}-2\sqrt{5}\right) = \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(2\sqrt{5}\right)^2 = \frac{81}{4} - 4\cdot\sqrt{5^2} =$

$= \frac{81}{4} - 4\cdot 5 = \frac{81}{4} - 20 = \frac{81}{4} - \frac{80}{4} =$

$= \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

5. Calcula el resto de las siguientes divisiones **<u>sin efectuar la división y sin utilizar la regla de Ruffini</u>**. **[1 punto; 0,5 puntos por apartado]**

a) $\left(-2x^3-5x^4+6x^2-x+40\right):(x+2)$

$$R=P(-2)=-2(-2)^3-5(-2)^4+6(-2)^2-(-2)+40=$$
$$=-2\cdot(-8)-5\cdot 16+6\cdot 4+2+40=$$
$$=16-80+24+2+40=$$
$$=\underline{\underline{2}}$$

b) $\left(-x^5+2x^4+3x^3-3x^2+10x-1\right):(x-3)$

$$R=P(3)=-3^5+2\cdot 3^4+3\cdot 3^3-3\cdot 3^2+10\cdot 3-1=$$
$$=-243+162+81-27+30-1=$$
$$=\underline{\underline{2}}$$

6. Calcula el valor de k para que el resto de la división $\left(x^4-kx^3+kx^2+5x-10\right):(x+2)$ sea igual a 8. **[1 punto]**

Utilizamos el teorema del resto: $R=P(-2)$

$$P(-2)=(-2)^4-k(-2)^3+k(-2)^2+5\cdot(-2)-10=$$
$$=16+8k+4k-10-10=$$
$$=12k-4.$$

Entonces, como el resto es 8, tenemos:

$$12k-4=8 \Rightarrow 12k=12 \Rightarrow \underline{\underline{k=1}}$$

7. Utiliza la regla de Ruffini para **hallar las raíces enteras y posteriormente factorizar** los siguientes polinomios. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]**

a) $x^5+x^4-9x^3-5x^2+16x+12$ $\quad$ Div $(12)=\{\pm1,\pm2,\pm3,\pm4,\pm6,\pm12\}$

	1	1	−9	−5	16	12
−1		−1	0	9	−4	−12
	1	0	−9	4	12	0
−1		−1	1	8	−12	
	1	−1	−8	12	0	
2		2	2	−12		
	1	1	−6	0		
2		2	6			
	1	3	0			
−3		−3				
	1	0				

$\begin{cases} -1 \text{ es raíz doble} \\ x+1 \text{ es factor doble} \end{cases}$

$\begin{cases} 2 \text{ es raíz doble} \\ x-2 \text{ es factor doble} \end{cases}$

$\begin{cases} -3 \text{ es raíz} \\ x+3 \text{ es factor} \end{cases}$

Factorización: $x^5+x^4-9x^3-5x^2+16x+12 =$

$= (x+1)^2\cdot(x-2)^2\cdot(x+3)$

b) $2x^4-3x^3-11x^2+6x$

Primero sacamos factor común:

$2x^4-3x^3-11x^2+6x = x(2x^3-3x^2-11x+6)$

Ahora factorizamos el 2º polinomio:

	2	−3	−11	6
−2		−4	14	−6
	2	−7	3	0
3		6	−3	
	2	−1	0	

$\begin{cases} -2 \text{ es raíz} \\ x+2 \text{ es factor} \end{cases}$

$\begin{cases} 3 \text{ es raíz} \\ x-3 \text{ es factor} \end{cases}$

Factorización: $2x^4-3x^3-11x^2+6x = x(2x^3-3x^2-11x+6)$

$= x(x+2)(x-3)(2x-1)$