EXAMEN SEPTIEMBRE

Nombre:………..

PUNTUACIÓN: 1 punto cada ejercicio

1. Opera y simplifica:

a) $\dfrac{5\sqrt{32}+7\sqrt{2}}{11\sqrt{8}}$ b) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7$

2. Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x+1}+1=x$

b) $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{5}{x+2}=2$

1. Representa gráficamente la función: (razonadamente)

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2 & \text{si } x<2 \\ x & \text{si } x>2 \end{cases}$$

Halla su dominio y su recorrido. ¿Es continua?¿Por qué?

4. Resuelve analítica y gráficamente el sistema:

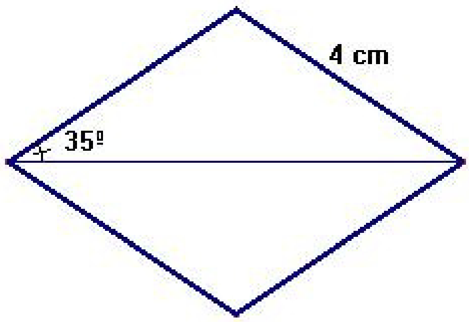
$$\left.\begin{aligned} y=\sqrt{x+2} \\ x-4y+6=0 \end{aligned}\right\}$$

5. Dada la recta r de ecuación $x+4y=2$

a) Halla la ecuación de la recta s, paralela a r y que pasa por el punto (-1,2).

b) ¿Pertenece el punto P(6, -1) a la recta r?¿Y a la recta s?

6. Calcula el área y el perímetro del rombo de la figura-

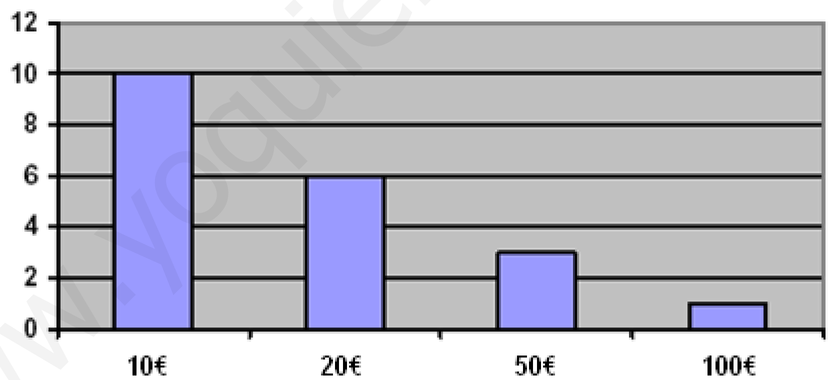


7. Dibuja un ángulo α en el tercer cuadrante, sabiendo que $cos\,\alpha = -\frac{1}{5}$. Halla las restantes razones trigonométricas de α (Sin calculadora, usando las fórmulas trigonométricas y trabajando con fracciones, no con decimales)

8. Se desea hallar las medidas de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es de 170 m, sabiendo que si uno de sus lados aumenta en 10 m y el otro en 7 m, el área del rectángulo aumentará en 755 m^2.

9. A un jugador de baloncesto que encesta el 75% de los tiros libres le hacen falta personal de tres tiros libres.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que enceste los tres tiros?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no enceste ningún tiro?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que haga alguna canasta?

10. El gráfico muestra el número de ganadores de cada premio en una lotería escolar:



a) ¿Cuántas personas ganaron un premio de 50€?
b) Completa la siguiente tabla de frecuencias:
c) ¿Cuál fue la moda?
d) ¿Cuál fue la mediana?
e) ¿Cuál fue el premio medio?

Premio (x_i)	**Número de personas (f_i)**

SOLUCIÓN

1. Opera y simplifica:

a) $\dfrac{5\sqrt{32}+7\sqrt{2}}{11\sqrt{8}}=\dfrac{5\sqrt{2^5}+7\sqrt{2}}{11\sqrt{2^3}}=\dfrac{20\sqrt{2}+7\sqrt{2}}{22\sqrt{2}}=\dfrac{27\sqrt{2}}{22\sqrt{2}}=\dfrac{27}{22}$

b) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{8x^3}}}\right)^7=\left(\sqrt[42]{2^3x^3}\right)^7=\sqrt[42]{2^{21}x^{21}}=\sqrt{2x}$

2. Resuelve las ecuaciones:

a) $\sqrt{x+1}+1=x\rightarrow\sqrt{x+1}=x-1\rightarrow\left(\sqrt{x+1}\right)^2=(x-1)^2\rightarrow x+1=x^2-2x+1$

$x^2-3x=0\rightarrow x(x-3)=0\Rightarrow\left\langle\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$

Comprobamos las soluciones: $x=0\rightarrow\sqrt{0+1}+1=0\rightarrow 2\neq 0$ NO

$x=3\rightarrow\sqrt{3+1}+1=3\rightarrow 2+1=3\rightarrow 3=3$ SI

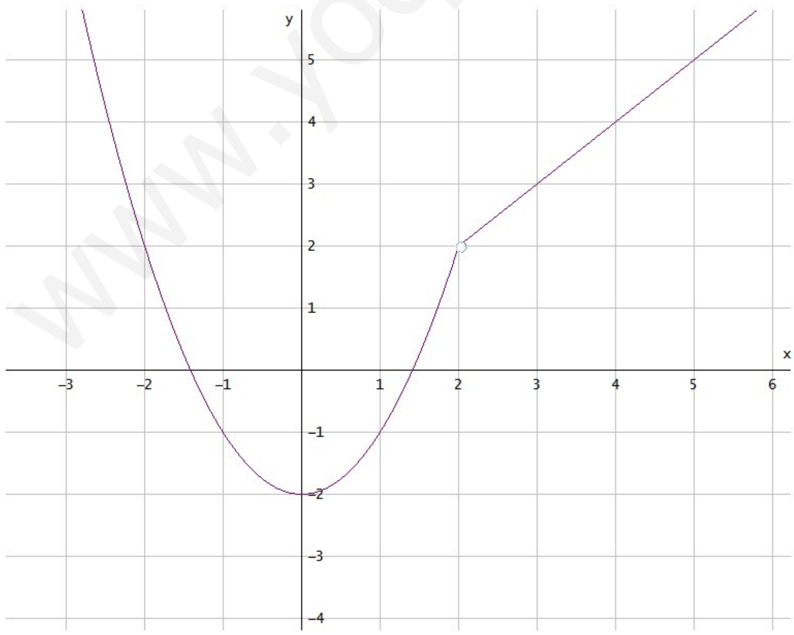
b) $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{5}{x+2}=2\rightarrow\dfrac{x(x+2)}{(x-2)(x+2)}-\dfrac{5(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\dfrac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$

$x^2+2x-5x+10=2\left(x^2-4\right)\rightarrow x^2-3x+10=2x^2-8\rightarrow x^2+3x-18=0$

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+72}}{2}=\dfrac{-3\pm 9}{2}=\left\langle\begin{array}{l}3\\-6\end{array}\right.$ las dos soluciones son válidas

2. Representa gráficamente la función: (razonadamente)

$$f(x)=\begin{cases}x^2-2 & \text{si } x<2\rightarrow \text{parábola, vértice } (0,-2)\\ x & \text{si } x>2\rightarrow \text{semirrecta}\end{cases}$$



Dominio $R-\{2\}$

Recorrido $[-2,+\infty)$

¿Es continua? No, tiene una discontinuidad evitable en x =2

4. Resuelve analítica y gráficamente el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} y=\sqrt{x+2} \\ x-4y+6=0 \end{array}\right\} \rightarrow x-4\sqrt{x+2}+6=0 \rightarrow x+6=4\sqrt{x+2} \rightarrow x^2+12x+36=16x+32$$

$$x^2-4x+4=0 \rightarrow x=2 \rightarrow y=\sqrt{2+2}=2 \quad \text{Comprobamos:} \quad \left.\begin{array}{r} 2=\sqrt{2+2} \\ 2-4\cdot 2+6=0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 2=2 \\ 0=0 \end{array}\right\}$$

5. Dada la recta r de ecuación $x+4y=2$

a) Halla la ecuación de la recta s, paralela a r y que pasa por el punto (-1,2).

Al ser paralela, tendrá la misma pendiente $x+4y=2 \rightarrow 4y=2-x \rightarrow y=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x$

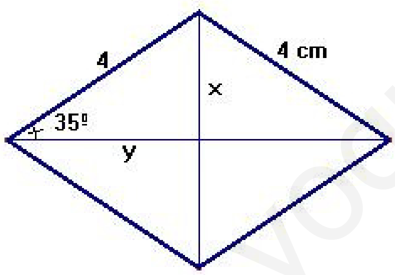
$m=-\frac{1}{4}$, ecuación punto-pendiente $y-2=-\frac{1}{4}(x+1) \rightarrow x+4y=\frac{7}{4}$ recta s

b) ¿Pertenece el punto P(6, -1) a la recta r?¿Y a la recta s?

recta r: $x+4y=2 \rightarrow 6-4=2$ si pertenece a la recta r

recta s: $x+4y=\frac{7}{4} \rightarrow 6-4 \neq \frac{7}{4}$ no pertenece a la recta s

6. Calcula el área y el perímetro del rombo de la figura



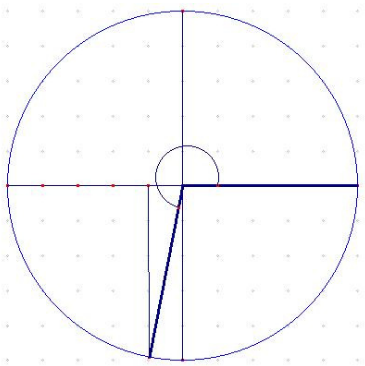
$\text{sen } 35=\frac{x}{4} \rightarrow x=2{,}2943 \text{ cm} \rightarrow d \approx 4{,}59 \text{ cm}$

$\cos 35=\frac{y}{4} \rightarrow y=3{,}2766 \text{ cm} \rightarrow D \approx 6{,}55 \text{ cm}$

Perímetro: $P=4\cdot 4=16$ cm

Área: $A=\frac{D\cdot d}{2}=15{,}03 \text{ cm}^2$

7. Dibuja un ángulo α en el tercer cuadrante, sabiendo que $\cos\alpha=-\frac{1}{5}$. Halla las restantes razones trigonométricas de α (Sin calculadora, usando las fórmulas trigonométricas y trabajando con fracciones, no con decimales)



$\cos\alpha=-\frac{1}{5}$

$\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \rightarrow \text{sen}^2\alpha=1-\left(-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{24}{25}$

$\text{sen }\alpha=-\sqrt{\frac{24}{25}}=-\frac{\sqrt{24}}{5} \rightarrow \tan\alpha=\frac{\text{sen }\alpha}{\cos\alpha}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

8. Se desea hallar las medidas de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es de 170 m, sabiendo que si uno de sus lados aumenta en 10 m y el otro en 7 m, el área del rectángulo aumentará en 755 m^2.

Base x, altura y. Perímetro $2x+2y=170$, Área $x \cdot y$, Área nueva $(x+10)(y+7)$

$$\left.\begin{array}{l} 2x+2y=170 \\ xy+755=(x+10)(y+7) \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2y=170-2x \\ xy+755=xy+10y+7x+70 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} y=85-x \\ 685=10y+7x \end{array}\right\}$$

$$685=10(85-x)+7x \rightarrow 685=850-10x+7x \rightarrow 3x=165 \rightarrow x=55 \rightarrow y=30$$

Los lados del rectángulo miden respectivamente 55 y 30 metros.

9. A un jugador de baloncesto que encesta el 75% de los tiros libres le hacen falta personal de tres tiros libres.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que enceste los tres tiros?

$P(\text{encestar}) = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, sucesos independientes, luego $P(E \cap E \cap E) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

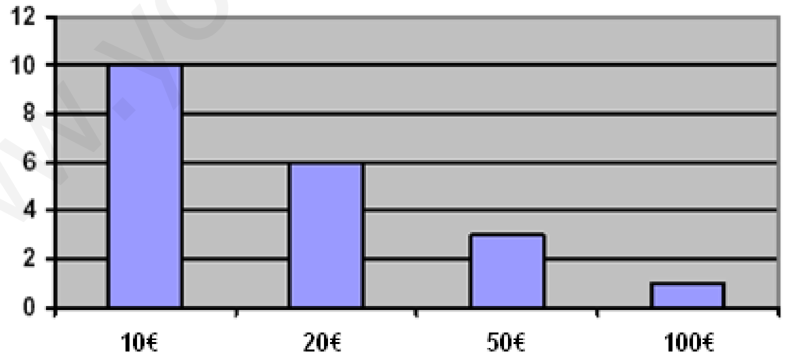
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no enceste ningún tiro?

$P(\text{NOencestar}) = \frac{1}{4}$, sucesos independientes, luego $P(\overline{E} \cap \overline{E} \cap \overline{E}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que haga alguna canasta?

$P(\text{alguna}) = 1 - P(\text{ninguna}) = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

10. El gráfico muestra el número de ganadores de cada premio en una lotería escolar:



a) ¿Cuántas personas ganaron un premio de 50€?

b) Completa la siguiente tabla de frecuencias:

Premio (x_i)	**Número de personas (f_i)**	**F_i**	**$f_i \; x_i$**
10	10	10	100
20	6	16	120
50	3	19	150
100	1	20	100

c) ¿Cuál fue la moda? 10 euros

d) ¿Cuál fue la mediana? $\frac{20}{2} = 10$, mediana 15 euros

e) ¿Cuál fue el premio medio? $\overline{x} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{470}{20} = 23{,}5$ euros