

FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Comprueba en cada caso si las fracciones dadas son equivalentes:

a) $\frac{x+2}{3x+6} y \frac{1}{3}$ b) $\frac{x^2+x}{x^2} y \frac{x+1}{x}$ c) $\frac{3x}{x^2-x} y \frac{3}{x-2}$ d) $\frac{3x-3}{9x^2-9} y \frac{1}{3x-3}$

Sol: a) Sí; b) Sí; c) No; d) No

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{1}{3x} + \frac{3}{2x} - \frac{1}{x}$ b) $\frac{2}{3x} - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{2x^2}$ c) $\frac{3}{x} - \frac{x}{x-1}$ d) $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$

Sol: a) $\frac{5}{6x}$; b) $\frac{4x+3}{6x^2}$; c) $\frac{-x^2+3x-3}{x(x-1)}$; d) $\frac{2}{x^2-1}$

3. Factoriza numerador y denominador y luego simplifica:

a) $\frac{5x+5}{3x+3}$ b) $\frac{x^2-3x}{2x-6}$ c) $\frac{x^2+x}{x^2-1}$ d) $\frac{12x}{4x^2+2x}$

Sol: a) $5/3$; b) $x/2$; c) $\frac{x}{x-1}$; d) $\frac{6}{2x+1}$

4. Descomponer en factores y simplificar:

a) $\frac{x^2-1}{x+1}$ b) $\frac{x^2-1}{(x-1)^2}$ c) $\frac{x^2-4}{2x-4}$ d) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$
e) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$ f) $\frac{x(x+2)}{x^2+4x+4}$ g) $\frac{x^2-6x+8}{x^2-9}$ h) $\frac{x^2-9}{x^4-81}$

Sol: a) $x-1$; b) $\frac{x+1}{x-1}$; c) $\frac{x+2}{2}$; d) $\frac{x+2}{x-2}$; e) $\frac{x-4}{x+4}$; f) $\frac{x}{x+2}$; g) $\frac{x-3}{x+3}$; h) $\frac{1}{x^2+9}$

5. Descomponer en factores el numerador y denominador y después simplifica:

a) $\frac{x^2+3x}{x^2+x-6}$ b) $\frac{x^2+2x-3}{x^3-x^2}$ c) $\frac{x^3+4x^2+3x}{x^2+x-6}$ d) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+4x-5}$

Sol: a) $\frac{x}{x-2}$; b) $\frac{x+3}{x^2}$; c) $\frac{x^2+x}{x-2}$; d) $\frac{x+3}{x+5}$;

6. Opera y simplifica:

a) $\left(\frac{4}{x} - x \right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \right)$ b) $\frac{x+2}{(x+2)^2} \cdot \frac{x^2-4}{x}$
c) $\left[\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{x+1} \right) : \left(x - \frac{1}{x+1} \right) \right] \cdot x$ d) $\frac{x^2}{2} \cdot \left(\frac{2}{x} : \frac{1}{x+2} \right)$
e) $\left(\frac{3}{x^2} + \frac{x+2}{x} - \frac{x+1}{x-2} \right) \cdot 2x^2$

Sol: a) $4-2x$; b) $\frac{x-2}{x}$; c) $3x+2$; d) x^2+2x ; e) $-\frac{x^2+x+2}{x^2(x-2)}$

7. Reduce a una sola fracción y resuelve:

$$\begin{aligned} \text{a)} & -\frac{x^2}{x+1} + \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} = 0 & \text{b)} & \frac{x+3}{x^2-2x+1} - \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x+1} = 0 \\ \text{c)} & \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} - \frac{x+5}{x+2} = 0 \end{aligned}$$

Sol: a) $x=2, x=0$; b) $x=3, x=-1/3$; c) $x=0$

8. Haz las operaciones indicadas y simplifica:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) & \text{b)} & \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{x+y}{xy} \right) \cdot \frac{2xy}{x+y} \\ \text{c)} & \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x+1} \right) \cdot \left(x - \frac{1}{x} \right) \end{aligned}$$

Sol: a) 4; b) $\frac{4y}{x+y}$; c) $\frac{3x+1}{x}$

9. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{1+x}{x-3} - \frac{x}{x+2} = \frac{3x+5x^2}{x^2-x-6} & \text{b)} & \frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x+1}{x^2-1} \\ \text{c)} & \frac{x^2}{x^2+2x+1} = \frac{x+2}{x+1} - 2 & \text{d)} & \frac{x+1}{x-2} + \frac{x}{x+2} = \frac{7x+2}{x^2-4} \end{aligned}$$

Sol: a) $x=1, x=-2/5$; b) $x=0, x=-1/2$; c) $x=-4$; d) $x=3, x=0$

10. Opera:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} - \frac{x-1}{x^2-4x+3} & \text{b)} & \frac{1}{x+2} + \frac{3}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x-2} \\ \text{c)} & \frac{x}{x^2-x-2} - \frac{3}{x+1} - \frac{x-1}{x^2-3x+2} & \text{d)} & \frac{x}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2} \end{aligned}$$

Sol: a) $\frac{1}{x-1}$; b) $\frac{3x+4}{x^2+x-2}$; c) $\frac{-3x+5}{x^2-x-2}$; d) $\frac{2-3x}{x^2-1}$

12. Simplifica:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \frac{a^2+6a+9}{a^2-9} : \frac{a^2+9}{a^4-81} & \text{b)} & \frac{2a^2-4ab+2b^2}{3x-6} : \frac{a-b}{4x-8} & \text{c)} & \frac{16-x^4}{4x+8} : (32-8x^2) \\ \text{d)} & \frac{16-x^4}{4x+8} : (32+8x^2) & \text{e)} & \frac{\frac{36}{x+y}}{\frac{6}{x-y}} : \frac{\frac{3x}{x+y}}{\frac{1}{x^2-y^2}} & \text{f)} & \frac{x^2-4}{a^2-b^2} : \frac{x-2}{a+b} \\ \text{g)} & \frac{2y}{y-1} - \frac{y-1}{3y} - \frac{3-y}{y} = & \text{h)} & \frac{y}{y-2} - \frac{y}{y^2-3y+2} - \frac{y}{y-1} = \end{aligned}$$

Sol: a) $(a+3)^2$; b) $8(a-b)/3$; c) $\frac{4+x^2}{32(x+2)}$; d) $\frac{2-x}{32}$; e) $\frac{2}{x(x+y)}$;

f) $\frac{x+2}{a-b}$; g) $\frac{2(4y^2-5y+4)}{3y(y-1)}$; h) 0

13. Opera y simplifica cuando sea posible:

$$a) \frac{3+x}{3-x} - \frac{1}{-x-3} - \frac{x^2}{9-x^2} =$$

$$b) \frac{1}{y^2-y} + \frac{2y+1}{y^2-1} + \frac{y}{y+1} =$$

$$d) \frac{x^4-3x^3}{x^4-6x^3+9x^2} =$$

$$e) \frac{2x^2+5x+2}{2x^3+x^2-8x-4} =$$

$$f) \frac{2x+6}{x^2-3x} - \frac{x+5}{x^2-4x+3} + \frac{x-1}{2x-6} =$$

$$\text{Sol: a) } \frac{5x+12}{(x+3)(3-x)}; b) \frac{y^3+y^2+2y+1}{y(y-1)(y+1)}; d) \frac{x}{x-3}; e) \frac{1}{x-2}; f) \frac{x^3-x-12}{2x(x-3)(x-1)}$$

14. Opera y simplifica:

$$a) \frac{x-1}{x^2+2x+1} - \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \quad b) \frac{x}{x^2-x} + \frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x^2-1} \quad c) \frac{x^2+x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} =$$

$$d) \frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} = \quad e) \frac{1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+1} =$$

$$f) \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{3(x-1)}{x} + \frac{2x}{x+1} = \quad g) \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{2}{x-1} + \frac{3x}{x^2-1} =$$

$$\text{Sol: a) } \frac{-x^3-3x}{(x^2+2x+1)(x-1)}; b) \frac{3x+1}{x^2-1}; c) \frac{x^2+x-2}{x^2-1}; d) -\frac{x}{x^2-1}; e) \frac{-x-3}{x^2-1};$$

$$f) \frac{-x^2+x+2}{x^2+x}; g) \frac{2x^2+x+2}{x(x^2-1)}$$