Resuelve por tanteo las siguientes ecuaciones.

1. $2x - 1 = 7$

La solución es $x = 4$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7$

2. $\frac{x - 12}{4} = 5$

La solución es $x = 32$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$\frac{32 - 12}{4} = \frac{20}{4} = 5$

3. $x^2 + 1 = 82$

La solución es $x = 9$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$9^2 + 1 = 81 + 1 = 82$

4. $x^2 + x = 6$

La solución es $x = 2$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$2^2 + 2 = 4 + 2 = 6$

5. $4^x = 64$

La solución es $x = 3$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

6. $5^{x+1} = 625$

La solución es $x = 3$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$5^{3+1} = 5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

7. $\sqrt{x + 12} = 4$

La solución es $x = 4$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$\sqrt{4 + 12} = \sqrt{16} = 4$

8. $\sqrt[3]{x - 14} = 3$

La solución es $x = 41$, pues de esa forma al sustituir nos queda:

$\sqrt[3]{41 - 14} = \sqrt[3]{27} = 3$

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

f $4(2 + 3x) = 10(x - 1) + 2(x + 9) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8 + 12x = 10x - 10 + 2x + 18 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12x - 10x - 2x = -10 + 18 - 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 = 0$

Esto siempre es cierto, por lo que cualquier valor de x cumple esta ecuación y por tanto es solución.

2 Resuelve las siguientes ecuaciones.

f $x + \frac{2x - 3}{9} + \frac{x - 1}{3} = \frac{12x + 4}{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{9x}{9} + \frac{2x - 3}{9} + \frac{3(x - 1)}{9} = \frac{12x + 4}{9} \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad donde todas las fracciones tienen el mismo denominador, **lo podemos eliminar**.

$\Leftrightarrow 9x + 2x - 3 + 3x - 3 = 12x + 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 14x - 12x = 4 + 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{10}{2} = 5$

6 La suma de tres números consecutivos es cuatro veces el menor de ellos. ¿Qué números son?

PLANTEAMIENTO

Llamamos x al primero de ellos, los tres números consecutivos serán: $x, x+1, x+2$
Tenemos que:

- suma de tres números consecutivos es cuatro veces el menor de ellos→ $x + (x+1) + (x+2) = 4x$

RESOLUCIÓN

$x + (x+1) + (x+2) = 4x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x + 3 = 4x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3 = 4x - 3x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 3$

SOLUCIÓN

Los números son 3,4,5.

Ecuaciones de segundo grado

Ejemplo

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

1. $x^2 + 2x - 8 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -8 \end{cases}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+32}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{cases} \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ \frac{-2-6}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

Tiene dos soluciones distintas: $\{2, -4\}$

2. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 4 \\ b = 12 \\ c = 9 \end{cases}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9}}{2 \cdot 4} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} =$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{-12 \pm 0}{8} = \begin{cases} \frac{-12+0}{8} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2} \\ \frac{-12-0}{8} = \frac{-12}{8} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Tenemos una sola solución repetida: $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$

3. $x^2 - 2x + 26 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 26 \end{cases}$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 26}}{2 \cdot 1} = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 - 104}}{2} =$

$= \dfrac{2 \pm \sqrt{-100}}{2} =$ no tiene solución pues no se pueden calcular raíces cuadradas de números negativos

Ejemplo:

Calcula el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ de la ecuaciones de 2º grado del ejecicio anterior y di cuántas soluciones tendrá cada una.

1. $x^2 + 2x - 8 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = -8 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36 > 0$ entonces tienes dos soluciones distintas.

2. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 4 \\ b = 12 \\ c = 9 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 144 - 144 = 0$ entonces una sola solución repetida

3. $x^2 - 2x + 26 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 26 \end{cases}$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 26 = 4 - 104 = -100 < 0$ entonces no tiene solución

Ejemplo

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

1. $4x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow$

Es una ecuación de segundo grado incompleta pues $b = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 = 100 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{100}{4} = 25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$ tenemos dos soluciones distintas

2. $3x^2 + 48 = 0 \Leftrightarrow$

Es una ecuación de segundo grado incompleta pues $b = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 = -48 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{-48}{3} = -16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-16}$ no tiene solución pues las raíces cuadradas sólo se pueden calcular de números mayores o iguales que cero.

3. $2x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow$

Es una ecuación de segundo grado incompleta pues $c = 0$

$\Leftrightarrow 2x(x - 7) = 0 \Leftrightarrow$

El producto de números es cero cuando uno de ellos es cero.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ x = 7 \end{cases}$ tenemos dos soluciones distintas.

4. $5x^2 + 38x = 0 \Leftrightarrow$

Es una ecuación de segundo grado incompleta pues $c = 0$

$\Leftrightarrow x(5x+38) = 0 \Leftrightarrow$

El producto de números es cero cuando uno de ellos es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ 5x+38 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ x = -\frac{38}{5} \end{cases}$$ tenemos dos soluciones distintas.

Otros tipos de ecuaciones.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $(x-4)(x-6) = 0 \Leftrightarrow$

Esto esta expresando el producto de números que da como resultado cero: eso ocurrirá cuando uno de los dos es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-4 = 0 \\ O \\ x-6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ O \\ x = 6 \end{cases}$$

Las soluciones son $\{4, 6\}$

f $(2x+1)(x^2+5x-24) = 0$

Esto esta expresando el producto de números que da como resultado cero: eso ocurrirá cuando uno de los dos es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = 0 \\ O \\ x^2+5x-24 = 0 \end{cases}$$

Vamos línea a línea:

- $2x+1 = 0 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow$
  $\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$
- $x^2+5x-24 = 0$

  Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \\ c = -24 \end{cases}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2-4 \cdot 1 \cdot (-24)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{2} =$$

$$= \frac{-5 \pm 11}{2} = \begin{cases} \frac{-5-11}{2} = \frac{-16}{2} = -8 \\ \frac{-5+11}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Las soluciones son $\left\{-\frac{1}{2}, 3, -8\right\}$

2 Resuelve.

b $\sqrt{x} + 2 = x \Leftrightarrow$

Dejamos la raiz cuadrada a solas.

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = x-2 \Leftrightarrow$

Ahora elevamos al cuadrado en ambos lados de la igualdad.

$\Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = (x-2)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 0 = x^2 - 4x - x + 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 0 = x^2 - 5x + 4$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 4 \end{cases}$

- $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \dfrac{5 \pm \sqrt{9}}{2} =$

  $= \dfrac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} \dfrac{5-3}{2} = \dfrac{2}{2} = 1 \\ \dfrac{5+3}{2} = \dfrac{8}{2} = 4 \end{cases}$

Ahora hemos de comprobar las soluciones:

- si $x = 1 \rightarrow \sqrt{1} + 2 = 1 \Leftrightarrow 1 + 2 = 1$ FALSO: no es solución.
- si $x = 4 \rightarrow \sqrt{4} + 2 = 4 \Leftrightarrow 2 + 2 = 4$ CIERTO: si es solución.

Actividades

3 Resuelve las ecuaciones siguientes.

c $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow$

Hay que calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores.
Por lo tanto, hay que descomponer en factores primos los denominadores.

- $x = x$
- $x^2 = x \cdot x$
- $4 = 2 \cdot 2 = 2^2$

De ahí que el $m.c.m.(x, x^2, 4) = 4x^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{4x}{x^2} + \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{3 \cdot x^2}{x^2} \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad en la que todos los denominadores son iguales, estos se pueden suprimir.

$\Leftrightarrow 4x + 4 = 3x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 4x + 4 = 0$, Solution is: $2, -\dfrac{2}{3}$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = -3 \\ b = 4 \\ c = 4 \end{cases}$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 4}}{2 \cdot (-3)} = \dfrac{-4 \pm \sqrt{64}}{-6} =$

- $= \dfrac{-4 \pm 8}{-6} = \begin{cases} \dfrac{-4+8}{-6} = \dfrac{4}{-6} = -\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{-4-8}{-6} = \dfrac{-12}{-6} = 2 \end{cases}$

Ahora hemos de comprobar las soluciones:

- si $x = 2 \rightarrow \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \dfrac{2}{4} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$ CIERTO: si es solución.
- si $x = -\dfrac{2}{3} \rightarrow \dfrac{1}{\frac{-2}{3}} + \dfrac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} + \dfrac{9}{4} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \dfrac{-6}{4} + \dfrac{9}{4} = \dfrac{3}{4}$ CIERTO: si es solución

4 Un grupo de amigos alquilan un autocar por 2000 euros para una excursión. Fallan cuatro de

ellos, por lo que los restantes deben pagar 25 euros más cada uno. ¿Cuàntos había al principio?

PLANTEAMIENTO

Llamamos x al número de amigos inicial.

- un autocar por 2000 euros para una excursión
- Fallan cuatro de ellos, por lo que los restantes deben pagar 25 euros más cada uno
- Si van todos, lo que paga cada uno es $\frac{2000}{x}$
- Lo que paga cada uno si no van cuatro es $\frac{2000}{x} + 25$

Será $(x-4)(\frac{2000}{x} + 25) = 2000$

RESOLUCIÓN

$(x-4)(\frac{2000}{x} + 25) = 2000 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2000x - 8000}{x} + 25x - 100 = 2000 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{2000x - 8000}{x} = 2100 - 25x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2000x - 8000 = 2100x - 25x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 25x^2 - 100x - 8000 = 0$, Solution is: $20, -16$

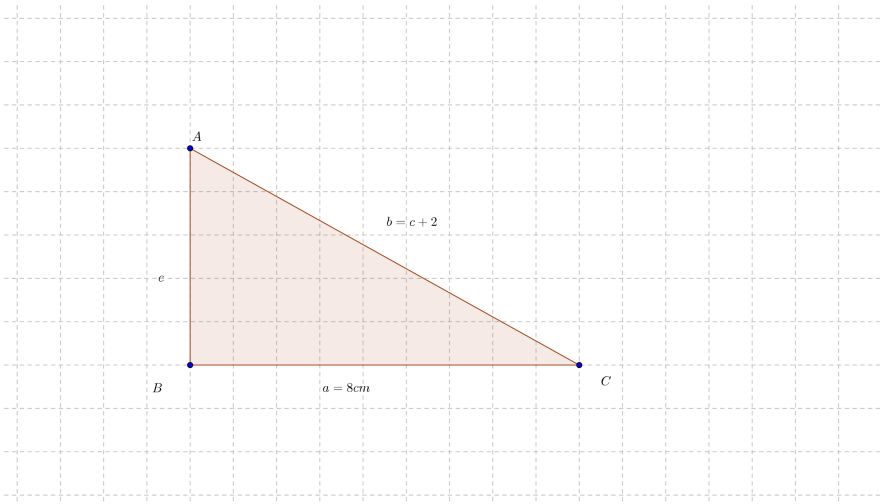
Ecuación de 2º grado completa que se resuelve aplicando la fórmula.

SOLUCIÓN

Al principio había 20.

5 En un triángulo rectángulo, un cateto mide 8 cm. Calcula la longitud del otro cateto sabiendo que la hipotenusa mide 2 cm más que el.

PLANTEAMIENTO



En todo triángulo rectángulo, **se cumple el Teorema de Pitágoras**, **que dice que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos**.

En particular en nuestro caso se cumple que:

$(c+2)^2 = 8^2 + c^2$

RESOLUCIÓN

$(c+2)^2 = 8^2 + c^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow c^2 + 4c + 4 = 64 + c^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4c = 64 - 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow c = \frac{60}{4} = 15$

SOLUCIÓN

El otro cateto mide 15 cm

Inecuaciones de primer grado

1. Traduce a lenguaje algebraico

a) El triple de un número más 8 unidades es menor que 20→ $3x + 8 < 20$

b) El doble del número de personas de mi clase no supera a 70→ $2x < 70$

También es válida $2x \leq 70$

2. Resuelve y representa gráficamente las soluciones:

a) $5x < -5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x < \frac{-5}{5} = -1$

Intervalo $(-\infty, -1)$

b) $2x + 3 \geq 7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x \geq 7 - 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{4}{2} = 2$

Intervalo $[2, \infty)$

c) $104 - 9x \leq 4(5x - 3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 104 - 9x \leq 20x - 12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -20x - 9x \leq -12 - 104 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -29x \leq -116 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{-116}{-29} = 4$

Intervalo $[4, \infty)$

d) $3(4 - x) > 18x + 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12 - 3x > 18x + 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12 - 5 > 18x + 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7 > 21x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{7}{21} > x$

Intervalo $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$

e) $\frac{x}{4} - x \geq \frac{5x}{3} - \frac{1}{6} \Leftrightarrow$

Hallamos el $m.c.m.(4, 3, 6) = 12$

$\Leftrightarrow \frac{3x}{12} - \frac{12x}{12} \geq \frac{20x}{12} - \frac{2}{12} \Leftrightarrow$

Como tenemos a ambos lados de la desigualdad el mismo denominador, **lo suprimimos**.

$\Leftrightarrow 3x - 12x \geq 20x - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -9x - 20x \geq -2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -29x \geq -2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{-29} = \frac{2}{29}$

Intervalo $\left(-\infty, \frac{2}{29}\right]$

Como el número que pasa dividiendo es negativo, **se cambia el sentido de la desigualdad**.

f) $\frac{4 - 2x}{3} > 2(x - 3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 - 2x > 6(x - 3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 - 2x > 6x - 18 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 + 18 > 6x + 2x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 22 > 8x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{11}{4} = \frac{22}{8} > x$

Intervalo $\left(-\infty, \frac{11}{4}\right)$

3. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x \le 15 \\ 2x \ge 8 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le \frac{15}{3} = 5 \\ x \ge \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$ solución: $[4, 5]$

b) $\begin{cases} 3x - 5 \le x + 12 \\ x + 4 < 5x - 8 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - x \le 5 + 12 \\ x - 5x < -4 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \le 17 \\ -4x < -12 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le \frac{17}{2} \\ x > \frac{-12}{-4} = 3 \end{cases}$ solución: $\left(3, \frac{17}{2}\right]$

c) $\begin{cases} 5x - 7 > 23 \\ 3 - 2x > x - 30 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 23 + 7 \\ -2x - x > -3 - 30 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{30}{5} = 6 \\ -3x > -33 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{30}{5} = 6 \\ x < \frac{-33}{-3} = 11 \end{cases}$ solución:

d) $\begin{cases} -2x - 1 \ge 14 - 8x \\ 5x + 8 > 6x + \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 8x \ge 14 + 1 \\ \frac{10x}{2} + \frac{16}{2} > \frac{12x}{2} + \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x \ge 15 \\ 10x + 16 > 12x + 5 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \\ 16 - 5 > 12x - 10x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{5}{2} \\ 11 > 2x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{5}{2} \\ \frac{11}{2} > x \end{cases}$ solución: $\left[\frac{5}{2}, \frac{11}{2}\right)$

4. Tres amigos contratan tres viajes a Praga. Les cuesta algo menos de 2200 euros en total. Cinco amigos contratan el mismo viaje. Por ser cinco, les hacen una bonificación de 500 euros,

y pagan algo más de 3000 euros. ¿Cuánto vale ese viaje a Praga, si sabemos qué es múltiplo de 10?

PLANTEAMIENTO

Llamamos x al precio del viaje.

- Tres amigos contratan tres viajes a Praga. Les cuesta algo menos de 2200 euros en total→ $3x < 2200$
- Cinco amigos contratan el mismo viaje. Por ser cinco, les hacen una bonificación de 500 euros, y pagan algo más de 3000 euros→ $5x - 500 > 3000$
- es múltiplo de 10

RESOLUCIÓN

$$\left.\begin{array}{r} 3x < 2200 \\ 5x - 500 > 3000 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x < \dfrac{2200}{3} \\ 5x > 500 + 3000 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x < \dfrac{2200}{3} \\ 5x > 3500 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x < \dfrac{2200}{3} = 733.\hat{3} \\ x > \dfrac{3500}{5} = 700 \end{array}\right\} \Leftrightarrow 700 < x < 733.\hat{3}$$

Ahora, hay que emplear que se trata de un número que es múltiplo de 10. Entonces el precio del viaje puede ser 710, 720 o 730 euros.

SOLUCIÓN

Entonces el precio del viaje puede ser 710, 720 o 730 euros.

EJERCICIOS FINALES DEL TEMA

1. Busca por tanteo una solución exacta de cada una de las siguientes ecuaciones:

d) $(x-1)^3 = 27$

La solución es $x = 4 \rightarrow (4-1)^3 = 3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Tareas 10-03-2014: todos los ejecicios que faltan del 1

2 Las siguientes ecuaciones tienen más de una solución entera. Búscalas tanteando.

d) $3(x-2)^2 = 3$

La solución es $x = 3 \rightarrow 3(3-2)^2 = 3 \cdot 1^2 = 3 \cdot 1 = 3$

La solución es $x = 1 \rightarrow 3(1-2)^2 = 3 \cdot (-1)^2 = 3 \cdot 1 = 3$

Tareas 10-03-2014: todos los ejecicios que faltan del 2

3 Busca por tanteo, con la calculadora, una solución aproximada hasta las décimas.

d) $x^3 = 30$

- si $x = 3.5 \rightarrow 3.5^3 = 42.875$
- si $x = 2.5 \rightarrow 2.5^3 = 15.625$
- si $x = 3 \rightarrow 3^3 = 27$
- si $x = 3.3 \rightarrow 3.3^3 = 35.937$
- si $x = 3.1 \rightarrow 3.1^3 = 29.791$
- si $x = 3.2 \rightarrow 3.2^3 = 32.768$

Nos quedadmos con $x = 3.1$

4 Resuelve las siguientes ecuaciones:

c) $\dfrac{x-3}{2} - \dfrac{5x+1}{3} = \dfrac{1-9x}{6} \Leftrightarrow$

Hallamos el $m.c.m.(2,3,6) = 6$

$\Leftrightarrow \dfrac{3(x-3)}{6} - \dfrac{2(5x+1)}{6} = \dfrac{1-9x}{6} \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad donde todos los denominadores son iguales los podemos suprimir.

$\Leftrightarrow 3x - 9 - (10x+2) = 1 - 9x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x - 9 - 10x - 2 = 1 - 9x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -7x + 9x = 1 + 11 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{12}{2} = 6$

7 Resuelve las siguientes ecuaciones:

d) $x^2 + x + 2 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases}$ que se resuelve aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2}$$

Entonces como el discriminante $\Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0$, no tiene solución dado que no se puede calcular la raiz cuadrada de un número negativo.

Tareas 11-03-2014: todos los ejecicios que faltan del 7

8 Resuelve.

a) $4x^2 - 64 = 0 \Leftrightarrow$

Ecuación de 2º grado incompleta que no se resuelve aplicando la fórmula.

$\Leftrightarrow 4x^2 = 64 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 = \frac{64}{4} = 16 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4$

b) $3x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow$

Ecuación de 2º grado incompleta que no se resuelve aplicando la fórmula.

$\Leftrightarrow 3x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow$

Se trata de un producto que es igual a cero si uno de los multiplicandos es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ x = 3 \end{cases}$$

10 Resuelve.

d) $3x(x + 4) - x(x - 1) = 13x + 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x^2 + 12x - x^2 + x = 13x + 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x^2 + 13x - 13x = 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x^2 = 8 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{2} = 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

11 Las siguientes ecuaciones son de segundo grado e incompletas. Resuélvelas sin aplicar la fórmula general.

c) $\frac{(2x - 1)(2x + 1)}{3} = \frac{3x - 2}{6} + \frac{x^2}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{(2x)^2 - 1^2}{3} = \frac{3x - 2}{6} + \frac{x^2}{3} \Leftrightarrow$

Calculamos el $m.c.m.(3, 6) = 6$

$\Leftrightarrow \frac{2(4x^2 - 1)}{6} = \frac{3x - 2}{6} + \frac{2x^2}{6} \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad donde todos los denominadores son iguales, los podemos

eliminar.

$\Leftrightarrow 8x^2 - 2 = 3x - 2 + 2x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x^2 - 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x(2x - 1) = 0 \Leftrightarrow$

Como se trata de un producto, será cero si uno de los multiplicandos es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ 2x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ O \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

12 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

d) $\frac{x(x-1)}{3} - \frac{x(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12} = 0 \Leftrightarrow$

Tenemos que calcular $m.c.m.(3, 4, 12) = 12$

$\Leftrightarrow \frac{4(x^2 - x)}{12} - \frac{3(x^2 + x)}{12} + \frac{3x+4}{12} = 0 \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad donde todos los denominadores son iguales, los podemos eliminar.

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 4 \end{cases}$

Se resolvería aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Pero, hay un método más rápido!!!!!!!!!!!!

$x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow$

Como se trata de un cuadrado, será cero cuando la base es cero.

$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2$ Se trata de un solución repetida.

13 Resuelve las siguientes ecuaciones.

d) $(3x + 1)(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow$

Como se trata de un producto, será cero si uno de los multiplicando es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 1 = 0 \\ Ó \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$$

d.1) $3x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x = -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{3}$

d.2) $x^2 + x - 2 = 0$

Ecuación 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}$

Se resolvería aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} =$$

$$= \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{-1-3}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

Las soluciones son $\left\{\frac{-1}{3}, 1, -2\right\}$

14 Di cuáles son las soluciones de estas ecuaciones.

d) $x(x^2 + 1)(6x - 3) = 0 \Leftrightarrow$

Como se trata de un producto, será cero si uno de los multiplicando es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{Ò} \\ x^2 + 1 = 0 \\ \text{Ò} \\ 6x - 3 = 0 \end{cases}$$

d.1) $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = -1$

Imposible pues todo número elevado al cuadrado es positivo o cero.

d.2) $6x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x = 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Las soluciones son $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

15 Resuelve.

a) $x - \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow$

Elevamos al cuadrado ambos lados de la igualdad.

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = (\sqrt{x})^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 4 \end{cases}$ aplicando la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} =$$

$$= \begin{cases} \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4 \\ \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

Ahora hemos de comprobar estas soluciones:

- si $x = 4 \rightarrow 4 - \sqrt{4} = 2$ CIERTO: entonces es solución.
- si $x = 1 \rightarrow 1 - \sqrt{1} = 2$ FALSO: entonces es solución.

17 Resuelve estas ecuaciones:

e) $\frac{2-x}{x} + \frac{4}{2+x} = 1 \Leftrightarrow$

Calculamos el $m.c.m.(x, 2+x) = x(2+x)$

$\Leftrightarrow \frac{(2-x)(2+x)}{x(2+x)} + \frac{4 \cdot x}{x(2+x)} = \frac{x(2+x)}{x(2+x)} \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad donde todos los denominadores son iguales, los podemos suprimir.

$\Leftrightarrow 4 - x^2 + 4x = 2x + x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x^2 - x^2 + 4x - 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0$

Ecuación de 2º grado completa con $\begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$ aplicando la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 4}}{2 \cdot (-2)} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{-4} = \frac{-2 \pm 6}{-4} =$$

$$= \begin{cases} \frac{-2+6}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \\ \frac{-2-6}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2 \end{cases}$$

Ahora hemos de comprobar estas soluciones:

- si $x = -1 \rightarrow \frac{2-(-1)}{-1} + \frac{4}{2+(-1)} = 1 \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \frac{3}{-1} + \frac{4}{1} = 1$ CIERTO: entonces es solución.
- si $x = 2 \rightarrow \frac{2-2}{2} + \frac{4}{2+2} = 1 \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow \frac{0}{2} + \frac{4}{4} = 1$ CIERTO: entonces es solución.

16 Resuelve esta ecuaciones.

d) $\frac{x}{2} = 1 + \frac{2x-4}{x+4} \Leftrightarrow$

Calculamos el $m.c.m.(2, x+4) = 2(x+4)$

$\Leftrightarrow \frac{x(x+4)}{2(x+4)} = \frac{2(x+4)}{2(x+4)} + \frac{2(2x-4)}{2(x+4)} \Leftrightarrow$

Como tenemos una igualdad donde todos los denominadores son iguales, los podemos eliminar.

$\Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 8 + 4x - 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow$

Ecuación de 2º grado incompleta: **esto no se resuelve aplicando la fórmula**!!!!!!!

$\Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow$

Un producto es cero si uno de los multiplicandos es cero.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ Ó \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ Ó \\ x = 2 \end{cases}$$

Ahora, hay que comprobar las soluciones:

- si $x = 0 \rightarrow \frac{0}{2} = 1 + \frac{2 \cdot 0 - 4}{0 - 4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0 = 1 + \frac{-4}{-4}$ FALSO: entonces no es solución.

- si $x = 2 \rightarrow \frac{2}{2} = 1 + \frac{2 \cdot 2 - 4}{2 - 4} \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow 1 = 1 + \frac{0}{-2}$ CIERTO: entonces es solución.

19 Halla el conjunto de soluciones de cada inecuación y represéntalo.

f) $-4 \geq 1 - 10x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4 - 1 \geq -10x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -5 \geq -10x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$

La solución en forma de intervalo es $\left[\frac{1}{2}, \infty\right)$

20 Resuelve las siguientes inecuaciones:

d) $1 - x \leq \frac{x}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3(1 - x) \leq x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3 - 3x \leq x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x - x \leq -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x \leq -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

La solución en forma de intervalo es $\left[\frac{3}{4}, \infty\right)$

21 Halla el conjunto de soluciones de los sistemas de inecuaciones siguientes:

d) $\begin{cases} x > 0 \\ 3 - x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3 \leq x \end{cases}$

Representación gráfica.

Solución: $[3, \infty)$

22 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

b) $\begin{cases} x - 3 < 2x + 1 \\ 5 - 2x > 3x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 - 1 < 2x - x \\ 5 > 3x + 2x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x \\ 5 > 5x \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x \\ 1 = \frac{5}{5} > x \end{cases}$

Representación gráfica.

Solución: $(-4, -1)$

23 Calcula la edad de Alberto sabiendo que dentro de 22 años tendrá el triple de su edad actual.

PLANTEMIENTO

Llamamos x a la edad actual de Alberto.
Sabemos que:

- dentro de 22 años tendrá el triple de su edad actual→ $x + 22 = 3x$

RESOLUCIÓN

$x + 22 = 3x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 22 = 3x - x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 22 = 2x \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{22}{2} = 11$

SOLUCIÓN

La edad actual de Alberto es 11 años.

26 Traduce a lenguaje algebraico:

c) El perímetro de un cuadrado es menor que 15.

Llamamos x al lado del cuadrado.
Como el perímetro de una figura es la suma de todos sus lados, será→
→ $4 \cdot x < 15$

27 El triple de un número natural menos 8 unidades es menor que 1. ¿Cuál puede ser ese número?

PLANTEAMIENTO

Llamamos x al número buscado.
triple de un número natural menos 8 unidades es menor que 1→ $3x - 8 < 1$

RESOLUCIÓN

$3x - 8 < 1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x < 8 + 1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3x < 9 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x < \frac{9}{3} = 3$

SOLUCIÓN

El número natural puede ser $\{0, 1, 2\}$

30 La suma de dos números consecutivos es menor que 27. ¿Cuáles pueden ser esos números si sabemos que son de dos cifras?

PLANTEAMIENTO

Los números naturales consecutivos serán x y $x + 1$.
suma de dos números consecutivos es menor que 27→ $x + x + 1 < 27$

RESOLUCIÓN

$x + x + 1 < 27 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x < 27 - 1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x < \frac{26}{2} = 13$

SOLUCIÓN

La solución es $\begin{cases} 10 \text{ y } 11 \\ 11 \text{ y } 12 \\ 12 \text{ y } 13 \end{cases}$

34 Un tipo de aceite de 3.2 euros/l se obtiene mezclando un 60% de aceite virgen de 4 euros/l y el

resto con otro más barato. ¿Cuál es el precio del otro?

PLANTEAMIENTO

Llamamos x al precio del aceite barato.
Tenemos la tabla siguiente:

	aceite caro	aceite barato	mezcla de los dos aceites
precio (euros/l)	4	x	3.2
cantidad en un litro	0.6	0.4	1
precio de cada parte	$4 \cdot 0.6$	$x \cdot 0.4$	$1 \cdot 3.2$

Se cumple que: $0.6 \cdot 4 + 0.4x = 1 \cdot 3.2$

SOLUCIÓN

$2.4 + 0.4x = 3.2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 0.4x = 3.2 - 2.4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = \frac{0.8}{0.4} = 2.0$

SOLUCIÓN

El aceite barato vale 2 euros/l