

ECUACIONES E INECUACIONES; SISTEMAS DE ECUACIONES Y DE INECUACIONES

REPASO DE ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

1- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(4x + 3)(4x - 3) - 4(3 - 2x)^2 = 3x$

b) $2x + 3(x - 4)^2 = 37 + (x - 3)(x + 3)$

c) $\frac{+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{5}{4}x - \left(\frac{+2}{2}\right)^2$

e) $\frac{(x-1)(x+2)}{12} - \frac{-3}{3} = 1 + \frac{(x+1)(x-2)}{6}$

2- Comprueba que las siguientes ecuaciones son incompletas de segundo grado.

Resuélvelas sin usar el algoritmo.

a) $\frac{+7}{12} - \frac{^2+1}{4} = 1 - \frac{^2+2}{3}$

b) $(x + 1)^2 - (x - 2)^2 = (x + 3)^2 + x^2 - 20$

c) $\frac{(x-2)}{4} - \frac{+1}{6} = \frac{-3}{2} - \frac{-4}{3}$

d) $x \left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{x-2}{2} + \frac{x^2-1}{3} = 0$

3- Encuentra cuáles de las siguientes ecuaciones no tienen solución y cuáles tienen infinitas soluciones:

a) $x - \frac{1-x}{2} = 2x - \frac{2x-7}{4}$

b) $(3x + 2)^2 - (3x - 2)^2 = 24x$

c) $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$

d) $(3x + 1)(2x - 3) - (x - 3)(6x + 4) = 7x$

4- Soluciona las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-3)^2}{4} - \frac{(2x-1)^2}{16} = \frac{35}{16}$

b) $x + \frac{3x+1}{2} - \frac{-2}{3} = x^2 - 2$

c) $\frac{1}{2}(x - 2)^2 = x - \frac{11}{4}$

d) $(x + 1)^2 = \frac{x}{2}(5x + 6) - (2x^2 + 1)$

e) $2 \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25x}{2} = \left(\frac{1}{2} - x\right)(7x + 1) - 4$

OTRAS ECUACIONES

5- Resuelve:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$

c) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

d) $x^4 - x^2 - 6 = 0$

6- Resuelve:

a) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$

b) $x^4 - 16 = 0$

c) $x^4 - 25x^2 = 0$

d) $x^4 - 18x^2 + 81 = 0$

e) $(x^2 + 1)^2 + 6 = 5(x^2 + 1)$

f) $(2x^2 + 1)^2 - 5 = (x^2 + 2)(x^2 - 2)$

7- Resuelve:

a) $\frac{+2}{x} + 3x = \frac{5x+6}{2}$

b) $\frac{-4}{x} - \frac{-1}{4x} = -3x$

c) $\frac{-3}{x} + \frac{+3}{2} = \frac{2}{3}$

d) $x - \frac{-1}{+1} = \frac{3x-1}{2}$

8- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{+1}{-1} - 3 = \frac{2-x}{x}$

b) $\frac{3x+1}{4x+3} - \frac{1}{x} = 3$

c) $\frac{3x+4}{+3} - \frac{1}{2} = \frac{+19}{2x+6}$

d) $\frac{1}{+3} - \frac{2}{x} = \frac{2-5}{x+3}$

9- Resuelve:

a) $x + \sqrt{25 - x^2} = 2x + 1$

b) $3x + \sqrt{6x + 10} = 35$

c) $x + 1 - \sqrt{5x + 1} = 0$

d) $\sqrt{4x^2 + 7x - 2} = x + 2$

10- En las siguientes ecuaciones hay 2 sin solución. Encuentra cuáles de ellas son y resuelve las otras:

a) $x - 17 = \sqrt{169 - x^2}$

b) $\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3 - x} = 0$

c) $\sqrt{5x - 7} - \sqrt{1 - x} = 0$

d) $2\sqrt{5 - 4x} + 4x = 5$

11- Encuentra las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $(x - 2)(2x - 3) = 0$

b) $x(x - 3)(x + 1) = 0$

c) $(x + 5)(x^2 - 4) = 0$

d) $x(x^2 + 4) = 0$

e) $(x - 2)(x^2 - 2x - 3) = 0$

f) $x(x^2 + 3x + 2) = 0$

12- Factoriza las siguientes ecuaciones y resuélvelas:

a) $x^3 - 4x = 0$

b) $x^3 + x^2 - 6x = 0$

c) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

d) $x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0$

SISTEMAS DE ECUACIONES

13- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y encuentra las soluciones:

a) $\begin{cases} 5x + 3 = 20 - 9y \\ 2x - 3y = 5x - y \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 30 \\ 6,5x + 3,2y = 158,7 \end{cases}$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} \frac{2x}{3} + y + 1 = 0 \\ \frac{x+1}{2} + \frac{y-1}{3} + 1 = 0 \end{cases}$$

14- Resuelve los siguientes sistemas usando el método de reducción:

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 12y = 127 \\ 21x + 17y = 96 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 8,6x + 5,4y = 11 \\ 25x - 12y = -245 \end{cases}$$

15- Encuentra cuáles de los siguientes sistemas de ecuaciones no tienen solución y cuáles tienen infinitas, sin necesidad de resolverlos:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 5 + x = y \\ 7x - y + 17 = 3x + 3y \end{cases}$$

16- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+15}{8} + \frac{3(y+1)}{16} = 3 \\ \frac{7-x}{2} - \frac{1+y}{12} = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{+2}{5} - \frac{3y-1}{10} = -\frac{3}{10} \\ \frac{2x+3}{8} + \frac{y+7}{4} = \frac{19}{8} \end{cases}$$

17- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 1 \\ xy + 2y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x(x - y) = 2y^2 - 8 \end{cases}$$

18- Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción y encuentra cuál tiene 4 soluciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 35 \\ x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 32 \\ x^2 - y^2 + x - y = 28 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x^2 + 2y^2 + x + 1 = 0 \\ x^2 - 2y^2 + 3x + 1 = 0 \end{cases}$$

INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES

19- Resuelve las siguientes inecuaciones lineales:

$$\text{a) } 2x + 7 < 3 \quad \text{b) } 3 - x \leq 9 \quad \text{c) } 3 \leq 2x + 2 \quad \text{d) } 3 - 2x \geq x - 9$$

20- Resuelve:

a) $\frac{7-3}{2} < x+1$

b) $\frac{x+4}{3} + 3 \geq \frac{x+10}{6}$

c) $2x - 2(3x - 5) < x$

d) $x - 1 - \frac{-1}{2} < 0$

21- Encuentra las soluciones de los siguientes sistemas de inecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} 2 - x > 0 \\ 2 + x > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 3 \leq x + 1 \\ 2x + 6 \geq x + 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{2x+5}{3} < x - 1 \\ -\frac{1}{3} < \frac{2x-1}{5} \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{+13}{6} < \frac{39-2}{18} \\ \frac{3x-5}{4} < -1 \end{cases}$

22- Resuelve las siguientes inecuaciones cuadráticas:

a) $x^2 - 4 \leq 0$

b) $x^2 - 9 > 0$

c) $x^2 - 4x < 0$

d) $x^2 + 3x > 0$

23- Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $(x - 1)(x - 5) < 0$

b) $(x + 2)(x - 3) > 0$

c) $(4 - x)(2 + x) \geq 0$

d) $2x(3 - x) \leq 0$

24- Resuelve las siguientes inecuaciones racionales:

a) $\frac{-3}{+2} > 0$

b) $\frac{+3}{-4} \leq 0$

c) $\frac{3x+6}{2x-1} \geq 0$

d) $\frac{2-9}{2-1} < 0$

25- Traduce al lenguaje algebraico:

a) La mitad de un número menos 10 es menor que 7.

b) Si restamos dos a tres cuartos de un número, es mayor que si le sumamos cinco a su mitad.

c) El producto de dos números consecutivos no es mayor que ocho.

d) El perímetro de un rectángulo, cuya base es 3 cm mayor que su altura, es menor que 50 cm.

EJERCICIOS DE REFUERZO Y AMPLIACIÓN

26- Resuelve las siguientes ecuaciones de forma análoga a la resolución de ecuaciones de 2º grado:

a) $x^3 - 64 = 0$

b) $\frac{625}{x} - x^3 = 0$

c) $\frac{3x}{4} + \frac{16}{9x^2} = 0$

d) $\frac{2}{8} - \frac{2}{81x^3} = 0$

27- Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \frac{2x}{2-1} = 2 + \frac{\quad}{-1}$$

$$\text{b) } 1 = \frac{3x}{2-9} - \frac{\quad}{2x-6}$$

$$\text{c) } \frac{4-x}{2+2} + \frac{2-x}{+1} = 2$$

$$\text{d) } \frac{2x+4}{2-5x} + \frac{+4}{\quad} = \frac{1}{-5}$$

28- Resuelve:

$$\text{a) } x + \sqrt{7-3x} = -1$$

$$\text{b) } \sqrt{x} + \sqrt{3x-2} = 2$$

$$\text{c) } \sqrt{2x} + \sqrt{5x-6} = 4$$

$$\text{d) } \sqrt{5x+1} - \sqrt{x+1} = 2$$

29- Resuelve:

$$\text{a) } (9x^2 - 4)(2x - 3)^2 = 0$$

$$\text{b) } x^3 - x^2 - x - 2 = 0$$

$$\text{c) } 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2 = 0$$

$$\text{d) } 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10 = 0$$

30- Resuelve y comprueba la solución:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2\sqrt{x+1} = y + 1 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

31- Resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} xy = 15 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} xy = 12 \\ x^2 - 5y^2 = 16 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} xy = 4 \\ (x+y)^2 = 25 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{82}{9} \\ xy = -1 \end{cases}$$

32- Resuelve:

$$\text{a) } \begin{cases} \sqrt{x} = 4 - y \\ y^2 = 4 + x \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 \\ x^2 + y^2 - y = 0 \end{cases}$$

33- Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$\text{a) } \frac{5x-16}{6} + \frac{+8}{12} < \frac{+1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{2-x}{4} - \frac{2+x}{2} > \frac{2x+7}{4} - \frac{2x+5}{3}$$

$$\text{c) } (x+1)^2 - (x-1)^2 + 12 \geq 0$$

$$\text{d) } 2(x-11) - 3x(1-3x) \leq (3x+2)^2$$

34- Resuelve las siguientes inecuaciones cuadráticas:

a) $x^2 + 2x - 3 > 0$ b) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$
 c) $x^2 - 4x - 5 < 0$ d) $2x^2 + 9x - 5 \geq 0$

35- Resuelve las siguientes inecuaciones cuadráticas:

a) $-x^2 + 3x - 2 \geq 0$ b) $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$
 c) $x^2 - 2x - 7 > 5 - x$ d) $x^2 < \frac{+7}{6}$

36- Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $3x(x + 4) - x(x - 1) < 15$ b) $2x(x + 3) - 2(3x + 5) + x > 0$
 c) $\frac{x^2-9}{5} - \frac{x^2-4}{15} < \frac{1-x}{3}$

37- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} \frac{x+2}{4} < \frac{x}{2} - 3 \\ \frac{8-x}{3} < \frac{1+x}{2} - 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \frac{-1}{2} + \frac{2x+2}{3} > \frac{3x-7}{6} \\ \frac{2x-1}{4} + 2x < \frac{2x-9}{4} \end{cases}$

38- Algunas de las siguientes inecuaciones no tienen solución y otras tienen infinitas soluciones:

a) $x^2 + 4 > 3$ b) $x^2 + x + 2 < 0$
 c) $x^2 + 7 < 5x$ d) $x^2 + 4x + 4 > 0$

39- Comprueba cual de los dos sistemas de inecuaciones no tiene solución:

a) $\begin{cases} 8x + 7 < 16 - x \\ -3x + 5 < 2x \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 5 < 2x - 3 \\ \frac{x+3}{7} < x - 3 \end{cases}$

40- Resuelve la siguiente inecuación irracional:

a) $\frac{2x-3}{-1} - 1 < 0$ b) $\frac{-2}{+1} - \frac{1}{4} > 0$

SOLUCIONES:

1. a) $x=1$ b) $x=1; 10$ c) $x=-3$ d) $x=1; -2$
2. a) $x=0; -1$ b) $x=\pm 2$ c) $x=0; 10/3$ d) $x = \pm \sqrt{-1/2}$
3. a) sin solución b) infinitas soluciones $\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ c) $\forall x \in \mathbb{R}$ d) sin solución
4. a) $x=0$ b) $x=-1; 19/6$ c) $x = \frac{6 \pm \sqrt{-2}}{2} \notin \mathbb{R}$ d) $x = 1 \pm \sqrt{-3} \notin \mathbb{R}$ e) $x = -2/3$
5. a) $x=\pm 1; \pm 2$ b) $x=\pm 2; \pm 1/2$ c) $x=\pm 2$ d) $x = \pm \sqrt{3}$
6. a) $x=\pm 1; \pm \sqrt{3}$ b) $x=\pm 2$ c) $x=0; \pm 5$ d) $x=\pm 3$ e) $x=\pm 1; \pm \sqrt{2}$ f) $x=0$
7. a) $x=2$ b) $x=1; -5/4$ c) $x=3$ d) $x=1; -3$
8. a) $x=2; -1$ b) $x=-1; -1/3$ c) $x=7/2$ d) $x=2$

- 9. a)** $x=3$ **b)** $x=9$ **c)** $x=0; 3$ **d)** $x=1; -2$
10. a) sin solución **b)** $x=0; -1$ **c)** sin solución **d)** $x=1/4; 5/4$
11. a) $x=2; 3/2$ **b)** $x=0; 3; -1$ **c)** $x=-5; \pm 2$ **d)** $x=0$ **e)** $x=2; 3; -1$ **f)** $x=0; -1; -2$
12. a) $x=0; \pm 2$ **b)** $x=0; 2; -3$ **c)** $x=\pm 1; -2$ **d)** $x=-1; 3; -1$
13. a) $x=-2, y=3$ **b)** $x=19, y=11$ **c)** $x=0, y=-8$ **d)** $x=-3, y=1$
14. a) $x=7, y=-3$ **b)** $x=-5, y=10$
15. a) infinitas soluciones **b)** sin solución
16. a) $x=0, y=5$ **b)** $x=-1, y=2$
17. a) $x=-1, y=2; x=-2, y=1$ **b)** $x=0, y=1; x=-1, y=2$ **c)** $x=3/2, y=0; x=1, y=1$ **d)** $x=2, y=-3; x=-2, y=3$
18. a) $x=5, y=4; x=5, y=-4; x=-5, y=4; x=-5, y=-4$ **b)** $x=3, y=2; x=3, y=-2; x=-3, y=2; x=-3, y=-2$
c) $x=5, y=1; x=5, y=-2; x=-6, y=1; x=-6, y=-2$
19. a) $]-\infty, -2[$ **b)** $[-6, +\infty[$ **c)** $[1/2, +\infty[$ **d)** $]-\infty, 4[$
20. a) $]1, +\infty[$ **b)** $[-16, +\infty[$ **c)** $]2, +\infty[$ **d)** $]-\infty, 1[$
21. a) $]-2, 2[$ **b)** $[-4, 1[$ **c)** $]8, +\infty[$ **d)** $]-\infty, 0[$
22. a) $[-2, 2[$ **b)** $]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$ **c)** $]0, 4[$ **d)** $]-\infty, -3[\cup]0, +\infty[$
23. a) $]1, 5[$ **b)** $]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$ **c)** $[-2, 4[$ **d)** $]-\infty, 0[\cup]3, +\infty[$
24. a) $]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$ **b)** $[-3, 4[$ **c)** $]-\infty, -2[\cup]1/2, +\infty[$ **d)** $]-3, -1[\cup]1, 3[$
25. a) $\frac{x}{2} - 10 < 7$ **b)** $\frac{3}{4}x - 2 > \frac{x}{2} + 5$ **c)** $x(x+1) \leq 8$ **d)** $2x+2(x+3) < 50$
26. a) $x=4$ **b)** $x=\pm 5$ **c)** $x=-4/3$ **d)** $x=\pm 2/3$
27. a) $x=-2/3$ **b)** $x=-2$ **c)** $x=0; -6$ **d)** $x=\pm 4$
28. a) $x=-6$ **b)** $x=1$ **c)** $x=2$ **d)** $x=3$
29. a) $x=\pm 2/3; 3/2$ **b)** $x=2$ **c)** $x=1; 2; 1/3$ **d)** $x=1; -2; 5/2$
30. a) $x=3, y=-1; x=-1, y=3$ **b)** $x=-12, y=15/2; x=-5, y=4$ **c)** $x=4, y=3$ **d)** $x=8, y=5; x=-1, y=-1$
31. a) $x=5, y=3; x=-5, y=-3; x=3, y=5; x=-3, y=-5$ **b)** $x=6, y=2; x=-6, y=-2$; **c)** $x=4, y=1; x=-4, y=-1$; $x=1, y=4; x=-1, y=-4$ **d)** $x=3, y=-1/3; x=-3, y=1/3; x=1/3, y=-3; x=-1/3, y=3$
32. a) $x=9/4, y=5/2$ **b)** $x=0, y=0; x=-2/5, y=4/5$
33. a) $]-\infty, 4[$ **b)** $]-\infty, -1[$ **c)** $[-3, +\infty[$ **d)** $[-2, +\infty[$
34. a) $]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$ **b)** $[-2, 5[$ **c)** $]-1, 5[$ **d)** $]-\infty, -5[\cup]1/2, +\infty[$
35. a) $]1, 2[$ **b)** $]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$ **c)** $]-\infty, -3[\cup]4, +\infty[$ **d)** $]-1, 7/6[$
36. a) $]-15/2, 1[$ **b)** $]-\infty, -5/2[\cup]2, +\infty[$ **c)** $]-7, 2[$
37. a) $]14, +\infty[$ **b)** $]-2, -1[$
38. a) $\forall x \in \mathbb{R}$ **b)** sin solución **c)** sin solución **d)** $]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[= \mathbb{R} - \{2\}$
39.
40. a) $]1, 2[$ **b)** $]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$