Sistemas de ecuaciones y de inecuaciones

1 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación:

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} -4x + 2y = 3 \\ x - 4y = 0 \end{cases}$

2 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} -5x + 6y = -2 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$

3 Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción:

a) $\begin{cases} -x + 2y = -4 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 6x - y = 10 \end{cases}$

4 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que prefieras:

a) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 3 \\ -4x + 5y - z = -15 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \end{cases}$ *c)* $\begin{cases} 3x + y - 5z = -2 \\ 4x - 3y + z = 16 \\ x - 2y - 2z = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y + z = 5 \\ -3x + 2y + z = -10 \\ 2x + 4y - 3z = 18 \end{cases}$ *d)* $\begin{cases} x + 3y - 2z = -8 \\ 3x + 2y + z = 4 \\ 2x + y + 3z = 8 \end{cases}$

5 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss:

a) $\begin{cases} x + 2y - 2z = 7 \\ 3x - y - 3z = 11 \\ -2x + 2y + 2z = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 3 \\ 4x + y - 2z = 10 \\ 6x - 2y + 4z = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = 8 \\ x + 2y - 4z = 1 \\ -x + 2y - z = -11 \end{cases}$

6 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

a) $\begin{cases} y + 4x - 2 \leq 0 \\ 3y + 5 \geq 2x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2y \geq 3x - 1 \\ y \leq 4x + 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y + 7x - 6 \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$

7 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) $\begin{cases} 6(x - 1) - 8x < 12 + 2x - 22 \\ 3x + 17 - 5x > 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 4 + 3x \geq -5 + 2x - 1 + x \\ 1 - 2x + 2 < 7 - 3x - 4 \end{cases}$

8 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x - 1 < 2x \\ 2(x + 3) > x - 1 \end{cases}$ *c)* $\begin{cases} x - 3 > 5(x - 1) \\ \frac{1}{2}(4x + 6) < 3x + 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5(x - 1) \geqslant 9 \\ (x + 3) + (2x - 1) < 0 \end{cases}$ *d)* $\begin{cases} x + 1 < 2x - 5 \\ 10x + 6(x - 2) > 0 \end{cases}$

9 Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando para ello el método de Gauss:

a) $\begin{cases} x + 3y - 2z = 3 \\ 2x + y - 5z = 4 \\ x - 7y - 4z = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ -3x + 2y - 2z = 3 \\ 4x - 11y + z = 11 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + y - 3z = 11 \\ -4x + 2y - z = -18 \\ 2x - y - 2z = 9 \end{cases}$

10 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ x^2 - y^2 = -3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \cdot y = 6 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 3 \\ x \cdot y = -1 \end{cases}$

11 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de segundo grado:

a) $\begin{cases} 4x^2 - 10x \geq x^2 - 12 \\ x^2 - 2(x - 1) < 3(x + 1) - 5x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(x^2 + 2x) - 4 > 2(x + 2) \\ 2(x^2 - 4) \leq 2 - 3x + x^2 \end{cases}$

12 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

a) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 3y < 4 \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} 3x - y > 5 \\ 4x + 2y \leq 1 \end{cases}$

1 Resuelve los siguientes sistemas indicando el método de resolución que utilizas:

a) $\begin{cases} 5x - 3y = 1 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -10x + 2y = 3 \\ 6x + 6y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 12x = 24 \\ x + y = 0 \end{cases}$

2 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

a) $\begin{cases} x + 5(y + 1) \leq 0 \\ 2x + 6 > 3y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2y \leq 3 - 4x \\ 6x < 6 - 5y \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y > 1 \\ 2 \geq 5x - 10y \end{cases}$

3 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) $\begin{cases} 2(x + 1) \leq 3 - x \\ 3(x + 2) - 5 > 5x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2(2x + 1) > 2 + 3(x - 1) \\ x + 4 - 2x > x - 2 \end{cases}$

4 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método más adecuado:

a) $\begin{cases} 2x + y + 2z = 5 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 2x + 5y + 2z = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 3y + 2z = 9 \\ x + y - 3z = -5 \\ 4x - 2y + 5z = 20 \end{cases}$

5 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 12 \\ 3x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$

6 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de segundo grado:

a) $\begin{cases} 5x + 2(x^2 + 3) < x^2 + 7x + 9 \\ 4(x^2 + 1) \leq 4 + 3x^2 + 8x \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 - 5x + 3 \geq 11 - 3x \\ (x - 1)^2 < 3 - x \end{cases}$

1 Una de fútbol

Algunos equipos de fútbol desplazan las líneas que delimitan su terreno de juego, sin infringir las dimensiones legales, buscando su propio beneficio.

Si un equipo marca las líneas de tal forma que su longitud habitual se ve aumentada en 15 m y su anchura en 8 m, consigue aumentar el terreno de juego en 1580 m^2.

En otro partido el mismo equipo considera oportuno achicar el campo y para ello disminuye la longitud habitual de su terreno de juego en 12 m y la anchura en 5 m. Así el campo empequeñece 947 m^2.

¿Cuáles son las dimensiones del terreno de juego habitual de este equipo de fútbol?

2 El parámetro k

Averigua el valor que debe tomar el parámetro k para que el sistema sea compatible indeterminado. Para ello puedes utilizar el método de Gauss:

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 1 \\ x + 3y + 5z = 4 \\ 5x - 5y - 27z = k \end{cases}$$

3 ¡Qué números!

¿Cuáles son los dos números que cumplen las siguientes condiciones?: el producto de estos dos números es 28 y la diferencia de sus cuadrados es 33.

4 La fábrica de purés

Una fábrica que se dedica a envasar purés de frutas para bebés tiene almacenados 450 kg de melocotones, 300 kg de naranjas y 180 kg de plátanos. Con estas frutas realiza dos tipos de envasados en cajas: el primer tipo de cajas contiene 3 kg de melocotones, 2 kg de naranjas y 1 kg de plátanos y el segundo tipo de cajas contiene 2,5 kg de melocotones, 2,5 kg de naranjas y 1 kg de plátanos.

Sabiendo que los precios de cada caja son, respectivamente, 28 € y 27 €, ¿cuántas cajas debe envasar de cada tipo para obtener unos beneficios superiores a 2 430 €?

4R

1 *a)* $x = 7;\ y = 3$ *b)* $x = -\frac{2}{3};\ y = \frac{1}{6}$

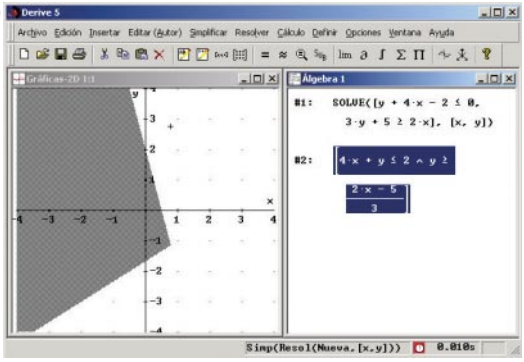
2 *a)* $x = -\frac{5}{6};\ y = \frac{7}{3}$ *b)* $x = 0;\ y = -\frac{1}{3}$

3 *a)* $x = \frac{16}{5};\ y = -\frac{2}{5}$ *b)* $x = \frac{15}{7};\ y = \frac{20}{7}$

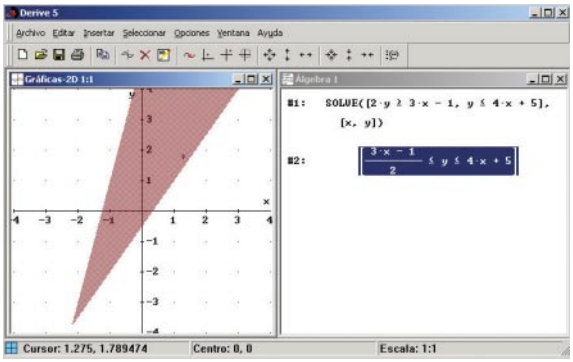
4 *a)* $(1, -2, 1)$ *b)* $(6, 3, 2)$ *c)* $(4, 1, 3)$ *d)* $(2, -2, 2)$

5 *a)* $(3, 1, -1)$ *b)* $(2, 0, -1)$ *c)* $(3, -5, -2)$

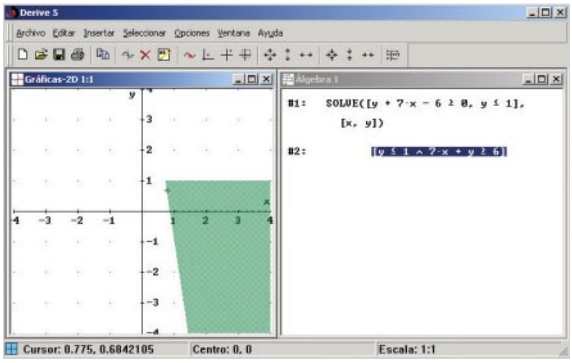
6 *a)*



b)



c)



7 *a)* $(1, 4)$ *b)* $[-2, 0)$

8 *a)* $-7 < x < 1$ *b)* No tiene solución. *c)* $0 < x < \frac{1}{2}$ *d)* $x > 6$

9 *a)* El sistema es incompatible.

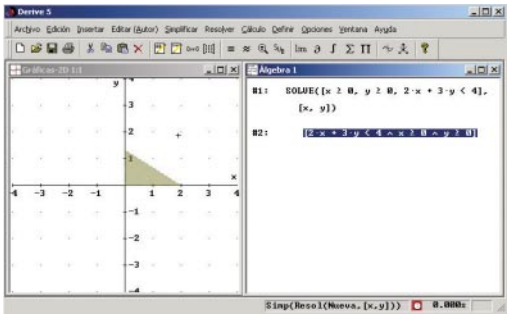
b) El sistema es compatible indeterminado.

c) El sistema es compatible determinado. $(4, -1, 0)$

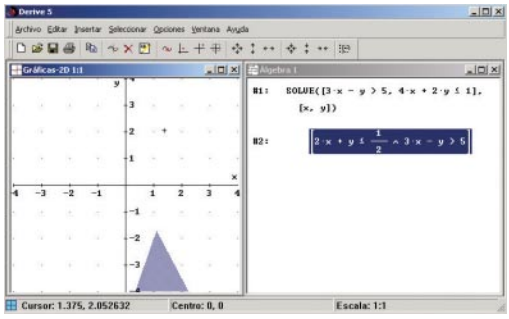
10 *a)* $(1, -2)$ y $\left(\frac{1}{4}, -\frac{7}{4}\right)$ *b)* $(3, 2)$ y $\left(4, \frac{3}{2}\right)$ *c)* $(-1, 1); (1, -1); \left(\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{2}\right); \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}, \sqrt{2}\right)$

11 *a)* $(-1, 1)$ *b)* $[-5, -1)$

12 *a)*



b)

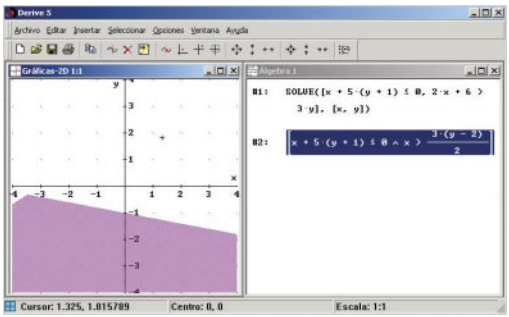


1 *a)* $x = \frac{23}{7}$; $y = \frac{36}{7}$

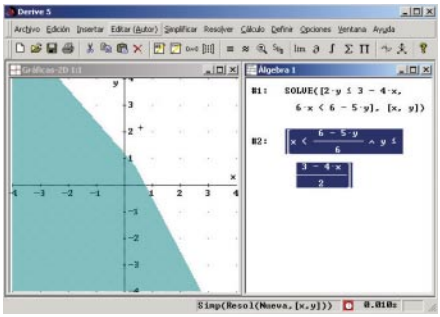
b) $x = -\frac{2}{9}$; $y = \frac{7}{18}$

c) $x = 2$; $y = -2$

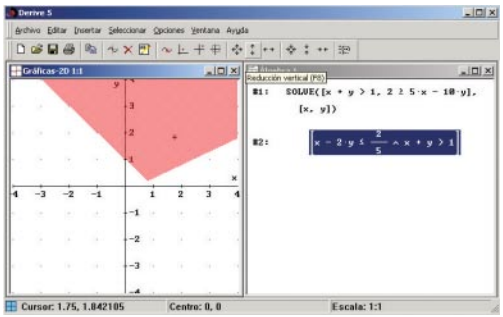
2 *a)*



b)



c)



3 *a)* $\left(-\infty , \frac{1}{3}\right)$

b) $(-3 , 3)$

4 *a)* $(1 , 1 , 1)$

b) $(2 , -1 , 2)$

5 *a)* $(2 , -2)$; $(-2 , 2)$; $(2 , 2)$; $(-2 , -2)$

b) $(6 , 1)$; $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$

6 *a)* $[0 , 3)$

b) No tiene solución.

1 Una de fútbol

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} (x+15)\cdot(y+8) = xy + 1\,580 \\ (x-12)\cdot(y-5) = xy - 947 \end{cases}$$

obtenemos la solución $x = 115$; $y = 36$, es decir las dimensiones del campo de juego son de 115 m $\times$ 36 m.

2 El parámetro k

El valor de k es -8.

3 ¡Qué números!

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} x \cdot y = 28 \\ x^2 - y^2 = 33 \end{cases}$$

obtenemos la solución $x = 7$; $y = 4$.

4 La fábrica de purés

Denominando x al número de cajas del primer tipo que se deben envasar e y al número de cajas del segundo tipo, se puede establecer el siguientes sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2{,}5y \leq 450 \\ 2x + 2{,}5y \leq 300 \\ x + y \leq 180 \\ 28x + 27y > 2\,430 \end{cases}$$

La región intersección de todas estas es la solución del problema.