7 Soluciones a “Ejercicios y problemas”

PÁGINA 156

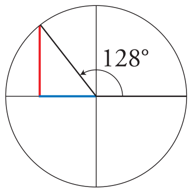
Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera

14 ▼▼▽ **Sitúa en la circunferencia goniométrica los siguientes ángulos e indica el signo de sus razones trigonométricas.**

a) 128° b) 198° c) 87° d) 98° e) 285° f) 305°

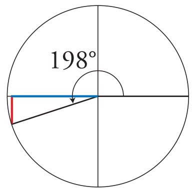
Compruébalo con la calculadora.

a)



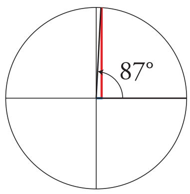
128°	
sen	+
cos	–
tg	–

b)



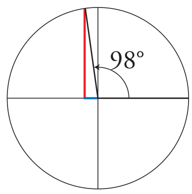
198°	
sen	–
cos	–
tg	+

c)



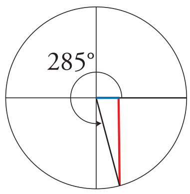
87°	
sen	+
cos	+
tg	+

d)



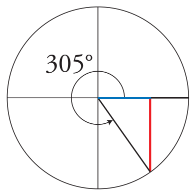
98°	
sen	+
cos	–
tg	–

e)



285°	
sen	–
cos	+
tg	–

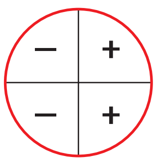
f)



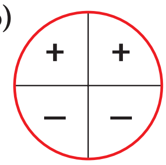
305°	
sen	–
cos	+
tg	–

15 ▼▼▽ **En cada uno de estos círculos está indicado el signo de las razones trigonométricas de α, según el cuadrante en el que esté α. ¿Cuál corresponde a *sen* α? ¿Cuál a *cos* α? ¿Y cuál a *tg* α?**

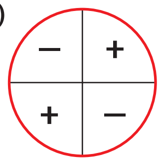
a)



b)



c)



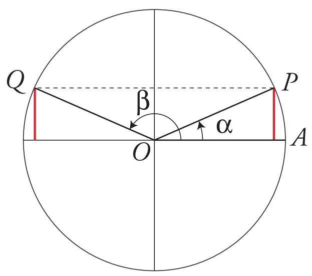
a) *cos* α

b) *sen* α

c) *tg* α

16 ▼▼▽ **Resuelto en el libro de texto.**

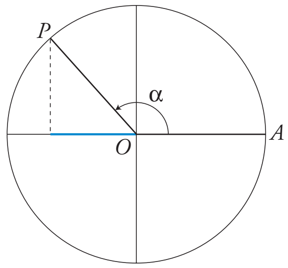
17 ▼▼▽ **Dibuja dos ángulos cuyo seno sea 2/5 y halla su coseno.**



$$sen\ \alpha = \frac{2}{5} \rightarrow cos\ \alpha = \pm\sqrt{1 - \frac{4}{25}} = \pm\sqrt{\frac{21}{25}} = \pm\frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$cos\ \widehat{AOP} = \frac{\sqrt{21}}{5};\quad cos\ \widehat{AOQ} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$$

18 ▼▼▽ **Dibuja un ángulo menor que 180° cuyo coseno sea –2/3 y halla su seno y su tangente.**



El ángulo $\widehat{AOP}$ cumple las condiciones.

$$cos\ \alpha = -\frac{2}{3} \to sen\ \alpha = \pm\sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{3} \to sen\ \widehat{AOP} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$tg\ \widehat{AOP} = \frac{\sqrt{5}/3}{-2/3} = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

19 ▼▼▽ **Sabiendo que $tg\ \alpha = -2$ y $\alpha < 180°$, halla $sen\ \alpha$ y $cos\ \alpha$.**

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = -2 \\ (sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} s = -2c \\ 4c^2 + c^2 = 1 \to 5c^2 = 1 \to c = \pm\dfrac{1}{\sqrt{5}} = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{5} \end{array}$$

$$cos\ \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5};\quad sen\ \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Aplica lo aprendido

20 ▼▽▽ **Halla la medida de los lados y los ángulos desconocidos en los siguientes triángulos rectángulos ($\hat{A} = 90°$):**

a) $b = 7$ **cm** $\quad c = 18$ **cm** $\quad$ **b)** $a = 25$ **cm** $\quad b = 7$ **cm**

c) $b = 18$ **cm** $\quad \hat{B} = 40°$ $\quad$ **d)** $c = 12,7$ **cm** $\quad \hat{B} = 65°$

e) $a = 35$ **cm** $\quad \hat{C} = 36°$

a) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{7^2 + 18^2} \approx 19,31$ cm

$$tg\ \hat{B} = \frac{b}{c} = \frac{7}{18} = 0,3\widehat{8} \to \hat{B} \approx 21°\ 15'\ 2''$$

$$\hat{C} = 90° - 21°\ 15'\ 2'' = 68°\ 44'\ 58''$$

b) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$ cm

$$sen\ \hat{B} = \frac{b}{a} = \frac{7}{25} = 0,28 \to \hat{B} \approx 16°\ 15'\ 37''$$

$$\hat{C} = 90° - 16°\ 15'\ 37'' = 73°\ 44'\ 23''$$

c) $\hat{C} = 90° - 40° = 50°$

$$sen\ \hat{B} = \frac{b}{a} \to sen\ 40° = \frac{18}{a} \to a \approx 28 \text{ cm}$$

$$tg\ \hat{B} = \frac{b}{c} \to tg\ 40° = \frac{18}{c} \to c \approx 21,45 \text{ cm}$$

d) $\hat{C} = 90° - 65° = 25°$

$$tg\ \hat{B} = \frac{b}{c} \to tg\ 65° = \frac{b}{12,7} \to b \approx 27,23 \text{ cm}$$

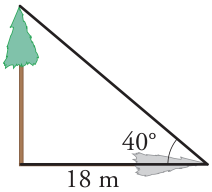
$$cos\ \hat{B} = \frac{c}{a} \to cos\ 65° = \frac{12,7}{a} \to a \approx 30,05 \text{ cm}$$

e) $\hat{B} = 90° - 36° = 54°$

$sen\ \hat{C} = \frac{c}{a} \rightarrow sen\ 36° = \frac{c}{35} \rightarrow c \approx 20,57$ cm

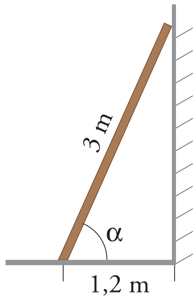
$cos\ \hat{C} = \frac{b}{a} \rightarrow cos\ 36° = \frac{b}{35} \rightarrow b \approx 28,32$ cm

21 ▼▽▽ **Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?**



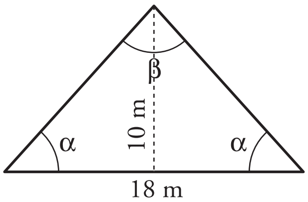
$tg\ 40° = \frac{x}{18} \rightarrow x = 15,1$ m mide el árbol.

22 ▼▽▽ **Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?**



$cos\ \alpha = \frac{1,2}{3} = 0,4 \rightarrow \alpha = 66°\ 25'\ 19''$

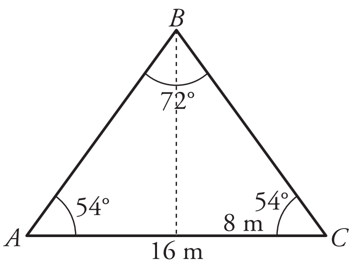
23 ▼▽▽ **De un triángulo isósceles conocemos su lado desigual, 18 m, y su altura, 10 m. ¿Cuánto miden sus ángulos?**



$tg\ \alpha = \frac{10}{9} = 1,\hat{1} \rightarrow \alpha = 48°\ 46''$

$\beta = 180° - 2\alpha = 83°\ 58'\ 28''$

24 ▼▼▽ **Calcula el perímetro y el área de un triángulo isósceles en el que el ángulo desigual mide 72° y la medida del lado opuesto a ese ángulo es de 16 m.**



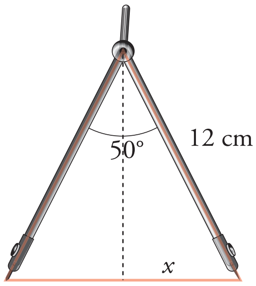
$\hat{A} = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$

$cos\ 54° = \frac{8}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC} = \frac{8}{cos\ 54°} = 13,6$ m

- Perímetro = $13,6 \cdot 2 + 16 = 43,2$ m
- Altura, h: $tg\ 54° = \frac{h}{8} \rightarrow h = 8 \cdot tg\ 54° = 11,01$ m
- Área = $\frac{16 \cdot 11,01}{2} \approx 88,1\ m^2$

Soluciones a “Ejercicios y problemas”

25 ▼▼▽ **Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de 50°. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?**

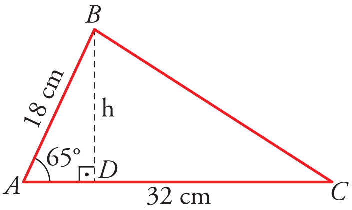


$sen\ 25° = \frac{x}{12} \rightarrow x \approx 5{,}07$ cm

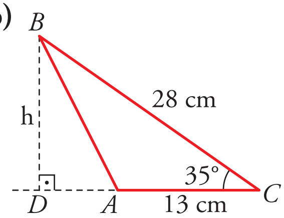
Radio de la circunferencia ≈ 10,14 cm

26 ▼▼▽ **Calcula la altura, h, y el área de los siguientes triángulos:**

a)



b)



a) $sen\ 65° = \frac{h}{18} \rightarrow h \approx 16{,}3$ cm

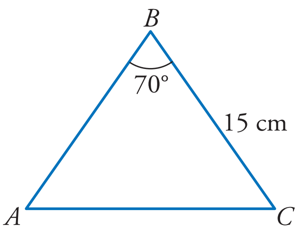
$A = \frac{32 \cdot 16{,}3}{2} = 260{,}8\ cm^2$

b) $sen\ 35° = \frac{h}{18} \rightarrow h \approx 16{,}1$ cm

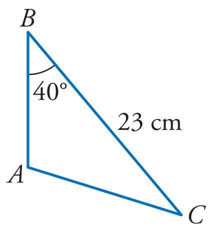
$A = \frac{13 \cdot 16{,}1}{2} = 104{,}61\ cm^2$

27 ▼▼▽ **Calcula la altura sobre el lado *AB* en los siguientes triángulos:**

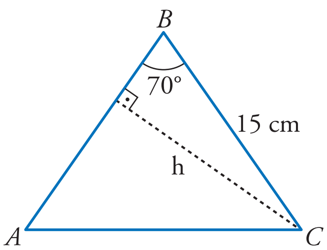
a)



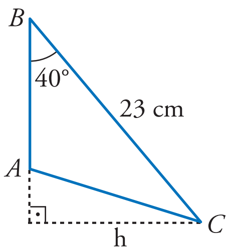
b)



a)



b)



$sen\ 70° = \frac{h}{15} \rightarrow h \approx 14{,}1$ cm

$sen\ 40° = \frac{h}{23} \rightarrow h \approx 14{,}8$ cm