

PÁGINA 60

Sabemos que la distancia entre dos esculturas consecutivas es 17 metros.

Alfonso ha ido, a buena marcha, de la primera escultura a la cuarta, dando 60 pasos.

Charo observa que, paseando, con 54 de sus pasos sobrepasa un poco la tercera escultura y que con 80 pasos le falta algo para llegar a la cuarta.

1 ¿Cuál es la longitud de cada uno de los pasos de Alfonso?

$$\left. \begin{array}{l} 17 \cdot 3 = 51 \text{ m} \\ 51 : 60 = 0,85 \end{array} \right\} \text{ El paso de Alfonso, a buena marcha, es de 85 cm.}$$

2 ¿Qué medida le asignaríamos al paso de Charo que sea compatible con sus observaciones? Da el resultado con un número exacto de centímetros.

$$\left. \begin{array}{l} 54x > 17 \cdot 2 \\ 80x < 17 \cdot 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x > 17 \cdot 2/54 = 0,629 \text{ m} \\ x < 17 \cdot 3/80 = 0,637 \text{ m} \end{array}$$

El paso de Charo paseando es, aproximadamente, de 63 cm.

PÁGINA 61

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

1 Las siguientes ecuaciones tienen alguna solución entera. Intenta encontrarlas tanteando. Recurre a la calculadora solo en caso de necesidad.

a) $5x + 3 = 63$

b) $2 \cdot (x + 7) = 40$

c) $\sqrt{x - 3} = 5$

d) $(x + 2)^2 = 49$

e) $x^3 + x = 222$

f) $(x - 3)(7x - 21) = 0$

g) $\frac{1}{2} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}$

h) $\frac{1}{x - 5} + \frac{1}{2} = 1$

i) $3^x = 59\,049$

j) $x^x = 823\,543$

a) $5x = 60 \rightarrow x = 12$

b) $x + 7 = 20 \rightarrow x = 13$

c) $x - 3 = 25 \rightarrow x = 28$

d) $x + 2 = 7 \rightarrow x = 5$; $x + 2 = -7 \rightarrow x = -9$

e) $x = 6$

f) $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$; $7x - 21 = 0 \rightarrow x = 3$

g) $\frac{1}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow x = 3$

h) $\frac{1}{x - 5} = \frac{1}{2} \rightarrow x - 5 = 2 \rightarrow x = 7$

i) $x = 10$

j) $x = 7$

- 2** Inventa una ecuación similar a cada una de las anteriores y cuya solución sea elegida por ti de antemano. Por ejemplo, para inventar una ecuación similar a la c), cuya solución sea 16: $\sqrt{16-7} = \sqrt{9} = 3$. Por tanto, la ecuación que hay que plantear es $\sqrt{x-7} = 3$.

Proponemos algunos ejemplos a continuación (en todos ellos, hemos elegido $x = 16$ como solución).

- | | |
|---|---|
| a) $5x + 3 = 83$ | b) $2(x + 7) = 46$ |
| c) $\sqrt{x + 33} = 7$ | d) $(x + 2)^2 = 324$ |
| e) $x^3 + x = 4112$ | f) $(x - 16)(8x + 3) = 0$ |
| g) $\frac{1}{8} - \frac{1}{x} = \frac{1}{16}$ | h) $\frac{1}{x-6} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$ |
| i) $2^x = 65536$ | j) $x^{x/4} = 65536$ |

- 3** Las siguientes ecuaciones no tienen solución entera. Halla, con ayuda de la calculadora, una solución con un error inferior a 0,01.

- | | | |
|------------------|------------------|-----------------|
| a) $3^x = 500$ | b) $x^5 = 2000$ | c) $x^x = 100$ |
| a) $x = 5,65677$ | b) $x = 4,57305$ | c) $x = 3,5973$ |

- 4** Si $a \leq b$, pon el signo de la desigualdad en los siguientes casos:

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|--|
| a) $a + 5 \dots b + 5$ | b) $a - 7 \dots b - 7$ | c) $3a \dots 3b$ |
| d) $\frac{1}{3}a \dots \frac{1}{3}b$ | e) $\frac{a}{5} \dots \frac{b}{5}$ | f) $-2a \dots -2b$ |
| g) $\frac{a}{-3} \dots \frac{b}{-3}$ | h) $-a \dots -b$ | i) $\frac{-1}{2}b \dots \frac{-1}{2}a$ |
| a) $a + 5 \leq b + 5$ | b) $a - 7 \leq b - 7$ | c) $3a \leq 3b$ |
| d) $\frac{1}{3}a \leq \frac{1}{3}b$ | e) $\frac{a}{5} \leq \frac{b}{5}$ | f) $-2a \geq -2b$ |
| g) $\frac{a}{-3} \geq \frac{b}{-3}$ | h) $-a \geq -b$ | i) $-\frac{1}{2}b \leq -\frac{1}{2}a$ |

PÁGINA 62

- 1** Resuelve:

- a) $2x^2 - 50 = 0$
 b) $3x^2 + 5 = 0$
 c) $7x^2 + 5x = 0$

a) $2x^2 - 50 = 0 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

Soluciones: $x_1 = 5$, $x_2 = -5$

b) $3x^2 + 5 = 0 \rightarrow x^2 = -\frac{5}{3}$. No tiene solución.

c) $7x^2 + 5x = 0 \rightarrow x(7x + 5) = 0 \rightarrow x = 0, 7x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{7}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = -\frac{5}{7}$

2 Resuelve:

a) $10x^2 - 3x - 1 = 0$

b) $x^2 - 20x + 100 = 0$

c) $3x^2 + 5x + 11 = 0$

a) $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 40}}{20} = \frac{3 \pm 7}{20} = \begin{cases} 1/2 \\ -1/5 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{5}$

b) $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)^2 = 0 \rightarrow x = 10$

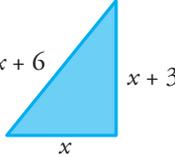
Solución: $x = 10$

c) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 132}}{6}$. No tiene solución.

3 En un triángulo rectángulo, el lado mayor es 3 cm más largo que el mediano, el cual, a su vez, es 3 cm más largo que el pequeño. ¿Cuánto miden los lados?



Aplicando el teorema de Pitágoras:



$$(x + 6)^2 = (x + 3)^2 + x^2$$

$$x^2 + 12x + 36 = 2x^2 + 6x + 9$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 108}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{6 \pm 12}{2} = \begin{cases} 9 \\ -3 \end{cases}$$

Solo es válida la solución $x = 9$.

Los lados del triángulo miden 9 cm, 12 cm y 15 cm.

PÁGINA 65

1 Resuelve:

a) $3x^4 - 12x^2 = 0$

b) $7x^4 = 63x^2$

c) $7x^4 - 112 = 0$

d) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

e) $3x^4 + 75x^2 = 0$

f) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

g) $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

h) $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$

a) $3x^4 - 12x^2 = x^2(3x^2 - 12) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$

b) $7x^4 - 63x^2 = x^2(7x^2 - 63) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}$

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = -3$

c) $7x^4 - 112 = 0 \rightarrow x^4 = 16 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

Soluciones: $x_1 = 2, x_2 = -2$

d) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$4z^2 - 5z + 1 = 0 \rightarrow z = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8} = \begin{cases} 1 \\ 1/4 \end{cases}$$

Si $z = 1 \rightarrow x = \pm 1$

Si $z = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

Soluciones: $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = \frac{1}{2}, x_4 = -\frac{1}{2}$

e) $3x^4 + 75x^2 = x^2(3x^2 + 75) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -75/3. \text{ Sin solución.} \end{cases}$

Solución: $x = 0$

f) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$z^2 - 10z + 9 = 0 \rightarrow z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} 9 \\ 1 \end{cases}$$

Si $z = 9, x = \pm 3$.

Si $z = 1, x = \pm 1$.

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -3, x_3 = 1, x_4 = -1$

g) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$z^2 - 9z + 20 = 0 \rightarrow z = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} = \begin{cases} 5 \\ 4 \end{cases}$$

Si $z = 5, x = \pm\sqrt{5}$.

Si $z = 4, x = \pm 2$.

Soluciones: $x_1 = \sqrt{5}, x_2 = -\sqrt{5}, x_3 = 2, x_4 = -2$

h) Hacemos el cambio $z = x^2$.

$$z^2 + 5z + 4 = 0 \rightarrow z = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} = \begin{cases} -3 \\ -2 \end{cases}$$

En ninguno de los dos casos hay solución para x .

2 Invéntate una ecuación que tenga por soluciones los valores 3, -3, $\sqrt{7}$ y $-\sqrt{7}$.

Por ejemplo:

$$(x-3)(x+3)(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7}) = 0 \quad (x^2-9)(x^2-7) = 0$$

3 Escribe una ecuación cuyas soluciones sean 5, 0, 3 y -2.

Por ejemplo:

$$x(x-5)(x-3)(x+2) = 0 \quad x^4 - 6x^3 - x^2 + 30x = 0$$

4 Resuelve:

a) $\sqrt{4x+5} = x+2$

b) $\sqrt{x+2} = x$

c) $x - \sqrt{2x-3} = 1$

d) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = -2$

a) Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$4x+5 = (x+2)^2 \rightarrow 4x+5 = x^2+4x+4 \rightarrow x^2-1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{4 \cdot 1 + 5} = 1 + 2 \rightarrow x = 1 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{-4 + 5} = 1 \rightarrow x = -1 \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 1$, $x_2 = -1$

b) $\sqrt{x} = x - 2$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{4} = 4 - 2 \rightarrow x = 4 \text{ es válida.}$$

$$\sqrt{1} \neq 1 - 2 \rightarrow x = 1 \text{ no es válida.}$$

Solución: $x = 4$

c) $x - 1 = \sqrt{2x-3}$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x^2 - 2x + 1 = 2x - 3 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = 2$$

Comprobamos la solución sobre la ecuación inicial:

$$2 - 1 = \sqrt{4 - 3}. \text{ Es válida.}$$

Solución: $x = 2$

d) $\sqrt{x+4} = \sqrt{6-x} - 2$. Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$x+4 = (6-x) + 4 - 4\sqrt{6-x} \rightarrow 2x-6 = -4\sqrt{6-x}$$

Volvemos a elevar al cuadrado los dos miembros:

$$4x^2 - 24x + 36 = 16(6-x) \rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 96 - 16x \rightarrow \\ \rightarrow 4x^2 - 8x - 60 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\sqrt{5+4} \neq \sqrt{6-5} - 2 \rightarrow 3 \neq -1 \rightarrow x=5 \text{ no es válida.}$$

$$\sqrt{-3+4} = \sqrt{6+3} - 2 \rightarrow 1 = 3 - 2 \rightarrow x=-3 \text{ es válida.}$$

Solución: $x = -3$

5 Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 3$

b) $\frac{5}{x+2} + \frac{x}{x+3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{x+1}{x+5} + \frac{1-x}{x-4} = \frac{5}{2}$

e) $\frac{x+7}{x+3} + \frac{x^2-3x+6}{x^2+2x-3} = 1$

f) $\frac{x+1}{x^2-2x} + \frac{x-1}{x} = 2$

a) $x(x+1) + 2x(x-1) - 3(x-1)(x+1) = 0$

$$x^2 + x + 2x^2 - 2x - 3x^2 + 3 = 0$$

$$-x + 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

Comprobamos sobre la ecuación original: $\frac{3}{2} + \frac{6}{4} = 3 \rightarrow$ es válida.

Solución: $x = 3$

b) $10(x+3) + 2x(x+2) - 3(x+2)(x+3) = 0$

$$10x + 30 + 2x^2 + 4x - 3x^2 - 15x - 18 = 0$$

$$-x^2 - x + 12 = 0 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} 3 \\ -4 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación original:

$$\frac{5}{3+2} + \frac{3}{3+3} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow x=3 \text{ es válida.}$$

$$\frac{5}{-2} + \frac{-4}{-1} = \frac{-5}{2} + 4 = \frac{3}{2} \rightarrow x=-4 \text{ es válida}$$

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -4$

$$c) 4x + 4 - 3x^2 = 0 \rightarrow 3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} = \begin{cases} 2 \\ -2/3 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación original:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow x = 2 \text{ es válida.}$$

$$-\frac{3}{2} + \frac{9}{4} = -\frac{3}{4} \neq \frac{3}{4} \rightarrow x = -\frac{2}{3} \text{ no es válida}$$

Solución: $x = 2$

$$d) 2(x + 1)(x - 4) + 2(1 - x)(x + 5) - 5(x + 5)(x - 4) = 0$$

$$2x^2 - 6x - 8 - 2x^2 - 8x + 10 - 5x^2 - 5x + 100 = 0$$

$$5x^2 + 19x - 102 = 0 \rightarrow x = \frac{-19 \pm \sqrt{361 + 2040}}{10} = \frac{-19 \pm 49}{10} = \begin{cases} 3 \\ -34/5 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\frac{3 + 1}{3 + 5} + \frac{1 - 3}{3 - 4} = \frac{4}{8} + 2 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} \rightarrow x = 3 \text{ es válida.}$$

$$\frac{-29/5}{-9/5} + \frac{39/5}{-54/5} = \frac{29}{9} - \frac{39}{54} = \frac{135}{54} = \frac{5}{2} \rightarrow x = -\frac{34}{5} \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -\frac{34}{5}$

$$e) \text{ Observamos que } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1).$$

$$(x + 7)(x - 1) + (x^2 - 3x + 6) = x^2 + 2x - 3$$

$$x^2 + 6x - 7 + x^2 - 3x + 6 - x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x^2 + x + 2 = 0. \text{ Esta ecuación no tiene soluciones.}$$

$$f) x + 1 + (x - 1)(x - 2) - 2(x^2 - 2x) = 0$$

$$x + 1 + x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones sobre la ecuación inicial:

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow x = 3 \text{ es válida.}$$

$$\frac{0}{3} + \frac{-2}{-1} = 2 \rightarrow x = -1 \text{ es válida.}$$

Soluciones: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$

6 Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $x \cdot (x + 1) \cdot (x - 2) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

b) $(\sqrt{x} - x + 2) \cdot x = 0$

c) $(x^2 - 9) \cdot (\sqrt{x} + 3) = 0$

a) $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 2, x_4 = \frac{1}{2}$

b) $(\sqrt{x} - x + 2) \cdot x = 0 \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x} = x - 2 \end{cases}$

Resolvemos $\sqrt{x} = x - 2$ elevando los miembros al cuadrado:

$$x = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

La solución $x = 1$ no es válida ($1 \neq -1$).

Soluciones: $x_1 = 0, x_2 = 4$

c) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

$\sqrt{x} + 3 = 0$. No tiene solución.

Soluciones: $x_1 = 3, x_2 = -3$

PÁGINA 67**1** Resuelve utilizando el método de sustitución:

a)
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

Resuélvelos de nuevo por el método de igualación.

a)
$$\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 7 - 5y \\ 3(7 - 5y) - 5y = 11 \end{array} \right. \rightarrow 21 - 20y = 11 \rightarrow 20y = 10 \rightarrow y = 1/2$$

$$y = \frac{1}{2} \rightarrow x = 7 - 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

Solución: $x = \frac{9}{2}, y = \frac{1}{2}$

b)
$$\begin{cases} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 11 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 8 - 5x \\ 3x - 8 + 5x = 11 \end{array} \right. \rightarrow 8x = 19 \rightarrow x = 19/8$$

$$x = \frac{19}{8} \rightarrow y = 8 - 5 \cdot \frac{19}{8} = -\frac{31}{8}$$

Solución: $x = \frac{19}{8}, y = -\frac{31}{8}$

$$c) \begin{cases} 3x + 10y = 6 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3(1 - 2y) + 10y = 6 \rightarrow 3 + 4y = 6 \rightarrow y = 3/4 \\ x = 1 - 2y \end{array} \right.$$

$$y = \frac{3}{4} \rightarrow x = 1 - \frac{6}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Solución: } x = -\frac{1}{2}, y = \frac{3}{4}$$

2 Resuelve por el método de reducción:

$$a) \begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$$

$$a) \begin{array}{r} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 11 \\ \hline 4x = 18 \end{array} \rightarrow x = 9/2$$

$$\frac{9}{2} + 5y = 7 \rightarrow y = \frac{5/2}{5} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{9}{2}, y = \frac{1}{2}$$

$$b) \begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases} \xrightarrow{1.^a \cdot 2} \begin{array}{r} 6x - 10y = -52 \\ 4x + 10y = 32 \\ \hline 10x = -20 \end{array} \rightarrow x = -2$$

$$3 \cdot (-2) - 5y = -26 \rightarrow -6 - 5y = -26 \rightarrow y = 4$$

$$\text{Solución: } x = -2, y = 4$$

3 Resuelve aplicando dos veces el método de reducción:

$$\begin{cases} 22x + 17y = 49 \\ 31x - 26y = 119 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 22x + 17y = 49 \\ 31x - 26y = 119 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{1.^a \cdot 31} 682x + 527y = 1519 \\ \xrightarrow{2.^a \cdot (-22)} -682x + 572y = -2618 \\ \hline 1099y = -1099 \end{array} \right. \rightarrow y = -1$$

$$\begin{cases} 22x + 17y = 49 \\ 31x - 26y = 119 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{1.^a \cdot 26} 572x + 442y = 1274 \\ \xrightarrow{2.^a \cdot 17} 527x - 442y = 2023 \\ \hline 1099x = 3297 \end{array} \right. \rightarrow x = 3$$

$$\text{Solución: } x = 3, y = -1$$

PÁGINA 68

1 Resuelve estos sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 15 \\ x \cdot y = 100 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 15 \\ x \cdot y = 100 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 15 + y \\ (15 + y)y = 100 \rightarrow y^2 + 15y - 100 = 0 \end{array} \right.$$

$$y = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 400}}{2} = \frac{-15 \pm 25}{2} = \begin{cases} 5 \\ -20 \end{cases}$$

$$\text{Si } y = 5 \rightarrow x - 5 = 15 \rightarrow x = 20$$

$$\text{Si } y = -20 \rightarrow x + 20 = 15 \rightarrow x = -5$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 20, y_1 = 5; x_2 = -5, y_2 = -20$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 11 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$$

$$\hline 2x^2 = 50 \rightarrow x = \pm 5$$

$$\text{Si } x = 5 \rightarrow 25 + y^2 = 41 \rightarrow y = \pm 4$$

$$\text{Si } x = -5 \rightarrow 25 + y^2 = 41 \rightarrow y = \pm 4$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 5, y_1 = 4; x_2 = 5, y_2 = -4; x_3 = -5, y_3 = 4; x_4 = -5, y_4 = -4$$

$$\text{c) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \\ x = 1 - y \end{array} \right.$$

$$(1 - y)^2 + (1 - y)y + y^2 = 21 \rightarrow y^2 - 2y + 1 - y^2 + y + y^2 - 21 = 0$$

$$y^2 - y - 20 = 0 \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} = \begin{cases} 5 \\ -4 \end{cases}$$

$$\text{Si } y = 5 \rightarrow x = -4$$

$$\text{Si } y = -4 \rightarrow x = 5$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = -4, y_1 = 5; x_2 = 5, y_2 = -4$$

PÁGINA 69

2 Resuelve estos sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 18 \\ xy = y + 6x + 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y + 8 = x^2 \\ y - 2x = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x^2 - 7 = y + 2 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 2x - 1 \\ x^2 - 7 = 2x - 1 + 2 \rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{matrix} < 4 \\ < -2 \end{matrix}$$

$$\text{Si } x = 4 \rightarrow y = 7$$

$$\text{Si } x = -2 \rightarrow y = -5$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 4, y_1 = 7; x_2 = -2, y_2 = -5$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 18 \\ xy = y + 6x + 4 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 18 - x \\ xy = y + 6x + 4 \end{array} \right.$$

$$x(18 - x) = (18 - x) + 6x + 4 \rightarrow 18x - x^2 - 18 + x - 6x - 4 = 0$$

$$x^2 - 13x + 22 = 0 \rightarrow x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 88}}{2} = \frac{13 \pm 9}{2} = \begin{matrix} < 11 \\ < 2 \end{matrix}$$

$$\text{Si } x = 11 \rightarrow y = 7$$

$$\text{Si } x = 2 \rightarrow y = 16$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 11, y_1 = 7; x_2 = 2, y_2 = 16$$

$$\text{c) } \begin{cases} y + 8 = x^2 \\ y - 2x = 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = x^2 + 8 \\ y = 2x \end{array} \right.$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} = \begin{matrix} < 4 \\ < -2 \end{matrix}$$

$$\text{Si } x = 4 \rightarrow y = 8$$

$$\text{Si } x = -2 \rightarrow y = -4$$

$$\text{Soluciones: } x_1 = 4, y_1 = 8; x_2 = -2, y_2 = -4$$

PÁGINA 70

1 Di dos soluciones enteras de cada una de las siguientes inecuaciones:

- a) $3x < 50$
- b) $2x + 5 \geq 25$
- c) $7x + 4 < 19$
- d) $x^2 + x < 50$

Por ejemplo:

- a) $x = 2, x = 10$
- b) $x = 10, x = 20$
- c) $x = 0, x = 2$
- d) $x = 0, x = 5$

2 ¿Cuáles de los siguientes valores son soluciones de la inecuación $x^2 - 8x < 12$?

- a) -5 b) 0 c) 1,1 d) 2
- e) 5/2 f) 3,2 g) 5,3 h) 10

a) $(-5)^2 - 8 \cdot (-5) = 25 + 40 = 65 > 12 \rightarrow x = -5$ no es solución.

b) $0 - 0 < 12 \rightarrow x = 0$ sí es solución.

c) $(1,1)^2 - 8 \cdot (1,1) = 1,21 - 8,8 = -7,59 < 12 \rightarrow x = 1,1$ sí es solución.

d) $2^2 - 2 \cdot 8 = 4 - 16 = -12 < 12 \rightarrow x = 2$ sí es solución.

e) $(5/2)^2 - 8 \cdot (5/2) = 25/4 - 20 = -55/4 < 12 \rightarrow x = 5/2$ sí es solución.

f) $(3,2)^2 - 8 \cdot (3,2) = 10,24 - 25,6 = -15,36 < 12 \rightarrow x = 3,2$ sí es solución.

g) $(5,3)^2 - 8 \cdot (5,3) = 28,09 - 42,4 = -14,31 < 12 \rightarrow x = 5,3$ sí es solución.

h) $10^2 - 8 \cdot 10 = 20 > 12 \rightarrow x = 10$ no es solución.

3 Traduce a lenguaje algebraico:

- a) El triple de un número más ocho unidades es menor que 20.
- b) El número total de alumnos de mi clase es menor que 35.
- c) Si mi dinero aumentara al triple y, además, me tocaran 20 €, tendría, por lo menos, 110 €.
- d) Todavía me queda por pagar 20 mensualidades para acabar con la hipoteca. Es decir, al menos 6 000 €.

- a) $3x + 8 < 20$
- b) $1 \leq x < 35$
- c) $3x + 20 \geq 110$
- d) $20x \geq 6000$

PÁGINA 71

4 Resuelve gráficamente las siguientes inecuaciones:

a) $3x > 9$

b) $3x \geq 9$

c) $3x + 2 < 11$

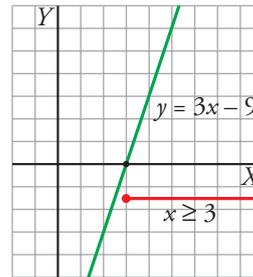
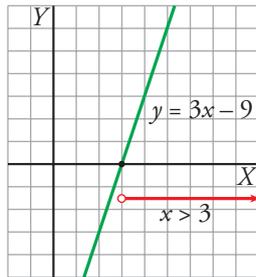
d) $3x + 2 \geq 11$

e) $2x - 3 < 5$

f) $2x - 3 \leq 5$

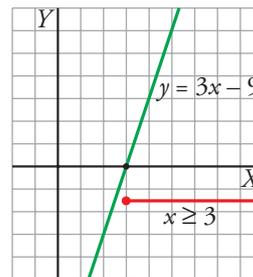
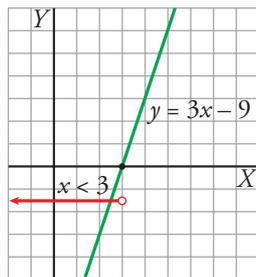
a) $3x > 9 \rightarrow 3x - 9 > 0$

b) $3x \geq 9 \rightarrow 3x - 9 \geq 0$



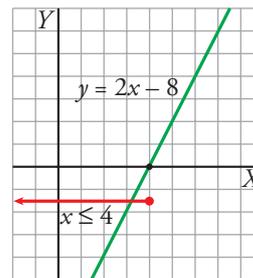
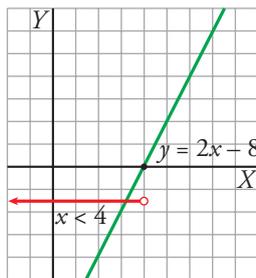
c) $3x + 2 < 11 \rightarrow 3x - 9 < 0$

d) $3x + 2 \geq 11 \rightarrow 3x - 9 \geq 0$



e) $2x - 3 < 5 \rightarrow 2x - 8 < 0$

f) $2x - 3 \leq 5 \rightarrow 2x - 8 \leq 0$



5 Observa el siguiente diálogo:

— ¿Cuántas veces has ido al fútbol?

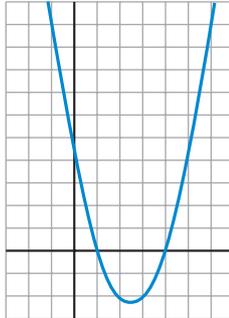
— El triple de ellas más 2 no llega a 10.

Expresa en lenguaje algebraico la respuesta, resuélvela algebraicamente y, después, ten en cuenta que la solución ha de ser un número entero no negativo.

$$3x + 2 < 10 \rightarrow 3x < 8 \rightarrow x < \frac{8}{3} = 2,\widehat{6}$$

La respuesta es: 2 veces o 1 vez o ninguna vez.

6 Resuelve gráficamente las siguientes inecuaciones teniendo en cuenta la representación de la función $y = x^2 - 5x + 4$:



a) $x + 4 \leq x^2 - 5x + 4$

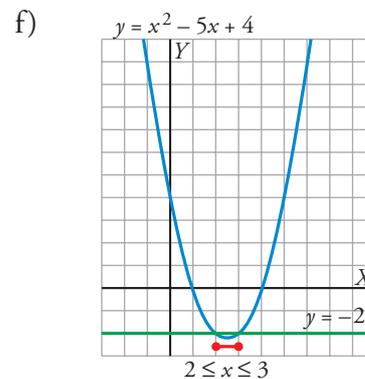
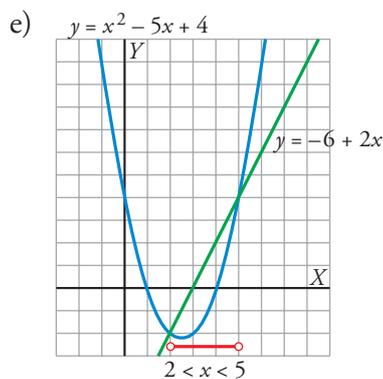
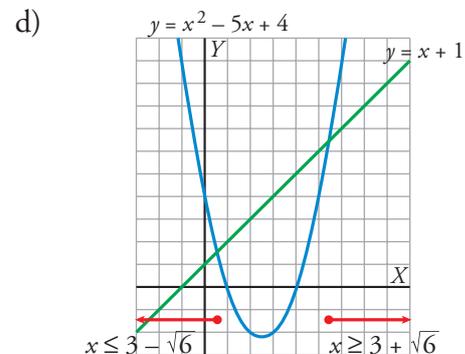
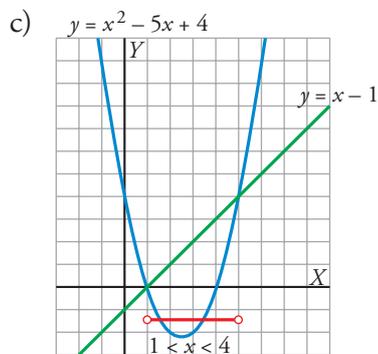
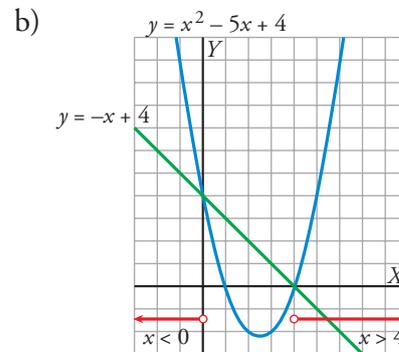
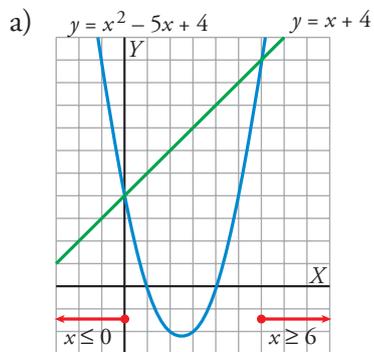
b) $-x + 4 < x^2 - 5x + 4$

c) $x^2 - 5x + 4 < x - 1$

d) $x^2 - 5x + 4 \geq x + 1$

e) $x^2 - 5x + 4 < -6 + 2x$

f) $x^2 - 5x + 4 \leq -2$



PÁGINA 72

7 Resuelve algebraicamente las siguientes inecuaciones. Observa que son *muy parecidas* a las que se han resuelto arriba:

a) $2x + 4 \geq 0$

b) $2x + 4 < 0$

c) $-2x + 7 > \frac{x}{2} - 3$

d) $-2x + 7 \leq \frac{x}{2} - 3$

e) $-x^2 + 4x \geq 2x - 3$

f) $-x^2 + 4x < 2x - 3$

a) $2x + 4 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -4 \rightarrow x \geq -2$. Intervalo $[-2, +\infty)$.

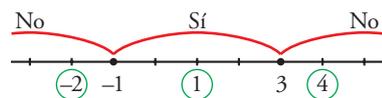
b) $2x + 4 < 0 \rightarrow 2x < -4 \rightarrow x < -2$. Intervalo $(-\infty, -2)$.

c) $-2x + 7 > \frac{x}{2} - 3 \rightarrow -4x + 14 > x - 6 \rightarrow 5x < 20 \rightarrow x < 4$. Intervalo $(-\infty, 4)$.

d) $-2x + 7 \leq \frac{x}{2} - 3 \rightarrow -4x + 14 \leq x - 6 \rightarrow 5x \geq 20 \rightarrow x \geq 4$. Intervalo $[4, +\infty)$.

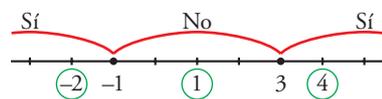
e) $-x^2 + 4x \geq 2x - 3 \rightarrow -x^2 + 2x + 3 \geq 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$

Las raíces de $x^2 - 2x - 3 = 0$ son $x = 3$ y $x = -1$.



Solución: $-1 \leq x \leq 3$. Intervalo $[-1, 3]$.

f) $-x^2 + 4x < 2x - 3 \rightarrow x^2 - 2x - 3 > 0$ (Raíces: 3 y -1)



Solución: $x < -1$ y $x > 3$. Intervalo $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

8 Resuelve algebraicamente:

a) $3x - 5 \geq 13$

b) $5x + 1 < x + 9$

c) $3 - 2x > x + 5$

d) $7 - 11x + 2 \leq 23 + 4x$

e) $x^2 - 3x + 2 \leq 4x - 8$

a) $3x - 5 \geq 13 \rightarrow 3x \geq 18 \rightarrow x \geq 6$. Intervalo $[6, +\infty)$.

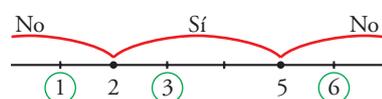
b) $5x + 1 < x + 9 \rightarrow 4x < 8 \rightarrow x < 2$. Intervalo $(-\infty, 2)$.

c) $3 - 2x > x + 5 \rightarrow 3x < -2 \rightarrow x < -\frac{2}{3}$. Intervalo $(-\infty, -\frac{2}{3})$.

d) $7 - 11x + 2 \leq 23 + 4x \rightarrow 15x \geq -14 \rightarrow x \geq -\frac{14}{15}$. Intervalo $[-\frac{14}{15}, +\infty)$.

e) $x^2 - 3x + 2 \leq 4x - 8 \rightarrow x^2 - 7x + 10 \leq 0$

Las raíces de $x^2 - 7x + 10 = 0$ son $x = 5$ y $x = 2$.



Solución: $2 \leq x \leq 5$. Intervalo $[2, 5]$.

9 Resuelve las inecuaciones a), c) y d) del ejercicio 3 de la página 70 e interpreta la solución.

a) $3x + 8 < 20 \rightarrow 3x < 12 \rightarrow x < 4$. Intervalo $(-\infty, 4)$.

Cumplen esta condición todos los números que sean menores que 4.

b) Al tratarse de alumnos de una clase, x no puede ser negativo ni cero (alumnos de "mi" clase). Por tanto, $1 \leq x < 35$. Intervalo $[1, 35)$.

El número de alumnos va desde 1 hasta 34.

c) $3x + 20 \geq 100 \rightarrow 3x \geq 80 \rightarrow x \geq 30$

Tiene, al menos, 30 euros.

d) $20x \geq 6000 \rightarrow x \geq 300$

Cada mensualidad de la hipoteca asciende, al menos, a 300 euros.

PÁGINA 73

10 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} x + 3 < 7 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 5 \\ 7x + 1 \leq 13 + 4x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 5 \\ 7x + 1 \geq 13 + 4x \end{cases}$

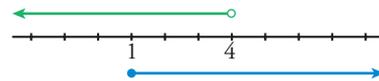
d) $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 3x + 2 > 17 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 < 7 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 \leq 7 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 3 < 7 \\ x - 1 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x < 4 \\ x \geq 1 \end{cases}$

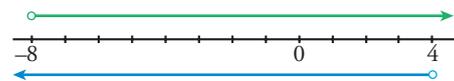
Solución: $1 \leq x < 4$. Intervalo $[1, 4)$.



b) $\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 5 \\ 7x + 1 \leq 13 + 4x \end{cases} \begin{cases} x > -8 \\ 3x \leq 12 \rightarrow x \leq 4 \end{cases}$

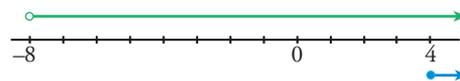
Solución: $-8 < x \leq 4$

Intervalo $(-8, 4]$.



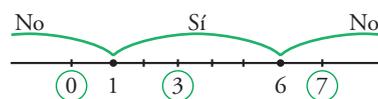
c) $\begin{cases} 2x - 3 < 3x + 5 \\ 7x + 1 \geq 13 + 4x \end{cases} \begin{cases} x > -8 \\ x \geq 4 \end{cases}$

Solución: $x \geq 4$. Intervalo $[4, +\infty)$.



d) $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 3x + 2 > 17 \end{cases} \begin{cases} x \leq 6 \\ x > 5 \end{cases}$

Las raíces de $x^2 - 7x + 6 = 0$ son $x = 6$ y $x = 1$.



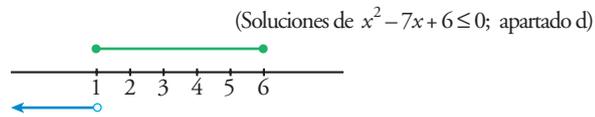
\rightarrow (Soluciones de $3x + 2 > 17$)

Soluciones del sistema: $5 < x \leq 6$. Intervalo $(5, 6]$.

3

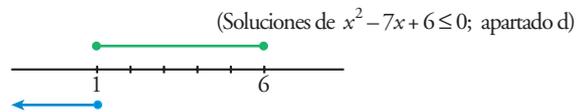
Soluciones a las actividades de cada epígrafe

$$e) \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 < 7 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 < 7 \end{cases}} \right\} 2x < 2 \rightarrow x < 1$$



No hay soluciones para este sistema.

$$f) \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 \leq 7 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \leq 0 \\ 2x + 5 \leq 7 \end{cases}} \right\} x \leq 1$$



Solución del sistema: $x = 1$.