EJERCICIOS PROPUESTOS

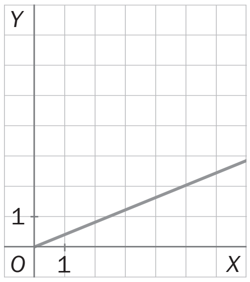
10.1 Para pasar de centímetros a pulgadas se multiplica por 2 y se divide por 5.
a) ¿Es una función?
b) Escribe su expresión algebraica.
c) Confecciona una tabla y representa la gráfica de la función.

a) En efecto, ya que a cada medida en centímetros le corresponde otra en pulgadas.

b) Si representamos por x la medida en centímetros y por y la medida en pulgadas, tenemos: $y = \frac{2}{5}x$.

c)

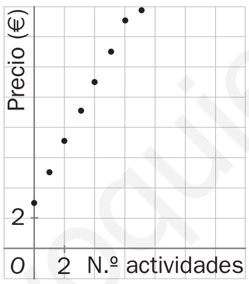
x cm	y pulgadas
1	0,4
5	2
10	4
12	4,8



10.2 Nastia y Yago han ido al museo de ciencias de su ciudad. La entrada general les ha costado 3 euros y, por cada actividad adicional, han pagado 2 euros más. Crea una tabla de valores para la función, representa la gráfica y escribe su expresión algebraica.

Si representamos por x el número de actividades y por y el precio final:

x	y euros
0	3
1	5
2	7
3	9



La expresión algebraica es $y = 3 + 2x$.

10.3 Dadas las siguientes funciones, calcula el dominio y el recorrido de cada una de ellas.
a) $y = -x + 2$ **b) $y = x^2 - 2$**

a) $Dom\ (f) = \mathbf{R}$; $Rec\ (f) = \mathbf{R}$

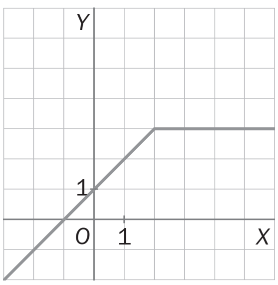
b) $Dom\ (f) = \mathbf{R}$; $Rec\ (f) = [-2, +\infty)$

10.4 Halla el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:
a) $y = -3$ **b) $y = x^2 - 4$**

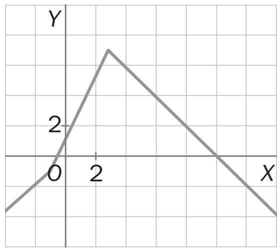
a) $Dom\ (f) = \mathbf{R}$; $Rec\ (f) = \mathbf{R}$

b) $Dom\ (f) = \mathbf{R}$; $Rec\ (f) = [-4, +\infty)$

10.5 Representa la siguiente función lineal definida a trozos $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 2 \\ 3, & x \geq 2 \end{cases}$



10.6 Representa la siguiente función lineal definida a trozos $f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 1, & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ -x + 10 & \text{si } x > 3 \end{cases}$



10.7 Halla los puntos de corte con los ejes y el signo de la siguiente función: $y = 3x - 6$.

Corte con el eje x: $\left.\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 3x - 6 \end{array}\right\} \Rightarrow 3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow A(2, 0)$

Corte con el eje y: $\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = -x^2 - 6x - 8 \end{array}\right\} \Rightarrow y = -8 \Rightarrow C(0, -8)$

Signo de la función: la función es negativa en el intervalo $(-\infty, 2)$ y positiva en $(2, +\infty)$.

10.8 Estudia el signo y encuentra los puntos de corte con los ejes de esta función: $y = -x^2 - 6x - 8$.

Corte con el eje X: $\left.\begin{array}{l} y = 0 \\ y = -x^2 - 6x - 8 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 + 6x + 8 = 0$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2} \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x = -4 \Rightarrow A(-4, 0 \\ x = -2 \Rightarrow B(-2, 0) \end{array} \right.$$

Corte con el eje Y: $\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = -x^2 - 6x - 8 \end{array}\right\} \Rightarrow y = -8 \Rightarrow C(0, -8)$

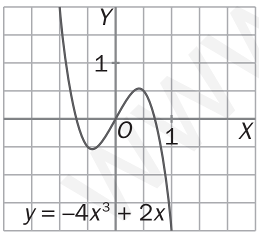
Signo de la función: $f(x) = -(x + 2)(x + 4)$

	$-\infty$ -4	-4 -2	-2 $+\infty$
$x + 4$	$-$	$+$	$+$
$x + 2$	$-$	$-$	$+$
$f(x)$	$-$	$+$	$-$

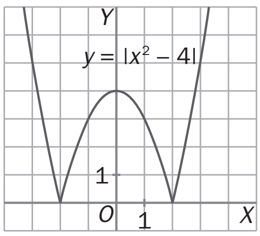
Por lo que la función es negativa en el intervalo $(-\infty, -4)$, y positiva en $(-4, +\infty)$.

10.9 Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a)



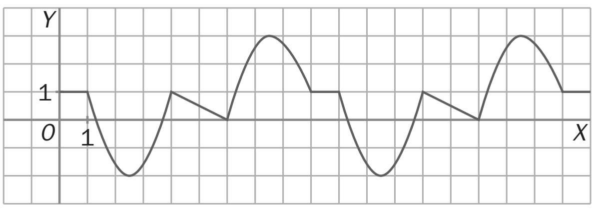
b)



a) Es función impar.

b) Es función par.

10.10 Indica si es periódica la siguiente función y, en caso afirmativo, determina cuál es su período.



Se trata de una función periódica. El período es el tramo que va desde el origen hasta la quinta vez que corta al eje OX (incluido el origen).

10.11 **Dada la función $f(x) = -x^2 + 1$, calcula su tasa de variación en los intervalos:**

a) [1; 1,3] **b) [2; 2,4]**

a) $TV[1; 1{,}3] = f(1{,}3) - f(1) = -0{,}69 - 0 = -0{,}69$ b) $TV[2; 2{,}4] = f(2{,}4) - f(2) = -4{,}76 - (-3) = -1{,}76$

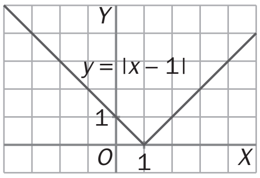
10.12 **Calcula las tasas de variación media en los intervalos [0,5; 1] y [2; 3,5] de la función $f(x) = 2x^2 + 2$. ¿En qué intervalo varía más rápidamente?**

$TVM[0{,}5; 1] = \dfrac{f(1) - f(0{,}5)}{1 - 0{,}5} = \dfrac{4 - 2{,}5}{0{,}5} = 3$ $TVM[2; 3{,}5] = \dfrac{f(3{,}5) - f(2)}{3{,}5 - 2} = \dfrac{26{,}5 - 10}{1{,}5} = 11$

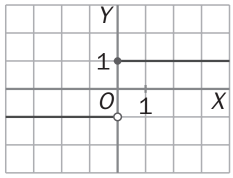
Por consiguiente, la función $f(x)$ tiene una variación mucho más rápida en el intervalo [2; 3,5] que en el [0,5; 1].

10.13 **Estudia si son continuas o discontinuas las siguientes funciones dadas por sus gráficas.**

a)



b)

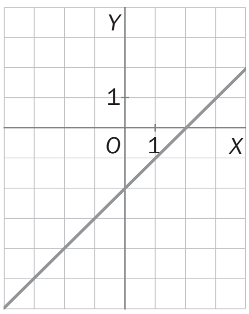


a) Es continua. b) No es continua en $x = 0$.

10.14 **Representa las siguientes funciones dadas por su expresión algebraica, y estudia si son continuas o discontinuas.**

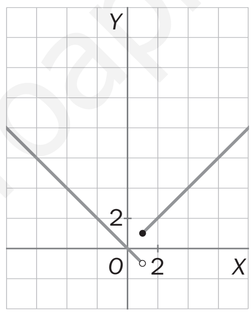
a) $y = x - 2$ **b) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geqslant 1 \\ -x & \text{si } x < 1 \end{cases}$**

a)



Es continua.

b)



Es discontinua en $x = 1$.

10.15 **Estudia el crecimiento o decrecimiento de las siguientes funciones en el intervalo $\left[0, \dfrac{1}{2}\right]$:**

a) $f(x) = -2$ **b) $g(x) = -3x + 4$**

a) $TV\left(0, \dfrac{1}{2}\right) = -2 - (-2) = 0 \Rightarrow f(x)$ es constante. b) $TV\left(0, \dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{3}{2} + 4 - 4 = -\dfrac{3}{2} < 0 \Rightarrow f(x)$ decreciente.

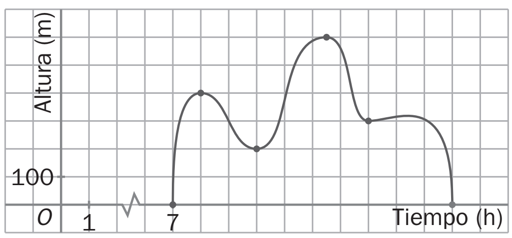
10.16 **Explica cómo es el crecimiento o decrecimiento de estas funciones en el intervalo [−2, 0].**

a) $f(x) = -x^2 + 1$ **b) $g(x) = x^3$**

a) $TV[-2, 0] = f(0) - f(-2) = 1 - (-3) = +4 \Rightarrow f(x)$ creciente.

b) $TV[-2, 0] = g(0) - g(-2) = 8 \Rightarrow g(x)$ creciente.

10.17 **Un globo aerostático ascendió a las 7.00 y tomó tierra a las 17.00. Observa la gráfica de la función e indica los máximos y mínimos de la función.**



La gráfica tiene un máximo relativo en el punto (8, 400), un mínimo absoluto en el punto (10, 200), un máximo absoluto en el punto (12,5; 600) y un mínimo relativo en el punto (14, 300).

10.18 Dibuja una función continua que tenga las siguientes características.

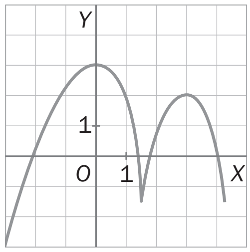
a) Presenta un mínimo en $x = 1{,}5$.

b) Tiene un máximo en $x = 3$.

c) Posee un máximo absoluto en $x = 0$.

d) No presenta ningún mínimo absoluto.

e) Corta al eje *OX* en cuatro puntos.



R E S O L U C I Ó N   D E   P R O B L E M A S

10.19 La compañía de Isabel le ofrece una conexión algo mejor que la que tiene al siguiente precio: 12 euros fijos más 0,4 euros por cada hora de conexión, con un máximo de 40 euros al mes. Compara esta oferta con la que tiene ahora.

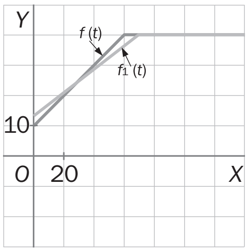
Recordamos la expresión de la función anterior:

$$(t) = \begin{cases} 10 + 0{,}5t & \text{si } \ t \leqslant 60 \\ 40 & \text{si } \ t > 60 \end{cases}$$

La nueva oferta se expresa mediante esta función:

$$f_1(t) = \begin{cases} 12 + 0{,}4t & \text{si } \ t < 70 \\ 40 & \text{si } \ t \geqslant 70 \end{cases}$$ (Obtenemos el 70 resolviendo la ecuación $12 + 0{,}4t = 40$.)

Representamos ambas gráficas:



Por 20 horas se paga lo mismo. Si está conectada menos de 20 horas, le conviene la que ya tiene, y si está conectada entre 20 y 70 horas, le conviene la nueva oferta. Si está conectada más de 70 horas, ambas ofertas cobran lo mismo.

10.20 La empresa de Julia también le propone un cambio, con un fijo mensual de sólo 6 euros y un precio por hora de 50 céntimos, manteniendo el gasto máximo de 40 euros. Compáralo con su contrato actual.

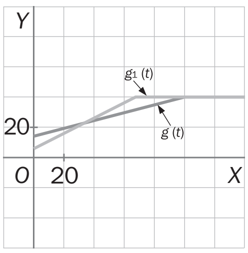
La función anterior era:

$$g(t) = \begin{cases} 15 + 0{,}25t & \text{si } \ t < 100 \\ 40 & \text{si } \ t \geqslant 100 \end{cases}$$

La nueva será:

$$g_1(t) = \begin{cases} 6 + 0{,}5t & \text{si } \ t < 68 \\ 40 & \text{si } \ t \geqslant 68 \end{cases}$$ (Obtenemos el 68 resolviendo la ecuación $6 + 0{,}5t = 40$.)

Representamos ambas gráficas:



Por 36 horas se paga lo mismo con las dos ofertas. Si está conectada menos de 36 horas, le conviene la nueva oferta, y si está conectada entre 36 y 100 horas, le conviene la que ya tiene. Si está conectada más de 100 horas, ambas ofertas cobran lo mismo.

EJERCICIOS PARA ENTRETENERSE

Formas de expresar una función

10.21 Construye una tabla de seis valores para las funciones:

a) $y = 5x + 3$ **b)** $y = x^2 + 2x$ **c)** $y = \dfrac{2x+4}{x}$ **d)** $y = \sqrt{x-1}$

a)

x	−2	−1	0	1	2	3
y	−7	−2	3	8	13	18

b)

x	−2	−1	0	1	2	3
y	0	−1	0	3	8	15

c)

x	−4	−2	−1	1	2	4
y	1	0	−2	6	4	3

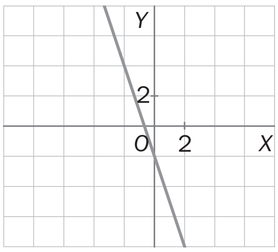
d)

x	1	2	3	4	5	6
y	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$

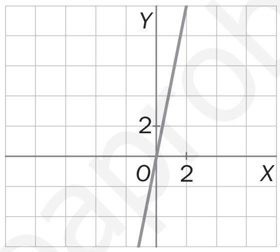
10.22 Representa gráficamente las funciones:

a) $f(x) = 1 - 3x$ **b)** $g(x) = 5x$

a)



b)



10.23 Observa la siguiente tabla de valores de una función.

x	−2	−1	1	2
y	7	5	5	7

¿Cuál de las siguientes es su expresión algebraica?

a) $y = x^2 + 4$ **b)** $y = |2x| + 3$ **c)** $y = |1 + 4x|$

La función del apartado b.

10.24 Un aficionado al ciclismo realiza un trayecto en línea recta a una velocidad constante de 25 km/h.

a) Construye una tabla de valores que indique el espacio que ha recorrido a los 15 minutos, 30 minutos, 45 minutos y 1 hora.

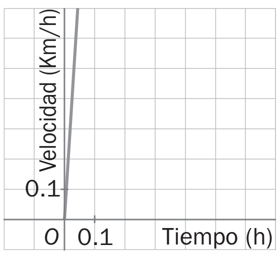
b) Representa gráficamente los datos del apartado anterior.

c) Escribe la fórmula para hallar el espacio que recorre el aficionado a lo largo del tiempo.

a)

x (h)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
y (km)	6,25	12,5	18,75	25

b)



c) Si representamos por x el tiempo empleado y por y la distancia recorrida, tenemos: $y = 25x$.

10.25 Por liquidación, todos los artículos de una tienda de regalos se venden con un 30% de descuento.

a) ¿Es una función? ¿Cuáles son las variables?

b) Calcula el precio al que se venderá un producto de 42,50 euros con el descuento.

c) ¿Cuál es el precio original de un artículo que se vende por 19,32 euros?

d) Escribe la fórmula que permite calcular el nuevo precio de venta después del descuento a partir del anterior.

e) Halla la expresión para calcular el precio de los regalos antes del descuento sabiendo el precio de venta final.

a) Sí. La variable independiente es el precio del artículo antes del descuento, y la dependiente, el precio después del descuento.

b) $0{,}7 \cdot 42{,}5 = 29{,}75$ €

c) $\dfrac{19{,}32 \cdot 100}{70} = 27{,}60$ €

d) $y = 0{,}7x$

e) $y = \dfrac{x}{0{,}7}$

Dominio y recorrido

10.26 Halla el dominio y el recorrido de las siguientes funciones.

a) $y = 3x + 9$

b) $y = -x^2$

c) $y = \frac{1}{2}x^2$

d) $y = x^3$

a) $Dom\ y = \mathbf{R}$ $\quad Rec\ f(x) = \mathbf{R}$

b) $Dom\ y = \mathbf{R}$ $\quad Rec\ f(x) = \mathbf{R}^+$

c) $Dom\ y = \mathbf{R}$ $\quad Rec\ f(x) = \mathbf{R}^-$

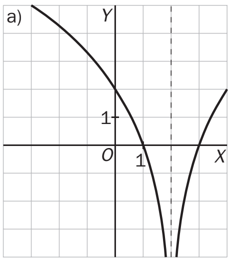
d) $Dom\ y = \mathbf{R}$ $\quad Rec\ f(x) = \mathbf{R}$

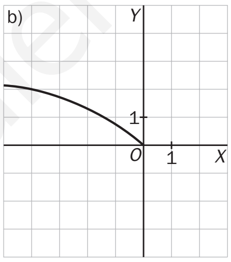
10.27 Dibuja una función que cumpla estas condiciones.

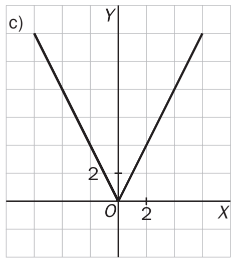
a) Que su dominio sea R − {2}, y su recorrido, R.

b) Que su dominio sea (−∞, 0].

c) Que su dominio sea [−6, 6], y su recorrido, [0, 12].







10.28 Halla el dominio de:

a) $y = 3x^4 + 2x - 1$

b) $y = \dfrac{x}{2 - 4x}$

c) $y = \dfrac{1}{6 + x^2}$

d) $y = \dfrac{x^3 - 1}{5x + 10}$

a) $Dom\ y = \mathbf{R}$

b) $Dom\ y = \mathbf{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$

c) $Dom\ y = \mathbf{R}$

d) $Dom\ y = \mathbf{R} - \{-2\}$

10.29 Escribe la expresión algebraica de una función:

a) Cuyo dominio sea R⁺.

b) Cuyo dominio sea R − {0}.

c) Cuyo recorrido sea {5}.

a) $y = \sqrt{x}$

b) $y = \dfrac{1}{x}$

c) $y = 5$

10.30 Calcula el dominio de:

a) $y = \dfrac{-2}{x}$

b) $y = \sqrt{x - 5}$

c) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$

d) $y = \sqrt{x^2 + 4}$

a) $Dom\ y = \mathbf{R} - \{0\}$

b) $Dom\ y = [5, +\infty)$

c) $Dom\ y = \mathbf{R}$

d) $Dom\ y = \mathbf{R}$

Funciones definidas a trozos

10.31 Considera la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{3} + \dfrac{x}{3} & \text{si} \quad x \leqslant -1 \\ 3x + 9 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$**, y calcula** $f(3)$, $f(10)$, $f(0)$, $f(-1)$ **y** $f\left(\dfrac{3}{4}\right)$.

$f(3) = 3 \cdot 3 + 9 = 18$

$f(10) = 3 \cdot 10 + 9 = 39$

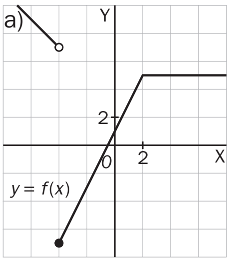
$f(0) = 3 \cdot 0 + 9 = 9$

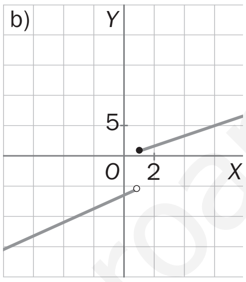
$f(-1) = \dfrac{2}{3} + \left(\dfrac{-1}{3}\right) = \dfrac{1}{3}$

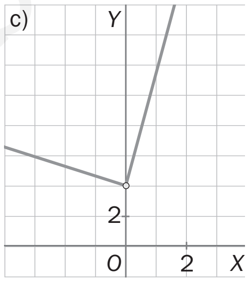
$f\left(\dfrac{3}{4}\right) = 3 \cdot \dfrac{3}{4} + 9 = \dfrac{45}{4}$

10.32 Dibuja las siguientes funciones definidas a trozos.

a) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{si} \quad x < -4 \\ 2x + 1 & \text{si} \quad -4 \leqslant x < 2 \\ 5 & \text{si} \quad x \geqslant 2 \end{cases}$ **b)** $g(x) = \begin{cases} x - 6 & \text{si} \quad x < 1 \\ \dfrac{3x}{4} & \text{si} \quad x \geqslant 1 \end{cases}$ **c)** $h(x) = \begin{cases} \dfrac{8 - x}{2} & \text{si} \quad x < 0 \\ 4 + 7x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$







10.33 Calcula la imagen de $x = 2$ **en cada una de las funciones siguientes.**

a) $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & \text{si} \quad x < 2 \\ 4 - 3x & \text{si} \quad x \geqslant 2 \end{cases}$ **b)** $g(x) = \begin{cases} 6x + 3 & \text{si} \quad x < 2 \\ 0 & \text{si} \quad x = 2 \\ 2x^2 - 1 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$ **c)** $h(x) = \begin{cases} 8x^3 + 1 & \text{si} \quad x < 2 \\ 2 + 7x & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

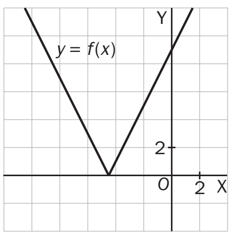
a) $f(2) = -2$ b) $f(2) = 0$ c) $f(2)$ no se puede calcular.

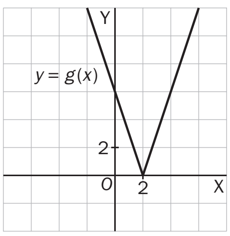
10.34 Dibuja $f(x) = |2x + 9|$ **y** $g(x) = |6 - 3x|$**. Para ambas:**

a) ¿Qué valores de x **tienen por imagen 1?**

b) ¿Cuáles tienen por imagen 0?

c) ¿Y cuáles son los que tienen por imagen −2?





a) $x = -4$ y $x = -5$ en $f(x)$; $x = \dfrac{5}{3}$ y $x = \dfrac{7}{3}$ en $g(x)$.

b) $x = \dfrac{-9}{2}$ en $f(x)$, y $x = 2$ en $g(x)$.

c) Ningún valor de x puede tener como imagen −2 porque el valor absoluto de un número nunca es negativo.

Signo y puntos de corte con los ejes. Simetría y periodicidad

10.35 Calcula los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones.

a) $y = x^2 - 4x + 4$

b) $y = x^2 + x + 1$

c) $y = x^3 + 2x$

d) $y = \dfrac{x + 2}{x}$

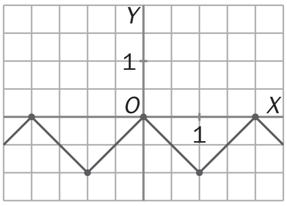
a) Con el eje OY: $x = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow A(0, 4)$. Con el eje OX: $y = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow B(2, 0)$.

b) Con el eje OY: $x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow C(0, 1)$. Con el eje OX: $x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow$ No tiene solución. No corta el eje OX.

c) Con el eje OY: $x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow D(0, 0)$. Con el eje OX: $y = 0 \Rightarrow x^3 + 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow E(0, 0)$.

d) Con el eje OY: $x = 0 \Rightarrow$ No está definida para $x = 0$. Con el eje OX: $y = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow F(-2, 0)$.

10.36 Observa la gráfica siguiente:



a) Si es una función periódica, indica su período.

b) ¿Qué valor toma la función cuando x es par? ¿Y cuándo x es impar?

a) Es periódica de período $T = 2$.

b) Cuando x es par, $f(x) = 0$, y cuando x es impar, $f(x)$ es -1.

10.37 Estudia la simetría de las siguientes funciones.

a) $f(x) = x^2 - 1$

b) $f(x) = x^4 + x^2 + 1$

c) $f(x) = 2x^3 + 4x$

d) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

a) $f(-x) = (-x)^2 - 1 = x^2 - 1 = f(x)$. Por tanto, es par.

b) $f(-x) = (-x)^4 + (-x)^2 + 1 = x^4 + x^2 + 1 = f(x)$. Por tanto, es par.

c) $f(-x) = 2 \cdot (-x)^3 + 4 \cdot (-x) = -2x^3 - 4x = -f(x)$. Es impar.

d) $f(-x) = \dfrac{-x}{(-x)^2 + 1} = -\dfrac{x}{x^2 + 1} = -f(x)$. Es impar.

Tasa de variación media, continuidad y crecimiento

10.38 Calcula la tasa de variación media de las funciones $f(x) = 2x + 8$ y $g(x) = x^2 - 3$ en los intervalos [0, 3] y [1,8; 2].

$f(x)$: $TVM[0, 3] = \dfrac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \dfrac{14 - 8}{3} = 2$;

$TVM[1{,}8; 2] = \dfrac{f(2) - f(1{,}8)}{2 - 1{,}8} = \dfrac{12 - 11{,}6}{0{,}2} = -2$

$g(x)$: $TVM[0, 3] = \dfrac{g(3) - g(0)}{3 - 0} = \dfrac{6 + 3}{3} = 3$;

$TVM[1{,}8; 2] = \dfrac{g(2) - g(1{,}8)}{2 - 1{,}8} = \dfrac{1 - 0{,}24}{0{,}2} = 3{,}8$

10.39 Halla la tasa de variación media de la función $y = x^2 + 2x$ en los intervalos [3; 3,5] y [6,5; 7]. ¿En cuál de ellos varía más rápidamente?

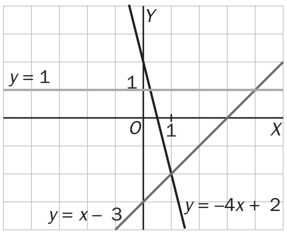
$TVM[3; 3{,}5] = \dfrac{f(3{,}5) - f(3)}{3{,}5 - 3} = \dfrac{19{,}25 - 15}{0{,}5} = 8{,}5$ $\qquad TVM[6{,}5; 7] = \dfrac{f(7) - f(6{,}5)}{7 - 6{,}5} = \dfrac{63 - 55{,}25}{0{,}5} = 15{,}5$

Como $TVM[6{,}5; 7] > TVM[3; 3{,}5]$, varía más rápidamente en el intervalo [6,5; 7].

10.40 **Dibuja las siguientes funciones:**

$$f(x) = x - 3 \qquad g(x) = 2 - 4x \qquad h(x) = 1$$

¿Qué tipo de crecimiento presentan?



$f(x)$ es creciente; $g(x)$, decreciente, y $h(x)$, constante.

10.41 **Estudia si las siguientes funciones son crecientes o decrecientes en el intervalo [−4, −3].**

a) $f(x) = 2x + 9$

b) $g(x) = 3x^2 + 6x$

c) $h(x) = 1 - x^2$

d) $j(x) = 4 - 5x$

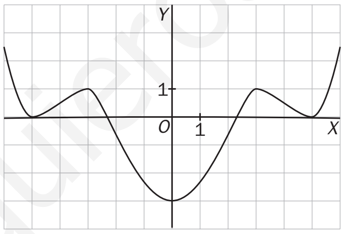
a) $TV[-4, -3] = f(-3) - f(-4) = 3 - 1 = 2 \Rightarrow$ Es creciente.

b) $TV[-4, -3] = g(-3) - g(-4) = 9 - 24 = -15 \Rightarrow$ Es decreciente.

c) $TV[-4, -3] = h(-3) - h(-4) = -8 - (-15) = 7 \Rightarrow$ Es creciente.

d) $TV[-4, -3] = j(-3) - j(-4) = 19 - 24 = -5 \Rightarrow$ Es decreciente.

10.42 **Dibuja una función que tenga un mínimo relativo en (−5, 0), un máximo relativo en (0, 4) y que sea par.**

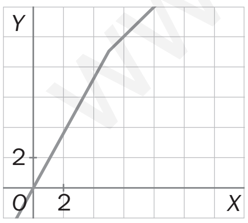


10.43 **Representa las siguientes funciones y di si son continuas. En caso contrario, indica sus puntos de discontinuidad.**

a) $y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 5 \\ x + 4 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$

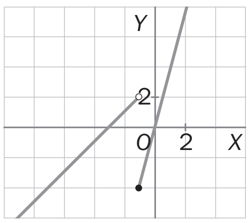
b) $y = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < -1 \\ 4x & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

a)



Es continua.

b)

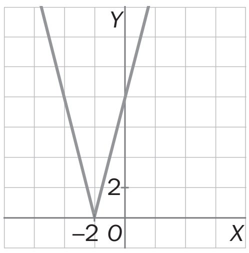


No es continua en $x = -1$.

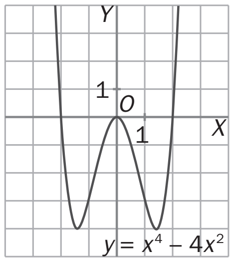
10.44 **Define y estudia la continuidad de la función $f(x) = |4x + 8|$.**

$$f(x) = |4x + 8| = \begin{cases} 4x + 8 & \text{si } x \geq -2 \\ -4x - 8 & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

Es una función continua.



10.45 **Para la función representada a continuación, estudia:**
a) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Los máximos y mínimos relativos y absolutos.
c) La simetría.
d) Los puntos de corte con los ejes.



a) Creciente en $(-1,5; 0) \cup (1,5; +\infty)$ y decreciente en $(-\infty; -1,5) \cup (0; 1,5)$.
b) Máximo relativo en (0,0).
Mínimos (relativos y absolutos) en $(-1,5; -4)$ y en $(1,5; -4)$.
c) Es función par.
d) Corta los ejes en $(-2, 0)$, $(0, 0)$ y $(2, 0)$.

CUESTIONES PARA ACLARARSE

10.46 **Si una función es periódica de período 4, ¿es suficiente conocer su gráfica en el intervalo $[-2, 2]$ para poder representarla en toda la recta real?**

Sí, ya que la amplitud del intervalo es 4 y, si es periódica, basta conocer su gráfica en un intervalo de amplitud igual al período para dibujarla en **R**.

10.47 **Una función continua está definida en R, es creciente en $(-\infty, -3)$ y en $(4, +\infty)$, y decreciente en $(-3, 4)$. ¿Tiene máximos y/o mínimos relativos?**

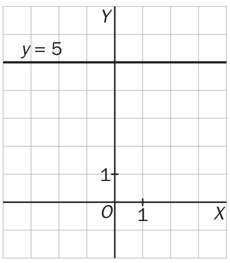
Sí. Tiene un máximo relativo en $x = -3$ y un mínimo relativo en $x = 4$.

10.48 **Razona si son ciertas las siguientes afirmaciones. En caso contrario, pon un ejemplo que lo demuestre.**
a) Si el dominio de una función es R, su recorrido también es R.
b) Todas las funciones definidas a trozos son discontinuas.
c) Los puntos de corte con el eje de abscisas se obtienen sustituyendo *x* por 0.
d) El crecimiento o decrecimiento de una función depende del signo de la tasa de variación.

a) Falso. $y = x^2$.
b) Falso. $f(x) = |x|$
c) Falso. Se obtiene cuando $y = 0$
d) Verdadero.

10.49 **Dibuja una función cuyo recorrido esté acotado por un número real.**

Cualquier función constante. Por ejemplo, $y = 5$.



10.50 **Sabemos que la función $f(x) =$ pasa por el punto (3, 5).**
a) Si fuese par, ¿por qué otro punto pasaría?
b) ¿Y si fuese impar?

a) Por el punto $(-3, 5)$
b) Por el punto $(-3, -5)$

10.51 **Contesta a las siguientes cuestiones.**
a) Una función par tiene un máximo en el punto $(-2, 1)$. ¿Qué podemos decir del punto $(2, 1)$?
b) Una función impar posee un máximo en el punto $(4, -2)$. ¿Qué tipo de punto es $(-4, 2)$?

a) Es otro máximo de la función.
b) Un mínimo de la función.

10.52 La función $f(x) = |x|$, ¿es creciente en todo su dominio? ¿Y continua?

Es decreciente en $(-\infty, 0)$ y creciente en $(0, +\infty)$. Es continua.

10.53 ¿Se puede afirmar que si la tasa de variación media de una función es positiva, la función es creciente?

Sí, puesto que es más precisa que la tasa de variación cuando se quiere estudiar la rapidez con la que crece o decrece una función en un intervalo, y, por tanto, también informa sobre el tipo de crecimiento de la función.

10.54 Si una función es creciente en $(-\infty, 0)$ y decreciente en $(0, +\infty)$, ¿se puede afirmar que tiene un máximo en $x = 0$?

No, porque puede ser que no esté definida en $x = 0$.

PROBLEMAS PARA APLICAR

10.55 Julia ha abierto una tienda de ropa. A cada prenda que compra le aumenta un 70% su precio inicial, obteniendo así el precio de venta.

Como en el último mes no vendía mucho, decidió aplicar a todas las prendas un descuento del 18%.

a) Construye una tabla de valores que indique el importe actual de cada prenda en función del precio inicial, teniendo en cuenta que la más cara le costó 235 euros.

b) Realiza una gráfica con los datos obtenidos.

c) Escribe la expresión algebraica que representa el precio de venta actual de cada prenda en función del importe al que la compró.

d) Halla el dominio y el recorrido de la función.

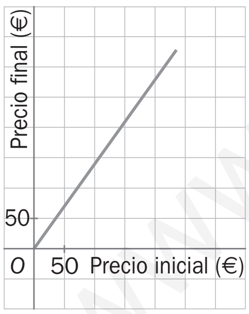
e) ¿La función corta el eje de coordenadas?

f) ¿Es una función continua?

a)

Precio inicial (x)	10	100	200	235
Precio final (y)	13,94	139,4	278,8	327,59

b)



c) $y = 1{,}7 \cdot 0{,}82x = 1{,}394x$

d) *Dom* $y = (0, 235]$; *Rec* $y = (0; 327{,}59]$

e) No corta ninguno de los ejes.

f) Sí es continua.

10.56 Calcula la expresión algebraica que permite obtener el diámetro que debe tener una lata de 500 mililitros, de forma cilíndrica, en función de su altura.

Si la altura de la lata puede oscilar entre 12 y 16 centímetros, ¿cuáles son el dominio y el rrecorrido de esa función?

Si d es el diámetro, r el radio y h la altura, entonces $d = 2 \cdot r = 2 \cdot \sqrt{\frac{500}{\pi h}}$.

Dom $y = [12, 16]$; *Rec* $= [6{,}31; 7{,}28]$

10.57 Juan está estudiando dos ofertas de trabajo como comercial de electrodomésticos que sólo se diferencian en el sueldo.

Oferta *A*: 1050 euros mensuales y 10 euros por cada aparato vendido, hasta un máximo de 20 al mes.
Oferta *B*: 600 euros al mes y 20 euros por cada electrodoméstico vendido.

a) Escribe, para cada caso, la expresión algebraica que representa el sueldo mensual de Juan en función del número de electrodomésticos vendidos.

b) Calcula el dominio y el recorrido de cada una de las funciones.

c) ¿Son funciones crecientes o decrecientes?

d) ¿Tienen algún máximo o mínimo?

a) Oferta A: $f(x) = 1050 + 10x$
Oferta B: $g(x) = 600 + 20x$

b) $Dom\ f(x) = [0, 20]$; $Rec\ f(x) = [1050, 1250]$
$Dom\ g(x) = [0, +\infty)$; $Rec\ g(x) = [600, +\infty]$

c) $a < b \Rightarrow TV[a, b] = f(b) - f(a) = 10b - 10a > 0 \Rightarrow$ Es creciente.
$a < b \Rightarrow TV[a, b] = g(b) - g(a) = 20b - 20a > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

d) La función $f(x)$ tiene un mínimo absoluto en (0, 1050) y un máximo absoluto en (20, 1250).
La función $g(x)$ solo tiene un mínimo absoluto en (0, 600).

10.58 Un aljibe tiene una fisura y pierde 2 litros de agua cada hora. A la vez, recibe agua a razón de 6 litros por hora. Por la mañana tenía 750 litros y durante toda la jornada no han conseguido arreglarlo.

a) Estudia el crecimiento de la función que expresa los litros del aljibe en función de las horas del día.

b) Escribe sus máximos y mínimos.

a) Si llamamos x al número de horas e y al número de litros del aljibe, $y = 750 + 4x$.
$a < b \Rightarrow TV[a, b] = f(b) - f(a) = 4b - 4a > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

b) Mínimo en (0, 750) y máximo en (24, 846)

10.59 El coste de producción de un número *x* de DVD viene dado por la siguiente expresión.

$$C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 25x - 15$$

El precio de venta de cada uno de ellos es $P(x) = 75 - \frac{x}{2}$.

¿Cuál es la función que expresa el beneficio obtenido con la venta de *x* DVD?

$$B(x) = C(x) - x \cdot P(x) = \frac{1}{2}x^2 + 25x - 15 - 75x + \frac{x^2}{2} = x^2 - 50x - 15$$

10.60 Expresa, mediante una función definida a trozos, la distancia al lugar de partida a la que se encuentra un grupo de amigos que realiza la siguiente excursión.

a) Durante la primera hora y media caminan a una velocidad constante de 3 km/h.

b) Descansan durante la media hora siguiente.

c) Regresan a una velocidad constante de 4,5 km/h.

Sea x el tiempo transcurrido desde la salida.

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 1{,}5 \\ 4{,}5 & \text{si } 1{,}5 \leqslant x < 2 \\ 13{,}5 - 4{,}5x & \text{si } 2 \leqslant x \leqslant 3 \end{cases}$$

10.61 En la función del problema anterior, calcula su dominio y su recorrido, estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, e indica sus máximos y mínimos, si los tiene.

$Dom\ f(x) = [0; 3]$ y $\mathbf{R}(f) = [0; 4{,}5]$

Crece en (0; 1,5), decrece en (2, 3) y es constante en (1,5; 2).

Máximos son todos los puntos del segmento de extremos $A(1{,}5; 4{,}5)$ y $B(2; 2{,}5)$.

10.62 **Laura quiere vallar un terreno de forma cuadrada y de área desconocida en el que ha plantado unas flores. Encuentra la expresión algebraica que permite obtener el lado del cuadrado en función del área.**

a) Si el área oscilase entre 120 y 180 m², ¿cuáles serían el dominio y el recorrido de la función?

b) La función, ¿es creciente o decreciente?

c) ¿Tiene máximos o mínimos?

Sea l el lado del cuadrado y A su área, entonces: $l = \sqrt{A}$.

a) $Dom\ f(x) = [120, 180]$; $\mathbf{R}(f) = \left[2\sqrt{30}, 6\sqrt{5}\right]$

b) $a < b \Rightarrow TV[a, b] = f(b) - f(a) = \sqrt{b} - \sqrt{a} > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

c) Mínimo $\left(120, 2\sqrt{30}\right)$ y máximo $\left(180, 6\sqrt{5}\right)$

REFUERZO

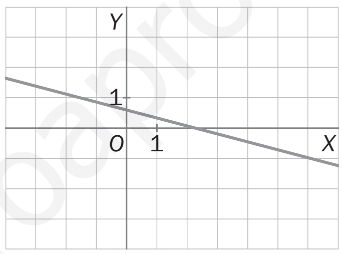
Formas de expresar una función. Dominio y recorrido

10.63 **Para cada una de las siguientes funciones, construye una tabla de valores y represéntala gráficamente.**

a) $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{4}$ **b)** $g(x) = \dfrac{5x}{6}$

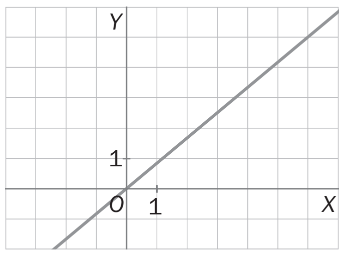
a)

x	−2	−1	0	1	2
y	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0



b)

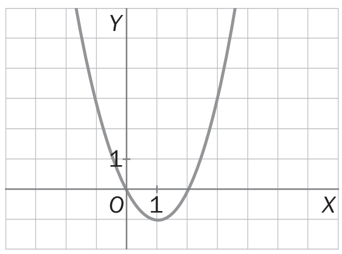
x	−2	−1	0	1	2
y	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{6}$	0	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$



10.64 **Escribe la expresión algebraica de la función que asocia a cada número real su cuadrado menos su doble. Construye una tabla de valores y representa gráficamente la función.**

$f(x) = x^2 - 2x$

x	−2	−1	0	1	2
y	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{6}$	0	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{3}$



10.65 **Halla el dominio de las siguientes funciones.**

a) $y = -x^2 - 4$ **c)** $y = \dfrac{5}{x + 1}$ **e)** $y = \dfrac{3}{x^2 + 1}$

b) $y = 3x - \dfrac{7}{8}$ **d)** $y = \dfrac{x}{4 - x}$ **f)** $y = \dfrac{2x + 1}{3x - 12}$

a) $Dom\ y = \mathbf{R}$ c) $Dom\ y = \mathbf{R} - \{-1\}$ e) $Dom\ y = \mathbf{R}$

b) $Dom\ y = \mathbf{R}$ d) $Dom\ y = \mathbf{R} - \{-4\}$ f) $Dom\ y = \mathbf{R} - \{4\}$

Funciones definidas a trozos

10.66 Calcula $f(-3)$, $f(0)$ y $f(4)$ en la función $f(x) = \begin{cases} 9x - x^2 & \text{si} \quad x < 4 \\ 3x & \text{si} \quad x \geqslant 4 \end{cases}$

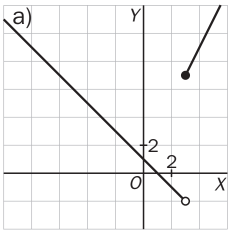
$f(-3) = 9 \cdot (-3) - (-3)^2 = -36$

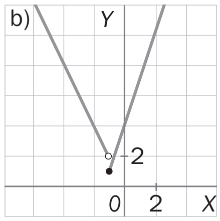
$f(0) = 0$

$f(4) = 3 \cdot 4 = 12$

10.67 Dibuja las siguientes funciones.

a) $f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{si} \quad x < 3 \\ 2x + 1 & \text{si} \quad x \geqslant 3 \end{cases}$ **b)** $g(x) = \begin{cases} -2x & \text{si} \quad x < -1 \\ 3x + 4 & \text{si} \quad x \geqslant -1 \end{cases}$

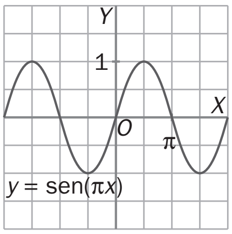


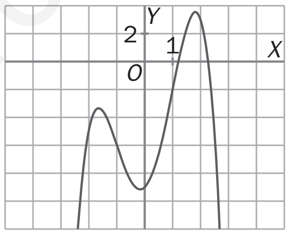


Características de las funciones

10.68 De las siguientes funciones, indica cuáles son periódicas y los puntos de corte con los ejes.

a) $f(x) = \text{sen}\,(\pi x)$ **b)** $g(x) = -x^4 + 6x^2 + 2x - 9$



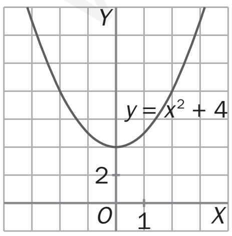


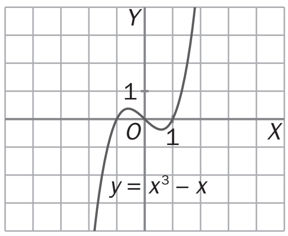
a) Es periódica de período $T = 2$.
Cortes con OX: $(x, 0)$, con $x \in \mathbf{Z}$
Cortes con OY: $(0, 0)$

b) No es periódica.
Cortes con OX: $(1{,}19; 0)$, $(2{,}1; 0)$
Cortes con OY: $(0, -9)$

10.69 Indica si las siguientes funciones son simétricas y el tipo de simetría que presentan.

a) $f(x) = x^2 + 4$ **b)** $g(x) = x^3 - x$





a) Es simétrica respecto del eje OY, o sea, par.

b) Es simétrica respecto del origen, o sea, impar.

10.70 Calcula la tasa de variación media de la función $h(x) = 8 - 4x$ en el intervalo $[-3, -1]$.

$$TVM[-3, -1] = \frac{h(-1) - h(-3)}{-1 - (-3)} = \frac{12 - 20}{2} = -4$$

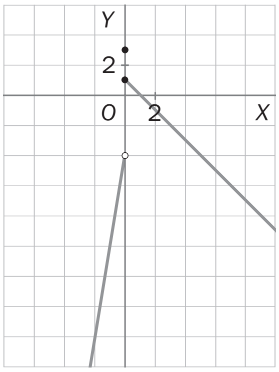
10.71 Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la función $f(x) = 4x + x^2$ en los intervalos $[-2,2; -2]$ y $[-2; -1,8]$.

$TV[-2,2; -2] = f(-2) - f(-2, 2) = -4 + 3,96 < 0 \Rightarrow$ Es decreciente.

$TV[-2; -1,8] = f(-1,8) - f(-2) = -3,96 + 4 > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

10.72 Estudia la continuidad de:

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 4 & \text{si} \quad x < 0 \\ 3 & \text{si} \quad x = 0 \\ 1 - x & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$



No es continua en $x = 0$.

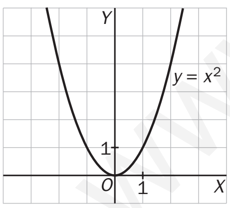
AMPLIACIÓN

10.73 Teniendo en cuenta su gráfica, estudia la función $f(x) = x^2$ en los intervalos $[-0,5; 0]$ y $[0; 0,5]$. ¿Es creciente o decreciente? ¿Qué se puede afirmar del punto (0, 0)?

$TV[0; 0,5] = f(0,5) - f(0) = 0,25 - 0 = 0,25 > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

$TV[-0,5; 0] = f(0) - f(-0,5) = 0 - 0,25 = -0,25 < 0 \Rightarrow$ Es decreciente.

El punto (0, 0) es un mínimo de la función.



10.74 Dada la función $f(x) = \dfrac{2x^2 + x - 2}{x - 4}$. Halla su dominio, calcula sus puntos de corte con los ejes, y estudia si es creciente o decreciente en los intervalos $[0; 0,5]$ y $[3; 3,2]$.

$Dom\ f(x) = \mathbf{R} - \{4\}$

Cortes con OX: $2x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{4} \Rightarrow P\left(\dfrac{-1 - \sqrt{17}}{4}, 0\right)$ y $Q\left(\dfrac{-1 + \sqrt{17}}{4}, 0\right)$

Cortes con OY: $\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$

$TV[0; 0,5] = f(0,5) - f(0) = 0,286 - 0,5 = -0,214 < 0 \Rightarrow$ Es decreciente.

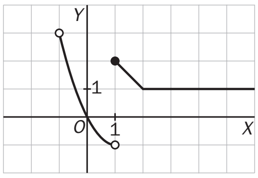
$TV[3; 3,2] = f(3,2) - f(3) = -27,1 - (-19) = -8,1 < 0 \Rightarrow$ Es decreciente.

10.75 Realiza la representación gráfica de las siguientes funciones e indica si son continuas.

a) $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{si} \quad x < 2 \\ 6x - 15 & \text{si} \quad 2 < x \leqslant 4 \end{cases}$

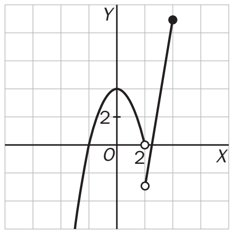
b) $g(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si} \quad -1 < x < 1 \\ 3 - x & \text{si} \quad 1 \leqslant x < 2 \\ 1 & \text{si} \quad x \geqslant 2 \end{cases}$

a)



No es continua en $x = 2$.

b)



No es continua en $x = -1$ ni en $x = 1$.

10.76 Halla el dominio de las siguientes funciones y sus puntos de corte con los ejes.

a) $y = x^3 - 4x$

b) $y = \dfrac{x^2 - 1}{5x + 9}$

c) $y = x^4 - 6x^2 + 8$

d) $y = \dfrac{7 + x^4}{x^2 - 3x + 2}$

a) *Dom* $y = \mathbf{R}$

Cortes con *OX*: $x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow A(0, 0), B(2, 0) \text{ y } C(-2, 0)$

Cortes con *OY*: (0, 0)

b) *Dom* $y = \mathbf{R} - \left\{-\dfrac{9}{5}\right\}$

Cortes con *OX*: $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow A(-1, 0) \text{ y } B(1, 0)$

Cortes con *OY*: $\left(0, -\dfrac{1}{9}\right)$

c) *Dom* $y = \mathbf{R}$

Cortes con *OX*: $x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \Rightarrow x^2 = \dfrac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \begin{cases} 4 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow A(2, 0), B(-2, 0), C(\sqrt{2}, 0) \text{ y } D(-\sqrt{2}, 0)$

Cortes con *OY*: (0, 8)

d) $x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \dfrac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases} \Rightarrow Dom\ y = \mathbf{R} - \{1, 2\}$

Cortes con *OX*: no lo corta, pues $7 + x^4 = 0$.

Cortes con *OY*: $\left(0, \dfrac{7}{2}\right)$

10.77 Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la función $f(x) = 4x^3 - x$ en los intervalos

$$[-2, -1], \quad \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right] \quad \text{y} \quad \left[\frac{3}{2}, 2\right].$$

$TV[-2, -1] = f(-1) - f(-2) = -3 + 30 = 27 > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

$TV\left[-\dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{4}\right] = f\left(\dfrac{1}{4}\right) - f\left(-\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{1}{16} - \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{16} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8} - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{3}{8} < 0 \Rightarrow$ Es decreciente.

$TV\left[\dfrac{3}{2}, 2\right] = f(2) - f\left(\dfrac{3}{2}\right) = 30 - 12 = 28 > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

10.78 **Define $y = \left| \dfrac{x}{2} - 1 \right|$ como una función a trozos y represéntala gráficamente. Realiza un estudio completo de la función: continuidad, puntos de corte con los ejes, crecimiento en los intervalos [0, 1] y [3, 4], máximos y mínimos.**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{2} - 1 & \text{si} \quad x \geqslant 2 \\ -\dfrac{x}{2} + 1 & \text{si} \quad x < 2 \end{cases}$$

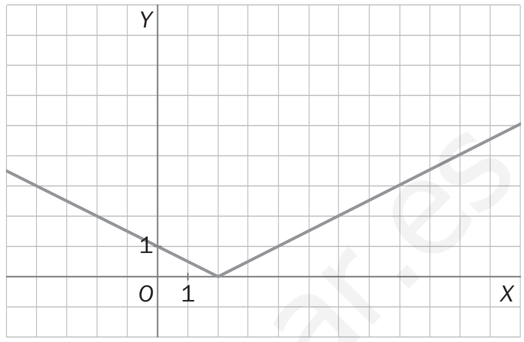
Es continua.

Cortes con OX: (2, 0)

Cortes con OY: (0, 1)

En $(2, +\infty)$ es creciente, y en $(-\infty, 2)$, decreciente.

Tiene un mínimo relativo y absoluto, (2, 0).

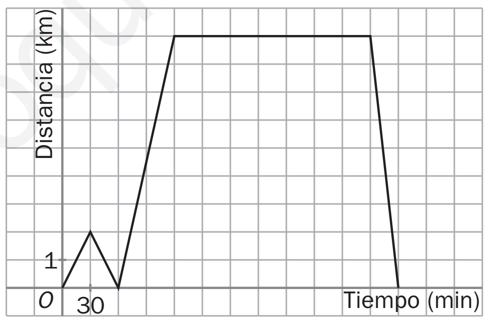


PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

10.79 **La excursión**

Beatriz quiso hacer una excursión para visitar un lago de un parque natural cerca de su casa. En principio pensó hacerla a pie, pero, cuando ya había comenzado, decidió volver a su casa para coger la bicicleta.

La siguiente gráfica representa la distancia a la que se encontraba de su casa en cada momento, desde que salió de ella por primera vez hasta que llegó después de haber terminado la excursión.



a) ¿Cuántos kilómetros recorrió andando? ¿Cuánto tardó? ¿Y en bicicleta?

b) ¿Cuánto tiempo estuvo parada visitando el paraje?

c) ¿A qué hora recogió la bicicleta en su casa?

d) ¿El viaje de ida en bicicleta le llevó más o menos tiempo que el de vuelta? Halla la velocidad media de la vuelta en km/h. ¿Qué indica el signo negativo de esta velocidad?

a) Anduvo dos kilómetros de ida y otros dos de vuelta. Tardó en total 60 minutos.
En bicicleta recorrió 10 kilómetros de ida y otros 10 de vuelta. Tardó 60 minutos en la ida y 30 en la vuelta.

b) Hora y media.

c) Una hora después de haber salido de casa por primera vez.

d) Le llevó más tiempo el de ida:

$$TVM[210, 240] = \frac{0 - 10}{240 - 210} = -\frac{10}{30} = -\frac{1}{3}\ \text{km/min} = -\frac{1}{3} : \frac{1}{60} = -20\ \text{km/h}.$$

El signo negativo indica que se está acercando a casa.

10.80 **Pantalla del ordenador**

Un programa informático permite realizar dibujos geométricos. La pantalla del ordenador tiene una resolución de 32 × 20 puntos.

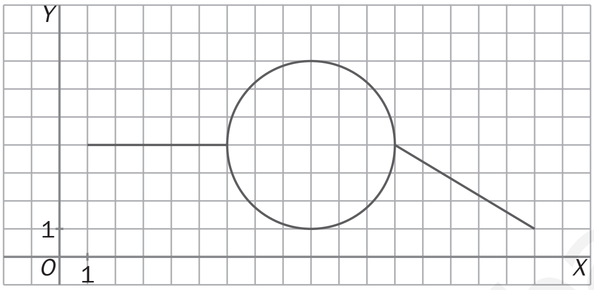
Los dibujos se hacen mediante las siguientes instrucciones:

- **SEG [(*a*, *b*); (*c*, *d*)], que dibuja un segmento de extremos los puntos (*a*, *b*) y (*c*, *d*).**
- **CIRC [(*a*, *b*); *r*], que dibuja una circunferencia de centro (*a*, *b*) y radio *r*.**

Al acabar cada instrucción se debe colocar un punto y coma.

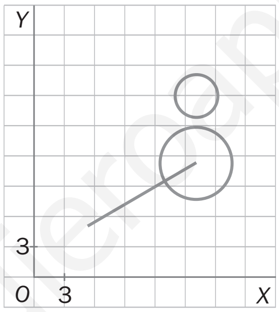
Así, por ejemplo, el dibujo de la figura se ha realizado mediante las instrucciones:

SEG [(1, 4); (6, 4)]; CIRC [(9, 4); 3]; SEG [(12, 4); (17, 1)];



Realiza el dibujo correspondiente a las siguientes instrucciones:

SEG [(5, 5); (11, 16)]; CIRC [(15, 16); 4]; CIRC [(19, 16); 2]



AUTOEVALUACIÓN

10.A1 **Una colección consta de 60 libros de 9,95 euros cada uno.**

a) Escribe la expresión algebraica que relaciona el dinero invertido en función del número de libros.

b) Construye una tabla de valores para la función y represéntala gráficamente.

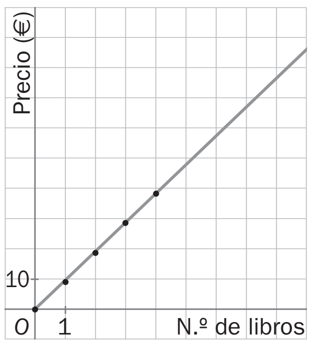
c) Calcula su dominio y su recorrido.

d) ¿Cuántos libros se han comprado si el gasto es de 159,20 euros?

a) Si llamamos x al número de libros e y al dinero invertido: $y = 9{,}95x$.

b)

x	0	1	2	3	4
y	0	9,95	19,90	29,85	39,80



c) $Dom\ y = \{x \in N \ / \ x \in (0, 60]\}$; $R(f) = \{9{,}95k \ / \ k = 1, 2, 3\ldots\ 60\}$

d) Si $y = 159{,}20 \Rightarrow x = 159{,}20 : 9{,}95 = 16$ libros

10.A2 **Calcula el dominio de las siguientes funciones.**

a) $f(x) = x^3 + 2x - 3$

b) $g(x) = \dfrac{9}{2x + 6}$

a) Dom $f(x) = \mathbf{R}$

b) Dom $g(x) = \mathbf{R} - \{-3\}$

10.A3 **Halla los puntos de corte con los ejes en las siguientes funciones.**

a) $y = 7x - 1$

b) $y = \dfrac{8}{3}x$

c) $y = x^2 + 9x + 20$

a) Con el eje OX: $7x - 1 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{1}{7} \Rightarrow A\left(\dfrac{1}{7}, 0\right)$.

Con el eje OY: $(0, -1)$

b) Con el eje OX: $A(0, 0)$.

Con el eje OY: $B(0, 0)$

c) Con el eje OX: $x^2 + 9x + 20 = 0 \Rightarrow x = \dfrac{-9 \pm 1}{2} = \begin{cases} -4 \\ -5 \end{cases} \Rightarrow A(-4, 0)$ y $B(-5, 0)$.

Con el eje OY: $(0, 20)$

10.A4 **Estudia el crecimiento y el decrecimiento de las funciones en los intervalos que se indican.**

a) $f(x) = x + x^2$ **en** $[-1,5; -1]$ **y en** $[0,2; 1]$

b) $g(x) = 2x - 9$ **en** $[-2; -1,8]$

a) $TV[-1,5; -1] = f(-1) - f(-1,5) = 0 - 0,75 = -0,75 < 0 \Rightarrow$ Es decreciente.

$TV[0,2; 1] = f(1) - f(0,2) = 2 - 0,24 = 1,76 > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

b) $TV[-2; -1,8] = f(-1,8) - f(-2) = -12,6 - (-13) = 0,4 > 0 \Rightarrow$ Es creciente.

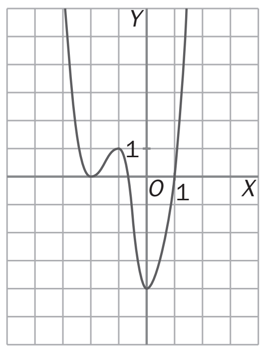
10.A5 **Observa la gráfica de la siguiente función.**

a) Encuentra el dominio y el recorrido.

b) Indica sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

c) Halla sus máximos y mínimos e indica de qué tipo son.

d) ¿Es simétrica? ¿Y continua?



a) *Dom* $f(x) = \mathbf{R}$; *Rec* $f(x) = [-4, +\infty)$

b) Decrece en $(-\infty, -2)$ y en $(-1, 0)$.

Crece en $(-2, -1)$ y en $(0, +\infty)$.

c) $(-2, 0)$ es mínimo relativo, y $(0, -4)$, mínimo absoluto. Máximo relativo en $(-2,5; 0,5)$.

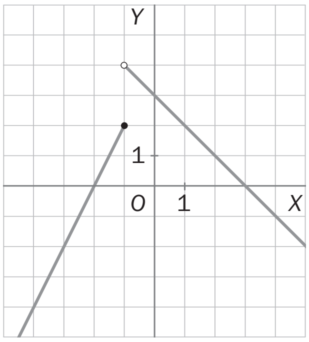
d) No es simétrica. Sí es continua.

10.A6 **Representa gráficamente las siguientes funciones y estudia su continuidad.**

a) $f(x) = \begin{cases} 4 + 2x & \text{si} \quad x \leq -1 \\ 3 - x & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$

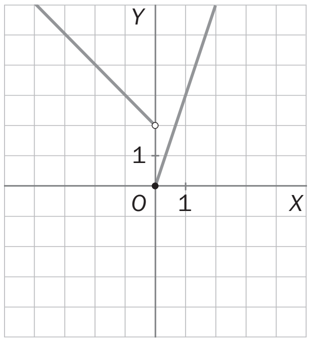
b) $g(x) = \begin{cases} 2 + x & \text{si} \quad x < 0 \\ 3x & \text{si} \quad 0 \leq x < 2 \\ 6 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$

a)



Discontinua en $x = -1$

b)



Discontinua en $x = 0$

M A T E T I E M P O S

Nombres y apellidos

El apellido representa la familia a la que perteneces y el nombre te identifica entre sus componentes. Juan Pérez, Jordi Castellet, Carmen Martínez, Pavel Iovanescu y Amal Kasar son algunos alumnos de una clase de 4.º de ESO. Si relacionamos el nombre de cada uno con su apellido, ¿esta relación es una función? Si cada alumno tuviera dos nombres, ¿la relación seguiría siendo una función? ¿Y si utilizasen los dos apellidos?

Si relacionamos el nombre de cada persona con su apellido, tendremos una relación biunívoca en la que a todo nombre (elemento del primer conjunto) le corresponda un apellido (imagen del segundo conjunto), y solo uno. Luego la relación es una función.

Si se tienen dos nombres, también será una función, ya que cada nombre tiene una imagen, y una sola.

Si se utilizan los dos apellidos, dejará de ser función, ya que a cada nombre le corresponderán dos apellidos (imágenes).