TRABAJO DE VERANO.
MATEMÁTICAS PENDIENTES
DE 4º de E.S.O.

ARITMÉTICA

NÚMEROS REALES

1. Calcula:

   a) $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}-\frac{2}{5}:\frac{8}{15}$ $\qquad Sol: -\frac{7}{12}$

   b) $\dfrac{\frac{5}{6}-\frac{1}{12}}{1+2\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)}$ $\qquad Sol: -\frac{9}{8}$

   c) $3-\frac{16}{5}:\left(3+\frac{1}{5}\right)^2$ $\qquad Sol: \frac{43}{16}$

2. Representa gráficamente de forma exacta: $\sqrt{8}$ y $\sqrt{10}$
3. Halla de forma exacta la altura de un triángulo equilátero de 7 cm. de lado e indica si es un número racional o irracional.
4. Representa en la recta real los siguientes pares de números y calcula la distancia que hay entre ellos:

   a) -2 y 5 b) 5 y 7 c) $-1/4$ y 3

5. Escribe en forma de desigualdad los siguientes intervalos, represéntalos gráficamente y clasifícalos:

   A=$(-1;4)$ B=$[0;3)$ C=$(-\infty;4]$ D= $[-4;-1/2]$. Calcula: $A\cup D$; $B\cap C$; $(A\cap D)\cup B$

6. Redondea a cuatro cifras decimales los siguientes números, y di cuáles de las aproximaciones son por defecto y cuáles son por exceso:

   a) $23/7=3{,}2857142...$ b) $18{,}6971$ c) $\sqrt{5}=2{,}236067977...$

7. Trunca a tres cifras decimales los números anteriores. ¿Cómo son ahora todas las aproximaciones?
8. Halla los errores absoluto y relativo que se cometen al aproximar con dos cifras decimales estos números: a) $29/6=4{,}833...$ b) $\sqrt{6}=2{,}44948974...$
9. Expresa en notación científica:

   a) 372000000 b) $0{,}00000058$ c) 43250000000

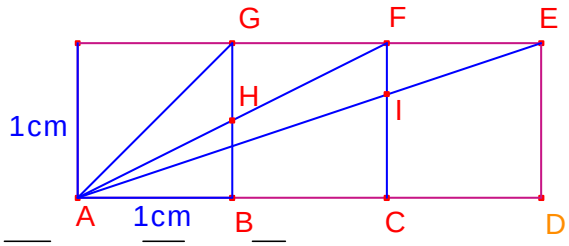
10. Opera y expresa en notación científica:

    a) $2{,}05\cdot10^{15}\cdot9{,}25\cdot10^{-9}$ b) $37{,}12\cdot10^{6}:\left(2{,}3\cdot10^{-4}\right)$

11. La longitud de una escalera, medida con una cinta métrica que aprecia hasta los centímetros, es de 4,56 m; por otro lado, el peso de un elefante, obtenido con una báscula que aprecia hasta los kg, es de 4554 kg. Determina qué medida es más precisa y explica por qué.

    Sol: Es más precisa la medida del peso.

12. Halla de forma exacta las longitudes de los segmentos siguientes y clasifica los resultados como números racionales o irracionales:



a) $\overline{AF}$ b) $\overline{BH}$ c) $\overline{AE}$ d) $\overline{CI}$

13. Calcula y simplifica estas expresiones:

$a)\ \frac{1}{2}-\left(\frac{3}{6}-\frac{4}{12}\right)^{-1}:\frac{6}{5}+1=$ $\quad b)\left(\frac{1}{5}-2\right)^{-2}-\left(2-\frac{1}{5}\right)^{-2}=$ $\quad c)\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}-\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{4}{12}-\frac{3}{6}\right)=$

Sol: –7/2 ; 0 ; 22/75.

14. Escribe tres números racionales comprendidos entre los números $\frac{3}{7}\ y\ \frac{4}{7}$. (Hay infinitos)

15. Escribe tres números irracionales comprendidos entre 1,001 y 1,002. (Hay infinitos)

16. Determina los intervalos correspondientes a las siguientes expresiones. Clasifícalos:

$|x|<2$; $|x|>3$; $|x|>-1$; $|x|\le 4$; $E=$ {Números reales mayores que –3 y no más grandes que 5}.

17. Carmen estima que la gata de Juan pesa 3kg y este, que el perro de Carmen pesa 15kg. Averigua qué estimación es más precisa, sabiendo que la gata y el perro pesan, respectivamente, 5kg y 13 kg. *Sol: Es más precisa la estimación de Juan, ¿por qué?*

18. Calcula el resultado de la siguiente operación expresando primero los números como producto de potencias de base un número primo: $\frac{25\cdot 0,0002\cdot 7,5}{0,625}=$ *Sol*: $3/50$

19. Efectúa y expresa el resultado en notación científica: $\frac{5\cdot 10^{-5}+7\cdot 10^{-4}}{10^{6}-5\cdot 10^{5}}=$ *Sol*: $1,5\cdot 10^{-9}$

RADICALES

20. Opera y simplifica:

$a)\ \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{\sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}=$ $\quad b)\ \frac{\frac{1}{2}\sqrt{27}-\frac{1}{3}\sqrt{108}}{\frac{1}{4}\sqrt{48}+\frac{1}{5}\sqrt{75}}=$ $\quad$ *Sol*: $\sqrt[3]{4}$; $-1/4$

21. Efectúa las siguientes operaciones dejando el resultado en forma de un único radical:

$a)\ \sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[5]{16}=$; $b)\ \left(\sqrt[4]{125}:\sqrt{5}\right):\sqrt{5\sqrt{5}}=$; $c)\ \sqrt[3]{a^2\sqrt[4]{a^3}}=$ $\quad$ *Sol*: $\sqrt[30]{2^{59}}$; $\sqrt{5^{-1}}$; $\sqrt[12]{a^{11}}$

22. Simplifica las siguientes expresiones de radicales:

$a)\ \frac{\sqrt{18}+3\sqrt{2}-\sqrt{50}}{\sqrt{8}-3\sqrt{2}}$; $b)\ \frac{4\sqrt{12}-6\sqrt{3}}{2\sqrt{27}}$; $c)\ \sqrt[3]{\frac{3}{8}}+\sqrt[3]{\frac{-3}{125}}$ $\quad$ *Sol*: -1 ; $\frac{1}{3}$; $\frac{\sqrt[3]{3^4}}{10}$

23. Racionaliza:

$a)\ \frac{4-\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$; $b)\ \frac{6\sqrt{54}}{\sqrt{3}}$; $c)\ \frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$; $d)\ \frac{3}{\sqrt[3]{36}}$ $\quad$ *Sol*: $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$; $18\sqrt{2}$; $\frac{11-6\sqrt{2}}{7}$; $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$

MÁS RADICALES

1. Calcula, sin emplear la calculadora, las soluciones de las siguientes raíces:

$a)\ \sqrt{144}\quad b)\ \sqrt{\frac{121}{169}}\quad c)\ \sqrt[4]{1296}\quad d)\ \sqrt{-\frac{9}{16}}\quad e)\ \sqrt[5]{1024}\quad f)\ \sqrt{5625}$

2. Extrae factores de los radicales:

$a)\ \sqrt[3]{8b^3a^7}\quad b)\ \sqrt[4]{\frac{125a^5}{16b^3}}\quad c)\ \sqrt[3]{8x^4y^7z}\quad d)\ \sqrt[9]{\frac{a^{24}b^{-12}c^{12}}{a^{-3}b^{-10}c^5}}\quad e)\ \sqrt[5]{-32a^{12}b^7}\quad f)\ \sqrt{\left(x^{12}y^7\right)^5}$

3. Introduce los factores dentro de la raíz:

4. $a)\ 2\sqrt[4]{3}\quad b)\ \frac{2}{x}\sqrt{\frac{3x}{8}}\quad c)\ \frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{25}{9}}\quad d)\ 3xy\sqrt[3]{xy^4}\quad e)\ \frac{3}{5}\sqrt[4]{\frac{75}{81}}\quad f)\ 2ab\sqrt{3ab}$

5. Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales:

$a)\ \sqrt{72}-\sqrt{50}+\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{200}=\ ;\quad b)\ 2\sqrt{75}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}-7\sqrt{48}+\sqrt{300}=$

$c)\ \sqrt{125}-3\sqrt{80}+\sqrt{20}+2\sqrt{45}=\ ;\quad d)\ \sqrt{12}+4\sqrt{72}-5\sqrt{24}+3\sqrt{8}-\sqrt{27}-\sqrt{54}=$

6. Calcula:

$a)\ \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2=\quad b)\ \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2=\quad c)\ \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{32}\right)=$

$d)\ 4\sqrt{32}-7\sqrt{50}+3\sqrt{48}=\quad e)\ \sqrt{5}\sqrt[3]{2}\sqrt[5]{3}=\quad f)\ \frac{\sqrt{12}\ \sqrt[3]{5}}{\sqrt{6}\ \sqrt[4]{5}}=$

7. Escribe con un sólo radical:

$a)\ \sqrt{\sqrt{\sqrt{2x+1}}}\quad b)\ \sqrt{3\sqrt[3]{3\sqrt[4]{3^3}}}\quad c)\ \sqrt{2}\ \sqrt[3]{6}\ \sqrt[4]{12}\quad d)\ \sqrt{17}:\sqrt[5]{17}\quad e)\ \sqrt{3\sqrt[3]{6\sqrt{12}}}$

8. Demuestra que los radicales siguientes son semejantes:

$a)\ \sqrt{12}\ ;\ \sqrt{243}\ ;\ \sqrt{75}\quad b)\ \sqrt{18}\ ;\ -7\sqrt{2}\quad c)\ \sqrt[3]{125a^4}\ ;\ \sqrt[3]{27a^7}\quad d)\ 5\sqrt{2}\ ;\ 3\sqrt{8}\ ;\ \sqrt{2}$

9. Reduce al mismo índice los siguientes radicales:

$a)\ \sqrt{3}\ ;\ \sqrt[6]{5}\ ;\ \sqrt[10]{7}\quad b)\ \sqrt[15]{5}\ ;\ \sqrt[3]{7}\ ;\ \sqrt[25]{6}\quad c)\ \sqrt{3}\ ;\sqrt[4]{6}\ ;\ \sqrt[12]{18}\quad d)\ \sqrt[3]{9}\ ;\ \sqrt[6]{4}\ ;\ \sqrt{5}$

10. Calcula:

$a)\ \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{5}\quad b)\ \sqrt{2}\cdot\sqrt{37}\cdot 3\sqrt{12}\quad c)\ \sqrt[4]{18}\cdot\sqrt{12}\cdot\sqrt[6]{32}\quad d)\ \sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{10}$

11. Racionaliza:

$a)\ \frac{6}{\sqrt{2}}\quad b)\ \frac{10}{\sqrt[3]{4}}\quad c)\ \frac{14}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\quad d)\ \frac{8}{\sqrt[3]{14}}\quad e)\ \frac{5}{4-\sqrt{11}}\quad f)\ \frac{\sqrt{3}-5}{3+\sqrt{5}}\quad g)\ \frac{7}{2\sqrt{3}}$

12. Responde si es cierto o falso, justificando la respuesta:

$a)\ \sqrt{x^2+y^2-2xy}=x+y-\sqrt{2xy}\quad b)\ \sqrt{x^2-y^2}=x-y\quad c)\ \sqrt{x^2+y^2-2xy}=x-y$

Efectúa las siguientes sumas y restas de radicales:

$a)\ \sqrt{72}-\sqrt{50}+\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{200}=$; $b)\ 2\sqrt{75}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}-7\sqrt{48}+\sqrt{300}=$

$c)\ \sqrt{125}-3\sqrt{80}+\sqrt{20}+2\sqrt{45}=$; $d)\ \sqrt{12}+4\sqrt{72}-5\sqrt{24}+3\sqrt{8}-\sqrt{27}-\sqrt{54}=$

13. Calcula:

$a)\ \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2=$ $b)\ \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2=$ $c)\ \left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)=$

$d)\ 4\sqrt{32}-7\sqrt{50}+3\sqrt{48}=$ $e)\ \sqrt{5}\sqrt[3]{2}\sqrt[5]{3}=$ $f)\ \dfrac{\sqrt{12}\ \sqrt[3]{5}}{\sqrt{6}\ \sqrt[4]{5}}=$

14. Racionaliza:

$a)\ \dfrac{6}{\sqrt{2}}$ $b)\ \dfrac{10}{\sqrt[3]{4}}$ $c)\ \dfrac{14}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ $d)\ \dfrac{8}{\sqrt[3]{14}}$ $e)\ \dfrac{5}{4-\sqrt{11}}$ $f)\ \dfrac{\sqrt{3}-5}{3+\sqrt{5}}$ $g)\ \dfrac{7}{2\sqrt{3}}$

15. Determina los intervalos correspondientes a las siguientes expresiones. Clasifícalos:

$|x|<2$; $|x|>3$; $|x|>-1$; $|x|\le 4$; $E=$ {Números reales mayores que –3 y no más grandes que 5}.

16. Calcula el resultado de la siguiente operación expresando primero los números como producto de potencias de base un número primo: $\dfrac{25\cdot 0,0002\cdot 7,5}{0,625}=$ *Sol*: $3/50$

17. Efectúa y expresa el resultado en notación científica: $\dfrac{5\cdot 10^{-5}+7\cdot 10^{-4}}{10^{6}-5\cdot 10^{5}}=$ *Sol*: $1,5\cdot 10^{-9}$

18. Opera y simplifica:

$a)\ \sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{2^2}}}{\sqrt{\sqrt[3]{2}}}=$ $b)\ \dfrac{\frac{1}{2}\sqrt{27}-\frac{1}{3}\sqrt{108}}{\frac{1}{4}\sqrt{48}+\frac{1}{5}\sqrt{75}}=$ *Sol*: $\sqrt[3]{4}$; $-1/4$

19. Simplifica las siguientes expresiones de radicales:

$a)\ \dfrac{\sqrt{18}+3\sqrt{2}-\sqrt{50}}{\sqrt{8}-3\sqrt{2}}$; $b)\ \dfrac{4\sqrt{12}-6\sqrt{3}}{2\sqrt{27}}$; $c)\ \sqrt[3]{\dfrac{3}{8}}+\sqrt[3]{\dfrac{-3}{125}}$ *Sol*: -1 ; $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{\sqrt[3]{3^4}}{10}$

LOGARITMOS

1. Utiliza la definición de logaritmo para calcular el valor de los siguientes números:

   $a)\ \log_3 27 \qquad b)\ \log_5 5^4 \qquad c)\ \log_{\frac{1}{3}} 9^{-2} \qquad d)\ \log_7 \sqrt{343} \qquad e)\ \log_{\sqrt{\frac{1}{5}}} 625$

   $f)\ \log\sqrt{0,0001} \qquad g)\ \log\frac{1}{\sqrt{100}} \qquad h)\ \log\sqrt[4]{10} \qquad i)\ \log 10^{-5} \qquad j)\ \log 10^0$

   Solución: 3; 4; 4; 3/2; –8; –2; –1; 1/4; –5; 0

2. Utilizando la calculadora, halla el valor aproximado de estos números:

   $a)\ \frac{13^{90}}{5^{18}}\ ;\ b)\ \frac{17^{85}}{13^{37}}\ ;\ c)\ \sqrt[3]{\frac{227^{131}}{5^{35}}}\ ;\ d)\ 897^{55}$

   Explica cómo lo obtienes. *Sol*: $4,7145\cdot 10^{87}$; $2,356\cdot 10^{63}$; $5,3106\cdot 10^{94}$; $2,5327\cdot 10^{162}$

   $a)\ 2\log 5 - 3\log 35 + \log 175 \qquad b)\ \log 15 + \log 24 - \log 225 \qquad c)\ \frac{1}{3}\log 2 + \frac{1}{4}\log 2 - \frac{3}{4}\log 2$

3. Efectúa las siguientes operaciones:

   a) $\log_5(125) - \log_3(81^2) + \log_7(49^3) =$

   b) $\log(0,001) + Ln(e^2) + \log(1000) - Ln(\sqrt{e}) =$ *Sol*: 1; 3/2, –3

   c) $\log_2(\log_2\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right) =$

   a) $\log_5(125) - \log_3(81^2) + \log_7(49^3) =$

   b) $\log(0,001) + Ln(e^2) + \log(1000) - Ln(\sqrt{e}) =$ *Sol*: 1; 3/2, –3

   c) $\log_2(\log_2\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}\right) =$

4. Sabiendo que $\log 2 \quad 0,301$ y $\log 3 \quad 0,477$, calcula:

   a) $\log 5$ b) $\log 24$ c) $\log 18$ d) $\log\left(\frac{8}{3}\right)$ $e)\ \log_3\sqrt{45}$ $f)\ \log_2 54$

   Sol: 0,699; 1,380; 1,255; 0,426: 1,732; 5,754

5. Calcula, simplificando al máximo y dejando el resultado en forma de logaritmo:

   $a)\ 2\log 5 - 3\log 35 + \log 175 \qquad b)\ \log 15 + \log 24 - \log 225 \qquad c)\ \frac{1}{3}\log 2 + \frac{1}{4}\log 2 - \frac{3}{4}\log 2$

   Sol: $\log\frac{5}{49}$; $\log\frac{8}{5}$; $-\log\sqrt[6]{2}$

6. Halla la base de los siguientes logaritmos a) $\log_a 625 = 4$ b) $\log_a 0{,}001 = 3$ c) $\log_a 0{,}01 = -2$

   Sol: 5; 1/10; 10

7. Simplifica las siguientes expresiones:

   a) $\dfrac{\log\left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \log\left(\frac{1}{10}\right)^2}{\log\left(\frac{27}{125}\right)^2}$; b) $\dfrac{\log\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^3}{\log\left(2\cdot\sqrt{10}\right)}$; c) $\log_2\left(\dfrac{\sqrt{18}}{6\sqrt{8}}\right)$; d) $\log_3\left(\sqrt[6]{243}\right)$

   Sol: $-\dfrac{4}{3}$; $\dfrac{3(1-\log 4)}{1+\log 4}$; -2; $\dfrac{5}{6}$

ÁLGEBRA

POLINÓMIOS

1. Desarrolla los siguientes cuadrados:

a) $(x-2y)^2$ b) $(x^2+2x-1)^2$ c) $\left(\frac{3}{2}-2x^2\right)^2$

Sol: a) $x^2-4xy+4y^2$ b) $x^4+4x^3+2x^2-4x+1$ c) $4x^4-6x^2+\frac{9}{4}$

1. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(3x^5-7x^4+7x^3-5x^2+3x-4):(3x^2-x+2)$ b) $(2x^4-4x^3-3x^2+5x+6):(2x^2-3)$

Sol: a) $Q(x)=x^3-2x^2+x;\ R(x)=x-4$ b) $Q(x)=x^2-2x;\ R(x)=-x+6$

2. Efectúa las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini:

a) $(3x^5+2x+1):(x+1)$ b) $(x^4+2x^3-x^2+4x-5):(x+3)$

Sol:
a) $Q(x)=3x^4-3x^3+3x^2-3x+5;\ R(x)=-4$ b) $Q(x)=x^3-x^2+2x-2\ ;\ R(x)=1$

3. Aplicando el teorema del resto, halla el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^3-2x^2-3)\div(x-1)$ b) $(a^3-1)\div(a-1)$ c) $(2x^4-2x^3+3x^2+5x+10)\div(x+2)$

Sol: a) –4; b) 0; c) 60.

4. Calcula el valor de *m* en los siguientes polinomios para que sean divisibles por los binomios que se indican:

a) $(5x^4+mx^3+2x-3)\div(x+1)$ b) $(3x^2-mx+10)\div(x-5)$ c) $(3x^3-7x^2-9x-m)\div(x-3)$

Sol: a) *m*=0; b) *m*=17; c) *m*=–9.

5. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios, para el valor de *x* que se indica:

$a)\ P(x) = 3x^3 + 6x^2 - 4x - 8\ ;\ x = -2$

$b)\ Q(x) = x^2 - 3x + 5\ ;\ x = 3$

$c)\ R(x) = 4x^3 + 5x^2 + 6x + 12\ ;\ x = -1$

6. ¿Qué restos habrías obtenido si hubieses efectuado la división por $(x+2)$; $(x-3)$ y $(x+1)$ respectivamente?

7. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^4 + 5x^3 - 11x^2 - 20x + 12$ b) $x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2$ c) $3x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 6x$

9.- Si se multiplica el dividendo y el divisor por un número real no nulo, ¿qué sucede con el cociente? ¿Y con el resto? Pon un ejemplo numérico y otro de polinomios.

10.- Halla el polinomio de segundo grado que cumple las siguientes condiciones: El coeficiente principal es 3, es divisible por (x+1) y el resto de su división por (x−2) es −9.

FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Calcula el valor que debe tener *a* para que el polinomio $(a+1)x^3-(2a-1)x^2+ax-7$ sea divisible por $x+2$. *Sol*: $a=-\frac{11}{18}$

2. Simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

   a) $\frac{x^2-1}{x+1}$ b) $\frac{3x^2-6x-9}{2x-6}$ c) $\frac{x^3-x^2+3x-3}{x^2-1}$

   d) $\frac{x^2-x-6}{x-3}$ e) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-8x+7}$ f) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$

   Sol: a) $x-1$ b) $\frac{3(x+1)}{2}$ c) $\frac{x^2+3}{x+1}$ d) $x+2$ e) $\frac{x-4}{x-7}$ f) $\frac{x+2}{x-2}$

3. Realiza las siguientes operaciones y simplifica los resultados:

   $$\begin{cases} \text{a)} \ \frac{2x}{x-1}+\frac{3x+1}{x-1}-\frac{1-x}{x^2-1} \\ \text{b)} \ \frac{4}{1+x}+\frac{x}{1+x^2}+\frac{x+1}{x-1} \\ \text{c)} \ \frac{3}{2x-4}+\frac{1}{x+2}-\frac{x+10}{2x^2-8} \end{cases} \qquad \textit{Sol}: \begin{cases} \text{a)} \ \frac{5x^2+7x}{x^2-1} \\ \text{b)} \ \frac{x^4+7x^3-2x^2+5x-3}{x^4-1} \\ \text{c)} \ \frac{2}{x+2} \end{cases}$$

4. Opera y simplifica:

   a) $\left(\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}\right)\cdot\left(x^4+x^3\right)$ b) $\left(\frac{1+x}{1-x}-\frac{1-x}{1+x}\right)\cdot\left(\frac{3}{4x}+\frac{x}{4}\right)$

   c) $\left(x+\frac{x}{x-1}\right):\left(x-\frac{x}{x-1}\right)$ d) $\left(\frac{x-2}{x+2}+\frac{x+2}{x-2}\right)\cdot\frac{2x}{x^2+4}$

   Sol: a) $(x+1)\cdot\left(x^2+x+1\right)$ b) $\frac{x^2+3}{1-x^2}$ c) $\frac{x}{x-2}$ d) $\frac{4x}{x^2-4}$

5. Halla el polinomio *P*(*x*) para que se cumplan las siguientes equivalencias de fracciones algebraicas:

   a) $\frac{x-5}{x+1}=\frac{P(x)}{x^2-2x-3}$ b) $\frac{x}{x^2+2x}=\frac{x-1}{P(x)}$

   Sol: a) $P(x)=x^2-8x+15$ b) $P(x)=x^2+x-2$

6. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{a)}\ \dfrac{x^4-1}{x^4+x^2} & \text{b)}\ \dfrac{x^3-2x+x}{x^3-3x^2+3x-1} \\ \text{c)}\ \dfrac{2x^3+3x^2+6x+9}{2x^4+3x^3-2x-3} & \text{d)}\ \dfrac{x^3-x-3x^2+3}{x^2-1} \end{array}\right\}$$

Sol: $\left\{\begin{array}{ll} \text{a)}\ \dfrac{x^2-1}{x^2} & \text{b)}\ \dfrac{x(x+1)}{(x-1)^2} \\ \text{c)}\ \dfrac{x^2+3}{x^3-1} & \text{d)}\ x-3 \end{array}\right\}$

ECUACIONES Y SISTEMAS

Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones:

1. Ecuaciones de primer grado:

$$a)\ \frac{3+x}{2}+\frac{4-x}{3}=5\left(\frac{9+3x}{2}-1\right);\quad b)\ \frac{x+3}{21}=\frac{5-2x}{14};\quad c)\ \frac{1+3x}{5}-3(x-2)=\frac{2x-3}{3}+1-x$$

2. Ecuaciones bicuadradas:

$$a)\ x^4-10x^2+9=0;\quad b)\ 3x^4-12x^2=0;\quad c)\ x^4-2x^2-8=0$$

3. Ecuaciones racionales:

$$a)\ \frac{2}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{-2}{x-8};\quad b)\ \frac{x-4}{3}=\frac{x^2}{x+42};\quad c)\ \frac{2x}{x-3}-\frac{6}{x-3}=-5$$

4. Ecuaciones irracionales:

$$a)\ \sqrt{x-1}=\frac{x-1}{\sqrt{9-x}};\quad b)\ \sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}=2;\quad c)\ \sqrt{4-x}-\sqrt{x+1}=1$$

5. Resuelve, por factorización, las siguientes ecuaciones:

$$a)\ x^3+x^2-2=0;\quad b)\ x^3+5x^2-x-5=0;\quad c)\ x^4+3x^3-3x-1=0$$

6. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a)\ \begin{cases}2x-y=-1\\ x-y=0\end{cases};\quad b)\ \begin{cases}\dfrac{x-y}{2}-\dfrac{x+y}{3}=0\\ 4x+1=2y-1\end{cases};\quad c)\ \begin{cases}y=2x+1\\ y=\dfrac{x-3}{3}\end{cases};\quad d)\ \begin{cases}4x+1=2y-1\\ (x+1)^2-y=x^2\end{cases}$$

7. Indica si los siguientes sistemas de ecuaciones lineales son compatibles o incompatibles. Resuelve aquellos que sean compatibles, indicando cuántas soluciones tienen:

$$a)\ \begin{cases}2x-3y=0\\ 4x-6y=-3\end{cases};\quad b)\ \begin{cases}3x-4y=2\\ 9x-6=12y\end{cases};\quad c)\ \begin{cases}3x+4y=2\\ -3x+4y=-2\end{cases};\quad d)\ \begin{cases}2x+3y=2\\ 4x-6y=3\end{cases}$$

8. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$a)\begin{cases} x\cdot y=12 \\ x^2+y^2=25 \end{cases};\quad b)\begin{cases} 6x+y=5 \\ x^2-y+1=3x \end{cases};\quad c)\begin{cases} x+y=7 \\ x^2-y^2=25 \end{cases};\quad d)\begin{cases} x-2y=5 \\ x^2+3x-y=6 \end{cases}$$

9. Halla un número de dos cifras tal que la diferencia entre la cifra de las decenas y la de las unidades es de una unidad y cuya suma es la séptima parte del valor del número *Sol*: 21

10. Si se divide un cierto número por 9, da de resto 1, y si se divide por 7, aumentarán el cociente y el resto anteriores en 2 unidades. Calcula dicho número. *Sol*: 73.

11. Halla un número de dos cifras tales que la diferencia de sus cifras es 2 y su suma es la séptima parte de dicho número. *Sol*: 42.

12. Halla la longitud de los catetos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 10 cm y su superficie mide 24 cm^2. *Sol*: 6 y 8 cm.

REPASANDO POLINOMIOS, ECUACIONES Y SISTEMAS

Comprueba tus soluciones

1. Calcula los valores de *m* y *n* para que la siguiente división sea exacta:
   $\left(3x^4+mx^3-5x^2-5x+n\right):\left(x^2-1\right)$

2. Factoriza el siguiente polinomio: $2x^5-x^3-3x$

3. Simplifica estas fracciones algebraicas:
   $a)\ \dfrac{x^4-9x^2}{x^3+5x^2+6x}$; $b)\ \dfrac{x^3-7x^2+10x}{25x-x^3}$; $c)\ \dfrac{x^3-9x}{x^4+5x^3+6x^2}$; $d)\ \dfrac{x^2\left(x+2\right)-9\left(x+2\right)}{x^2\left(x+3\right)+2x\left(x+3\right)}$

4. Calcula y simplifica:
   $a)\ \left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}\right)\left(\dfrac{1+x}{x}-x\right)$; $b)\ \dfrac{1}{x-3}-x+\dfrac{2}{x}$; $c)\ \dfrac{3}{x+1}\left(1-\dfrac{1}{x+3}\right)\left(1+\dfrac{1}{x+2}\right)$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

   Ecuaciones de primer grado:
   $a)\ \dfrac{3x+4}{6}+\dfrac{3x+1}{3}=\dfrac{11}{6}+\dfrac{x}{4}$; $b)\ \dfrac{5-x}{2}+\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{x-3}{2}\right)=\dfrac{x+1}{6}$; $c)\ 2\left(x-2\right)-\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{1-2x}{3}-\left(3-x\right)$

   Ecuaciones bicuadradas:
   $a)\ x^4-x^2-12=0$ $b)\ 7x^4=14x^2$ $c)\ 2x^4-7x^2-9=0$

   Ecuaciones racionales:
   $a)\ \dfrac{x+2}{x-1}-2=\dfrac{4-x}{2x}$; $b)\ \dfrac{2x}{x-1}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{13x+1}{3x}$; $c)\ \dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1}{1-x}$

   Ecuaciones irracionales:
   $a)\ x+\sqrt{x}=2$; $b)\ 1+\sqrt{x}=\sqrt{x+1}$; $c)\ \sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-3}=1$

6. Resuelve por factorización las siguientes ecuaciones:
   $a)\ x^2\left(x-1\right)^2-5x^2\left(x-1\right)^2=0$; $b)\ x^4-6x^3+13x^2-12x+4=0$; $c)\ 2x^4+4x^3-22x^2-24x=0$

7. Resuelve algebraica y gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:
   $a)\ \begin{cases}6x-5y=1\\3x-2y=4\end{cases}$ $b)\ \begin{cases}\dfrac{x+y}{4}+\dfrac{x-y}{2}=3\\ \dfrac{12x-7y}{13}=3\end{cases}$ $c)\ \begin{cases}-2x+\dfrac{y-2}{3}=-2\\ 4x-\dfrac{y+4}{6}=3\end{cases}$

8. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas no lineales:

$$a)\begin{cases} x^2+y^2=34 \\ xy=15 \end{cases} ; \quad b)\begin{cases} x^2+y^2+x=6 \\ 2x^2+2y^2+y=12 \end{cases} ; \quad c)\begin{cases} x-2y+4=0 \\ x^2=y^2-5 \end{cases}$$

9. Plantea algebraicamente y resuelve los siguientes problemas:

a) La diferencia de dos números es 2 y la suma de sus cuadrados es 4. ¿De qué números se trata?

b) La cuarta parte de un campo está plantada de vides, los 4/7 están sembrados de trigo y el resto de patatas. Las vides ocupan 43 áreas más que las patatas. ¿Cuál es la superficie del campo?

c) La razón de dos números se duplica si el numerador y el denominador aumentan en 5 unidades. Calcula esos números sabiendo que su suma es 18.

INECUACIONES

1. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$a)\ \dfrac{5x-2}{3} \geq \dfrac{5-x}{4}$ $\qquad Sol: [1,+\infty)$

$b)\ -2x^2+7x-6>0$ $\qquad Sol: (3/2\ ,\ 2)$

$c)\ \dfrac{x-3}{x}+\dfrac{x+3}{x^2} \leq \dfrac{2}{3}$ $\qquad Sol: 3$

$d)\ \left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x-1}\right) > \left(\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{1}{x+1}\right)$ $\qquad Sol: (-\infty,1)-\{-1\}$

$e)\ x^4-3x^2 \leq 4$ $\qquad Sol: [-2,2]$

$f)\ 4x^5-x^3>0$ $\qquad Sol: (-1/2\ ,\ 0)\cup(1/2,+\infty)$

$g)\ 3x^3+12x^2+12x \leq 0$ $\qquad Sol: (-\infty,0]$

2. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una variable:

$a)\ \begin{cases} \dfrac{x-15}{2} \leq 5-2x \\ 2-x < \dfrac{1-x}{2} \end{cases}$ $\qquad Sol: (3\ ,\ 5]$

$b)\ \begin{cases} 3x-2(x+1) \geq 5(2x-1)-6 \\ 2(x-1)+4x > 5x-4 \end{cases}$ $\qquad Sol: (-2\ ,\ 1]$

$c)\ \begin{cases} 6x+5(2-x) > 3x-8(x+4) \\ x(7-2x) > 2x(5-x)+10x \end{cases}$ $\qquad Sol: (-7,\ 0)$

$d)\ \begin{cases} \dfrac{x+3}{2-x} < 0 \\ x^2-3x<0 \end{cases}$ $\qquad Sol: (2\ ,\ 3)$

3. ¿Para qué valores de *m* la ecuación $8x^2-(m-1)x+m-7=0$ tiene soluciones reales?

   Sol: $(-\infty,9]\cup[25,+\infty)$

4. María tiene 7 años menos que su hermano Juan. ¿Cuántos años puede tener María si sabemos que el triple de su edad es mayor que el doble de la de su hermano? *Sol*: Más de 14 años.

5. Una empresa paga a sus trabajadores eventuales 30€ por cada una de las 20 primeras horas de trabajo. A partir de ahí, cobran a 18€ la hora. ¿Cuántas horas deben trabajar para ganar más de 1500€?

   Sol: Más de 50 horas.

6. Recuerda que cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. Si los lados de un triángulo miden $5x-12$; $2x+24$ y $x+36$, ¿entre qué valores puede variar x? *Sol*: $(4\ ;\ 36)$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones con una incógnita y representa su solución en la recta real:

   a) $2x-3<x-1$ b) $\frac{3x-2}{2}\leq\frac{2x+7}{3}$

   c) $-3x-2<5-\frac{x}{2}$ d) $\frac{3x}{5}-x>-2$

   Sol: $a)\ (-\infty,2)\ ;b)\ (-\infty,4]\ ;\ c)\ (-14/5,+\infty)\ ;\ d)\ (-\infty,5)$

8. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con una variable y representa su conjunto solución en la recta real::

   a) $\begin{cases}4x-3<1\\ x+6>2\end{cases}$ b) $\begin{cases}3x-2>-7\\ 5-x<1\end{cases}$

   c) $\begin{cases}5-x<-12\\ 16-2x<3x-3\end{cases}$ d) $\begin{cases}2x-3>0\\ 5x+1\leq 0\end{cases}$

   Sol: $a)\ (-4,1)\ ;\ b)\ (4,+\infty)\ ;\ c)\ (17,+\infty)\ ;\ d)\ \varnothing$

9. Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado y expresa su solución como unión de intervalos:

   a) $-x^2-2x+3\geq 0$ b) $5-x^2<0$

   c) $x^2+3x>0$ d) $-x^2+6x-5\leq 0$

   Sol:
   $a)\ [-3,1]\ ;\ b)\ \left(-\infty,-\sqrt{5}\right)\cup\left(\sqrt{5}\ ,+\infty\right)\ c)\ (-\infty,-3)\cup(0,+\infty)\ ;d)\ (-\infty,1]\cup[5,+\infty)$

10. Resuelve las siguientes inecuaciones: de grado superior a dos y expresa su solución como unión de intervalos:

$$a)\ (x-1)(x+2)(x-5)\le 0\ ;\quad b)\ (x-3)^2(x+3)^3(x-5)\le 0$$
$$c)\ x^3-4x>0;\qquad d)\ x^3-3x^2\ge 0$$

Sol: $a)\ (-\infty,-2]\cup[1,5]$; $b)\ [-3,5]$; $c)\ (-2,0)\cup(2,+\infty)$; $d)\ \{0\}\cup[3,+\infty)$

11. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a)\ \frac{x}{3x-6}>1\ ,\qquad b)\ \frac{(x+3)(x-2)}{x(x-6)}>0$$
$$c)\ \frac{3x-2}{x-1}-1\le\frac{2x-1}{x+1}\ ;\quad d)\ \frac{x^2-1}{x}\le 0$$

Sol:
$a)\ (2,3)$; $b)\ (-\infty,-3)\cup(0,2)\cup(6,+\infty)$; $c)\ (-\infty,-1)\cup[1/2\ ,1)$; $d)\ (-\infty,-1]\cup(0;1]$

12. Un meteorólogo dice que en el mes de abril el triple del número de días que ha llovido es menor que el doble de los días que no lo ha hecho. ¿Cuál ha sido, como máximo el número de días que ha llovido? *Sol*: 11 días.

13. A una excursión van 40 estudiantes y se sabe que el cuadrado del número de chicas es menor que el doble del número de chicos. ¿Cuántas chicas, irán a la excursión, a lo sumo? *Sol*: 7.

.

GEOMETRÍA

TRIGONOMETRÍA

1. ¿Cómo están relacionadas las razones trigonométricas de los ángulos de 250º y 340º?

2. ¿Cuánto vale $sen^2 B + sen^2 C$ si B y C son los ángulos agudos de un triángulo rectángulo*Sol*: 1

3. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 15 cm, y uno de sus ángulos agudos mide 25º. Calcula los demás elementos del triángulo.
   Sol: $\beta = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ \qquad c \cong 6,34\text{cm} \qquad b \cong 13,60\text{cm}$

4. Calcula los elementos de un triángulo rectángulo sabiendo que uno de sus catetos mide 8 cm y el ángulo opuesto a dicho lado mide 33º.
   Sol: $\alpha = 90^\circ - 33^\circ = 57^\circ \qquad a \cong 14,69\text{cm} \qquad c \cong 12,32\text{cm}$

5. Calcula los elementos de un triángulo rectángulo sabiendo que su hipotenusa mide 5 cm y el cateto opuesto a su ángulo mayor mide 3,6 cm.
   Sol: $\alpha \cong 43^\circ 56' 44'' \qquad \beta \cong 46^\circ 3' 16'' \quad c \cong 3,47\text{cm}$

6. Calcula los elementos de un triángulo rectángulo del que se conocen las medidas de sus catetos: 16 cm y 7 cm. *Sol*:
   $\alpha \cong 23^\circ 37' 46'' \qquad \beta \cong 66^\circ 22' 14'' a \cong 17,46$

7. Desde un barco se mide, por radar, la distancia a la cima de una montaña: 2570 m. Halla la altura de la montaña, sabiendo que el ángulo que forma la visual con el horizonte es de 29º.
   Sol: $c \cong 1246 \text{ m}$

8. En un instante dado, el altímetro de una avioneta registra 1095 m de altitud. El piloto ve la base de la torre de control del aeropuerto mediante una visual que forma un ángulo de 81º con la vertical. ¿A qué distancia del aeropuerto vuela el aparato? *Sol*: $a \cong 7 \text{ km}$.

9. Para calcular el ancho de un río, se midió una distancia AB = 20 m a lo largo de su orilla, tomando el punto A directamente opuesto a un árbol C, situado en la otra orilla. Desde el punto B se midió el ángulo ABC = 61º. ¿Cuál es la anchura del río? *Sol*: 36 m.

10. La inclinación de los rayos solares varía a lo largo del día. En cierto instante, un poste de 12 m de altura, proyecta una sombra de 24 m. ¿Cuál es el ángulo de inclinación de los rayos solares respecto de la horizontal? *Sol*: $\alpha \cong 26^{\circ} 33' 54''$

11. Desde un punto medio M de la distancia entre dos torres A y B, los ángulos de elevación de sus extremos superiores son 30º y 60º, respectivamente. Si A tiene una altura de 40 m, halla la altura de B y la distancia entre ambas torres.
Sol: La altura de B es de aproximadamente 120 m y la distancia entre ambas torres es aproximadamente 138,56 m.

12. Simplifica las siguientes expresiones:
$a)\ \sin^3 x + \sin x \cos^2 x \quad b)\ \dfrac{\cos^2 x}{1-\sin x} \quad c)\ \dfrac{\tan x}{\sin x}$ *Sol*:
$a)\ \sin x \quad b)\ 1+\sin x \quad c)\ \dfrac{1}{\cos x}$

13. Comprueba las siguientes igualdades:
$a)\ \tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x \quad b)\ \dfrac{1-\sin x}{\cos x} = \dfrac{\cos x}{1+\sin x} \quad c)\ 1+\cot^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$

14. Sabiendo que $sen\alpha = 0,35$ y $0 \le \alpha \le 90^{\circ}$ calcula las razones trigonométricas siguientes:
$\cos\alpha \quad \sin(90-\alpha) \quad \tan(180+\alpha) \quad \cos(180-\alpha) \quad \tan(90-\alpha) \quad \sin(-\alpha)$
Sol: $0,94 \quad 0,94 \quad 0,37 \quad -0,94 \quad 2,69 \quad -0,35$

GEOMETRÍA ANALÍTICA

1. Las coordenadas del punto medio *M* de un segmento *AB* son (–1,3); si las coordenadas del punto *A* son (–2, 6), determina las coordenadas del punto *B*.

2. Dados los vectores $\vec{a}=(3,-1)$; $\vec{b}=(0,2)$ y $\vec{c}=4\vec{i}+\vec{j}$ en el sistema de referencia de V^2, determina: $2\vec{a}-3\vec{b}$; $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$; $|\vec{a}|$. ($|\vec{a}|=$ *Módulo del vector* $\vec{a}$).

3. Dados los puntos $A(3,2), B(-3,2)$ y $C(0,5)$, calcula las coordenadas de un cuarto punto *D* para formar el paralelogramo *ABCD*. ¿Cuáles serían esas coordenadas si el paralelogramo fuese *ADBC*? ¿Se puede formar algún paralelogramo más?

4. Halla las coordenadas de un punto *C* tal que con los puntos $A(0,2)$ y $B(0,5)$ forme un triángulo rectángulo de 6 u^2 de área. ¿Cuántos puntos cumplen esta condición?

5. Calcula los valores de *m* y *n* sabiendo que $\overrightarrow{AB}=(-5,6)$ siendo $A=(2,m-2)$ y $B=(3n,5)$. Determina el punto medio del segmento *AB*.

6. Calcula las coordenadas del punto *A* si sabemos que los vectores $\overrightarrow{OA}$ y $\vec{v}(2,-3)$ son perpendiculares.

7. Las ecuaciones paramétricas de una recta *r* son: $\begin{cases} x=1-t \\ y=3+2t \end{cases}$ Escribe las ecuaciones paramétricas de otra recta que pasa por el punto (1, 4) y que tiene el mismo vector de dirección de la recta *r* dada.

8. Escribe la ecuación en forma continua de la recta que pasa por el punto $A(-3,-2)$ y cuyo vector director es $\vec{v}(-1,\ 2)$. Escribe también su ecuación implícita.

9. Escribe en todas sus formas las siguientes rectas: a) $y=3$ b) $x-y=-1$ c) $x-2=0$

10. Halla la ordenada en el origen de la recta cuyas ecuaciones paramétricas son: $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3t \end{cases}$

11. Escribe la ecuación de la recta perpendicular a la recta *r*: $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+3t \end{cases}$ que pasa por $A(2,-1)$

12. Escribe la ecuación de la recta que pasa por el punto medio de $A(3,4)$ y $B(-5,2)$ y cuyo vector director es perpendicular al formado por los puntos anteriores. *Sol*: $4x+y+1=0$

13. Estudia analíticamente la posición relativa de las siguientes rectas:

$$\begin{cases} r \equiv 2x-y-3=0 \\ s \equiv \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{0} \end{cases}$$

Sol: Las rectas se cortan en el punto $P(1,-1)$.

14. Determina el valor de *a* para que la recta $ax+4y-11=0$ pase por el punto $P(1,2)$. Escribe la ecuación continua de la recta para dicho valor.

Sol: $\dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y-2}{3}$

15. Calcula el valor de *m* para que el punto $A(m,1)$ esté alineado con los puntos $B(3,-2)$ y $C(3,4)$

16. Estudia analíticamente la posición relativa de las rectas $r \equiv 2x-y=1$; $s \equiv mx+2y=3$, según los valores de *m.*

ANÁLISIS

ESTUDIO DE FUNCIONES

1. Dadas las funciones $f(x)=(x+5)^2$; $g(x)=(x-5)^2$, calcula $a)(f+g)(x)$, $b)$ $(f-g)(x)$; y determina qué tipo de función resulta.

2. Halla el dominio de las siguientes funciones:

   $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-4}$; $g(x)=\log(8-x)$; $h(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{2-x}}$

3. Estudia y representa gráficamente la función $f(x)=3^x$

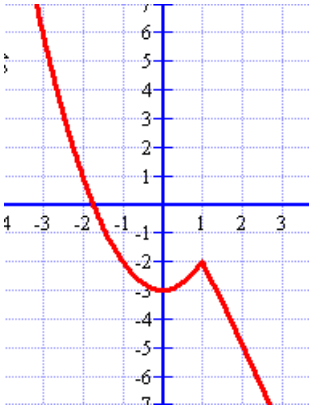
4. Dibuja la gráfica de la función $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+1}$. Halla:
   a) Su dominio; b) las ecuaciones de sus asíntotas; c) ¿Para qué valores de x no es continua?

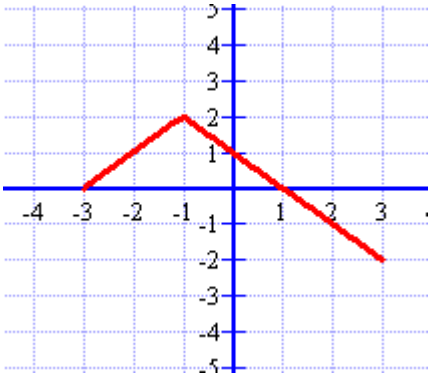
5. Dadas las funciones $f(x)=2x+3$; $g(x)=x+4$, a) halla el dominio de la función $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$.
   b) ¿Qué tipo de función es $(f\cdot g)(x)$? ¿Tiene un máximo o mínimo absoluto? En caso afirmativo indica en qué punto.

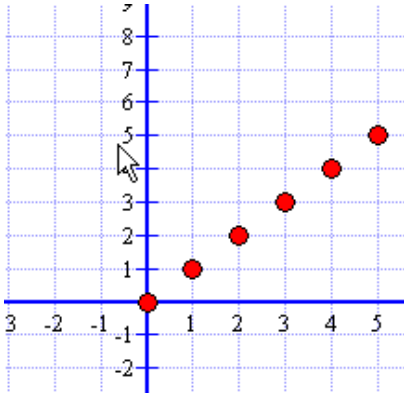
6. El alquiler de un piso es de500€ mensuales. Si en el contrato se hace constar que se subirá un 3% anual, calcula:
   a) La función que expresa el precio del alquiler en función del número de años.
   b) El precio del alquiler dentro de diez años.
   c) ¿Cuántos años tendrán que transcurrir para que se duplique el alquiler?
   d) ¿Es una función continua? (¿Se pueden unir sus puntos?) ¿Por qué?

7. Clasifica y representa la función $f(x)=\dfrac{4}{x}$. Indica si la función es creciente o decreciente y di si es continua. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

8. En cada una de estas funciones indica:
   a) Su dominio; b) Si es o no continua; c) Monotonía; d) Máximos y mínimos.







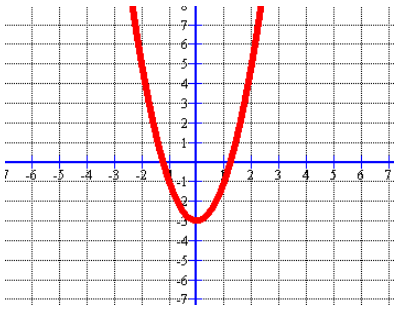
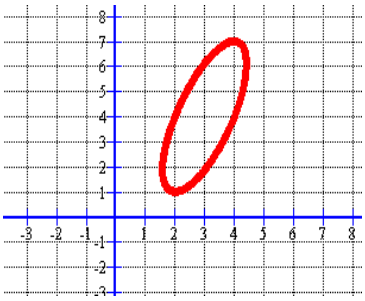
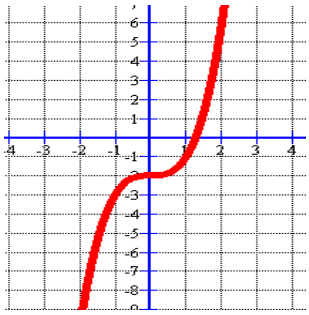
9. Dada la función $f(x)=\begin{cases} 2-x^2 & si\ x\le 2 \\ -3+x & si\ x>2 \end{cases}$

a) Calcula: $f(-3)$; $f(4)$; $f(-1/2)$; $f(2)$

b) ¿Cuál es su dominio? c) ¿Presenta alguna discontinuidad? d) ¿En qué punto alcanza un máximo?

REPASO DE FUNCIONES:

1. Indica cuáles de las siguientes gráficas son funciones:

2. Escribe la ecuación de una función afín que pasa por los puntos $P(2,5)$ y $Q(-1,4)$. Indica cuál es el valor de su pendiente y el punto correspondiente a su ordenada en el origen. Represéntala gráficamente.

3. Estudia y representa gráficamente la función lineal $f(x)=-2x$.

4. Halla la ecuación de la parábola cuyo vértice es el punto $V(-3,2)$ y pasa por el punto $P(-6,-1)$. Represéntala gráficamente y realiza su estudio.

5. Escribe la ecuación de una función hiperbólica que pasa por el punto $P(-4,6)$, no está definida para $x=-2$ y la recta $y=-3$ es una asíntota horizontal. Representa su gráfica.

6. Halla la ecuación de una parábola que pasa por los puntos $O(0,0)$, $A(-3,-3)$ y $B(1,5)$.

7. El perímetro de un rectángulo mide 8 m. Expresa el área del rectángulo en función del lado *x* de la base. Determina el dominio o campo de definición de esta función. Represéntala e indica el valor del lado de la base para el que el área se hace máxima.

8. Escribe la ecuación de la parábola que tiene el vértice en el punto $V(2,2)$ y pasa por el punto $P(1,3)$. Realiza su estudio.

9. Indica en qué puntos presentan discontinuidad las funciones $a)\ \frac{x+1}{x-2}$ $b)\ \frac{x-5}{x+3}$. ¿En qué puntos cortan a los ejes coordenados? Determina sus asíntotas verticales y horizontales.

10. Representa las funciones exponenciales $y=2^x$; $y=-2^x$ ¿Qué observas?

11. Representa la gráfica correspondiente a $\log_2 x$. Apóyate para ello en la función $y=2^x$. Realiza su estudio.

12. La bacteria Eberthella typhosa se reproduce por bipartición cada hora. Si partimos de un millón de bacterias, calcula: a) La función que expresa el número de bacterias en función del tiempo. b) ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de un día? c) ¿Qué tiempo tiene que transcurrir para tener más de 16 millones de bacterias?

13. Para recolectar las fresas de una huerta, 20 trabajadores tardan 5 días. Calcula la función que da el número de días en función del número de trabajadores. ¿Qué tipo de función es?