EJERCICIOS REPASO FUNCIONES.

1) Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x)=2x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

b) $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x-2=0\}=\Re-\{2\}$

c) $f(x)=(x-1)^3$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-1=0\}=\Re-\{-1,1\}$

$x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=-1$ ò $x=1$

e) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^3=0\}=\Re-\{0\}$

$x^3=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{0} \Leftrightarrow x=0$

f) $f(x)=x^2+x+1$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

g) $f(x)=\dfrac{7}{x^2-25}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-25=0\}=\Re-\{-5,5\}$

$x^2-25=0 \Leftrightarrow x^2=25 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x=-5$ ò $x=5$

h) $f(x)=\dfrac{1}{x^4-1}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^4-1=0\}=\Re-\{-1,1\}$

$x^4-1=0 \Leftrightarrow x^4=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt[4]{1} \Leftrightarrow x=-1$ ò $x=1$

i) $f(x)=x^5-2x+6$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

j) $f(x)=\dfrac{x^7-2}{x^2-3x+4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-3x+4=0\}=\Re$

$x^2-3x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-16}}{2}=\text{no existe solución real}$

k) $f(x)=\dfrac{2-x}{(x+1)^2}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/(x+1)^2=0\}=\Re-\{-1\}$

$(x+1)^2=0 \Leftrightarrow x=-1$

l) $f(x)=x^3-5x^2+6x$ función polinómica $\rightarrow Dom(f)=\Re$

m) $f(x)=\sqrt{2x-4}$ función radical con índice par

$\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/2x-4\geq 0\}=[2,+\infty)$

$2x-4\geq 0 \Leftrightarrow 2x\geq 4 \Leftrightarrow x\geq 2 \Leftrightarrow x\in[2,+\infty)$

n) $f(x)=\dfrac{3}{1-x}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/1-x=0\}=\Re-\{1\}$

o) $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ función radical con índice impar

$\rightarrow Dom(f)=Dom(y=x-2)=\Re$

p) $f(x)=\sqrt{x-2}$ función radical con índice par

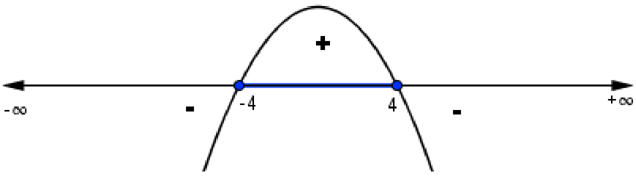
$\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/x-2\geq 0\}=[2,+\infty)$

q) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-4}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2-4=0\}=\Re-\{-2,2\}$

$x^2-4=0 \Leftrightarrow x^2=4 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x=-2 \text{ ò } x=2$

r) $f(x)=\dfrac{x^2-4x}{x^2+16}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/x^2+16=0\}=\Re$

$x^2+16=0 \Leftrightarrow x^2=-16 \Rightarrow$ no tiene solución rea



s) $f(x)=\sqrt[4]{16-x^2}$

función radical con índice par $\rightarrow Dom(f)=\{x\in\Re/16-x^2\geq 0\}=[-4,4]$

Tenemos que resolver la inecuación $:16-x^2\geq 0$

Ceros

$$16-x^2=0 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x=-4 \text{ ò } x=4$$

t) $f(x)=\sqrt[3]{16-x^2}$ función radical con índice impar $\rightarrow Dom(f)=Dom(y=16-x^2)=\Re$

u) $f(x)=\dfrac{3x+5}{2x^2-4x-6}$ función racional $\rightarrow Dom(f)=\Re-\{x/2x^2-4x-6=0\}=\Re-\{-1{,}3\}$

$$2x^2-4x-6=0 \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{64}}{4}=\begin{cases} x=\dfrac{4+8}{4}=3 \\ x=\dfrac{4-8}{4}=-1 \end{cases}$$

2. Dadas las siguientes funciones, indica de qué tipo son, represéntalas gráficamente e indica su dominio, recorrido, continuidad, puntos de corte con los ejes, monotonía (indicar si es creciente o decreciente), extremos, curvatura, puntos de inflexión, simetría, periodicidad y asíntotas:

a) $y = 3x^2+6x-7$
b) $y=-2x^2$
c) $y= 3^x$
d) $y=0.5^x$
e) $y=\frac{5}{x}$
f) $y=\frac{-4}{x}$

a) $y = 3x^2+6x-7$ Se trata de una función polinómica. Su gráfica es una parábola. Cálculo del vértice: a= 3, b=6, c= -7

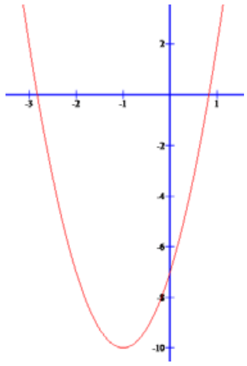
Xv= -b/2a= -6/(2·3)= -1

Yv= $3\cdot(-1)^2+6(-1)-7=-10$

V(-1, -10)

Damos 5 valores cualquiera:

x	y
-2	-7
-1	-10
0	-7
1	2
2	17



(Nota: el punto (2, 17) no sale en el dibujo de la función)

Dominio: por ser una función polinómica, Domf= $\Re$

Recorrido: $Imf = [-10,\infty)$

Continuidad: Es continua

Puntos de corte con los ejes:

Con el eje x: y=0

0= $3x^2+6x-7$, resolviendo la ecuación obtenemos: x_1= -2,8 , x_2=0,8, por tanto los puntos de corte con el eje x serán (-2´8, 0) y (0’8, 0)

Con el eje y: x=0

y= $3\cdot0^2+6\cdot0-7$= -7, por tanto el punto de corte con el eje y será (0,-7)

Monotonía:

Decreciente: $(-\infty, -1)$, Creciente $(-1, \infty)$

Extremos:

Mínimo absoluto y Mínimo relativo en el vértice (-1, -10)

Máximos absolutos y relativos: no tiene

Curvatura:

Convexa en todo su dominio

Puntos de inflexión: No tiene

Simetría: observando el dibujo, vemos que no es ni par ni impar. Si lo quisiésemos calcular analíticamente (matemáticamente):

Si es par, se cumple que f(x)= f(**-**x)

f(-x)= $3\cdot(-x)^2+6\cdot(-x)-7= 3x^2-6x-7 \neq f(x)$, luego no es par

Si es impar, se cumple que f**(-**x)=-f(x)

-f(x)= $-(3x^2+6x-7)= - 3x^2-6x+7 \neq f(-x)$, luego tampoco es impar

Periodicidad: No es periódica

Asíntotas: no tiene

b) $y=-2x^2$

Se trata de una función potencial. Por ser de grado 2, su gráfica es una parábola

Cálculo del vértice: a= -2, b=0

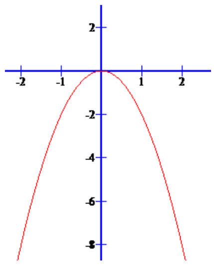
Xv= -b/2a= -0/(2·(-2))= 0

Yv= -2·(0)^2= 0

V(0, 0)

Damos 5 valores cualquiera:

x	y
-2	-8
-1	-2
0	0
1	-2
2	-8



Dominio: por ser una función potencial, Domf= $\Re$

Recorrido: $Imf = [0, -\infty)$

Continuidad: Es continua

Puntos de corte con los ejes:

Con el eje x: y=0

0= $-2x^2$, resolviendo la ecuación obtenemos: x= 0 , x_2=0,8, por tanto el puntos de corte con el eje x será (0, 0)

Con el eje y: x=0

y= $(-2)\cdot 0^2$= 0, por tanto el punto de corte con el eje y será (0,0)

Monotonía:

Creciente: ($-\infty$, 0), Decreciente (0, $-\infty$)

Extremos:

Mínimo absoluto: No tiene Mínimo relativo: no tiene

Máximo absoluto: (0,0) Máximos relativos: (0,0)

Curvatura:

Cóncava en todo su dominio

Puntos de inflexión: No tiene

Simetría: observando el dibujo, vemos que tiene simetría par (o respecto al eje y) y no tiene simetría impar. Matemáticamente:

Si es par, se cumple que f(x)= f(-x)

f(-x)= $-2\cdot(-x)^2=-2x^2$=f(x), luego es par

Si es impar, se cumple que f(**-**x)=-f(x)

-f(x)= $-2x^2 \neq$ f(-x), luego no es impar

Periodicidad: No es periódica

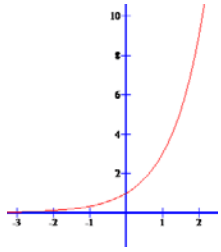
Asíntotas: no tiene

c) y= 3^x

Se trata de una función exponencial.

Damos 5 valores para representarla:

x	y
-2	1/9
-1	1/3
0	1
1	3
2	9



(Nota: los valores de y los obtenemos como siempre, es decir, sustituyendo los valores de x en la función. Ejemplo: y(-2)= 3^(-2)= 1/(3^2)= 1/9)

Dominio: Domf= $\Re$

Recorrido: $Imf = (0, \infty)$

Continuidad: Es continua

Puntos de corte con los ejes:

Con el eje x: no corta

Con el eje y: x=0

y= 3^0= 1, por tanto el punto de corte con el eje y será (0,1)

Monotonía:

Creciente en todo su dominio

Extremos:

No hay

Curvatura:

Puntos de inflexión: No tiene

Simetría: observando el dibujo, vemos que no tiene ni simetría par ni impar

Si es par, se cumple que f(x)= f(-x)

f(-x)= $3^{-x} \neq$ f(x), luego no es par

Si es impar, se cumple que f(-x)=-f(x)

-f(x)= $-3^x \neq$ f(-x), luego no es impar

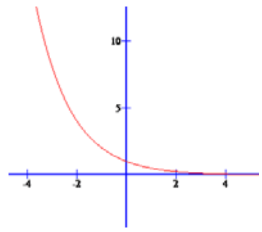
Periodicidad: No es periódica

Asíntotas: Horizontal: el eje x, de ecuación y=0

d) y=0.5^x

Se trata de una función exponencial.

Damos 5 valores para representarla:



x	y
-2	4
-1	2
0	1
1	0.5
2	0.25

(Nota: los valores de y los obtenemos como siempre, es decir, sustituyendo los valores de x en la función. Ejemplo: y(-2)= 0.5^{-2}=4

Dominio: Domf= $\Re$
Recorrido: $Imf = (0,\infty)$
Continuidad: Es continua
Puntos de corte con los ejes:
Con el eje x: no corta
Con el eje y: x=0
y= 0.5^0= 1, por tanto el punto de corte con el eje y será (0,1)
Monotonía:
Decreciente en todo su dominio
Extremos:
No hay
Curvatura: Convexa en todo su dominio

Puntos de inflexión: No tiene

Simetría: observando el dibujo, vemos que no tiene ni simetría par ni impar

Si es par, se cumple que f(x)= f(-x)

f(-x)= 0.5^{-x}ǂf(x), luego no es par

Si es impar, se cumple que f(-x)=-f(x)

-f(x)= -0.5^x ǂ f(-x), luego no es impar

Periodicidad: No es periódica

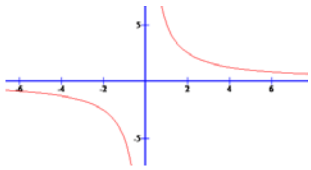
Asíntotas: Horizontal: el eje x, de ecuación y=0

e) y= $\frac{5}{x}$

Se trata de una función de proporcionalidad inversa

Damos una serie de valores para representarla:

x	y
-2	-2.5
-1	-5
0	(en este punto no hay función, ya que no se puede dividir por 0)
1	5
2	2.5
5	1



Dominio: Domf= $\Re$ - $\{0\}$

Recorrido: $Imf = (-\infty,0)$ U(0, ∞)

Continuidad: No es continua

Puntos de corte con los ejes:

No corta a ningún eje

Monotonía:

Decreciente en todo su dominio

Extremos:

No hay

Curvatura: Cóncava $(-\infty,0)$ y convexa (0, ∞)

Puntos de inflexión: No tiene

Simetría: observando el dibujo, tiene simetría impar. Matemáticamente:

Si es par, se cumple que f(x)= f(-x)

f(-x)= 5/-x≠f(x), luego no es par

Si es impar, se cumple que f(-x)=-f(x)

-f(x)= -5/x = f(-x), luego es impar

Periodicidad: No es periódica

Asíntotas:

Horizontal: el eje x, de ecuación y=0

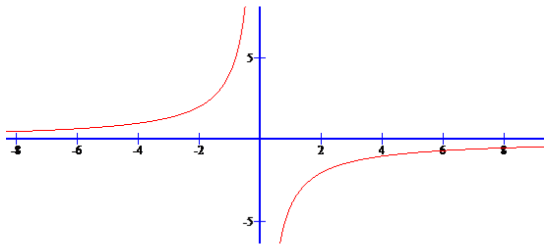
Vertical: el eje y, de ecuación x=0

f) y= $\frac{-4}{x}$

Se trata de una función de proporcionalidad inversa

Damos una serie de valores para representarla:

x	y
-2	2
-1	4
0	(en este punto no hay función, ya que no se puede dividir por 0)
1	-4
2	-2
4	-1



Dominio: Domf= $\Re$ - $\{0\}$

Recorrido: $Imf = (-\infty$,0) U(0, ∞)

Continuidad: No es continua

Puntos de corte con los ejes:

No corta a ningún eje

Monotonía:

Creciente en todo su dominio

Extremos:

No hay

Curvatura: Convexa ($-\infty$,0) y cóncava (0, ∞)

Puntos de inflexión: No tiene

Simetría: observando el dibujo, tiene simetría impar. Matemáticamente:

Si es par, se cumple que f(x)= f(-x)

f(-x)= -4/-x=4/x≠f(x), luego no es par

Si es impar, se cumple que f(-x)=-f(x)

-f(x)= 4/x = f(-x), luego es impar

Periodicidad: No es periódica

Asíntotas:

Horizontal: el eje x, de ecuación y=0

Vertical: el eje y, de ecuación x=0

3. Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:

$$f(x)=\begin{cases} 5-2x\ , & \text{si } x\leq -1 \\ 3x\ , & \text{si } x>-1 \end{cases}$$

Su gráfica estará formada por dos trozos:

El trozo de $y = 5 - 2x$ correspondiente al intervalo $(-\infty, -1]$

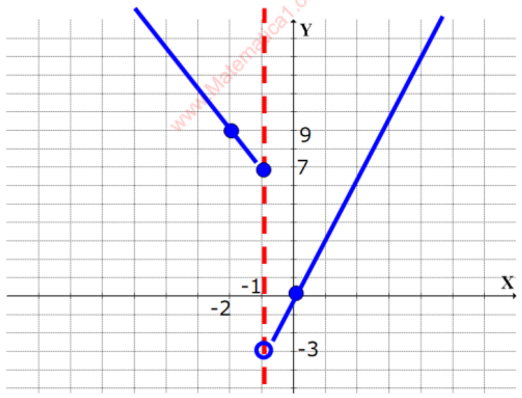
El trozo de $y = 3x$ correspondiente al intervalo $(-1, \infty)$

Tabla 1

$x \leq -1$	$y = 5 - 2x$
-1	7
-2	9

Tabla 2

$x > -1$	$y = 3x$
-1	-3
0	0



Dom(f) = R

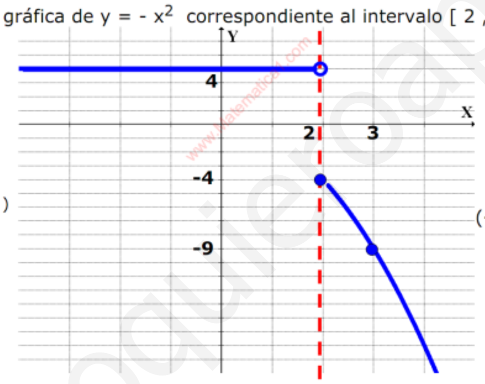
Rec(f) = $(-3, \infty)$

$$f(x)=\begin{cases} 4\ , & \text{si } x<2 \\ -x^2\ , & \text{si } x\geq 2 \end{cases}$$

Su gráfica estará formada por dos trozos:

El trozo de la gráfica de $y = 4$ correspondiente al intervalo $(-\infty, 2)$

El trozo de la gráfica de $y = -x^2$ correspondiente al intervalo $[2, \infty)$



La abscisa del vértice de la parábola es: $x_v = 0 \notin [2, \infty)$

Dom(f) = R

Rec(f) = $(-\infty, -4] \cup \{4\}$

Tabla

$x \geq 2$	$y = -x^2$
2	-4
3	-9

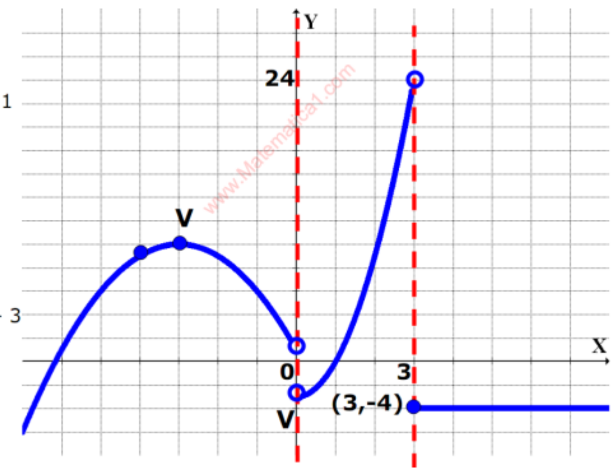
$$f(x)=\begin{cases} -x^2-6x+1\ , & \text{si } x<0 \\ 3x^2-3\ , & \text{si } 0<x<3 \\ -4\ , & \text{si } x\geq 3 \end{cases}$$

Tabla 1

$x < 0$	$y = -x^2-6x+1$
0	1
-3	10
-4	9

Tabla 2

$0 < x < 3$	$y = 3x^2 - 3$
0	-3
3	24



Dom(f) = R − { 0 }

Rec(f) = $(-\infty, 24)$