

EXAMEN FINAL

1. Halla razonadamente la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(0, -4)$.
2. Halla razonadamente el valor de x para que x , $x^2 - 2$ y $3x + 2$ sean tres términos consecutivos de una progresión aritmética.
3. Halla (sin utilizar la calculadora y simplificando los cálculos lo más posible) la fracción canónica

resultante de: $\frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + 1}{\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2} \right) : \frac{3}{2}}$ (comprueba el resultado con la calculadora).

4. Haz un esquema de la clasificación de los números reales y di, justificando las respuestas, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
 - Todo número decimal es racional.
 - Hay números fraccionarios que son irracionales.
 - Todos los números positivos son naturales.

5. Expresa en forma de una sola potencia de exponente positivo: $\frac{(3^{-5} \cdot 3^2)^4}{3 : 3^3}$

1. Recta que pasa por $A(-1, 2)$ y $B(0, -4)$:

La ecuación de toda recta es de la forma $y = mx + b$ en la que $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, es la pendiente y b es la ordenada en el origen, es decir, el valor de y en el punto en que $x = 0$; por lo tanto, en este caso, el punto $B(0, -4)$ nos indica que $b = -4$

$$\text{La pendiente es: } m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-4 - 2}{0 - (-1)} = \frac{-6}{1} = -6$$

Como la recta que pasa por $A(-1, 2)$ y $B(0, -4)$ tiene $m = -6$ y $b = -4$ su ecuación es:

$$\boxed{y = -6x - 4}$$

$$\text{Comprobación: } y = -6x - 4 \quad \begin{cases} A \xrightarrow{x=-1, y=2} 2 = -6 \cdot (-1) - 4 & \text{SÍ} \\ B \xrightarrow{x=0, y=-4} -4 = -6 \cdot 0 - 4 & \text{SÍ} \end{cases}$$

2. Si los términos x , $x^2 - 2$ y $3x + 2$ están en progresión aritmética, la diferencia entre el primero y el segundo, tiene que ser la misma que entre el tercero y el segundo, es decir, se tiene que cumplir:

$$(x^2 - 2) - (x) = (3x + 2) - (x^2 - 2)$$

Resolviendo esta ecuación:

$$x^2 - 2 - x = 3x + 2 - x^2 + 2 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

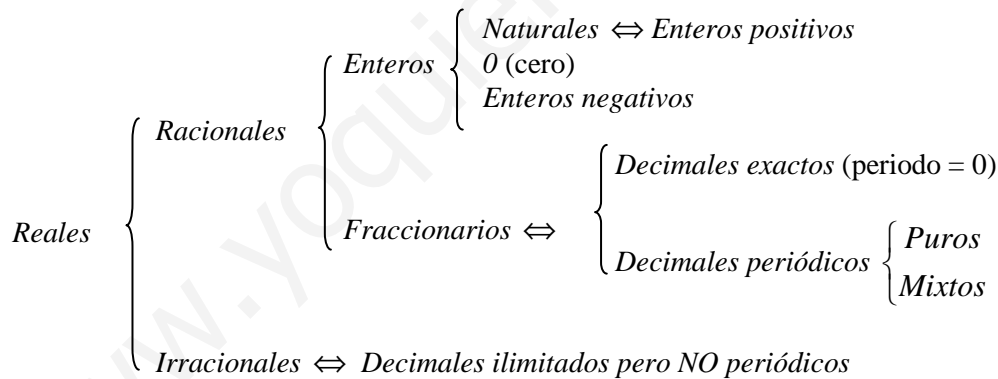
Comprobación:

$$x, x^2 - 2 \text{ y } 3x + 2 \begin{cases} \xrightarrow{x=3} 3, 7, 11 \text{ están en progresión aritmética con } d = 4 \\ \xrightarrow{x=-1} -1, -1, -1 \text{ están en progresión aritmética con } d = 0 \end{cases}$$

$$3. \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + 1}{\frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2} \right) : \frac{3}{2}} = \frac{*}{**} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{-7}{12}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{-12}{7} = \boxed{\frac{-3}{7}}$$

$$\begin{cases} * \text{ Numerador: } \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + 1 = \frac{1}{2} - \frac{5}{4} + 1 = \frac{2}{4} - \frac{5}{4} + \frac{4}{4} = \frac{1}{4} \\ ** \text{ Denominador: } \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{2} \right) : \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{10}{4} \right) : \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{-7}{12} \end{cases}$$

4. Clasificación de los números reales:



– Todo número decimal es racional. FALSO.

Solo son racionales los decimales limitados (período 0) y los ilimitados periódicos. Los números con infinitas cifras decimales no periódicos, son irracionales, por ejemplo: π , $\sqrt{2}$...

– Hay números fraccionarios que son irracionales. FALSO.

Como se ve en el esquema, los números fraccionarios son racionales.

– Todos los números positivos son naturales. FALSO.

Para que un número sea natural, además de positivo, tiene que ser entero. Por ejemplo los números 0,5, 2/3, π ... son positivos y no son naturales.

$$5. \frac{(3^{-5} \cdot 3^2)^4}{3 : 3^3} = \frac{(3^{-5+2})^4}{3^{1-3}} = \frac{3^{-3 \cdot 4}}{3^{-2}} = 3^{-12 - (-2)} = 3^{-10} = \boxed{\left(\frac{1}{3}\right)^{10}}$$