FUNCIONES

Recuerda:

- Una función es una correspondencia entre dos conjuntos (o relación entre magnitudes), de forma que cada elemento del conjunto inicial le corresponde sólo un elemento del conjunto final.
- $y = f(x)$ es una forma de llamar a una función. Diremos que x es la variable independiente y que y es la variable dependiente. También diremos que y es imagen de x, y que x es una antiimagen de y. Lo representaremos por $x = f^{-1}(y)$.
- La gráfica de una función f(x) es la representación en unos ejes cartesianos de los pares de valores (x, f(x)).
- El dominio de una función es el conjunto de los elementos que tienen imagen.
- El recorrido de una función es el conjunto de los elementos que son imagen de otros.
- Representamos las funciones en los ejes de coordenadas. La variable independiente, x, es representa en el eje de abscisas y la variable dependiente, y, es representa en el eje de ordenadas.

Ejercicios de autoaprendizaje.

1. De las siguientes gráficas indica cuáles representan función y cuáles no:

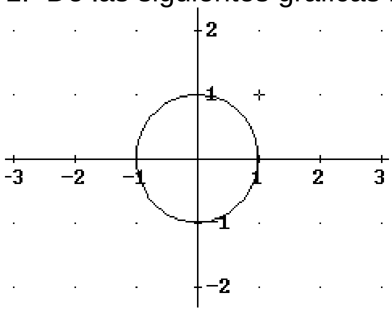


Figura 1

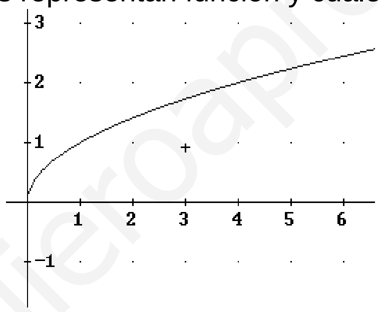


Figura 2

La figura 1 no representa una función, porque un elemento de x tiene dos imágenes. Por ejemplo el cero tiene por imagen el 1 y el –1.
La figura 2 es función, porque cada valor de x tiene sólo una imagen.

Las gráficas siguientes (figura3, figura4) definen dos funciones.

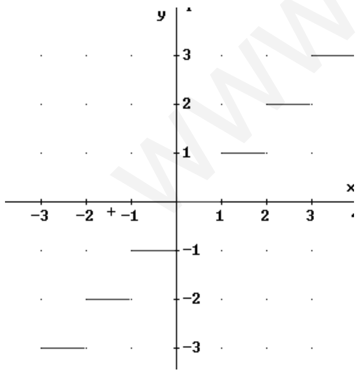


Figura 3

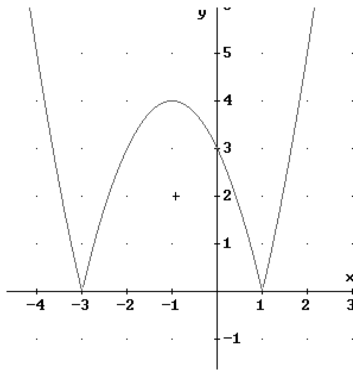
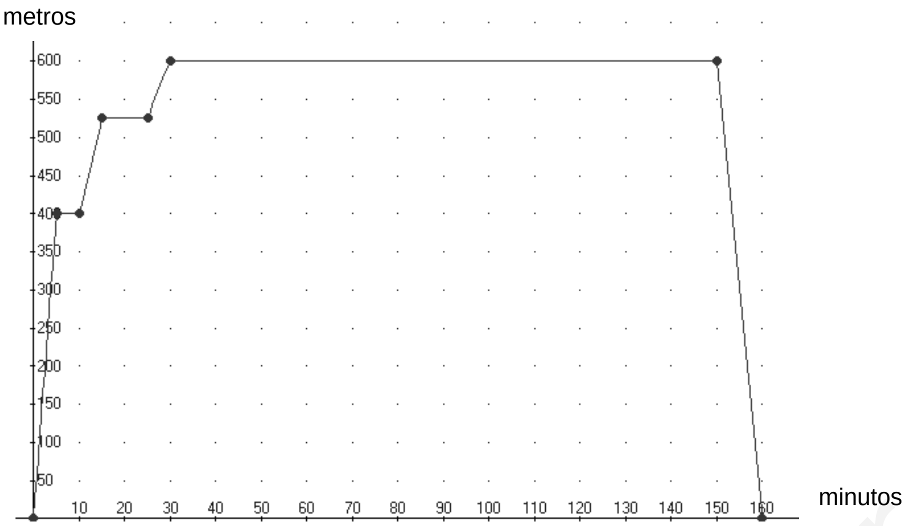


Figura 4

2. Observa la gráfica siguiente:



En esta gráfica hemos representado los movimientos de Juan cuando va al instituto cada tarde. En el eje X está representado el tiempo en minutos y en el eje Y la distancia en metros. Lo primero que hace Juan es ir al horno. Después se para en la siguiente esquina para esperar a un compañero. Cuando terminan las clases vuelve a casa.

a) ¿Qué distancia hay de casa el instituto?.
b) ¿Y al horno?.
c) ¿Cuánto de tiempo le cuesta comprarse la merienda?.
d) ¿Espera mucho al compañero?.
e) ¿Cuánto tiempo está en clase?.
f) Si las clases empiezan a las 3 de la tarde, ¿dónde estaba Juan a las 2h30m, a las 2h35m y a las 2h45m?.
g) ¿Lleva la misma velocidad cuando va a la escuela que cuando vuelve?.
h) ¿Hay distintas velocidades a lo largo del trayecto?.

Iremos resolviendo cada una de las preguntas:

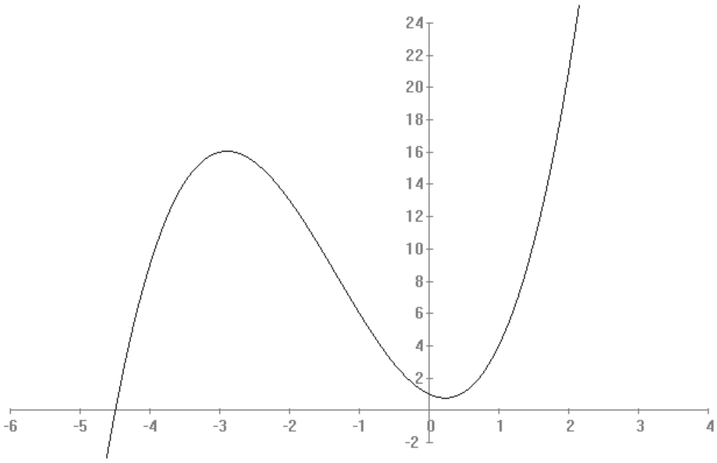
a) La distancia que hay de casa al instituto es de 600 m.
b) La distancia al horno es de 400 m, porque es la primera parada.
c) En el horno está 5 minutos
d) Juan espera a su amigo 10 minutos.
e) Las clases duran 120 minutos.
f) Juan a las 2h30m estaba a casa. Esta es la hora en que Juan sale de casa. A las 2h32m Juan está de camino al horno. A las 2h35m Juan está en el horno. A las 2h45m llegaba a la esquina donde le esperaba su amigo.
g) Durante el trayecto a la escuela va a diferentes velocidades. Podemos decir que la velocidad media que va a la escuela es: $v = \frac{600}{30} = 20 \text{ metros cada minuto}$.

   La velocidad al volver es de $v = \frac{600}{10} = 60$ metros cada minuto.
h) De su casa hasta el horno lleva una velocidad de $v = \frac{400}{5} = 80$ metros cada minuto.

Del horno hasta la esquina donde espera a su amigo: $v = \frac{125}{5} = 25$ metros cada minuto.

De la esquina hasta el instituto: $v = \frac{75}{5} = 15$ metros cada minuto.

3. Sea la siguiente función f(x):



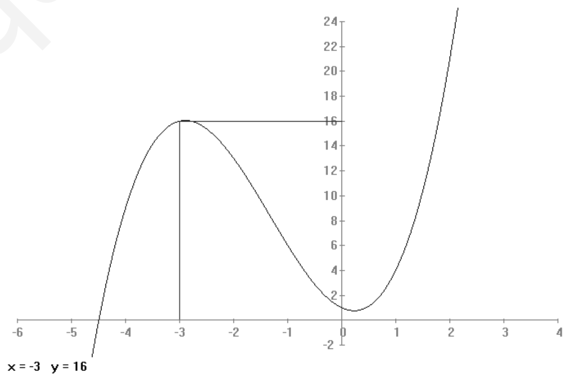
a) Determina el dominio de la función representada.
b) Determina el recorrido.
c) Calcula $f(-3)$ y $f(1)$.
d) Calcula $f^{-1}(6)$ y $f^{-1}(21)$

SOLUCIÓN:

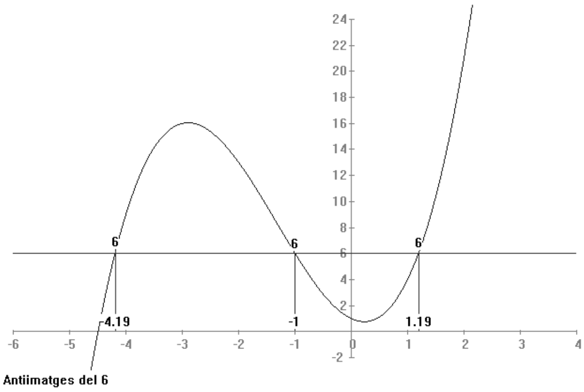
a) Para determinar el dominio tendremos que estudiar el eje X. ¿Hay algún punto de este eje donde la función no esté definida? NO. La función está definida en todo el eje. Entonces el dominio es R. Nosotros no vemos tota la función. Observando el trozo de gráfica dibujado, el dominio está entre –5 hasta 2’25, $[-5, 2'25]$.

b) Para determinar el recorrido
Tendremos que estudiar el eje Y.
Según el gráfico, el recorrido es de –2’5 hasta 24, $[-2'5, 24]$

c) $f(-3) = 16$ y $f(1) = 4$

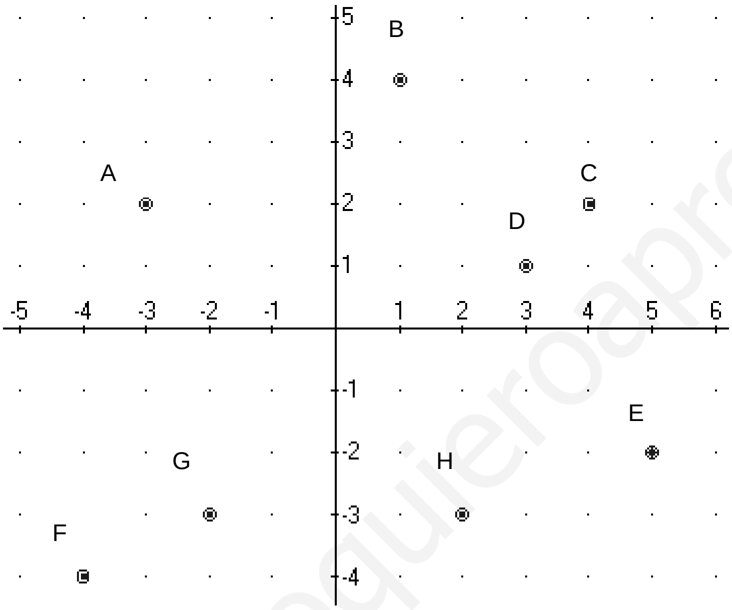


d) $f^{-1}(6) = -1$ pero esta solución no es única. Si nos fijamos, en el eje de abscisas hay otras antiimágenes de 6, son aproximadamente,
$x \cong -4'2$, $x \cong 1'2$
$f^{-1}(6) \cong -4'2$, $f^{-1}(6) \cong 1'2$.
$f^{-1}(21) = 2$ y esta si que es solución única porque la función no vuelve a pasar otra vez por la ordenada 21.



Ejercicios propuestos:

1. Determina las coordenadas de los puntos.

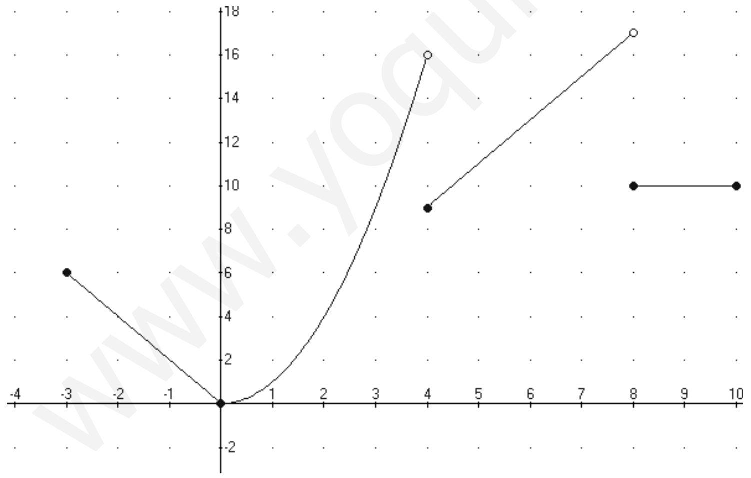


a) Determina las coordenadas del punto simétrico del punto A respecto del eje de abscisas.
b) Determina las coordenadas del punto simétrico del punto B respecto del eje de ordenadas.
c) Determina las coordenadas del punto simétrico del punto C respecto del origen de coordenadas.
d) Determina las coordenadas del punto simétrico del punto D respecto del eje de abscisas.
e) Determina las coordenadas del punto simétrico del punto E respecto del eje de ordenadas.
f) Determina las coordenadas del punto simétrico del punto F respecto del origen de coordenadas.

2. La gráfica de la función representa los precios del billete de autobús en una ciudad imaginaria. En el eje de abscisas representamos los años y en el de ordenadas los precios en pesetas.

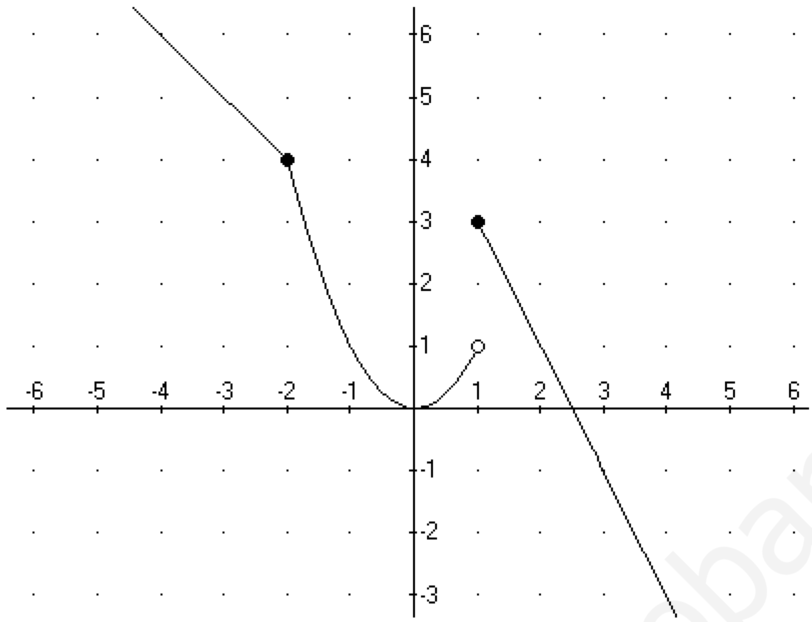
a) ¿Qué precio tiene el billete el año 1995?
b) ¿Durante qué periodo el billete costaba 105 pesetas?
c) Estudia la subida de los precios del autobús.
d) En el año 1994 y al 1998 hay una bajada del precio del carburante muy importante. ¿Piensas que queda reflejada a la gráfica?.

3. Sea la gráfica siguiente:



a) Estudia el dominio
b) Estudia el recorrido
c) Calcula $f(-3)$, $f(0)$, $f(8)$.
d) Calcula $f^{-1}(17)$, $f^{-1}(8)$, $f^{-1}(4)$

4. Sea la gráfica siguiente:



a) Estudia el dominio.
b) Estudia el recorrido.
c) Calcula $f(-4)$ $f(-3)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(3)$.
d) Calcula $f^{-1}(4)$, $f^{-1}(5)$, $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(1)$, $f^{-1}(-1)$.

5. Vamos de viaje a Mallorca en avión, pero una vez en la isla queremos alquilar un coche. Llamamos a una empresa de alquiler de coches para pedir el precio: 0'20 € por cada kilómetro. Hemos decidido hacer un estudio de los gastos del viaje y necesitamos conocer el precio que tenemos que pagar según el número de kilómetros.
Rellena la tabla siguiente, especificando el dominio y el recorrido, y después determina la función que lo representa.

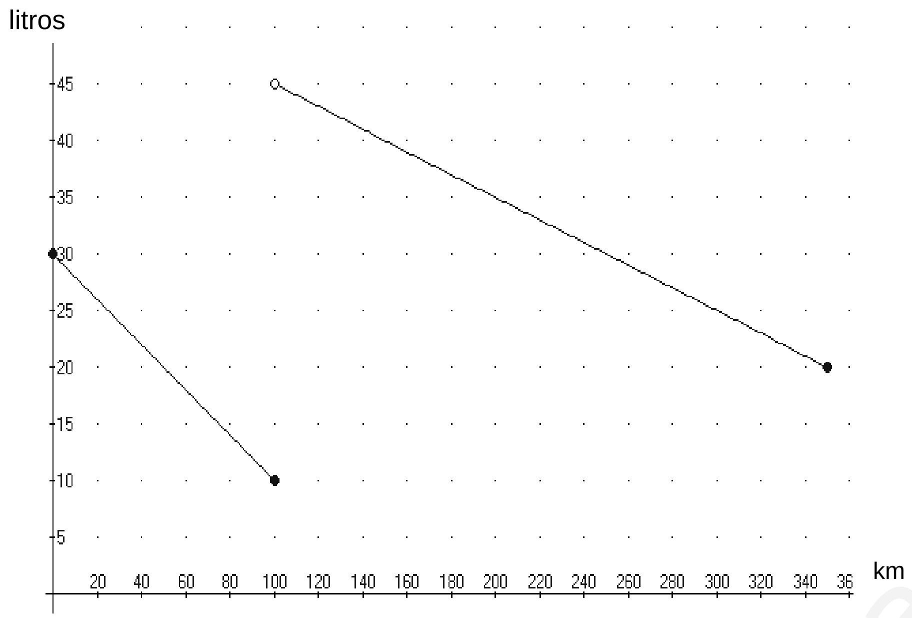
x (km.)	
y (€)	

6. En la tabla siguiente tenemos la relación entre el lado de un cuadrado y su área.

x (lado, cm)	1	3	6	7	8	9	12	14
y (área, cm^2)	1	9	36	49	64	81	144	196

Determina la fórmula que relaciona el lado y el área. Dibújala.

7. La figura representa la variación de la cantidad de gasolina del depósito de un coche durante un viaje.



a) ¿Con cuántos litros ha empezado el viaje?
b) ¿Cuántos litros de gasolina tenia el depósito cuando llevaba 200 km de viaje?. ¿Cuántos kilómetros llevaba cuando quedaban 15 litros en el depósito?
c) ¿Qué pasó a los 100 km.?
d) ¿Qué cantidad de gasolina ha gastado durante todo el viaje?. ¿Cuál es el consumo medio de este coche (litros por cada 100 km)?
e) Si no hubiera parado a llenar gasolina, ¿qué habría pasado?

8. Dibuja a unos ejes de coordenadas (espacio/tiempo), el recorrido efectuado por un coche que hace un viaje de 3 horas y media a una velocidad de 100 km/h, descansa un hora y continua viajando hasta recorrer 350 km en 3 horas.

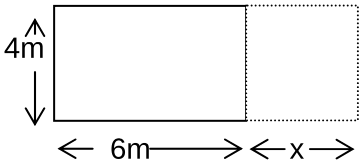
a) ¿Cuántos kilómetros ha recorrido?.
b) ¿Qué tiempo ha invertido en hacer todo el viaje?.
c) ¿Qué velocidad media ha llevado?.

9. Sabemos que 0°centígrados son 32°fahrenheit, y que 100ºcentígrados son 212ºfahrenheit. Rellena la tabla siguiente y escribe una función que sirva para transformar grados centígrados en grados fahrenheit.

°C	0	15	20	36	38
°F	32				

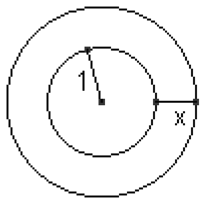
Una persona a temperatura normal 36’5ºC, ¿cuántos grados fahrenheit tiene?. Y si tiene una fiebre de 37’5 °C?

10. Una piscina tiene forma rectangular de dimensiones 4 y 6 m. Queremos ampliarla en la forma indicada por la figura:



a) Si el aumento es x=2m, ¿cuál es el nuevo perímetro? .¿Y la nueva área? ¿Y la nueva diagonal?
b) Si aumentamos x metros, calcula las expresiones del perímetro P, del área A y de la diagonal D, en función de x.

11. Un jardín tiene un seto redondo de 1 Dm de radio. Queremos ampliarlo añadiendo un poco más de radio:



a) Si le añadimos 1 metro más de radio, ¿Cuánto mediría la longitud de la circunferencia que forma el seto? ¿Y la superficie que ocupa?
b) Si lo que le añadimos es x calcula la función que define la longitud, L, y la superficie, S.

12. Vamos al mercado a comprar manzanas que cuestan a 1’50€/kg.
Queremos saber cuánto tendremos que pagar según los kilos que compremos.
a) Completa la tabla siguiente:

kg	0’25	0’5	0’75	1	1’5	2	1’5	3	4
€									

b) Representa la tabla en unos ejes de coordenadas.
c) Define la función que relacione los kilos de manzanas y lo que tenemos que pagar.