4. Proporcionalidad

1. Razones y proporciones

PIENSA Y CALCULA

Se han comprado 5 kg de melocotones por 10,5 €. Calcula mentalmente cuánto cuesta cada kilo.

10,5 : 5 = 2,1 €/kg

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 72,85 : 26,4

$C = 2{,}75$; $R = 0{,}25$

APLICA LA TEORÍA

1. Calcula las razones entre las cantidades siguientes e interpreta el resultado:
a) 3,5 kg de naranjas cuestan 6,3 €
b) Un coche en 5 horas recorre 400 km
c) 12 m de tela cuestan 90 €
d) En 7 días se consumen 3,5 kg de fruta.

a) 6,3/3,5 = 1,8 €/kg
El kilo de naranjas cuesta 1,8 €
b) 400/5 = 80 km/h
El coche lleva una velocidad media de 80 km/h
c) 90/12 = 7,5 €/m
El metro de tela cuesta 7,5 €
d) 3,5/7 = 0,5 kg/día
Se hace un consumo medio de 0,5 kg/día

2. Calcula las razones entre las siguientes cantidades e interpreta el resultado:
a) Una finca mide 120 ha, y otra, 180 ha
b) Juan mide 160 cm, y María, 168 cm
c) Un tren va a 120 km/h, y otro, a 180 km/h
d) Una botella contiene 2 L, y otra, 1,5 L

a) 180/120 = 1,5
El área de la segunda finca es 1,5 veces el área de la primera.
b) 168/160 = 1,05
La estatura de María es 1,05 la de Juan.
c) 180/120 = 1,5
La velocidad del segundo tren es 1,5 la velocidad del primero.
d) 1,5/2 = 0,75
La capacidad de la segunda botella es 0,75 veces la capacidad de la primera.

3. Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno para que formen proporción:

a) $\frac{5}{9} = \frac{\square}{36}$ **b)** $\frac{\square}{9} = \frac{12}{54}$

c) $\frac{2}{\square} = \frac{3}{4{,}5}$ **d)** $\frac{2}{0{,}9} = \frac{10}{\square}$

a) $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$ b) $\frac{2}{9} = \frac{12}{54}$

c) $\frac{2}{3} = \frac{3}{4{,}5}$ d) $\frac{2}{0{,}9} = \frac{10}{4{,}5}$

4. Calcula el cuarto proporcional:

a) $\frac{x}{8} = \frac{5}{2}$ **b)** $\frac{0{,}5}{9} = \frac{6{,}4}{x}$

c) $\frac{4{,}5}{7{,}8} = \frac{x}{5{,}2}$ **d)** $\frac{2{,}5}{x} = \frac{1{,}4}{2{,}8}$

a) $x = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$ b) $x = \frac{2{,}5 \cdot 6{,}4}{0{,}5} = 32$

c) $x = \frac{4{,}5 \cdot 5{,}2}{7{,}8} = 3$ d) $x = \frac{2{,}5 \cdot 2{,}8}{1{,}4} = 5$

5. Calcula el medio proporcional:

a) $\frac{10}{x} = \frac{x}{3{,}6}$ **b)** $\frac{2{,}5}{x} = \frac{x}{6{,}4}$

a) $x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6$ b) $x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

2. Magnitudes proporcionales

PIENSA Y CALCULA

Cuatro amigos han pagado 18 € por las entradas del cine. Calcula mentalmente cuánto cuesta cada entrada.

18 : 4 = 4,5 €

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} + \frac{3}{5} = \frac{11}{10}$

APLICA LA TEORÍA

6. Si 8 cintas de vídeo cuestan 212 €, ¿cuántas cintas se pueden comprar con 371 €?

Dinero (€)	(D)	N.º cintas de video
212	⟶	8
371	⟶	x

$\frac{212}{371} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = 14$ cintas

7. Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?

Peso (kg)	(D)	Longitud (m)
210	⟶	15
308	⟶	x

$\frac{210}{308} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 22$ m

8. Nueve bombillas iguales han consumido un total de 54 kWh. Si en las mismas condiciones encendemos 15 bombillas iguales, ¿cuántos kWh se consumirán?

N.º bombillas	(D)	Consumo (kWh)
9	⟶	54
15	⟶	x

$\frac{9}{15} = \frac{54}{x} \Rightarrow x = 14$ cintas

9. Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

N.º amigos	(I)	Dinero (€)
4	⟶	375
6	⟶	x

$$\frac{6}{4} = \frac{375}{x} \Rightarrow x = 250 \text{ €}$$

10. Un coche recorre un trayecto en 1 hora y media a 65 km/h. Si desea tardar 75 minutos, ¿a qué velocidad deberá recorrer el mismo trayecto?

Tiempo (min)	(I)	Velocidad (km/h)
90	⟶	65
75	⟶	x

$$\frac{75}{90} = \frac{65}{x} \Rightarrow x = 78 \text{ km/h}$$

11. Con tres grifos se llena un depósito en 20 horas. ¿Cuánto tiempo se tardará en llenar el mismo depósito con cinco grifos iguales a los anteriores?

N.º grifos	(I)	Tiempo (h)
3	⟶	20
5	⟶	x

$$\frac{5}{3} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 12 \text{ horas}$$

3. Proporcionalidad compuesta

PIENSA Y CALCULA

Analiza en la siguiente situación si la cantidad de dinero es directa o inversamente proporcional al número de obreros y al número de días:
Si ocho obreros trabajan durante 12 días y ganan un total de 3 400 €, ¿cuánto ganarán seis obreros trabajando 10 días?

N.º de obreros y cantidad de dinero es directa.
N.º de días y cantidad de dinero es directa.

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 342,5 : 0,96

$C = 356{,}77$; $R = 0{,}0008$

APLICA LA TEORÍA

12. Durante 30 días seis obreros han canalizado 150 m de tubería para suministro de agua. Calcula cuántos metros canalizarán catorce obreros en 24 días.

(D) (D)

Tiempo (días)	N.º obreros	Longitud (m)
30	6	150
24	14	x

$$\frac{30}{24} \cdot \frac{20}{14} = \frac{150}{x} \Rightarrow x = 280 \text{ m}$$

13. Los gastos de alimentación de 135 personas suponen 2 250 € diarios. Calcula cuántas personas podrán alimentarse durante 90 días con 12 000 €

(D) (D)

Dinero (€)	Tiempo (días)	N.º personas
2 250	1	135
12 000	90	x

$$\frac{2\,250}{12\,000} \cdot \frac{90}{1} = \frac{135}{x} \Rightarrow x = 8 \text{ personas}$$

14. Una persona lee 2 horas diarias a razón de 5 páginas por hora, y tarda 15 días en leer un libro. Si leyese 3 horas diarias a razón de 8 páginas por hora, ¿cuántos días tardaría en leer el mismo libro?

(I) (I)

Tiempo (h)	Páginas/hora	Tiempo (días)
2	5	15
3	8	x

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{5} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 6{,}25 \text{ días}$$

15. Calcula el interés producido por un capital de 9 000 € al 5,5% en 3 años.

$I = c \cdot r \cdot t$
$I = 9\,000 \cdot 0{,}055 \cdot 3 = 1\,485$ €

16. ¿Qué capital se debe depositar al 5% para que después de 2 años produzca 400 €?

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow c = \frac{I}{r \cdot t}$$

$$c = \frac{400}{0{,}05 \cdot 2} = 4\,000 \text{ €}$$

17. ¿A qué rédito se debe depositar un capital de 6 500 € para que produzca un interés de 526,5 € en 18 meses?

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{526{,}5 \cdot 12}{6\,500 \cdot 18} = 0{,}054$$

$R = 5{,}4$ %

18. ¿Cuántos meses se deben tener depositados 25 000 € al 4,5% para que produzcan unos intereses de 1 687,5 €?

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{1\,687{,}2 \cdot 12}{25\,000 \cdot 0{,}045} = 18 \text{ meses}$$

4. Problemas aritméticos

PIENSA Y CALCULA

Reparte mentalmente 600 € de forma proporcional a 1, 2 y 3

1 + 2 + 3 = 6
600 : 6 = 100 €

100 · 1 = 100 €
100 · 2 = 200 €
100 · 3 = 300 €

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\left(\frac{3}{5} - 2\right) : \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) = 4$

APLICA LA TEORÍA

19. Reparte 15 000 € en partes directamente proporcionales a 2, 3 y 5

15 000 : (2 + 3 + 5) = 1 500
x = 1 500 · 2 = 3 000 €
y = 1 500 · 3 = 4 500 €
z = 1 500 · 5 = 7 500 €

20. Reparte 11 050 € en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 4

m.c.m. (2, 3, 4) = 12
1/2 = 6/12, 1/3 = 4/12, 1/4 = 3/12
Se reparte directamente proporcional a 6, 4 y 3 respectivamente.
11 050 : (6 + 4 + 3) = 850
x = 850 · 6 = 5 100 €
y = 850 · 4 = 3 400 €
z = 850 · 3 = 2 550 €

21. A un trabajador le descuentan mensualmente de su nómina el 5% para un seguro que asciende a 1 440 €. ¿Qué cantidad le descuentan?

Descuentan: 1 440 · 0,05 = 72 €

22. En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 €. ¿Cuánto se paga en total?

Total: 168 · 1,16 = 194,88 €

23. En una mezcla de 500 g de café, 100 g son de torrefacto y el resto es de café natural. ¿Qué porcentaje de café torrefacto lleva la mezcla?

100/500 = 0,2 = 20% de torrefacto.

24. En una factura de 350 € nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcula el importe total de la factura.

Total: 350 · 0,8 · 1,16 = 324,8 €

25. En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era el precio inicial del televisor?

Precio inicial: 232 : (0,8 · 1,16) = 250 €

Ejercicios y problemas

1. RAZONES Y PROPORCIONES

26. Determina el valor de las razones formadas por los siguientes pares de cantidades, e interpreta el resultado:
a) 7 m de cinta cuestan 14 €
b) En 3 horas se recorren 120 km
c) Una varilla mide 10 dm, y otra, 14 dm
d) Un recipiente tiene 5 L, y otro, 150 L

a) 14/7 = 2 €/m
El metro de tela vale 2 €
b) 120/3 = 40 km/h
La velocidad media es de 40 km/h
c) 14/10 = 1,4
La varilla más larga es 1,4 veces la pequeña.
d) 150/5 = 30
El recipiente de mayor capacidad es 30 veces la capacidad del pequeño.

27. Determina si los siguientes pares de razones forman proporción y calcula la constante de proporcionalidad:

a) $\frac{15\text{ m}}{3\text{ m}} \quad \frac{10\text{ días}}{2\text{ días}}$ **b)** $\frac{51}{121} \quad \frac{1{,}5}{4}$

a) 15/3 = 10/2 = 5
b) 51 · 4 ≠ 121 · 1,5 ⇒ No forman proporción.

28. Escribe las proporciones que puedas obtener con las razones siguientes y calcula su constante de proporcionalidad:

a) $\frac{8}{0{,}5}$ **b)** $\frac{2{,}5}{6}$ **c)** $\frac{24}{1{,}5}$ **d)** $\frac{1{,}5}{4}$

$\frac{8}{0{,}5} = \frac{24}{1{,}5} = 16$

29. Calcula el cuarto proporcional:

a) $\frac{x}{14} = \frac{3}{7}$ **b)** $\frac{3}{2{,}4} = \frac{2}{x}$ **c)** $\frac{0{,}3}{0{,}5} = \frac{x}{3{,}5}$

a) $x = \frac{3 \cdot 14}{7} = 6$

b) $x = \frac{2{,}4 \cdot 2}{3} = 1{,}6$

c) $x = \frac{0{,}3 \cdot 3{,}5}{0{,}5} = 2{,}1$

30. Calcula el medio proporcional:

a) $\frac{8}{x} = \frac{x}{18}$ **b)** $\frac{0{,}3}{x} = \frac{x}{2{,}7}$

a) $x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$
b) $x^2 = 0{,}81 \Rightarrow x = \pm 0{,}9$

2. MAGNITUDES PROPORCIONALES

31. Las ruedas delanteras de un tractor tienen un diámetro de 0,9 m y las traseras tienen un diámetro de 1,2 m. Si en un trayecto las ruedas delanteras han dado 250 vueltas, ¿cuántas vueltas habrán dado las traseras?

Longitud (m)	(I)	N.º de vueltas
9	⟶	250
1,2	⟶	x

$\frac{1{,}2}{0{,}9} = \frac{250}{x} \Rightarrow x = 187{,}5$ vueltas.

32. Con 100 kg de harina se hacen 120 kg de pan. Calcula la harina necesaria para elaborar un pan de 120 g

Peso de pan (kg)	(D)	Peso de harina (kg)
120	⟶	100
0,12	⟶	x

$$\frac{120}{0{,}12} = \frac{100}{x} \Rightarrow x = 0{,}1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

33. Un grifo vierte 25 litros por minuto y tarda 2 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar el mismo depósito otro grifo que vierte 40 litros por minuto?

Caudal (l/min)	(D)	Tiempo (h)
25	⟶	2
40	⟶	x

$$\frac{40}{25} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$$

3. PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

34. ¿Qué interés produce un capital de 27 000 € al 3,5% durante 2 años?

$I = c \cdot r \cdot t$

$I = 27\,000 \cdot 0{,}035 \cdot 2 = 1\,890$ €

35. El precio por transportar 1 500 kg de mercancía a una distancia de 100 km es de 80 €. ¿Qué precio se pagará por transportar 4 500 kg a 250 km?

(D) (D)

Peso (kg)		Longitud (km)		Dinero (€)
1 500	⟶	100	⟶	80
4 500	⟶	250	⟶	x

$$\frac{1\,500}{4\,500} \cdot \frac{100}{250} = \frac{80}{x} \Rightarrow x = 600 \text{ €}$$

36. Ocho grifos abiertos 12 horas diarias han vertido agua por valor de 24 €. ¿Qué coste de agua se tendrá con 12 grifos abiertos 15 horas diarias durante el mismo período de tiempo?

(D) (D)

N.º de grifos		Tiempo (h)		Dinero (€)
8	⟶	12	⟶	24
12	⟶	15	⟶	x

$$\frac{8}{12} \cdot \frac{12}{15} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = 45 \text{ €}$$

37. Una familia de 5 miembros puede mantenerse durante 8 meses con 5 000 €. ¿Cuántas personas podrían mantenerse durante 15 meses con 30 000 €?

(D) (D)

Dinero (€)		Tiempo (meses)		N.º de personas
5 000	⟶	8	⟶	5
30 000	⟶	15	⟶	x

$$\frac{5\,000}{30\,000} \cdot \frac{15}{8} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 16 \text{ personas}$$

38. Calcula el capital que hay que depositar al 3% durante 20 meses para que genere un interés de 350 €

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow c = \frac{I \cdot n}{r \cdot t}$$

$$c = \frac{350 \cdot 12}{0{,}03 \cdot 20} = 7\,000 \text{ €}$$

39. ¿Cuántos días debe estar un capital de 18 000 € al 4% de interés para obtener 500 €?

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{r \cdot t}$$

$$t = \frac{500 \cdot 360}{18\,000 \cdot 0{,}04} = 250 \text{ días}$$

4. PROBLEMAS ARITMÉTICOS

40. Reparte 13 500 € en partes directamente proporcionales a 4, 6 y 8

13 500 : (4 + 6 + 8) = 750
$x = 750 \cdot 4 = 3\,000$ €
$y = 750 \cdot 6 = 4\,500$ €
$z = 750 \cdot 8 = 6\,000$ €

41. Reparte 11 750 € en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5

m.c.m.(3, 4, 5) = 60
1/3 = 20/60, 1/4 = 15/60, 1/5 = 12/60
Se reparte directamente proporcional a 20, 15 y 12, respectivamente.
11 750 : (20 + 15 + 12) = 250
$x = 250 \cdot 20 = 5\,000$ €
$y = 250 \cdot 15 = 3\,750$ €
$z = 250 \cdot 12 = 3\,000$ €

42. A un conductor le han puesto una multa de tráfico de 150 €. Si la paga antes de un mes, se le aplica un 20% de descuento. ¿Cuánto pagará por la multa?

Pagaría: 150 · 0,8 = 120 €

43. En una tienda venden un determinado artículo ganando el 30% sobre el precio de coste. Si dicho precio era de 145 €, ¿cuál es el precio de venta?

Precio de venta: 145 · 1,3 = 188,5 €

44. Un librero vende 144 libros de los 480 que tenía. ¿Qué porcentaje suponen del total de libros los que ha vendido?

144/480 = 3/10 = 0,3 = 30%

45. A un trabajador que cobra 1 100 € mensualmente le suben su salario un 2%. Al año siguiente, le suben nuevamente un 2,5%. Calcula el salario mensual después de las dos subidas.

Salario: 1 100 · 1,02 · 1, 025 = 1 150,05 €

46. En una tienda tienen una oferta de un 15% de descuento si se compran los jamones enteros. Si el precio del jamón está en 12 €/kg y aumentan la factura en un 7% de IVA, calcula el precio de un jamón de 10 kg

Precio: 10 · 12 · 0,85 · 1,07 = 109,14 €

PARA AMPLIAR

47. Forma una proporción en la que figuren los siguientes datos: 5 g, 15 g y 3 horas.

$$\frac{5}{15} = \frac{3}{9}$$

48. Pintar una casa de 60 m² cuesta 720 € y pintar una casa de 120 m² cuesta 1 440 €. Expresa esta situación en forma de proporción.

$$\frac{60}{120} = \frac{720}{1\,440}$$

49. Calcula el cuarto proporcional:

a) $\frac{x}{9} = \frac{21}{7}$ **b)** $\frac{1{,}5}{1{,}2} = \frac{6}{x}$ **c)** $\frac{3{,}6}{x} = \frac{7{,}2}{6}$

a) $x = \frac{9 \cdot 21}{7} = 27$

b) $x = \frac{6 \cdot 1{,}2}{1{,}5} = 4{,}8$

c) $x = \frac{3{,}6 \cdot 6}{7{,}2} = 3$

50. Calcula el medio proporcional:

a) $\frac{36}{x} = \frac{x}{81}$ **b)** $\frac{7}{x} = \frac{x}{28}$

a) $x^2 = 2\,916 \Rightarrow x = \pm 54$
b) $x^2 = 196 \Rightarrow x = \pm 14$

51. Un granjero tiene alimento para 1 200 conejos durante 180 días. Si vende 300 conejos, ¿durante cuántos días tendrá alimento para los conejos que quedan si no varía la ración?

N.º de conejos	(I)	Tiempo (días)
1 200	⟶	180
900	⟶	x

$$\frac{900}{1\,200} = \frac{180}{x} \Rightarrow x = 240 \text{ días}$$

52. Para hacer 120 kg de masa de bollería se necesitan 600 gramos de levadura. ¿Qué cantidad de levadura se necesitará para hacer 250 kg de masa?

Peso de bollo (kg)	(D)	Peso de levadura (kg)
120	⟶	0,6
250	⟶	x

$$\frac{120}{250} = \frac{0{,}6}{x} \Rightarrow x = 1{,}25 \text{ kg}$$

53. Una rueda de 15 dientes está engranada a otra rueda de 52 dientes. Si la primera da 156 revoluciones por minuto, ¿cuántas revoluciones por minuto dará la segunda rueda?

N.º de clientes	(I)	Velocidad (rpm)
15	⟶	156
52	⟶	x

$$\frac{52}{15} = \frac{156}{x} \Rightarrow x = 45 \text{ rpm}$$

54. Veinte obreros asfaltan un tramo de carretera en 60 días. ¿Cuántos obreros harán falta para asfaltar el mismo tramo de carretera en 40 días?

Tiempo (días)	(I)	N.º de obreros
60	⟶	20
40	⟶	x

$$\frac{40}{60} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 30 \text{ obreros}$$

55. Para hacer una obra en 360 días hacen falta 30 obreros trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días duraría la misma obra si hubiese 40 obreros trabajando 6 horas diarias?

(I) (I)

N.º de obreros	Tiempo diario (h)	Tiempo (días)
30	8	360
40	6	x

$$\frac{40}{30} \cdot \frac{6}{8} = \frac{360}{x} \Rightarrow x = 360 \text{ días}$$

56. Transportar 200 cajas a 450 km tiene un coste de 300 €. ¿Cuántas cajas pueden transportarse a 280 km por 350 €?

(I) (D)

Longitud (km)	Dinero (€)	N.º de cajas
450	300	200
280	350	x

$$\frac{280}{450} \cdot \frac{300}{350} = \frac{200}{x} \Rightarrow x = 375 \text{ cajas}$$

57. Cinco grifos llenan un depósito de 20 000 litros en 16 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ocho grifos iguales a los anteriores en llenar un depósito de 30 000 litros?

(I) (D)

N.º de grifos	Capacidad (l)	Tiempo (h)
5	20 000	16
8	30 000	x

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{20\,000}{30\,000} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 15 \text{ horas}$$

58. ¿Qué interés generará un capital de 2 500 € durante 9 meses al 3% anual?

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n}$$

$$I = \frac{2\,500 \cdot 0{,}03 \cdot 9}{12} = 56{,}25 \text{ €}$$

59. ¿Durante cuántos meses se deben depositar 2 000 € al 4,5% de rédito para obtener 105 € de interés?

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r} \qquad t = \frac{105 \cdot 12}{2\,000 \cdot 0{,}045} = 14 \text{ meses}$$

60. ¿A qué rédito se deben depositar 5 400 € durante 180 días para obtener 81 €?

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{81 \cdot 360}{5\,400 \cdot 180} = 0{,}03 \Rightarrow R = 3\%$$

61. Un padre reparte 13 440 € entre sus tres hijos en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 5, 12 y 15 años. Calcula la parte que le corresponde a cada uno.

m.c.m. (5, 12, 15) = 60
1/5 = 12/60, 1/12 = 5/60, 1/15 = 4/60
Se reparte de forma directamente proporcional a 12, 5 y 4 respectivamente.
13 440 : (12 + 5 + 4) = 640
x = 640 · 12 = 7 680 €
y = 640 · 5 = 3 200 €
z = 640 · 4 = 2 560 €

62. Tres amigos organizan una peña para jugar a las quinielas y aportan 23, 34 y 41 €. Si aciertan una quiniela por la que cobran 120 540 €, ¿qué cantidad le corresponde a cada uno si el reparto se hace de forma directamente proporcional al dinero aportado?

120 540 : (23 + 34 + 41) = 1 230
x = 1 230 · 23 = 28 290 €
y = 1 230 · 34 = 41 820 €
z = 1 230 · 41 = 50 430 €

63. Si el 80% de una masa de bollería es harina, calcula cuánta harina contiene un bollo de 300 gramos.

Cantidad de harina: 300 · 0,8 = 240 g

64. En la mezcla de un desinfectante hay un 90% de alcohol. Calcula cuánto alcohol hay en 200 mL de dicha mezcla.

Cantidad de alcohol: 200 · 0,9 = 180 mL

65. En la factura de 105 € de la librería nos cargan un 4% de IVA. ¿A cuánto asciende el total de la factura?

Total de la factura: 105 · 1,04 = 109,20 €

66. En unos pantalones de 72 € nos aplican un descuento del 20%. Calcula cuánto se paga por el pantalón.

Precio final: 72 · 0,8 = 57,60 €

67. A un trabajador que gana 1 502,5 € le aplican un 18% de retención para pagar impuestos. ¿A cuánto asciende dicha retención?

Retención: 1 502,5 · 0,18 = 270,45 €

PROBLEMAS

68. La razón de dos números es 3/2. Si el mayor de ellos es 36, calcula el otro.

$$\frac{3}{2} = \frac{36}{x} \Rightarrow x = 24$$

69. La razón de alturas de dos postes es igual a la de sus sombras. La altura del primer poste es de 12 m, y su sombra, de 20 m. Si la sombra del segundo poste es de 24 m, ¿cuál será su altura?

$$\frac{20}{24} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 14{,}4 \text{ m}$$

70. La suma de dos números es 21. Si uno de ellos es proporcional a 3 y el otro a 4, calcula dichos números.

21 : (3 + 4) = 3
1.er número = 3 · 3 = 9
2.° número = 4 · 3 = 12

71. Un granjero tiene pienso para 1 200 gallinas durante 120 días. Si al cabo de 50 días vende 500 gallinas, ¿durante cuántos días tendrá alimento para las gallinas que quedan si no varía la ración?

N.º de gallinas	(I)	Tiempo (días)
1 200	⟶	70
700	⟶	x

$$\frac{700}{1\,200} = \frac{70}{x} \Rightarrow x = 120 \text{ días}$$

72. Una mecanógrafa que escribe 140 palabras por minuto tarda 12 horas en hacer un trabajo. ¿A qué velocidad debe escribir si quiere tardar 10 horas?

Tiempo (h)	(I)	Velocidad (ppm)
12	⟶	140
10	⟶	x

$$\frac{10}{12} = \frac{140}{x} \Rightarrow x = 168 \text{ palabras/min}$$

73. Seis personas han consumido 16 m^3 de agua. ¿Cuántos metros cúbicos de agua consumirán 15 personas manteniendo el mismo gasto por persona?

N.º de personas	(D)	Volumen (m^3)
6	⟶	16
15	⟶	x

$$\frac{6}{15} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = 40 \text{ m}^3$$

74. Un transportista cobra 900 € por trasladar una carga a 35 km de distancia. ¿Cuánto cobrará por trasladar la misma carga a 105 km?

Longitud (km)	(D)	Dinero (€)
35	⟶	900
105	⟶	x

$$\frac{35}{105} = \frac{900}{x} \Rightarrow x = 2\,700 \text{ €}$$

75. Una persona ha realizado 1/3 de una obra en 6 días trabajando 8 horas diarias. Si hubiera trabajado 2 horas más cada día, ¿en cuántos días habría terminado la obra?

Haría toda la obra en 18 días trabajando 8 horas diarias.

Tiempo (h/día)	(I)	Tiempo (días)
8	⟶	18
10	⟶	x

$$\frac{10}{8} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = 14{,}4 \text{ días}$$

76. Para hacer 100 kg de masa de pan se necesitan 1/2 kg de levadura, 59,5 kg de harina y 40 kg de agua. ¿Cuántos kilos de harina se necesitarán para hacer 350 kg de pan?

Peso de pan (kg)	(D)	Peso de harina (kg)
100	→	59,5
350	→	x

$$\frac{100}{350} = \frac{59,5}{x} \Rightarrow x = 208,25 \text{ kg}$$

77. En un barco una tripulación de 400 personas tiene provisiones para 63 días tomando una ración de 1 960 g. Si la tripulación descendiese a 140 personas, ¿qué ración correspondería a cada persona para que las provisiones durasen 80 días?

(I) (I)

N.º personas	Tiempo (días)	Ración (g)
400	63	1 960
140	80	x

$$\frac{140}{400} \cdot \frac{80}{63} = \frac{1\,960}{x} \Rightarrow x = 4\,410 \text{ g}$$

78. Ocho obreros trabajan 12 días para hacer una obra y cobran 3 600 €. ¿Cuánto ganarán seis obreros si hacen en 10 días el mismo trabajo?

(D) (D)

N.º de obreros	Tiempo (días)	Dinero (€)
8	12	3 600
6	10	x

$$\frac{8}{6} \cdot \frac{12}{10} = \frac{3\,600}{x} \Rightarrow x = 2\,250 \text{ €}$$

79. Calcula el interés que producen 7 000 € en 4 años al 5% de rédito anual.

$I = c \cdot r \cdot t$
$I = 7\,000 \cdot 0,05 \cdot 4 = 1\,400$ €

80. Calcula el rédito al que depositar 35 500 € durante 3 años para conseguir un interés de 5 857,5 €

$$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow r = \frac{I}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{5\,857,5}{35\,500 \cdot 3} = 0,055 \Rightarrow R = 5,5\%$$

81. Calcula cuántos meses hay que depositar 25 000 € al 4% para conseguir 2 000 € de interés.

$$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow t = \frac{I \cdot n}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{2\,000 \cdot 12}{25\,000 \cdot 0,04} = 24 \text{ meses}$$

PARA PROFUNDIZAR

82. Se reparte una cantidad entre tres personas en partes directamente proporcionales a 3, 5 y 7. Si a la segunda persona le corresponden 2 200 €, calcula cuánto le corresponde a cada una y la cantidad total repartida.

A cada unidad le corresponde:
2 200 : 5 = 440 €
A la 1.ª le corresponde: 440 · 3 = 1 320 €
A la 3.ª le corresponde: 440 · 7 = 3 080 €
Total: 1 320 + 2 200 + 3 080 = 6 600 €

83. Un vendedor de motos gana un 30% sobre el precio de coste de una moto. Si la moto tiene un precio de coste de 15 600 € y el vendedor hace un 10% de descuento y aumenta un 16% de IVA, ¿cuál es el precio final de la moto?

Precio: 15 600 · 1,3 · 0,9 · 1,16 = 21 172,32 €

84. ¿Qué porcentaje de descuento se ha aplicado a un producto que costaba 500 € y por el que se han pagado 325 €?

Se ha pagado: 325/500 = 0,65
Se ha descontado el 35%

85. Dos ruedas están engranadas en una máquina y tienen 12 y 45 dientes. Si la primera da 15 vueltas en 1/5 de minuto, ¿cuántas vueltas dará la segunda en una hora?

(I) (D)

N.º de clientes	Tiempo (min)	N.º de vueltas
12	1/5	15
45	60	x

$$\frac{45}{12} \cdot \frac{1/5}{60} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 1\,200 \text{ vueltas}$$

86. Calcula la amplitud de los ángulos de un triángulo sabiendo que dichos ángulos son directamente proporcionales a 2, 3 y 5

180° : (2 + 3 + 5) = 18°
x = 18° · 2 = 36°
y = 18° · 3 = 54°
z = 18° · 5 = 90°

87. Al ir a pagar una factura en la que hacen un 15% de descuento y aplican un 16% de IVA, ¿es mejor que hagan primero el descuento y luego apliquen el IVA, al revés, o da lo mismo?

Total: Precio · 0,85 · 1,16 = Precio · 1,16 · 0,85
Da lo mismo.

88. Un determinado producto aumenta su precio un 15% en un año. Al año siguiente aumenta un 16%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de aumento en total?

1,15 · 1,16 = 1,334. Ha aumentado un 33,4%

APLICA TUS COMPETENCIAS

89. Si el IPC del último año ha sido de un 3% y las pensiones de los jubilados deben subir de acuerdo con dicho índice, calcula cuánto cobrará con la subida un jubilado cuya pensión es de 480,81 €

480,81 · 1,03 = 495,23 €

Comprueba lo que sabes

1. Define qué son magnitudes inversamente proporcionales y pon un ejemplo.

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si el producto de las cantidades correspondientes es constante.

Ejemplo:
A una velocidad de 10 km/h se tardan 6 horas en recorrer una distancia.

Vel (km/h)	10	20	30	40
Tiempo (h)	6	3	2	1,5

Las magnitudes *velocidad* y *tiempo* son inversamente proporcionales.

2. Calcula el cuarto o medio proporcional en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{21} = \frac{30}{35}$ **b)** $\frac{4,2}{2,8} = \frac{4,5}{x}$

c) $\frac{4}{x} = \frac{x}{36}$ **d)** $\frac{x}{0,8} = \frac{3,2}{x}$

a) $x = 18$ b) $x = 3$ c) $x = \pm 12$ d) $x = \pm 1,6$

3. Se han comprado 250 g de queso por 3,2 €. ¿Cuánto pagaremos por 450 gramos?

Peso (g)	(D)	Dinero (€))
250	⟶	3,2
450	⟶	x

$\frac{250}{450} = \frac{3,2}{x} \Rightarrow x = 5,76$ €

4. Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

N.º de amigos	(I)	Dinero (€))
4	⟶	375
6	⟶	x

$\frac{6}{4} = \frac{375}{x} \Rightarrow x = 250$ €

5. En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?

Precio inicial: 232 : (0,8 · 1,16) = 250 €

6. Diez obreros asfaltan 80 km en 24 días. ¿Cuántos obreros serán necesarios para asfaltar 220 km en 30 días?

(D) (I)

Longitud (km)		Tiempo (días)		N.º de obreros
80	⟶	24	⟶	10
220	⟶	30	⟶	x

$\frac{80}{220} \cdot \frac{30}{24} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = 22$ obreros

7. ¿A qué rédito se han depositado 4 200 € durante 14 meses si se ha obtenido un interés de 196 €?

$I = \frac{c \cdot r \cdot t}{n} \Rightarrow r = \frac{I \cdot n}{c \cdot t}$

$r = \frac{196 \cdot 12}{4\,200 \cdot 14} = 0,04 \Rightarrow R = 4\%$

8. Los tres primeros clasificados de una competición deben repartirse 17 930 € en partes inversamente proporcionales al puesto en el que han quedado. ¿Cuánto percibe cada uno?

m.c.m.(1, 2, 3) = 6

$1 = \frac{6}{6}; \frac{1}{2} = \frac{3}{6}; \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Se reparte de forma directamente proporcional a 6, 3 y 2, respectivamente.

17 930 : (6 + 3 + 2) = 1 630

$x = 1\,630 \cdot 6 = 9\,780$ €

$y = 1\,630 \cdot 3 = 4\,890$ €

$z = 1\,630 \cdot 2 = 3\,260$ €

Windows/Linux WIRIS

PASO A PASO

90. Calcula el cuarto proporcional:

$$\frac{6,25}{23,4} = \frac{7,5}{x}$$

Resuelto en el libro del alumnado.

91. Si 7 kg de manzanas cuestan 14,7 €, ¿cuánto costarán 12 kg?

Resuelto en el libro del alumnado.

92. Un ganadero dispone de forraje para alimentar a 15 vacas durante 8 días. Si compra 5 vacas más, ¿cuántos días podrá alimentar al ganado con el mismo forraje?

Resuelto en el libro del alumnado.

93. Hemos pagado por un abrigo 473,28 € y nos han aplicado un 15% de descuento y un 16% de IVA. ¿Cuánto costaba el abrigo inicialmente?

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Dos obreros canalizan 100 m de tubería para agua durante 10 días. ¿Cuántos días tardarán en canalizar 350 m de tubería 5 obreros?

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

95. Calcula el cuarto proporcional en las siguientes proporciones:

a) $\frac{x}{32} = \frac{45}{72}$ **b)** $\frac{4}{5} = \frac{1,2}{x}$

a) $x = 20$ b) $x = 1,5$

96. Calcula el medio proporcional en las siguientes proporciones continuas:

a) $\frac{9}{x} = \frac{x}{16}$ **b)** $\frac{x}{0,6} = \frac{2,4}{x}$

a) $x = \pm 12$ b) $x = \pm 1,2$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

97. Una tubería de 15 m de longitud pesa 210 kg. ¿Cuál será la longitud de una tubería que pesa 308 kg si es del mismo material y de la misma sección?

Peso (kg)	(D)	Longitud (m)
210	⟶	15
308	⟶	x

$\frac{210}{308} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = 22$ m

98. Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 €. Si se uniesen dos amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?

N.º amigos	(I)	Dinero (€)
4	⟶	375
6	⟶	x

$\frac{6}{4} = \frac{375}{x} \Rightarrow x = 250$ €

99. Una familia de 5 miembros puede mantenerse durante 8 meses con 5 000 €. ¿Cuántas personas podrían mantenerse durante 15 meses con 30 000 €?

(D) (I)

Dinero (€)		Tiempo (meses)		N.º personas
5 000	⟶	8	⟶	5
30 000	⟶	15	⟶	x

$\frac{5\,000}{30\,000} \cdot \frac{15}{8} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 16$ personas

100. Calcula el interés producido por un capital de 9 000 € al 5,5% en 3 años.

$I = c \cdot r \cdot t$

$I = 9\,000 \cdot 0,055 \cdot 3 = 1\,485$ €

101. ¿Qué capital se debe depositar al 5% para que después de 2 años produzca 400 €?

$I = c \cdot r \cdot t \Rightarrow c = \frac{I}{r \cdot t}$

$c = \frac{400}{0,05 \cdot 2} = 4\,000$ €

102. En la factura de un taller aplican un 16% de IVA sobre un importe de 168 €. ¿Cuánto se paga en total?

Total de la factura: $168 \cdot 1,16 = 194,88$ €

103. En una factura de 350 € nos aplican un 20% de descuento y un 16% de IVA. Calcula el importe total de la factura.

Total de la factura: $350 \cdot 0,8 \cdot 1,16 = 324,8$ €

104. En una tienda compramos un televisor con una rebaja del 20% y nos cobran el 16% de IVA. Si pagamos 232 € por él, ¿cuál era su precio inicial?

Precio inicial: $232 : (0,8 \cdot 1,16) = 250$ €

105. En una disolución de 120 mL hay 14,4 mL de agua y el resto de alcohol. ¿Qué porcentaje de alcohol hay en la disolución?

$(120 - 14,4)/120 = 0,88 \Rightarrow 88\%$ de alcohol.

106. En una compra a plazos de 4 570,5 € suben el precio un 15,25%. ¿Cuánto se pagará en total?

Total: $4\,570,5 \cdot 1,1525 = 5\,267,5$ €

107. En una factura con un 16% de IVA, la cantidad inicial es 850 €. Si han hecho un descuento y la cantidad final a abonar es 788,8 €, ¿qué porcentaje de descuento han hecho?

El porcentaje que se paga es:

$850 \cdot x \cdot 1,16 = 788,8 \Rightarrow x = 0,8 = 80\%$

Han descontado el 20%