

PROGRESIONES ARITMÉTICAS Y GEOMETRICAS

1.- Hallar los términos que se indican de las siguientes progresiones aritméticas:

a) El 12 en: -4, 0, 4, 8...

b) El término 10 en: 2, 5, 8, 11...

Sol: a) 40; b) 29

2.- Hallar el término a_{10} en una progresión aritmética en la que $a_1 = 5$ y la diferencia es $d = -3$.

Sol: -22

3.- Completa la siguiente tabla:

| a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_n |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 3 | 5 | | | | |
| 4 | | | | 16 | 19 | |
| | | | 10 | 13 | 16 | |

Sol: 7,9,11,2n-1; 7,10,13,...,3n+1; 1,4,7,...,3n-2

4.- Calcula el primer término de una progresión aritmética que consta de 10 términos, si se sabe que el último es 34 y la diferencia es 3.

Sol: 7

5.- En una progresión aritmética $d = 5$ y $a_{25} = 110$, hallar a_{20} .

Sol: $a_{20} = 85$

6.- ¿Cuántos términos tiene una progresión aritmética cuyo primer término es 8 y el último 36, si se sabe que la diferencia es 2.

Sol: 15

7.- Interpolar los términos que se indican, de modo que resulte una progresión aritmética:

a) Cuatro términos entre 15 y 30

b) Cuatro términos entre 15 y 5

Sol: a) $d = 3$; b) $d = -2$

8.- Halla la suma de los 12 primeros términos de una progresión aritmética sabiendo que $a_3 = 7$ y $a_{10} = 21$.

Sol: $S = 168$.

9.- La suma de x números naturales consecutivos tomados a partir de 35 es 1820. Calcular x .

Sol: $x = 35$

10.- ¿Cuántos números impares consecutivos a partir de 1 es preciso tomar para que su suma sea igual a 1521?.

Sol: 39

11.- Si consideramos 9 términos consecutivos de una progresión aritmética, $a_5 = 27$, $a_7 = 39$. Halla la suma de los 9 términos.

Sol: 243

12.- Hallar el término décimo de la progresión: 2, 4, 8, ...

Sol: $a_{10} = 2^{10}$

13.- Determinar los seis primeros términos de una progresión geométrica si los dos primeros valen 5 y 3, respectivamente.

Sol: 5, 3, 9/5, 27/25, 81/125, 243/625

14.- En una progresión geométrica $a_{10} = 64$ y la razón es $1/2$. Hallar el término octavo.

Sol: $a_8 = 256$

15.- Dos términos consecutivos de una progresión geométrica son 54 y 81, respectivamente. Hallar el lugar que ocupan en la progresión, si el primer término vale 24.

Sol: puestos 3 y 4

16.- En una progresión geométrica $a_5 = 2$ y $a_7 = 8$. Hallar la razón y los primeros 5 términos.

Sol: a) $r = 2$; b) $1/8, 1/4, 1/2, 1, 2$

17.- Halla el primer término de una progresión geométrica sabiendo que la razón es $1/2$ y el octavo término es $17/64$.

Sol: 34

18.- Calcula la razón de una progresión geométrica donde el primer término es 5 y el quinto es 405.

Sol: 3

19.- Halla el primer término de una progresión geométrica de razón 3 y cuyo sexto término es 27.

Sol: $1/9$

20.- Interpolar 6 términos entre 64 y $1/2$ de modo que formen progresión geométrica.

Sol: $r = 1/2$. 32, 16, 8, 4, 2, 1

21.- Halla la suma de los diez primeros términos de la progresión geométrica: 768, 384, 192...

Sol: $3069/2$

22.- Halla la suma de los seis primeros términos de la progresión geométrica: $1/4, 1/8, 1/16...$

Sol: $63/128$

23.- Halla la suma de los términos de las siguientes progresiones decrecientes e ilimitadas:

a) 18, 6, 2, $2/3...$

b) 27, 9, 3, 1, ...

Sol: a) 27; b) $81/2$

24.- ¿Cuál es la suma de los 10 primeros términos de la sucesión: 2, 10, 50...?

Sol: 4882812

25.- ¿Cuánto es la suma de los infinitos términos de la sucesión: 6, 3, $3/2, 3/4...$?

Sol: 12

26.- Tres números en progresión geométrica suman 155 y su producto vale 15625. Calcular dichos números.

Sol: 5, 25, 125

PROBLEMAS

27.- Un joven ahorra cada mes 5 € más que el mes anterior. En 5 años sus ahorros sumarán 9330 €.

Determinar:

a) lo que ahorró el primer mes.

b) lo que ahorró el último mes.

Sol: a) 8 €, b) 303 €

28.- Un padre proyecta colocar en un baúl 1 € el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en el baúl?

Sol: a) 131072 €, b) 262143 €

29.- Una máquina costó 9000 €. Se calcula que al final de cada año sufre una depreciación igual al 15 % del valor que tiene al principio de ese año. ¿Cuál será su valor al cabo de 5 años?

30.- El número de bacterias de un cultivo está aumentando un 25 % cada hora. Si al principio había 300000 ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de 5 horas?

Sol:915527,34

31.- El valor de un auto se deprecia 18 % cada año. Su precio original fue 19000 €. ¿Cuánto valdrá al cabo de 9 años?

Sol:3184,77 €

32.- Una ciudad tiene 600000 habitantes. La tasa de crecimiento de esa población es 8 % anual. ¿Cuántos habitantes tendrá dentro de tres años?

Sol:755827,2

33.- El valor de una mercadería se deprecia 4 % cada año. Su precio original fue de 19000\$. ¿Cuánto valdrá al cabo de 4 años?

Sol: 16137,58\$

34.- La población de una ciudad aumenta en 35 % cada 10 años. Si su población en 1940 era de 40000 habitantes, ¿cuál será su población en el año 2000?

Sol:242137,8

35.- El teatro de un instituto tiene 25 asientos en la primera fila, 27 en la segunda, 29 en la tercera, y así sucesivamente. ¿Cuántos asientos hay hasta la fila 15?

Sol: 585 asientos

36.- Una persona deposita 900 euros en una cuenta bancaria que le produce un 6 % de interés compuesto anual. ¿Qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?

Sol: 1611,76 €

37.- En una finca en forma de trapecio hay plantadas 19 filas de limoneros, en la primera hay 39 árboles y en la última, 93. ¿Cuántos limoneros tiene la finca?. ¿Cuántos árboles hay en la fila central?

Sol: 1254 limoneros; 66 árboles

38.- Durante los últimos diez años se ha realizado un censo forestal que consiste en contar cada año el número de árboles de un bosque, obteniéndose los siguientes resultados:

12545, 13172, 13831, 14522, 15249, 16011, 16811, 17652, 18535, 19461

a) Indica de qué tipo es la sucesión.

b) Suponiendo que sigue esta tendencia, ¿cuántos árboles tendrá el bosque el próximo año? ¿Y dentro de cinco años?

Sol: a) Es una progresión geométrica de razón 1,05; b) $a_{11} = 20434$ árboles; $a_{15} = 25067$ árboles.

39.- Alicia ha depositado en un banco 15000 € a un tipo de interés compuesto del 5% anual. ¿Qué cantidad tendrá Begoña al cabo de 8 años? ¿Qué beneficios habrá obtenido en dicho periodo de tiempo?

Sol: 22161,83 €; 7161,83 €

40.- En un cine la segunda fila de butacas está a 10 m de la pantalla y la séptima fila a 15 m. En que fila debe sentarse una persona que le guste ver la pantalla a una distancia de 22 m?

Sol: En la fila decimosexta

41.- En un campo hay 51 filas de árboles, cada fila tiene dos árboles menos que la siguiente y la fila vigésimo sexta tiene 57 árboles.

a) ¿Cuántos árboles tiene la primera fila? ¿Y la última?.

b) ¿Cuál es el número total de árboles de ese campo?.

Sol: a) $a_1 = 109$ árboles $a_{51} = 9$ árboles; b) 3009 árboles

42.- A dos personas a las nueve de la mañana les han contado un secreto con la advertencia de que no se lo cuenten a nadie. Cada uno de ellos, al cuarto de hora, se lo ha contado solamente a tres amigos, por supuesto, de toda confianza, que no lo sabían y que un cuarto de hora después, se lo han contado, cada uno de ellos, a otros tres amigos. Cada uno de éstos, a su vez, lo vuelve a contar a otros tres. Y así sucesivamente cada cuarto de hora. ¿Cuánta gente lo sabía a las dos de la tarde?.

Sol: 6973568802 personas

43.- En una playa encontramos un puesto de alquiler de bicicletas con el siguiente anuncio: **Primera hora: 4,5 €. Cada una de las siguientes horas: dos tercios de lo que costó la hora anterior.**

Si quieres alquilar una bicicleta desde las 10 de la mañana a las siete de la tarde, ¿cuánto has de pagar?.

44.- Alberto quiere ahorrar de la siguiente manera: la primera semana ahorrará 0,60 €, la segunda 0,72 €, la tercera 0,84 €, y así sucesivamente durante 15 semanas. Acaba de echar 1,92 € en la hucha. ¿Cuántas semanas le quedan para finalizar su plan de ahorro?.

Sol: Le faltarán tres semanas

45.- Al comienzo de un año y del siguiente se depositan en un banco 6010 euros y al comienzo del tercer año se retiran 12020 euros. ¿Qué cantidad de dinero queda en la cuenta si se había puesto a un 3 % de interés compuesto?.

Sol: 546,3 euros

46.- Un comerciante coloca 20000 euros en el banco. Al cabo de 10 meses retira 21250 euros. ¿Cuál ha sido el interés?.

Sol: 7,3 % anual

47.- Un coronel está al mando de 5050 soldados y quiere formar con ellos un triángulo para una exhibición, de modo que la primera fila tenga un soldado, la segunda dos, la tercera tres, etc. ¿Cuántas filas habrá?.

Sol: 100 filas

48.- Tres números cuya suma es 36 están en progresión aritmética. Halla dichos números sabiendo que si se les suma 1, 4 y 43 respectivamente, los resultados forman una progresión geométrica.

Sol: 1ºsol: 3, 12 y 21 2ºsol: 63, 12 y -39

49.- Tomar un folio de papel de seda que tenga un espesor de 0'1 mm; doblar el folio por la mitad, con lo que se obtienen dos cuartillas; doblar nuevamente, y se obtienen 4 octavillas con un grosor cuádruplo al folio. Suponiendo que la hoja inicial fuese tan grande que se pudiese repetir la operación 47 veces, ¿podríamos alcanzar la Luna?(distancia de la Tierra a la Luna es de aproximadamente 384 000 Km.)

50.- Una depuradora de aguas residuales recibe el agua con 50 gramos por litro de impurezas. En cada ciclo de depuración se eliminan los tres quintos de los residuos existentes en el agua. ¿Cuántos ciclos son necesarios para reducir la cantidad de impurezas a menos de 2 gramos/litro?

51.- Un enfermo debe tomar una medicina durante 15 días aumentando la dosis diariamente hasta llegar a 8'5 g. El primer día ingiere 5 g. ¿Cuánto debe aumentar la dosis cada día?

Progresiones aritméticas: cada término se obtiene a partir del anterior sumando una cantidad fija llamada diferencia. Conseguimos así una fórmula sencilla para el cálculo del término general y de la suma de n términos consecutivos:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \text{ ya}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Progresiones geométricas: cada término se obtiene a partir del anterior, multiplicándolo por una cantidad fija llamada razón. Las fórmulas anteriores quedan ahora:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 r^{n-1} - a_1}{r - 1}$$

Si la razón de la progresión es menor que 1, se puede aspirar a sumar todos los términos de la progresión geométrica mediante la siguiente fórmula:

$$S = \frac{a_1}{1 - r}$$