Página 285

Resuelve

1. ¿Qué es más fácil, sacar un 5 al tirar un dado, o sumar 5 al tirar dos dados?

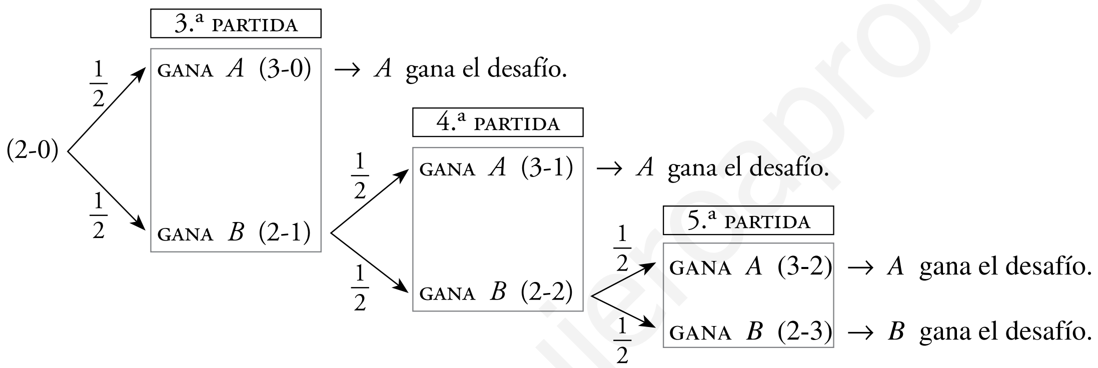
Al tirar un dado: $P[5] = \frac{1}{6}$

Al tirar dos dados, hay cuatro posibilidades de sumar 5 (1 + 4, 2 + 3, 3 + 2, 4 + 1) entre 36:

$P[\text{suma } 5] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Por tanto, es más fácil sacar un 5 al tirar un dado que sumar 5 al tirar dos dados.

2. ¿Cómo se deberían repartir los doblones en la partida interrumpida si se para cuando A va ganando 2 a 0?



B ganaría el desafío en la mitad de la mitad de la mitad de los casos; es decir, en la octava parte de los casos.

$P[B \text{ gana el desafío}] = \frac{1}{8}$

$P[A \text{ gana el desafío}] = \frac{7}{8}$

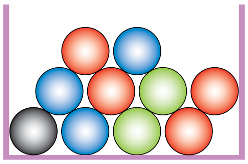
A debería llevarse $\frac{7}{8} \cdot 3\,000 = 2\,625$ doblones.

B debería llevarse $\frac{1}{8} \cdot 3\,000 = 375$ doblones.

1 Sucesos aleatorios

Página 287

1. En una urna hay 10 bolas de cuatro colores. ***Sacamos una bola y anotamos su color.***



a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa cinco sucesos.

a) Sí, pues el resultado depende del azar.

b) E = {R, A, V, N}

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

S_1 = {R, A, V, N} S_2 = {R, N} S_3 = {V}

S_4 = {A} S_5 = {A, V, N}

2. Tenemos caramelos de fresa, naranja, limón y piña. ***Cogemos uno sin mirar y comprobamos su sabor.***

a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

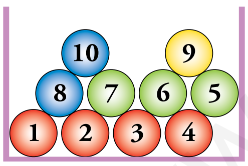
c) Inventa dos sucesos que tengan más de un caso.

a) Sí, pues el resultado depende del azar.

b) $E = \{F, N, L, P\}$

c) Respuesta abierta. Por ejemplo: $S_1 = \{F, N\}$; $S_2 = \{N, L, P\}$

3. En una urna hay 10 bolas numeradas. ***Sacamos una bola y anotamos el número.***



a) ¿Es una experiencia aleatoria?

b) Escribe el espacio muestral.

c) Inventa cinco sucesos.

a) Sí, pues el resultado depende del azar.

b) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

c) Respuesta abierta. Por ejemplo:

S_1: "PAR" = {2, 4, 6, 8, 10} S_2: "IMPAR" = {1, 3, 5, 7, 9}

S_3: "MÚLTIPLO DE 3" = {3, 6, 9} S_4: "MÚLTIPLO DE 5" = {5, 10}

S_5: "NÚMERO PRIMO" = {2, 3, 5, 7} S_6: "CUADRADO PERFECTO" = {1, 4, 9}

4. Daniel le ha regalado a su hermana María una caja de bombones de chocolate.

Saca un bombón y ve si es de chocolate.

¿Es una experiencia aleatoria? ¿Por qué?

No es una experiencia aleatoria, Daniel sabe que todos los bombones son de chocolate; por lo tanto, no interviene el azar.

2 Probabilidad de un suceso

Página 289

1. En una bolsa hay 90 bolas idénticas, numeradas del 1 al 90.

a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer la bola con el número 17?

b) Si solo hubiera diez bolas numeradas del 11 al 20, ¿cuál sería la probabilidad de obtener el 17?

a) $P[17] = \frac{1}{90}$

b) $P[17] = \frac{1}{10}$

2. En una caja hay dos tipos de galletas: las de chocolate, *CH*, y las normales, *N*. Sacamos una al azar, la miramos y la devolvemos a la caja.

Si hemos extraído 27 galletas de chocolate y 13 galletas normales, ¿qué valores asignarías a $P[CH]$ y a $P[N]$?

Hemos extraído 27 + 13 = 40 galletas en total.

$P[CH] = \frac{27}{40} = 0{,}675$

$P[N] = \frac{13}{40} = 0{,}325$

3 Ley de Laplace para experiencias regulares

Página 290

1. Extraemos una carta de una baraja española con 40 naipes. Halla la probabilidad de obtener:

a) El as de espadas.

b) El rey de bastos.

c) Una figura (sota, caballo o rey).

d) Una copa.

a) $P[\text{as de espadas}] = \frac{1}{40}$

b) $P[\text{rey de bastos}] = \frac{1}{40}$

c) $P[\text{una figura}] = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

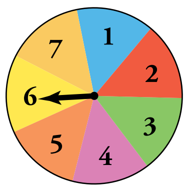
d) $P[\text{una copa}] = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

2. En un campamento hay 32 jóvenes europeos, 13 americanos, 15 africanos y 23 asiáticos. Se elige al azar a su portavoz. ¿Qué probabilidad hay de que sea europeo?

En el campamento hay 32 + 13 + 15 + 23 = 83 jóvenes.

$P[\text{europeo}] = \frac{32}{83}$

3. Al hacer girar la aguja, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?



$P[\text{par}] = \frac{3}{7}$

Página 291

4. Calcula las restantes probabilidades en la Experiencia i. (Sumar 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12).

$P[2] = \frac{1}{36}$ $\qquad$ $P[3] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

$P[4] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ $P[6] = \frac{5}{36}$

$P[7] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ $\qquad$ $P[8] = \frac{5}{36}$

$P[9] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $\qquad$ $P[10] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

$P[11] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ $\qquad$ $P[12] = \frac{1}{36}$

5. En la Experiencia i:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea menor que 6?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor que 6?

c) ¿Y de que esté entre 4 y 7, ambos incluidos?

a) 1 + 2 + 3 + 4 = 10 resultados menores que 6. Por tanto:

$P[\text{menor que } 6] = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

b) $P[\text{mayor que } 6] = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

c) $P[4, 5, 6 \text{ o } 7] = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

6. ***Lanzamos dos dados y nos fijamos en la mayor de las puntuaciones.***

Completa en tu cuaderno el cuadro. ¿Cuál es la probabilidad de que la mayor de las puntuaciones sea 1?

¿Y de que sea 2? ¿Y 3? ¿Y 4? ¿Y 5? ¿Y 6?

	1	2	3	4	5	6
		2	3	4		
					5	
					5	
					5	6
					6	6

	1	2	3	4	5	6
	2	2	3	4	5	6
	3	3	3	4	5	6
	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6

$P[1] = \frac{1}{36}$ $\qquad$ $P[2] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ $\qquad$ $P[3] = \frac{5}{36}$

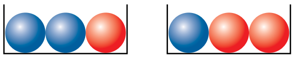
$P[4] = \frac{7}{36}$ $\qquad$ $P[5] = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $P[6] = \frac{11}{36}$

Página 292

7. Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de obtener par en el primero y múltiplo de 3 en el segundo.

$P[\text{par y múltiplo de 3}] = P[\text{par}] \cdot P[\text{múltiplo de 3}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

8. Sacamos una bola de la 1.ª urna y la echamos en la 2.ª. Luego, sacamos una bola de la 2.ª urna.



¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sacadas sean azules?

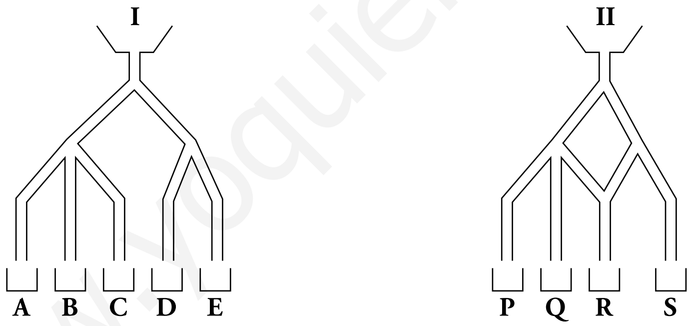
La probabilidad de sacar bola azul de la primera urna es $P[\text{azul 1.ª urna}] = \frac{2}{3}$.

Si sacamos bola azul y la ponemos en la segunda urna, esta segunda tendrá dos bolas azules y dos rojas. La probabilidad de sacar una bola azul de ella, ahora, es: $P[\text{azul 2.ª urna}] = \frac{1}{2}$.

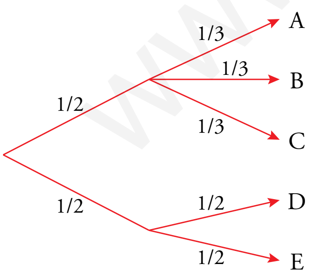
Por tanto, $P[\text{azul 1.ª urna y azul 2.ª urna}] = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

9. ¿Cuál es la probabilidad de que una bola que se deja caer por el embudo caiga en cada casillero?

a) En el aparato I. **b) En el aparato II.**



a)



$P[A] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

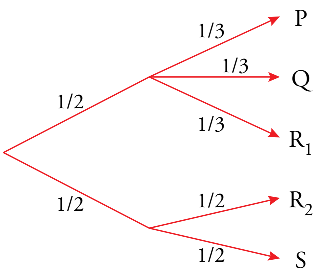
$P[B] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[C] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[D] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P[E] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b)



$P[P] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[Q] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\left.\begin{array}{l} P[R_1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \\ P[R_2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \end{array}\right\} P[R] = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2+3}{12} = \frac{5}{12}$

$P[S] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Página 293

Hazlo tú

Halla P[VERDE] y P[NI ROJO NI NEGRO] en los dos supuestos del problema resuelto.

a) $P[\text{VERDE}] = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$

$P[\text{NI ROJO NI NEGRO}] = 1 - P[\text{ROJO}] = 1 - \dfrac{2}{8} = 0{,}75$

b) $P[\text{VERDE}] = \dfrac{354}{1000} \approx 0{,}35$

$P[\text{NI ROJO NI NEGRO}] = 1 - P[\text{ROJO}] = 1 - \dfrac{310}{1000} = 0{,}69$

Hazlo tú

Suprime una bola verde de cada una de las dos urnas de este ejercicio y calcula las mismas probabilidades que en él se piden.

Llamamos: $R \to$ bola roja $\qquad V \to$ bola verde

a) $P[1.^a\ R \text{ y } 2.^a\ R] = P[1.^a\ R] \cdot P[2.^a\ R \text{ habiendo sido } 1.^a\ R] = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{5} = 0{,}05$

b) $P[1.^a\ V \text{ y } 2.^a\ R] = P[1.^a\ V] \cdot P[2.^a\ R \text{ habiendo sido } 1.^a\ V] = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{5} = 0{,}05$

c) $P[2.^a\ R] = 0{,}3 + 0{,}05 = 0{,}35$

d) $P[2.^a\ V] = 1 - P[2.^a\ R] = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$

Ejercicios y problemas

Página 294

Practica

Espacios muestrales. Sucesos

1. **Indica el espacio muestral de cada una de las siguientes experiencias aleatorias:**

a) Señalo al azar una provincia en un mapa de Galicia.

b) Lanzo un cubo de Rubik recién montado y anoto el color de la cara de arriba.

c) Señalo una palabra cualquiera de un libro elegido al azar y observo cuál es la primera vocal que aparece.

d) Saco una carta de una baraja española y observo el palo.

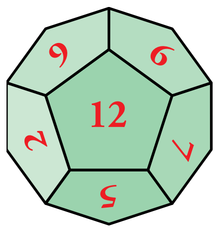
a) E = {A Coruña. Lugo, Orense, Pontevedra}

b) E = {azul, amarillo, rojo, verde, blanco, naranja}

c) E = {a, e, i, o, u}

d) E = {oros, copas, espadas, bastos}

2. **Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos el número obtenido.**



a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = "Menos de 5" **B = "Más de 4"**

C = "Número par" **D = "No múltiplo de 3"**

a) E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

b) A = {1, 2, 3, 4} B = {5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

C = {2, 4, 6, 8, 10, 12} D = {1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11}

3. **Escogemos al azar un día cualquiera de la semana.**

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Describe los sucesos:

A = "Fin de semana"

B = "Los que empiezan por la letra M"

C = "Los que acaban en *es*"

a) E = {L, M, X, J, V, S, D}

b) A = {S, D} B = {M, X} C = {L, M, X, J, V}

4. **Lanzamos una moneda dos veces y anotamos los resultados ordenadamente.**

a) Completa el espacio muestral: E = {CC, C+, …}

b) Describe los sucesos A = "La primera salió C".

c) Repite la actividad suponiendo que lanzamos tres monedas en lugar de dos. Describe: B = "Obtener dos veces C" y D = "No obtener ninguna C".

a) E = {CC, C+, +C, ++}

b) A = {CC, C+}

c) E = {CCC, CC+, C+C, +CC, +++, ++C, +C+, C++}

B = {CC+, C+C, +CC}

D = {+++}

5. **Escogemos una bola al azar de cada urna. Un caso es, por ejemplo, Azul-Negra.**

1.ª urna **2.ª urna**

a) Describe el espacio muestral.

b) Haz lo mismo si en la segunda urna hubiera una blanca y una negra.

a) E = {roja-negra, azul-negra, verde-negra}

b) E = {roja-negra, azul-negra, verde-negra, roja-blanca, azul-blanca, verde-blanca}.

Probabilidad en experiencias simples

6. **Lanzamos un dado correcto. Calcula las probabilidades de que el resultado sea:**

a) 1 o 2. **b) Mayor que 2.** **c) Par.**

d) Mayor que 1. **e) Menor que 1.** **f) Menor que 7.**

a) $P[1 \text{ o } 2] = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

b) $P[\text{mayor que } 2] = 1 - P[1 \text{ o } 2] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

c) $P[\text{par}] = \frac{1}{2}$

d) $P[\text{mayor que } 1] = 1 - P[1] = 1 - \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

e) $P[\text{menor que } 1] = 0$

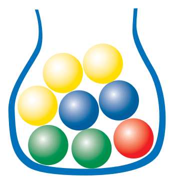
f) $P[\text{menor que } 7] = 1$

7. **Se extrae al azar una bola de la siguiente bolsa. Calcula la probabilidad de que:**

a) Sea azul.

b) No sea verde.

c) Sea roja o azul.



a) $P[\text{azul}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{no verde}] = 1 - P[\text{verde}] = 1 - \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

c) $P[\text{roja o azul}] = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

8. **El profesor ha traído estos libros a clase:**

TÍTULO	NÚMERO DE LIBROS
La isla del tesoro	**11**
El principito	**8**
De la Tierra a la Luna	**6**
El conde de Montecristo	**5**

Si se asignan al azar, calcula la probabilidad de que el libro que me toque:

a) Sea *La isla del tesoro*.

b) No sea *El principito* ni *El conde de Montecristo*.

c) No sea *De la Tierra a la Luna*.

En total hay 30 libros.

a) A = Sea *La Isla del tesoro*. $P[A] = \frac{11}{30}$

b) B = No sea *El Principito* ni *El Conde de Montecristo*. $P[B] = \frac{11+6}{30} = \frac{17}{30}$

c) C = No sea *De la Tierra a la Luna*. $P[C] = 1 - \frac{6}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$

9. **Metemos las piezas de un juego de ajedrez en una bolsa y elegimos una al azar. Recuerda qué piezas componen el juego:**

a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un peón? ¿Y de obtener un peón negro?

b) ¿Qué probabilidad hay de sacar una torre? ¿Y un caballo blanco? ¿Y uno de los reyes?

ATENCIÓN: **Supón que las figuras de ajedrez son piezas de la misma forma, tamaño y textura.**

a) $P[\text{peón}] = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$

$P[\text{peón negro}] = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

b) $P[\text{torre}] = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

$P[\text{caballo blanco}] = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$

$P[\text{rey}] = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$

10. **Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos, A, B, C y D, de la actividad 2.**

$P[A] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$P[B] = 1 - P[A] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$P[C] = \frac{1}{2}$

$P[D] = 1 - P[\text{múltiplo de } 3] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

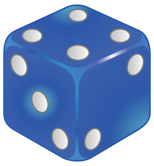
11. **Halla la probabilidad de los sucesos, A, B y C de la actividad 3.**

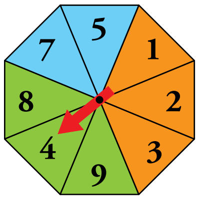
$P[A] = \frac{2}{7}$ $P[B] = \frac{2}{7}$ $P[C] = \frac{5}{7}$

Página 295

Probabilidad en experiencias compuestas

12. **Tiramos un dado y hacemos girar la ruleta:**





a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números pares?

b) Halla la probabilidad de obtener un número mayor que 2 en el dado y un color que no sea azul en la ruleta.

c) Calcula la probabilidad de obtener un 6 o un 5 en el dado.

d) Calcula la probabilidad de que la suma de los resultados sea más de 10.

a) $P[\text{par y par}] = P[\text{par}] \cdot P[\text{par}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

b) $P[\text{mayor que 2 y no azul}] = P[\text{mayor que 2}] \cdot P[\text{no azul}] = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{8} = \frac{1}{2}$

c) $P[6 \text{ o } 5] = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

d) Construimos la tabla del espacio muestral:

	1	2	3	4	5	7	8	9
1	2	3	4	5	6	8	9	10
2	3	4	5	6	7	9	10	11
3	4	5	6	7	8	10	11	12
4	5	6	7	8	9	11	12	13
5	6	7	8	9	10	12	13	14
6	7	8	9	10	11	13	14	15

$P[\text{suma mayor que 10}] = \frac{13}{48}$

13. **De una urna con 3 bolas verdes y 2 rojas, extraemos dos bolas. Calcula la probabilidad de que:**

a) Ambas sean verdes. **b) La 1.ª sea roja y la 2.ª verde.** **c) Las dos sean rojas.**

Llamamos: $V \rightarrow$ bola verde $R \rightarrow$ bola roja

a) $P[1.^a\ V \text{ y } 2.^a\ V] = P[1.^a\ V] \cdot P[2.^a\ V \text{ habiendo sido } 1.^a\ V] = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

b) $P[1.^a\ R \text{ y } 2.^a\ V] = P[1.^a\ R] \cdot P[2.^a\ V \text{ habiendo sido } 1.^a\ R] = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$

c) $P[1.^a\ R \text{ y } 2.^a\ R] = P[1.^a\ R] \cdot P[2.^a\ R \text{ habiendo sido } 1.^a\ R] = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

14. **Extraemos dos cartas de una baraja española. Calcula la probabilidad de estos sucesos:**

a) Dos ases. **b) Un as y un rey.** **c) Dos oros.**

d) Ninguna copa (no copa y no copa).

e) Dos figuras (sota, caballo o rey).

f) Una figura y una no figura.

a) $P[\text{AS y AS}] = P[\text{AS}] \cdot P[\text{AS habiendo sido AS}] = \frac{4}{40} \cdot \frac{3}{39} = \frac{1}{130}$

b) $P[\text{AS y REY}] = P[\text{AS}] \cdot P[\text{REY habiendo sido AS}] = \frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} = \frac{2}{195}$

c) $P[\text{OROS y OROS}] = P[\text{OROS}] \cdot P[\text{OROS habiendo sido OROS}] = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} = \frac{3}{52}$

d) $P[\text{NINGUNA COPA}] = P[\text{NO COPA}] \cdot P[\text{NO COPA habiendo sido NO COPA}] = \frac{30}{40} \cdot \frac{29}{39} = \frac{29}{52}$

e) $P[\text{FIGURA y FIGURA}] = P[\text{FIGURA}] \cdot P[\text{FIGURA habiendo sido FIGURA}] = \frac{12}{40} \cdot \frac{11}{39} = \frac{11}{130}$

f) $P[\text{FIGURA y NO FIGURA}] = P[\text{FIGURA}] \cdot P[\text{NO FIGURA habiendo sido FIGURA}] = \frac{12}{40} \cdot \frac{28}{39} = \frac{14}{65}$

15. **Lanzamos una moneda: si sale cara, tomo una carta de una baraja; si sale cruz, no sigo jugando. ¿Qué probabilidad hay de obtener OROS o FIGURA?**

Primero calculamos la probabilidad de que al extraer una carta de una baraja sea de Oros o Figura: $P[\text{OROS o FIGURA}] = P[\text{OROS}] + P[\text{FIGURA}] = \frac{10}{40} + \frac{9}{40} = \frac{19}{40}$.

Ahora tenemos también en cuenta el lanzamiento de la moneda:

$P[\text{CARA y OROS o FIGURA}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{40} = \frac{19}{80}$

16. **Cogemos al azar una bola de la 1.ª urna, la echamos en la 2.ª y sacamos una bola de esta 2.ª urna.**

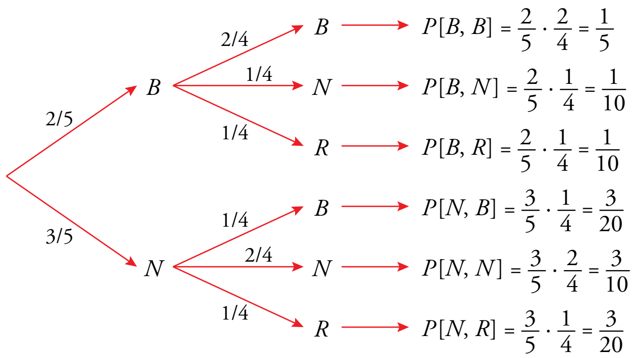
1.ª urna **2.ª urna**

Calcula las siguientes probabilidades:

a) $\boldsymbol{P}$**[1.ª**  **y 2.ª** **]** **b)** $\boldsymbol{P}$**[1.ª** **y 2.ª** **]**

c) $\boldsymbol{P}$**[2.ª** **]** **d)** $\boldsymbol{P}$**[2.ª** **]** **e)** $\boldsymbol{P}$**[2.ª** **]**

$N \rightarrow$ bola negra $B \rightarrow$ bola blanca $R \rightarrow$ bola roja



a) $P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ N] = P[1.^a\ N] \cdot P[2.^a\ N \text{ habiendo sido } 1.^a\ N] = \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{2}{4} = \dfrac{3}{10}$

b) $P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ N] = P[1.^a\ B] \cdot P[2.^a\ N \text{ habiendo sido } 1.^a\ B] = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{10}$

c) $P[2.^a\ N] = P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ N] + P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ N] = \dfrac{1}{10} + \dfrac{3}{10} = \dfrac{2}{5}$

d) $P[2.^a\ B] = P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ B] + P[1.^a\ N \text{ y } 2.^a\ B] = \dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{20} = \dfrac{7}{20}$

e) $P[2.^a\ R] = P[1.^a\ B \text{ y } 2.^a\ R] + P[1.^a\ N \text{y } 2.^a\ R] = \dfrac{1}{10} + \dfrac{3}{20} = \dfrac{1}{4}$

Resuelve problemas

17. **Encima de la mesa tenemos estas cuatro cartas de una baraja española (40 cartas):**

Sacando al azar otra carta del mazo:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las puntuaciones de las cinco cartas (las cuatro de la mesa y la extraída del mazo) sea 15? ¿Y 16?

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una escalera?

a) 5 + 1 + 4 + 2 = 12 son los puntos de las que ya hay. Para que la suma sea 15, la nueva carta debe ser un 3. Quedan los 4 "treses" en las 36 cartas restantes.

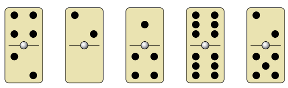
Por tanto, $P[\text{SUMA } 15] = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9} = 0{,}111$

Para que la suma sea 16, la nueva carta debe ser "cuatro". Quedan 3 "cuatros" entre las 36 cartas sin repartir.

Por tanto, $P[\text{SUMA } 16] = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12} = 0{,}083$

b) $P[\text{ESCALERA}] = P[\text{sacar } 3] = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

18. **¿Conoces el dominó? Es un juego cuyas fichas son de este tipo:**



Hay fichas con todas las posibles combinaciones con los números 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6, incluyendo las dobles como el 6-6 del dibujo.

a) Comprueba que en total son 28 fichas.

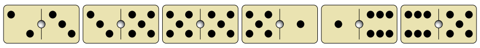
Si sacamos una ficha al azar, calcula la probabilidad de que:

b) La suma de los números sea 6.

c) La suma sea un número impar.

d) El producto de los dos números sea menor que 6.

En el desarrollo del juego, las fichas se van poniendo sobre la mesa y se van enlazando unas con otras, así:



La siguiente ficha debe tener un 2, y se situaría a la izquierda, o un 5, e iría a la derecha.

e) ¿Cuál es la probabilidad de que, sacando al azar una de las restantes fichas, pueda enlazar con una de las que están sobre la mesa?

a) En esta tabla vemos cuáles son las fichas del dominó: son 28.

	0	1	2	3	4	5	6
0	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
1		1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2			2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3				3-3	3-4	3-5	3-6
4					4-4	4-5	4-6
5						5-5	5-6
6							6-6

b) Hay 4 fichas cuya suma es 6 (marcadas en amarillo).

$P[\text{SUMA } 6] = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$

c) Hay 12 fichas cuya suma es un número impar (marcadas en verde).

$P[\text{SUMA IMPAR}] = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$

	0	1	2	3	4	5	6
0	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
1		1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
2			2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
3				3-3	3-4	3-5	3-6
4					4-4	4-5	4-6
5						5-5	5-6
6							6-6

d) Hay 13 fichas en las que el producto de los dos números es menor que 6.

$P[\text{PRODUCTO MENOR QUE } 6] = \frac{13}{28}$

	0	1	2	3	4	5	6
0	0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
1		1-1	1-2	1-3	1-4	~~1-5~~	1-6
2			2-2	~~2-3~~	2-4	2-5	2-6
3				3-3	3-4	~~3-5~~	3-6
4					4-4	4-5	4-6
5						~~5-5~~	~~5-6~~
6							6-6

e) Como hay 6 fichas sobre la mesa, hay 22 casos posibles.

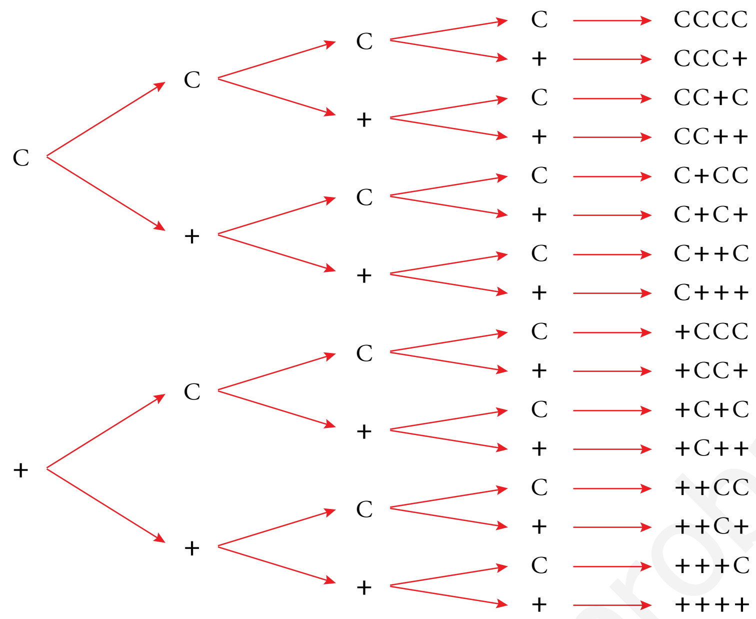
Hay 13 fichas que cumplen la condición, pero 5 de ellas ya están sobre la mesa.

$P[\text{TIENE 2 O TIENE } 5] = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$

19. **Lanzamos cuatro monedas. Halla la probabilidad de obtener:**

a) Dos caras. **b) Ninguna cara.** **c) Alguna cara.**

Hacemos un diagrama en árbol para ver los casos posibles:



Hay $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$ casos posibles.

a) $P[\text{dos caras}] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

b) $P[\text{ninguna cara}] = \frac{1}{16}$

c) $P[\text{alguna cara}] = 1 - P[\text{ninguna cara}] = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

20. **¿Qué probabilidad hay de obtener dos caras lanzando dos monedas? ¿Y lanzando tres monedas? ¿Y si tiramos cuatro monedas?**

Podemos ayudarnos de diagramas de árbol para calcular estas probabilidades.

- Dos monedas: el espacio muestral tiene 4 casos y los favorables al suceso son CC.

  $P[CC] = \frac{1}{4}$

- Tres monedas: el espacio muestral tiene 8 casos y los favorables al suceso son CC+, C+C, +CC.

  $P[\text{dos caras}] = \frac{3}{8}$

- Cuatro monedas: el espacio muestral tiene 16 casos y los favorables al suceso son CC++, C+C+, C++C, +CC+, +C+C, ++CC.

  $P[\text{dos caras}] = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Página 296

21. En una familia de 4 hijos, ¿cuál es la probabilidad de que todos sean varones?

¿Cuál es la probabilidad de que en una familia de tres hijos, sean 2 chicos y 1 chica?

Hay 16 combinaciones distintas y solo una opción de que los cuatro salgan varones. Por tanto, $P[\text{TODOS VARONES}] = \frac{1}{16}$.

En una familia de tres hijos, pueden darse $2^3 = 8$ combinaciones distintas. En 3 de ellas hay 2 chicos y 1 chica. Por tanto, $P[\text{DOS CHICOS Y UNA CHICA}] = \frac{3}{8}$.

22. Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de que el producto de las puntuaciones:

a) Sea 5. **b) Sea 6.** **c) Sea 4.**

a) 1 y 5, 5 y 1

$P[\text{PROD.} = 5] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

b) 1 y 6, 2 y 3, 3 y 2, 6 y 1

$P[\text{PROD.} = 6] = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

c) 1 y 4, 2 y 2, 4 y 1

$P[\text{PROD.} = 4] = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

23. Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de que la diferencia de las puntuaciones:

a) Sea 0. **b) Sea 1.** **c) Sea 3.** **d) Sea 5.**

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

Hay 36 posibles casos.

a) $P[\text{SEA } 0] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) $P[\text{SEA } 1] = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

c) $P[\text{SEA } 3] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

d) $P[\text{SEA } 5] = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

24. Lanzamos dos dados. Halla la probabilidad de:

a) Obtener al menos un 6.

b) Que las dos puntuaciones coincidan.

c) Que una puntuación sea mayor que la otra.

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

a) Hay 36 opciones y 11 de ellas tienen un 6. Por tanto, $P[\text{AL MENOS UN } 6] = \frac{11}{36}$

b) Hay 36 opciones y en 6 de ellas las puntuaciones coinciden.

Así, $P[\text{COINCIDEN}] = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

c) Es lo mismo que decir que no coincidan las puntuaciones.

Por tanto, $P[\text{UNA MAYOR QUE OTRA}] = P[\text{NO COINCIDEN}] = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

25. **En un centro escolar hay 1 000 alumnos repartidos como indica esta tabla:**

	CHICOS	CHICAS
USAN GAFAS	187	113
NO USAN GAFAS	413	287

Se elige al azar uno de ellos. Di cuál es la probabilidad de que:

a) Sea chico.

b) Sea chica.

c) Use gafas.

d) No use gafas.

e) Sea una chica con gafas.

f) Sabiendo que es una chica, use gafas.

Completamos la tabla con los totales; así se obtienen las probabilidades de forma más sencilla:

	CHICOS	CHICAS	TOTAL
USAN GAFAS	187	113	300
NO USAN GAFAS	413	287	700
TOTAL	600	400	1 000

a) $P[\text{CHICO}] = \frac{600}{1000} = \frac{3}{5}$

b) $P[\text{CHICA}] = \frac{400}{1000} = \frac{2}{5}$

c) $P[\text{USA GAFAS}] = \frac{300}{1000} = \frac{3}{10}$

d) $P[\text{NO USA GAFAS}] = \frac{700}{1000} = \frac{7}{10}$

e) $P[\text{CHICA CON GAFAS}] = \frac{113}{1000}$

f) $P[\text{USA GAFAS SABIENDO QUE ES CHICA}] = \frac{113}{400}$

26. **En una empresa hay 200 empleados, de los que 100 son hombres y 100 son mujeres. Los alérgicos son 40 hombres y 35 mujeres.**

a) Si elegimos un empleado al azar, calcula la probabilidad de que sea hombre y no sea alérgico.

b) Si sabemos que el elegido no es alérgico, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Haz una tabla como la del ejercicio anterior.

Construimos una tabla.

	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
ALÉRGICOS	40	35	75
NO ALÉRGICOS	60	65	125
TOTAL	100	100	200

a) $P[\text{HOMBRE NO ALÉRGICO}] = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$

b) $P[\text{MUJER SABIENDO QUE NO ES ALÉRGICA}] = \frac{65}{125} = \frac{13}{25}$

27. **Hoy hay tres partidos: de baloncesto, de fútbol y de tenis. De los 40 amigos que hay en casa, 21 prefieren fútbol y 5, tenis. Hay 10 chicos que quieren baloncesto, 9 chicas que quieren fútbol y 3 chicas que prefieren ver el tenis. Si elegimos una persona al azar, calcula la probabilidad de que:**

a) Sea chico.

b) No quiera ver el tenis.

c) Sea un chico que quiere ver el tenis.

d) Sea una chica que quiera ver el baloncesto.

e) Sabiendo que es una chica, que quiera ver fútbol.

f) Sabiendo que prefiere ver tenis, que sea un chico.

Con los datos del enunciado completamos la siguiente tabla:

	CHICOS	CHICAS	TOTALES
FÚTBOL	12	9	21
TENIS	2	3	5
BALONCESTO	10	4	14
TOTALES	24	16	40

a) $P[\text{CHICO}] = \frac{24}{40} = \frac{3}{5}$

b) $P[\text{NO QUIERA VER TENIS}] = \frac{21+14}{40} = \frac{7}{8}$

c) $P[\text{CHICO QUIERE VER TENIS}] = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$

d) $P[\text{CHICA QUIERE VER BALONCESTO}] = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

e) $P[\text{VER FÚTBOL SABIENDO QUE ES UNA CHICA}] = \frac{9}{16}$

f) $P[\text{CHICO SABIENDO QUE QUIERE VER TENIS}] = \frac{2}{5}$

28. **Una botella contiene 20 bolas de colores negro, rojo y verde. No sabemos cuántas de cada color, ni podemos verlo, porque la botella es opaca. Solo podemos ver, cuando la tumbamos, el color de la bola que queda junto al tapón, que es transparente.**

Durante unos días hacemos 1 000 veces la experiencia de *agitar, inclinar la botella* y *anotar el color de la bola que se ve.* Al final, hemos obtenido estos resultados:

f(⚫) = 461 f(🔴) = 343 f(🟢) = 196

Podemos averiguar, con cierta seguridad, cuántas bolas hay de cada color. Hagámoslo con las negras:

$f_r(●) = \dfrac{461}{1000} = 0{,}461$

$P[●] = \dfrac{n}{20}$ **(*n* es el número de bolas negras)**

Como $f_r(●) \approx P[●]$, **hacemos:**

$0{,}461 \approx \dfrac{n}{20} \;\rightarrow\; n \approx 20 \cdot 0{,}461 = 9{,}22$

Estimamos que el número de bolas negras es 9.

¿Cuántas bolas de cada color hay en la botella?

- Bolas rojas: $0{,}343 \approx \dfrac{n}{20} \;\rightarrow\; n \approx 20 \cdot 0{,}343 = 6{,}86 \;\rightarrow\; n = 7$
- Bolas verdes: $0{,}196 \approx \dfrac{n}{20} \;\rightarrow\; n \approx 20 \cdot 0{,}196 = 3{,}92 \;\rightarrow\; n = 4$

Estimamos que hay 9 bolas negras, 7 rojas y 4 verdes.

29. **En un cajón hay calcetines. No sabemos cuántos, ni de qué colores. Sacamos un calcetín, anotamos el color y lo devolvemos al cajón. Lo hacemos cien veces y hemos obtenido 42 veces un calcetín negro; 8 veces uno rojo, y 50 veces uno blanco.**

a) Haz una tabla de frecuencias relativas.

b) ¿Qué porcentaje de calcetines de cada color hay en el cajón?

c) Si sabemos que hay 20 calcetines, ¿cuántos estimas que hay de cada color?

a)

	f	f_r
NEGRO	42	42/100 = 0,42
ROJO	8	8/100 = 0,08
BLANCO	50	50/100 = 0,5

b) Podemos estimar que, aproximadamente, el 42 % de los calcetines son negros, el 8 % rojos, y el 50 %, blancos.

c) Habrá 8 calcetines negros, 2 rojos y 10 blancos.

30. **Coge 10 canicas, caramelos, papeles… todos de igual tamaño y de tres colores, sabores… distintos. Extrae al azar uno cada vez, míralo, anota el color o el sabor o… y devuélvelo. Repite esto 100 veces. Realiza, con los resultados, una estimación de cuántos hay de cada color. Comprueba luego cómo de acertado estabas en tu predicción.**

Respuesta abierta.

Página 297

31. **Hemos de jugar a cara o cruz con una cierta ficha. Antes de empezar, experimento con ella y obtengo 37 caras y 3 cruces.**

¿Qué te parece más correcto, apostar por cruz porque "ya es hora de que salga" o por cara porque "parece que sale más"?

Si de 40 lanzamientos se han obtenido 37 CARAS y 3 CRUCES, las probabilidades de C o + serán equivalente a sus frecuencias relativas (el número de lanzamientos es relativamente grande). Por tanto:

$f_r(\text{C}) \approx P[\text{C}] = \frac{37}{40}$ $\qquad$ $f_r(+) \approx P[+] = \frac{3}{40}$

Sería más correcto apostar por CARA.

32. **En cada mano del juego *Piedra, papel o tijera* puedes ganar, empatar o perder. Si me juego un refresco, ¿qué probabilidad tengo de ganarlo a la primera? ¿Qué probabilidad tengo de llegar a la segunda y ganarlo? ¿Y a la tercera y ganarlo?**

Nos podemos ayudar de un diagrama de árbol para averiguar que:

$$P[\text{GANAR EN LA } 1.^{\text{a}} \text{ PARTIDA}] = \frac{1}{3}$$

Si quiero ganar dos partidas, $P[\text{GANAR EN LA } 1.^{\text{a}} \text{ Y } 2.^{\text{a}} \text{ PARTIDAS}] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Si quiero llegar a la tercera y ganar, $P[\text{GANAR EN LA } 1.^{\text{a}}, 2.^{\text{a}} \text{ Y } 3.^{\text{a}} \text{ PARTIDAS}] = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

33. **Lanzamos tres dados. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?**

Podemos ayudarnos de un diagrama de árbol para comprobar que la probabilidad que nos piden es la siguiente:

$$P[< 5 \text{ y } < 5 \text{ y } < 5] = \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{8}{27}$$

34. **Después de tirar muchas veces un modelo de chinchetas, sabemos que la probabilidad de que una cualquiera caiga con la punta hacia arriba es 0,38. Si tiramos dos chinchetas, ¿cuál será la probabilidad de que las dos caigan de distinta forma?**

Llamaremos $p\uparrow$ al suceso "caer con la punta hacia arriba" y $p\downarrow$ "caer con la punta hacia abajo".

Si $P[p\uparrow] = 0{,}38 \Rightarrow P[p\downarrow] = 1 - 0{,}38 = 0{,}62$. Por tanto:

$P[\text{LAS DOS DE DISTINTA FORMA}] = P[p\uparrow \text{ y } p\downarrow] + P[p\downarrow \text{ y } p\uparrow] = 0{,}38 \cdot 0{,}62 + 0{,}62 \cdot 0{,}38 \approx 0{,}47$

35. **En un laboratorio, para que un medicamento salga al mercado tiene que pasar tres controles. La probabilidad de superar el primero es 0,89; la de superar el segundo es 0,93 y la de superar el tercero es 0,85. ¿Cuál es la probabilidad de que el nuevo producto no sea apto para salir al mercado?**

Llamaremos SC_n al suceso "superar el control n".

$P[SC_1] = 0{,}89 \Rightarrow P[\text{no } SC_1] = 1 - 0{,}89 = 0{,}11$

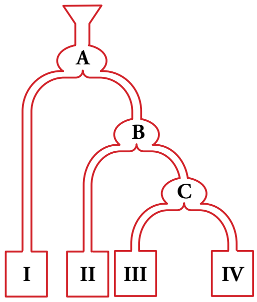
$P[SC_2] = 0{,}93 \Rightarrow P[\text{no } SC_2] = 1 - 0{,}93 = 0{,}07$

$P[SC_3] = 0{,}85 \Rightarrow P[\text{no } SC_3] = 1 - 0{,}85 = 0{,}15$

$P[\text{NO APTO}] = P[\text{no } SC_1] + P[\text{no } SC_1 \text{ y no } SC_2] + P[SC_1 \text{ y } SC_2 \text{ y no } SC_3] =$

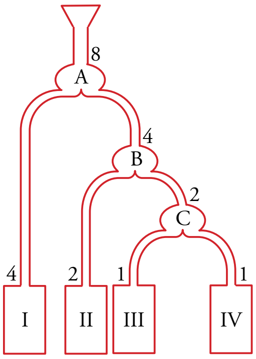
$= 0{,}11 + 0{,}89 \cdot 0{,}07 + 0{,}89 \cdot 0{,}93 \cdot 0{,}15 \approx 0{,}3$

36. **Dejamos caer una bola en el embudo de este aparato.**



Calcula la probabilidad de que caiga en cada uno de los depósitos I, II, III y IV.

Si tirásemos 8 bolas y se repartieran equitativamente:



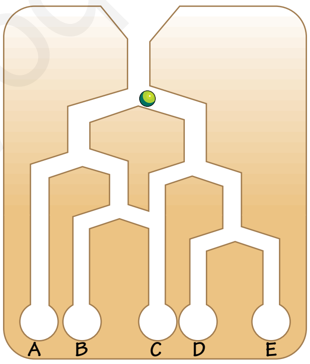
$P[\text{I}] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$P[\text{II}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

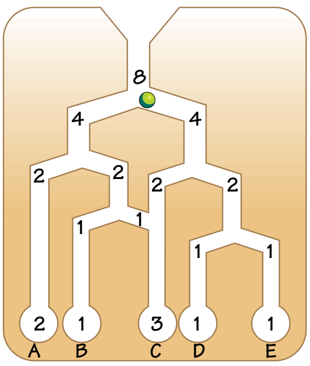
$P[\text{III}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{IV}] = \frac{1}{8}$

37. **¿Cuál es la probabilidad de que una bola caiga en cada uno de los depósitos?**



Si tirásemos 8 bolas:



$P[\text{A}] = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$P[\text{B}] = \frac{1}{8}$

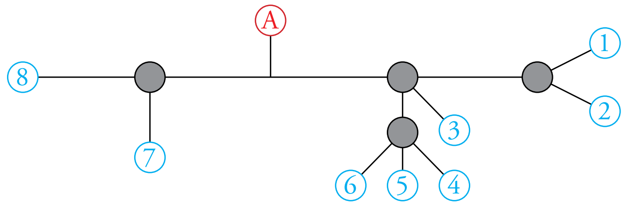
$P[\text{C}] = \frac{3}{8}$

$P[\text{D}] = \frac{1}{8}$

$P[\text{E}] = \frac{1}{8}$

Problemas "+"

38. **Esto es un plano de parte de la red de cercanías de una ciudad. En cada bifurcación es igual de probable que el tren continúe por un camino u otro y no se puede ir hacia atrás.**



Si un viajero sube a un tren en A sin saber adónde se dirige, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a la estación 5?

Calcula la probabilidad de llegar a cada una de las otras estaciones.

Si el tren se encuentra en una bifurcación con 2 opciones, tiene 1/2 de probabilidad de ir por cada una de ellas. Si se encuentra en una bifurcación con 3 posibles opciones, tendrá 1/3 de probabilidad de ir por cada uno de los caminos, y así en todos los casos.

Para llegar de A a la estación 5 pasa por una bifurcación con 2 posibles caminos, otra con 3 posibles caminos y una última con otros tres posibles caminos.

Por tanto, $P[\text{LLEGAR A } 5] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$.

$P[\text{LLEGAR A } 1] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$P[\text{LLEGAR A } 2] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$P[\text{LLEGAR A } 3] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P[\text{LLEGAR A } 4] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

$P[\text{LLEGAR A } 6] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$

$P[\text{LLEGAR A } 7] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P[\text{LLEGAR A } 8] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

39. **Se han hecho análisis de sangre 200 personas para determinar su grupo sanguíneo, así como el Rh. Los resultados se resumen en esta tabla:**

	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO AB	GRUPO O	TOTALES
RH+	74	12	6	70	162
RH–	18	3	1	16	38
TOTALES	92	15	7	86	200

a) Si elegimos al azar una persona de entre esas 200, ¿cuál es la probabilidad de que su grupo sanguíneo sea A? ¿Y de que sea O? ¿Y de que tenga Rh+?

b) Si elegimos al azar una persona del grupo sanguíneo B, ¿cuál es la probabilidad de que tenga Rh+?

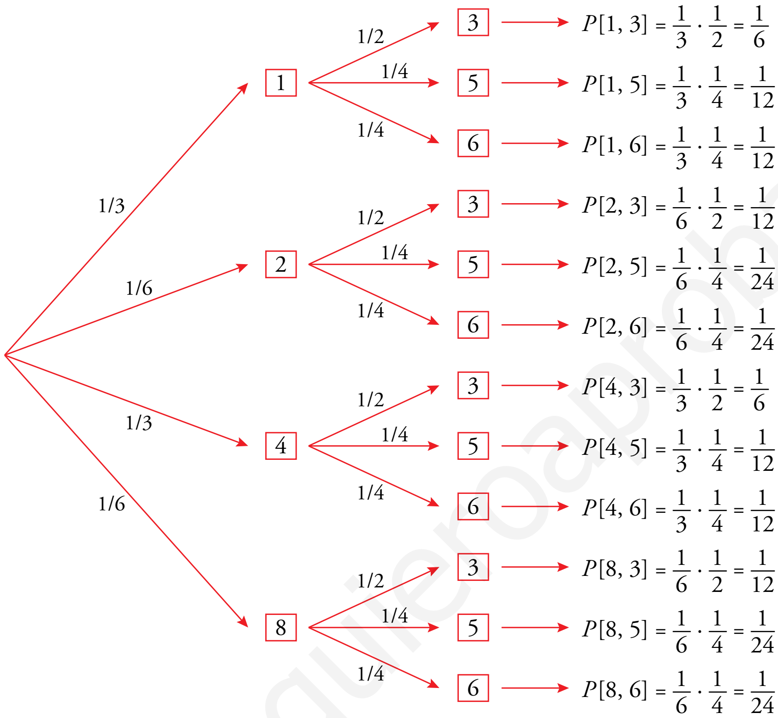
c) Sabiendo que una persona es del grupo A o B, ¿cuál es la probabilidad de que sea RH+?

a) $P[\text{A}] = \frac{92}{200} = 0{,}46$ $\quad P[\text{O}] = \frac{86}{200} = 0{,}43$ $\quad P[\text{Rh+}] = \frac{162}{200} = 0{,}81$

b) Si elegimos alguien con grupo B: $P[\text{Rh+}] = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

c) $P[\text{Rh+ sabiendo que es del grupo A o B}] = \frac{74 + 12}{92 + 15} = \frac{86}{107}$

40. **Se hace girar cada una de estas dos ruletas y gana el que consiga la puntuación más alta. Calcula la probabilidad de que gane A y la de que gane B.**



$P[\text{GANA A}] = P[4, 3] + P[8, 3] + P[8, 5] + P[8, 6] = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{3}$

En el resto de ocasiones gana B. Por tanto: $P[\text{GANA B}] = 1 - P[\text{GANA A}] = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Página 298

Utiliza tu ingenio

Rifa

Todas las papeletas de una rifa se han vendido en tres pueblos: Montejo, Montoro y Montilla.

En Montoro se han vendido la mitad que en Montejo, y en este, el triple que en Montilla.

- **¿Cuál es la probabilidad de que toque el premio en cada uno?**

Supongamos que la probabilidad de que toque en Montejo es p. Las probabilidades para cada población serían:

Montoro (mitad que en Montejo) $\longrightarrow \dfrac{p}{2}$

Montejo $\longrightarrow p$

Montilla (un tercio de Montejo) $\longrightarrow \dfrac{p}{3}$

La suma de probabilidades debe ser 1:

$$\frac{p}{2} + p + \frac{p}{3} = 1 \to \frac{11}{6}p = 1 \to p = \frac{6}{11}$$

Las probabilidades para cada población son, por tanto:

Montoro $\to \dfrac{6}{22} = \dfrac{3}{11}$

Montejo $\to \dfrac{6}{11}$

Montilla $\to \dfrac{6}{33} = \dfrac{2}{11}$

Página 299

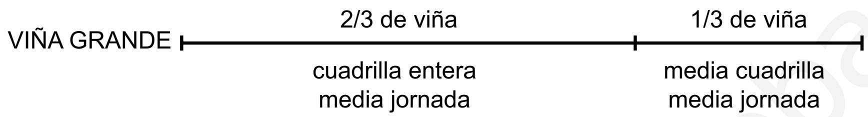
Entrénate resolviendo problemas

- **Una cuadrilla de vendimiadores trabaja media jornada en una viña. Por la tarde, la mitad pasa a otra viña, que es la mitad de grande que la anterior, y todos trabajan hasta el final de la jornada.**

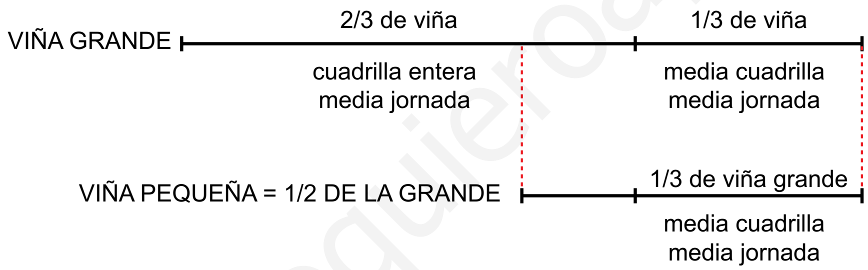
  De esta forma, han terminado de vendimiar la viña grande y queda un trozo de la pequeña, que acaba un solo vendimiador en una jornada completa.

  ¿Cuántas personas componen la cuadrilla?

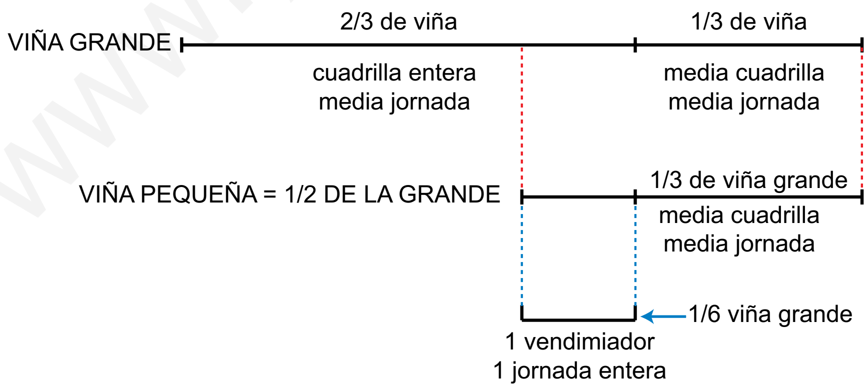
La viña grande se vendimia por la cuadrilla entera durante media jornada y por media cuadrilla otra media jornada. Es decir, por la mañana vendimian dos tercios de la viña grande y, por la tarde, el tercio que queda.



La media cuadrilla que pasa a la pequeña, vendimia en media jornada lo que la otra mitad de la cuadrilla; es decir, lo equivalente a 1/3 de la viña grande. Y la viña pequeña es la mitad de la grande.



Lo que queda, que es equivalente a 1/6 de la grande, lo acaba un jornalero en 8 horas al día siguiente.



Se concluye que cada sexta parte de la grande necesita un vendimiador un día entero. Es decir, 6 vendimiadores para la viña grande.

Lo que vendimian por la tarde de la pequeña es lo equivalente a 1/3 de la grande. Es decir, otros dos vendimiadores.

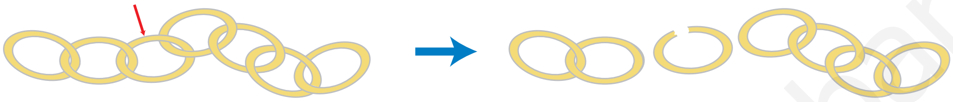
Por tanto, la cuadrilla está compuesta por 8 personas.

- **Una chica se queda sin dinero para pagar la pensión en la que se hospeda. No recibirá dinero hasta dentro de siete días. Tiene una pulsera de oro con siete eslabones que el hostelero admite como pago.**

Pero no se fían cada uno del otro: el hospedero no consiente en que tenga ninguna deuda y ella no quiere pagar nada por adelantado. Convienen, como pago, un eslabón al día.

¿Cuántos eslabones debe partir para poder pagar uno al día? (Se supone que quiere estropear lo menos posible su pulsera).

Con partir un eslabón es suficiente: el tercero.



La entrega de eslabones sería como se indica en la siguiente tabla, en la que hemos llamado:

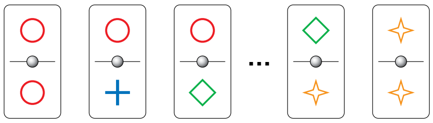
Eslabón suelto → 1. Dos eslabones unidos → 2. Cuatro eslabones unidos → 4.

	LA CHICA ENTREGA	EL HOSTELERO DA A LA CHICA	A LA CHICA LE QUEDA	EL HOSTELERO TIENE EN TOTAL
PRIMER DÍA	1		2 + 4	1
SEGUNDO DÍA	2	1	1 + 4	2
TERCER DÍA	1		4	1 + 2
CUARTO DÍA	4	1 + 2	1 + 2	4
QUINTO DÍA	1		2	1 + 4
SEXTO DÍA	2	1	1	2 + 4
SÉPTIMO DÍA	1		0	1 + 2 + 4

Autoevaluación

1. Describe un dominó con los símbolos ○ + ◇ ✧.

Las piezas serían como estas:



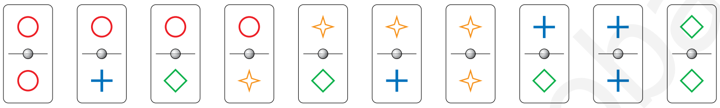
Dibuja en tu cuaderno todas. Deben ser 10 fichas.

Echamos las fichas en una bolsa y extraemos una.

a) ¿Es una experiencia aleatoria?

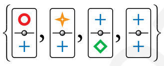
b) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?

c) Describe el suceso "la ficha extraída tiene el símbolo +".



a) Sí, es aleatoria.

b) El espacio muestral consta de 10 elementos.

c) LA FICHA EXTRAÍDA TIENE EL SÍMBOLO + = 

2. Hemos lanzado 1000 veces un dado de cuatro caras, numeradas del 1 al 4, obteniendo los siguientes resultados:

CARA OBTENIDA	1	2	3	4
N.° DE VECES	180	370	262	188

a) ¿Qué probabilidad le asignarías a cada uno de los posibles resultados?

b) ¿Se puede suponer que el dado es correcto?

a) $P[1] \approx \dfrac{180}{1000} = 0{,}18$ $\qquad P[2] \approx \dfrac{370}{1000} = 0{,}37$

$P[3] \approx \dfrac{262}{1000} = 0{,}26$ $\qquad P[4] \approx \dfrac{188}{1000} = 0{,}19$

b) El dado no es correcto, porque la probabilidad de cada cara no es la misma.

3. Marta tira un dado y su hermana Alba lo tira después. ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación de Alba sea mayor que la de Marta?

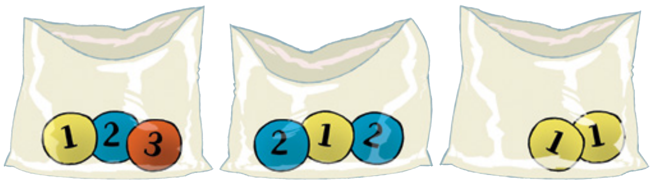
Construimos una tabla:

		ALBA					
		1	2	3	4	5	6
MARTA	1	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
	2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
	3	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
	4	4-1	4-2	4-3	4-4	4-5	4-6
	5	5-1	5-2	5-3	5-4	5-5	5-6
	6	6-1	6-2	6-3	6-4	6-5	6-6

Hay 36 posibles casos, 15 de los cuales (los sombreados) son favorables para Alba. Por tanto,

P[ALBA TENGA MAYOR PUNTUACIÓN QUE MARTA] $= \dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$.

4. De cada una de estas bolsas extraemos una bola. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de las tres cifras sea 5?



Que la suma de las tres cifras sea 5 es lo mismo que que la suma de las dos primeras bolas sea 4, ya que la tercera bolsa solo tiene dos bolas con la cifra 1. Resolvemos entonces el problema de sacar al azar una bola de la primera bolsa, otra bola de la segunda bolsa y sumar sus cifras.

Si sacamos un 1 de la primera, no sumaremos nunca 4. Por tanto, descartamos esa posibilidad.

Si sacamos un 2 de la primera bolsa, habrá que sacar un 2 de la segunda. Las probabilidades son:

P[SACAR 2 EN LA 1.ª BOLSA Y SACAR 2 EN LA 2.ª BOLSA] $= \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{2}{9}$

Si sacamos un 3 de la primera bolsa, habrá que sacar un 1 de la segunda. Las probabilidades son:

P[SACAR 3 EN LA 1.ª BOLSA Y SACAR 1 EN LA 2.ª BOLSA] $= \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{9}$

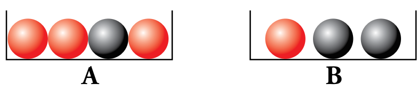
Por lo tanto: P[LA SUMA DE LAS TRES CIFRAS SEA 5] $= \dfrac{2}{9} + \dfrac{1}{9} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

5. Lanzamos dos dados sucesivamente. Halla la probabilidad de obtener "impar" en el primero y "mayor que 4" en el segundo.

Podemos ayudarnos de un diagrama de árbol para comprobar que la probabilidad pedida es la siguiente:

P[IMPAR Y > 4] $= P$[IMPAR] $\cdot P[> 4] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{6}$

6. Extraemos una bola de la urna A y la echamos en la B. Después, sacamos una bola de B.



Calcula la probabilidad de que:

a) Ambas sean rojas.

b) Ambas sean negras.

a) P[ROJA EN A Y ROJA EN B] $= P$[ROJA EN A] $\cdot P$[ROJA EN B HABIENDO OBTENIDO ROJA EN A] $=$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{8}$$

b) P[NEGRA EN A Y NEGRA EN B] $= P$[NEGRA EN A] $\cdot P$[NEGRA EN B HABIENDO OBTENIDO NEGRA EN A]$=$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$