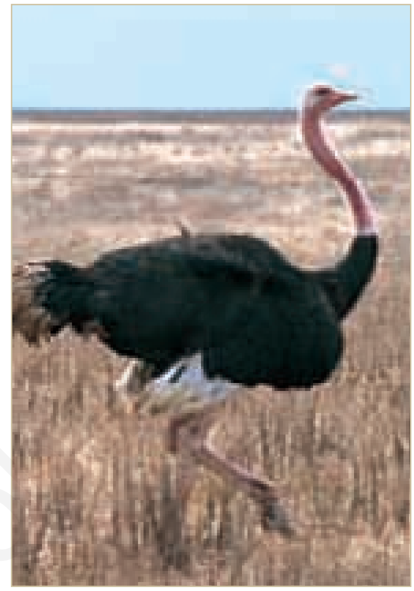
Método de igualación



Sebastián lee el siguiente acertijo:
"Un zoológico tiene varias avestruces y jirafas. Si entre todas se cuentan 15 cabezas y 44 patas, ¿cuántas avestruces y cuántas jirafas hay?".
Y lo intenta resolver mediante el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 15 \\ 2x + 4y &= 44 \end{aligned}\right|$$

Analicemos...

- ¿El sistema de ecuaciones representa correctamente el problema?, ¿a qué corresponde x?, ¿a qué corresponde y?
- Escribe el sistema de modo que cada ecuación x esté escrita en términos de y. Para resolverlo, ¿se puede resolver cada ecuación por separado?, ¿por qué?
- Si dos expresiones son iguales a x, en este caso, ¿son también iguales entre sí? Justifica.
- ¿Al igualar las expresiones, se puede resolver esta ecuación?, ¿y el sistema?, ¿por qué?

Sebastián asignó x a la cantidad de avestruces e y a la cantidad de jirafas. Luego, escribió el sistema como:

$$\left.\begin{aligned} x &= 15 - y \\ x &= 22 - 2y \end{aligned}\right|$$

Como ambas expresiones son iguales a x, por transitividad, deben ser iguales entre sí: $15 - y = 22 - 2y$. Esta es una ecuación de primer grado con una incógnita. Su solución es: $y = 7$.

Luego, se remplaza y en cualquiera de las ecuaciones originales, por ejemplo, en la primera ecuación, se obtiene: $x + 7 = 15$, luego, $x = 8$.
Entonces, $x = 8$, e $y = 7$ es solución del sistema, ya que satisface **ambas** ecuaciones. Y la respuesta al acertijo es: hay 8 avestruces y 7 jirafas.

Esta forma de resolver un sistema de ecuaciones se llama **método de igualación**.

Ejemplo

Considera ahora el sistema $\left.\begin{aligned} x + 2y &= -5 \\ 2x + 4y &= 14 \end{aligned}\right|$

Este sistema es incompatible según lo discutido en la sección anterior, es decir, el sistema no tiene solución.

Glosario

Una relación satisface la ***transitividad*** *cuando se cumple: siempre que un elemento se relaciona con otro y este último con un tercero, entonces el primero se relaciona con el tercero.*
Por ejemplo, si $a = b$ *y* $b = c$*, entonces* $a = c$.

Si se intenta resolver el sistema con este método, se obtiene:

$x = -5 - 2y$

$x = 7 - 2y$

Al igualar las ecuaciones: $-5 - 2y = 7 - 2y$

De lo que se obtiene que $-5 = 7$, lo que no es cierto.
Por lo tanto, no existe solución para este sistema de ecuaciones.

En tu cuaderno

1. Resuelve los siguientes sistemas usando el método de igualación:

a. $\left.\begin{array}{r} x + 4y = 5 \\ x - 7y = -17 \end{array}\right|$

c. $\left.\begin{array}{r} 3x - y = 0 \\ -5x + y = 1 \end{array}\right|$

e. $\left.\begin{array}{r} -2x - 9y = 25{,}1 \\ 8x - 5y = 2{,}1 \end{array}\right|$

g. $\left.\begin{array}{r} 0{,}1x + 0{,}5y = 2{,}3 \\ -0{,}2x + y = 1{,}2 \end{array}\right|$

b. $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = 1 \\ 5x + 6y = 1 \end{array}\right|$

d. $\left.\begin{array}{r} \dfrac{x}{5} + y = 2 \\ 5x - 2y = -1 \end{array}\right|$

f. $\left.\begin{array}{r} \dfrac{3x}{4} + \dfrac{4y}{3} = -1 \\ \dfrac{2x}{3} + \dfrac{3y}{2} = 1 \end{array}\right|$

h. $\left.\begin{array}{r} \dfrac{3}{4}x + 3y = 6 \\ 5x - \dfrac{1}{2}y = -3 \end{array}\right|$

- ¿Cuál o cuáles de los sistemas de ecuaciones anteriores al representarlos gráficamente resultan dos rectas secantes?, ¿cuál o cuáles corresponden a dos rectas paralelas?, ¿por qué?
- Comenta con tu compañero o compañera cuáles son las características de los sistemas de ecuaciones que conviene resolver por este método. Justifiquen su decisión con un ejemplo.

2. Si al denominador y el numerador de una fracción se suma 2, el resultado es $\frac{4}{5}$. En cambio, si se les resta 4 el resultado es 2. Determina la fracción.

3. Considera dos ángulos suplementarios. Si un tercio de la medida del ángulo mayor excede al menor en 20°, ¿cuáles son los ángulos?

En resumen

El **método de igualación** conviene usarlo cuando las incógnitas no tienen coeficientes iguales a 1 y consiste en:

- despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar estas expresiones.
- Resolver la ecuación y remplazar la solución obtenida en cualquiera de las ecuaciones del sistema para determinar el valor de la incógnita restante;
- el par (x, y) obtenido es una **solución** del sistema.

Cuando el sistema no tiene solución, el método lleva a una conclusión absurda.
Cuando el sistema tiene infinitas soluciones, con este método se obtiene una igualdad siempre verdadera.