ECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

a) $3+\sqrt{2x+3}=2x$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{2x+3}=2x-3$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{2x+3})^2=(2x-3)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$2x+3=4x^2-12x+9 \Rightarrow 4x^2-12x+9-2x-3=0 \Rightarrow 4x^2-14x+6=0 \xrightarrow{(:2)} 2x^2-7x+3=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida: $2x^2-7x+3=0 \Rightarrow a=2 \quad b=-7 \quad c=3$

$$x=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 2\cdot 3}}{2\cdot 2}=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm 5}{4}=\begin{cases}\dfrac{12}{4}=3\\[2mm] \dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x=3$

$$\left.\begin{array}{l}3+\sqrt{2\cdot 3+3}=3+3=6\\ 2\cdot 3=6\end{array}\right\}\Rightarrow 3+\sqrt{2\cdot 3+3}=2\cdot 3 \Rightarrow x=3 \text{ sí es solución}$$

- $x=\dfrac{1}{2}$

- $$\left.\begin{array}{l}3+\sqrt{2\cdot \frac{1}{2}+3}=3+2=5\\ 2\cdot \frac{1}{2}=1\end{array}\right\}\Rightarrow 3+\sqrt{2\cdot \frac{1}{2}+3}\neq 2\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{1}{2} \text{ no es solución}$$

Por tanto,

$\boxed{\textbf{La solución de la ecuación es } x=3}$

b) $\sqrt{x+6}+\sqrt{x}=6$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x+6}=6-\sqrt{x}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x+6})^2 = (6-\sqrt{x})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x+6 = 6^2 - 2\cdot 6\cdot\sqrt{x} + (\sqrt{x})^2$$

$$x+6 = 36 - 12\sqrt{x} + x$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$12\sqrt{x} = -x - 6 + 36 + x$$

$$12\sqrt{x} = 30$$

- Simplificamos dividiendo en los dos miembros de la ecuación por 6:

$$2\sqrt{x} = 5 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{2}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x})^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

- Finalmente: $x = \dfrac{25}{4}$

COMPROBACIÓN

- $x = \dfrac{25}{4}$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{\dfrac{25}{4}+6} = \sqrt{\dfrac{49}{4}} = \dfrac{7}{2} \\ 6-\sqrt{\dfrac{25}{4}} = 6-\dfrac{5}{2} = \dfrac{7}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow 3+\sqrt{\frac{25}{4}+6} = 6-\sqrt{\frac{25}{4}} \Rightarrow x = \frac{25}{4} \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x = \dfrac{25}{4}$

c) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{3x-2} = 3 - \sqrt{x-1}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{3x-2})^2 = (3-\sqrt{x-1})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$3x-2 = 3^2 - 2\cdot 3\cdot \sqrt{x-1} + (\sqrt{x-1})^2$$

$$3x-2 = 9-6\sqrt{x-1}+x-1$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$6\sqrt{x-1} = -3x+2+9+x-1$$

$$6\sqrt{x-1} = 10-2x$$

- Simplificamos dividiendo en los dos miembros de la ecuación por 2:

$$3\sqrt{x-1} = 5-x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(3\sqrt{x-1})^2 = (5-x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$9(x-1) = 25-10x+x^2 \Rightarrow 9x-9 = 25-10x+x^2 \Rightarrow x^2-19x+34=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida $x^2-19x+34=0 \Rightarrow a=1 \quad b=-19 \quad c=34$

$$x = \frac{19\pm\sqrt{(-19)^2-4\cdot 1\cdot 34}}{2\cdot 1} = \frac{19\pm\sqrt{361-136}}{2} = \frac{19\pm 15}{2} = \begin{cases} \dfrac{34}{2}=17 \\ \dfrac{4}{2}=2 \end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x=17$

$\sqrt{3\cdot 17-2}+\sqrt{17-1} = 7+4 = 11 \neq 3 \Rightarrow x=17$ no es solución

- $x=2$

$\sqrt{3\cdot 2-2}+\sqrt{2-1} = 2+1 = 1 = 3 \Rightarrow x=2$ sí es solución

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=2$

d) $\sqrt{x+1} = \sqrt[3]{x^2-1}$

- Elevamos los dos miembros de la ecuación a $m.c.m.(2,3)=6$:

$$(\sqrt{x+1})^6 = (\sqrt[3]{x^2-1})^6$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$(x+1)^3 = (x^2-1)^2 \Rightarrow x^3+3x^2+3x+1 = x^4-2x^2+1 \Rightarrow x^4-x^3-5x^2-3x=0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $x^4-x^3-5x^2-3x=0$

$$x^4-x^3-5x^2-3x=0 \Rightarrow x(x^3-x^2-5x-3)=0 \begin{cases} \underline{x=0} \\ \\ x^3-x^2-5x-3=0 \ \ (*) \end{cases}$$

$x^3-x^2-5x-3=0 \quad (*)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -5 & -3 \\ -1 & & -1 & +2 & +3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \boxed{0} \end{array} \quad \Rightarrow -1 \text{ es raíz} \Rightarrow (x+1) \text{ es factor} \Rightarrow x^3-x^2-5x-3 = (x+1)(x^2-2x-3)$$

$$x^3-x^2-5x-3=0 \Rightarrow (x+1)(x^2-2x-3)=0 \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \underline{x=-1} \\ x^2-2x-3=0 \Rightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\dfrac{2\pm4}{2}=\begin{cases}\underline{x=3}\\ \underline{x=-1}\end{cases} \end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x=0$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{0+1}=1 \\ \sqrt[3]{0^2-1}=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{0+1} \neq \sqrt[3]{0^2-1} \Rightarrow x=0 \text{ no es solución}$$

- $x=-1$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{-1+1}=0 \\ \sqrt[3]{(-1)^2-1}=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{-1+1} = \sqrt[3]{(-1)^2-1} \Rightarrow x=-1 \text{ sí es solución}$$

- $x=3$

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{3+1}=2 \\ \sqrt[3]{(3)^2-1}=2 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{3+1} = \sqrt[3]{(3)^2-1} \Rightarrow x=3 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

Las soluciones de la ecuación son $x=-1$ y $x=3$

e) $\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-1}=\dfrac{x}{2}$

- Reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

$$\frac{2+2(\sqrt{x-1})^2}{2\sqrt{x-1}}=\frac{x\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}}$$

- Eliminamos los denominadores (al ser iguales) y nos queda la ecuación:

$$2+2(\sqrt{x-1})^2=x\sqrt{x-1}$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$2+2(x-1)=x\sqrt{x-1}\Rightarrow 2+2x-2=x\sqrt{x-1}\Rightarrow 2x=x\sqrt{x-1}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(2x)^2=(x\sqrt{x-1})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$4x^2=x^2(x-1)\Rightarrow 4x^2=x^3-x^2\Rightarrow x^3-5x^2=0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $x^3-5x^2=0$

$$x^3-5x^2=0\Rightarrow x^2(x-5)=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ x-5=0\Rightarrow x=5\end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x=0$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{\sqrt{0-1}}+\sqrt{0-1}=\text{no existe}\\ \dfrac{0}{2}=0\end{array}\right\}\Rightarrow x=0\ \text{ no es solución}$$

- $x=5$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{\sqrt{5-1}}+\sqrt{5-1}=\dfrac{1}{2}+2=\dfrac{5}{2}\\ \dfrac{5}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{5-1}}+\sqrt{5-1}=\frac{5}{2}\Rightarrow x=5\ \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=5$

f) $\sqrt{x}+\sqrt{x+2}=\dfrac{6}{\sqrt{x}}$

- Reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

$$\frac{(\sqrt{x})^2+\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}=\frac{6}{\sqrt{x}}$$

- Eliminamos los denominadores (al ser iguales) y nos queda la ecuación:

$$(\sqrt{x})^2+\sqrt{x}\cdot\sqrt{x+2}=6$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x+\sqrt{x^2+2x}=6$$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x^2+2x}=6-x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x^2+2x})^2=(6-x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x^2+2x=36-12x+x^2\Rightarrow 14x-36=0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $14x-36=0\Rightarrow 14x=36\Rightarrow x=\frac{36}{14}\Rightarrow x=\frac{18}{7}$

<u>COMPROBACIÓN</u> $\sqrt{x}+\sqrt{x+2}=\frac{6}{\sqrt{x}}$

- $x=12$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{\frac{18}{7}}+\sqrt{\frac{18}{7}+2}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}}+\sqrt{\frac{32}{7}}=\frac{\sqrt{18}\sqrt{7}}{7}+\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2\cdot 3^2}\sqrt{7}}{7}+\frac{\sqrt{2^5}\sqrt{7}}{7}=\frac{3\sqrt{14}+4\sqrt{14}}{7}=\sqrt{14}\\ \frac{6}{\sqrt{\frac{18}{7}}}=\frac{6}{\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}}}=\frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{18}}=\frac{6\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{7}\sqrt{2}}{2}=\sqrt{14}\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$\Rightarrow x=\frac{18}{7}$ sí es solución

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=\frac{18}{7}$

g) $\sqrt{40-x^2}+7x=4(x+3)$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{40-x^2}=4x+12-7x$$

$$\sqrt{40-x^2}=12-3x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{40-x^2})^2=(12-3x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$40-x^2=144-72x+9x^2 \Rightarrow 10x^2-72x+104=0 \xrightarrow{(:2)} 5x^2-36x+52=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida: $5x^2-36x+52=0 \Rightarrow a=5 \quad b=-36 \quad c=52$

$$x=\frac{36\pm\sqrt{(-36)^2-4\cdot5\cdot52}}{2\cdot5}=\frac{36\pm\sqrt{1296-1040}}{10}=\frac{36\pm16}{10}=\begin{cases}\frac{52}{10}=\frac{26}{5}\\ \frac{20}{10}=2\end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x=2$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{40-2^2}+7\cdot2=6+14=20\\ 4(2+3)=20\end{array}\right\}\Rightarrow \sqrt{40-2^2}+7\cdot2=4(2+3)\Rightarrow x=2 \text{ sí es solución}$$

- $x=\dfrac{26}{5}$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{40-\left(\frac{26}{5}\right)^2}+7\cdot\frac{26}{5}=\sqrt{40-\frac{676}{25}}+\frac{182}{5}=\sqrt{\frac{324}{25}}+\frac{182}{5}=\frac{18}{5}+\frac{182}{5}=\frac{200}{5}=40\\ 4\left(\frac{26}{5}+3\right)=4\left(\frac{26+15}{5}\right)=4\frac{41}{5}=\frac{164}{5}\end{array}\right\}\Rightarrow x=\frac{26}{5} \text{ no es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=2$

h) $3+2x=2\sqrt{x+1}-x$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$3+3x=2\sqrt{x+1}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(3+3x)^2=(2\sqrt{x+1})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$9+18x+9x^2=4(x+1)\Rightarrow 9+18x+9x^2=4x+4\Rightarrow 9x^2+14x+5=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida: $9x^2+14x+5=0\Rightarrow a=9 \quad b=14 \quad c=5$

$$x=\frac{-14\pm\sqrt{(14)^2-4\cdot 9\cdot 5}}{2\cdot 9}=\frac{-14\pm\sqrt{196-180}}{18}=\frac{-14\pm 4}{18}=\begin{cases}\dfrac{-10}{18}=-\dfrac{5}{9}\\[2mm] \dfrac{-18}{18}=-1\end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u>

- $x=-1$

$$\left.\begin{array}{l}3+2\cdot(-1)=1\\ 2\sqrt{-1+1}-(-1)=1\end{array}\right\}\Rightarrow 3+2\cdot(-1)=2\sqrt{-1+1}-(-1)\Rightarrow x=-1 \text{ sí es solución}$$

- $x=-\dfrac{5}{9}$

$$\left.\begin{array}{l}3+2\cdot\left(-\dfrac{5}{9}\right)=3-\dfrac{10}{9}=\dfrac{17}{9}\\ 2\sqrt{-\dfrac{5}{9}+1}-\left(-\dfrac{5}{9}\right)=2\sqrt{\dfrac{4}{9}}+\dfrac{5}{9}=2\cdot\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{9}=\dfrac{4}{3}+\dfrac{5}{9}=\dfrac{17}{9}\end{array}\right\}\Rightarrow 3+2\cdot\left(-\frac{5}{9}\right)=2\sqrt{-\frac{5}{9}+1}-\left(-\frac{5}{9}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=-\frac{5}{9} \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

Las soluciones de la ecuación son $x=-1$ y $x=-\dfrac{5}{9}$

i) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-2}=5$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x+3}=5-\sqrt{x-2}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x+3})^2=(5-\sqrt{x-2})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x+3=5^2-2\cdot 5\cdot\sqrt{x-2}+(\sqrt{x-2})^2$$

$$x+3=25-10\sqrt{x-2}+x-2$$

Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$10\sqrt{x-2} = -x+3+25+x-2$$

$$10\sqrt{x-2} = 20$$

- Simplificamos dividiendo en los dos miembros de la ecuación entre 10:

$$\sqrt{x-2} = 2$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x-2})^2 = (2)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x-2=4 \Rightarrow x=6$$

COMPROBACIÓN

- $x=6$

  $\sqrt{6+3}+\sqrt{6-2} = 3+2=5 \Rightarrow x=17 \text{ sí es solución}$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=6$

j) $4\sqrt{x-5}-3\sqrt{x+7} = -4$

- Aislamos uno de los radicales en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$4\sqrt{x-5} = 3\sqrt{x+7} - 4$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(4\sqrt{x-5})^2 = (3\sqrt{x+7}-4)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$16(x-5) = 9(x+7) \;\; -24\sqrt{x+7} + 16$$

$$16x-80 = 9x+63-24\sqrt{x+7} + 16$$

  Ahora tenemos una ecuación como la del apartado a), luego repetimos los pasos

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$24\sqrt{x+7} = -16x+80+9x+63+16$$

$$24\sqrt{x+7} = 159-7x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(24\sqrt{x+7})^2=(159-7x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$576(x+7)=25281-2226x+49x^2 \Rightarrow 576x+4032=25281-2226x+49x^2 \Rightarrow 49x^2-2802x+21249=0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º grado obtenida:

$$49x^2-2802x+21249=0 \Rightarrow a=49 \quad b=-2802 \quad c=21249$$

$$x=\frac{2802\pm\sqrt{(-2802)^2-4\cdot 49\cdot 21249}}{2\cdot 49}=\frac{2802\pm\sqrt{3686400}}{98}=\frac{2802\pm 1920}{98}=\begin{cases}\frac{4722}{98}=\frac{2361}{49}\\ \frac{882}{98}=9\end{cases}$$

<u>COMPROBACIÓN</u> $4\sqrt{x-5}-3\sqrt{x+7}=-4$

- $x=\frac{2361}{49}$

$$4\cdot\sqrt{\frac{2361}{49}-5}-3\cdot\sqrt{\frac{2361}{49}+7}=4\cdot\sqrt{\frac{2116}{49}}-3\cdot\sqrt{\frac{2704}{49}}=4\cdot\frac{46}{7}-3\cdot\frac{52}{7}=\frac{184}{7}-\frac{156}{7}=\frac{28}{7}=4\neq -4\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{2361}{49}\text{ no es solución}$$

- $x=9$

$$4\cdot\sqrt{9-5}-3\cdot\sqrt{9+7}=4\cdot\sqrt{4}-3\cdot\sqrt{16}=4\cdot 2-3\cdot 4=8-12=-4\Rightarrow x=9\text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=9$

k) $\sqrt{x-20}+\sqrt{x}=\frac{40}{\sqrt{x-20}}$

- Reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

$$\frac{(\sqrt{x}-20)^2+\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-20}}{\sqrt{x-20}}=\frac{40}{\sqrt{x-20}}$$

- Eliminamos los denominadores (al ser iguales) y nos queda la ecuación:

$$(\sqrt{x-20})^2+\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-20}=40$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x-20+\sqrt{x(x-20)}=40$$

$$x-20+\sqrt{x^2-20x}=40$$

- Aislamos el radical en un miembro, pasando al otro lo demás:

$$\sqrt{x^2-20x}=60-x$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$(\sqrt{x^2-20x})^2=(60-x)^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x^2-20x=3600-120x+x^2 \Rightarrow 100x-3600=0$$

- Resolvemos la ecuación obtenida: $10x-3600=0 \Rightarrow 100x=3600 \Rightarrow x=\frac{3600}{100} \Rightarrow x=36$

<u>COMPROBACIÓN</u> $\sqrt{x-20}+\sqrt{x}=\frac{40}{\sqrt{x-20}}$

- $x=36$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{36-20}+\sqrt{36}=4+6=10\\ \frac{40}{\sqrt{36-20}}=\frac{40}{4}=10\end{array}\right\}\Rightarrow x=36 \text{ sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=\frac{18}{7}$

l) $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

- Multiplicamos en cruz y nos queda la ecuación:

$$(\sqrt{x}-2)\cdot(\sqrt{x}-3)=(\sqrt{x}+2)\cdot(\sqrt{x}+1)$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$x-3\sqrt{x}-2\sqrt{x}+6=x+\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2$$

$$x-5\sqrt{x}+6=x+3\sqrt{x}+2$$

$$4=8\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2}=\sqrt{x}$$

- Elevamos al cuadrado los dos miembros:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2=(\sqrt{x})^2$$

- Operamos y reducimos términos semejantes:

$$\frac{1}{4}=x\Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

COMPROBACIÓN

- $x=\frac{1}{4}$

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\sqrt{\frac{1}{4}}-2}{\sqrt{\frac{1}{4}}+2}=\dfrac{\frac{1}{2}-2}{\frac{1}{2}+2}=\dfrac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}=-\dfrac{3}{5}\\ \\ \dfrac{\sqrt{\frac{1}{4}}+1}{\sqrt{\frac{1}{4}}-3}=\dfrac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-3}=\dfrac{\frac{3}{2}}{-\frac{5}{2}}=-\dfrac{3}{5}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}-2}{\sqrt{\frac{1}{4}}+2}=\frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}}\frac{\sqrt{\frac{1}{4}}+1}{\sqrt{\frac{1}{4}}-3}\ \ x=\frac{1}{4}\ \text{sí es solución}$$

Por tanto,

La solución de la ecuación es $x=\frac{1}{4}$