PROBLEMAS DE SUCESIONES ARITMÉTICAS

Problema nº 1.-

Un estudiante de 3° de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?

Problema nº 2.-

En un edificio, el primer piso se encuentra a 7,40 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 3,80 metros.

a) ¿A qué altura está el 9° piso?
b) Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso *n*.

Problema nº 3.-

En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:

a) ¿En qué año se realizará la décima revisión?
b) ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

Problema nº 4.-

Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética. Sabiendo que el mayor de ellos mide 105°, ¿cuánto miden los otros dos?

Problema nº 5.-

El alquiler de una bicicleta cuesta 5 € la primera hora y 2 € más cada nueva hora.

a) ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
b) Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de *n* horas.

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Ejercicio nº 6.-

En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Ejercicio nº 7.-

Halla la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica de razón positiva en la que $a_2 = 10$ y $a_4 = 250$.

Ejercicio nº 8.-

El tercer término de una progresión geométrica vale 80, y la razón es 4. Calcula la suma de los cinco primeros términos.

Ejercicio nº 9.-

En una progresión geométrica sabemos que $a_1 = 2$ y $a_4 = 54$. Halla la razón y la suma de los seis primeros términos.

Ejercicio nº 10.-

La razón de una progresión geométrica es 3, y el tercer término vale 45. Halla la suma de los ocho primeros términos.

Ejercicio nº 11.-

En una progresión geométrica $a_2 = 6$ y $r = 0{,}5$; calcula la suma de todos sus términos.

Ejercicio nº 12.-

Halla la suma de todos los términos de la sucesión:

15; 3; 0,6; 0,12; 0,024; …

Ejercicio nº 13.-

En una progresión geométrica de razón positiva, $a_1 = 4$ y $a_3 = \frac{1}{4}$. Halla la suma de sus infinitos términos.

Ejercicio nº 14.-

La razón de una progresión geométrica es $\frac{3}{4}$, y el segundo término vale 2. Halla la suma de los infinitos términos de la sucesión.

Ejercicio nº 15.-

Calcula la suma de todos los términos de la sucesión:

20; 2; 0,2; 0,02; 0,002; ...

PROBLEMAS DE PROGRESIONES GEOMETRICAS

Problema nº 6.-

La población de un cierto país aumenta por término medio un 1% anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:

a) ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
b) ¿Y dentro de 20 años?

Problema nº 7.-

Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.

a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

Problema nº 8.-

La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40 000 €.

a) ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
b) ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?

Problema nº 9.-

a) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 3 años colocando 3 000 € al 6% de interés anual compuesto?

b) ¿Y al cabo de 5 años?

Problema nº 10.-

a) ¿En cuánto se convertirán 2 000 € colocados al 5% de interés anual compuesto durante 4 años?
b) ¿Y durante 6 años?

TERMINO GENERAL DE UNA SUCESIÓN

Ejercicio nº 16.-

a) **Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:**

a.1) $a_n = 2n^2 - 1$

a.2) $\begin{cases} b_1 = 2, \quad b_2 = 3 \\ b_n = b_{n-2} + b_{n-1} \end{cases}$

b) **Calcula el término general de las sucesiones:**

b.1) –1, 2, 5, 8, 11, ...

b.2) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

b.3) 1, 4, 9, 16, 25, ...

Ejercicio nº 17.-

a) **Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:**

a.1) $\begin{cases} a_1 = 7, \quad a_2 = 5 \\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \end{cases}$

a.2) $b_n = 3^{n-1}$

b) **Halla el término general de cada una de estas sucesiones:**

b.1) –4, –6, –8, –10, ...

b.2) 24, 12, 6, 3, ...

b.3) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

Ejercicio nº 18.-

a) **Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:**

a.1) $\begin{cases} a_1 = 2, \quad a_2 = 3 \\ a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2} \end{cases}$

a.2) $b_n = 2^{n+1}$

b) **Halla el término general de cada una de estas sucesiones:**

b.1) 3, 1, –1, –3, –5, ...

b.2) 2, –6, 18, –54, ...

b.3) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

Ejercicio nº 19.-

a) Calcula los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $a_n = 1 - n^2$

a.2) $\begin{cases} b_1 = 10 \\ b_n = b_{n-1} + n \end{cases}$

b) Halla el término general de las sucesiones:

b.1) 2; 2,1; 2,2; 2,3; ...

b.2) –3, 6, –12, 24, ...

b.3) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \ldots$

Ejercicio nº 20.-

a) Obtén los cinco primeros términos de cada una de estas sucesiones:

a.1) $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3a_{n-1} - 8 \end{cases}$

a.2) $b_n = \frac{n-3}{2n+1}$

b) Escribe el término general de las sucesiones:

b.1) 5; 5,5; 6; 6,5; 7; ...

b.2) –1, –4, –16, –64, ...

b.3) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$

SOLUCIONES EJERCICIOS PROGRESIONES ARITMÉTICAS

Ejercicio nº 1.-

En una progresión aritmética sabemos que $a_2 = 1$ y $a_5 = 7$. Halla el término general y calcula la suma de los 15 primeros términos.

Solución:

$a_5 = a_2 + 3d \rightarrow 7 = 1 + 3d \rightarrow 6 = 3d \rightarrow d = 2$

$a_1 = a_2 - d = 1 - 2 = -1$

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = -1 + (n-1) \cdot 2 = -1 + 2n - 2 = 2n - 3 \rightarrow a_n = 2n - 3$

$a_{15} = 2 \cdot 15 - 3 = 30 - 3 = 27$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(-1 + 27) \cdot 15}{2} = 195$$

Ejercicio nº 2.-

En una progresión aritmética, el sexto término vale 10,5; y la diferencia es 1,5. Calcula el primer término y la suma de los 9 primeros términos.

Solución:

$a_1 = a_6 - 5d = 10{,}5 - 5 \cdot 1{,}5 = 10{,}5 - 7{,}5 = 3 \rightarrow a_1 = 3$

$a_9 = a_1 + 8d = 3 + 12 = 15$

$$S_9 = \frac{(a_1 + a_9) \cdot 9}{2} = \frac{(3 + 15) \cdot 9}{2} = 81$$

Ejercicio nº 3.-

El quinto término de una progresión aritmética vale -7, y la diferencia es -3. Calcula el primer término y la suma de los 12 primeros términos.

Solución:

$a_5 = a_1 + 4d \rightarrow -7 = a_1 + 4 \cdot (-3) \rightarrow -7 = a_1 - 12 \rightarrow a_1 = 12 - 7 = 5 \rightarrow a_1 = 5$

$a_{12} = a_1 + 11d = 5 + 11 \cdot (-3) = 5 - 33 = -28$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = \frac{(5 - 28) \cdot 12}{2} = -138$$

Ejercicio nº 4.-

Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = -7$.

Solución:

$a_7 = a_3 + 4d \rightarrow -7 = 1 + 4d \rightarrow -8 = 4d \rightarrow d = -2$

$a_1 = a_3 - 2d = 1 + 4 = 5$

$a_{15} = a_1 + 14d = 5 - 28 = -23$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(5 - 23) \cdot 15}{2} = -135$$

Ejercicio nº 5.-

Halla la suma de los 16 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_4 = 7$ y $a_7 = 16$.

Solución:

$a_7 = a_4 + 3d \rightarrow 16 = 7 + 3d \rightarrow 9 = 3d \rightarrow d = 3$

$a_1 = a_4 - 3d = 7 - 9 = -2$

$a_{16} = a_1 + 15d = -2 + 45 = 43$

$$S_{16} = \frac{(a_1 + a_{16}) \cdot 16}{2} = \frac{(-2 + 43) \cdot 16}{2} = 328$$

SOLUCIONES PROBLEMAS DE SUCESIONES ARITMÉTICAS

Problema nº 1.-

Un estudiante de 3° de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio:

a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre?
b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética con $a_1 = 1$ y $d = 2$.

a) $a_{15} = a_1 + 14d = 1 + 28 = 29$ ejercicios

b) $S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(1 + 29) \cdot 15}{2} = 225$ ejercicios

Problema nº 2.-

En un edificio, el primer piso se encuentra a 7,40 metros de altura, y la distancia entre dos pisos consecutivos, es de 3,80 metros.

a) ¿A qué altura está el 9° piso?
b) Obtén una fórmula que nos indique la altura a la que se encuentra el piso *n*.

Solución:

Es una progresión aritmética con $a_1 = 7{,}40$ y $d = 3{,}80$.

a) $a_9 = a_1 + 8d = 7{,}40 + 30{,}40 = 37{,}80$ metros.

b) $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 7{,}40 + (n - 1) \cdot 3{,}80 = 7{,}40 + 3{,}80n - 3{,}80 =$

$= 3{,}80n + 3{,}60 \rightarrow a_n = 3{,}80n + 3{,}60$

Problema nº 3.-

En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde:

a) ¿En qué año se realizará la décima revisión?
b) ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

Solución:

Se trata de una progresión aritmética con $a_1 = 1\,999$ y $d = 3$.

a) $a_{10} = a_1 + 9d = 1\,999 + 27 = 2\,026$

En el año 2026.

b) $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

$2\,035 = 1\,999 + (n - 1) \cdot 3$

$36 = (n - 1) \cdot 3$

$12 = n - 1 \rightarrow n = 13 \rightarrow$ La número 13.

Problema nº 4.-

Los ángulos de un triángulo están en progresión aritmética. Sabiendo que el mayor de ellos mide 105°, ¿cuánto miden los otros dos?

Solución:

Los ángulos son a_1, a_2 y a_3. Sabemos que:

$$\left.\begin{array}{l} a_1 = a_3 - 2d = 105° - 2d \\ a_2 = a_3 - d = 105° - d \\ a_3 = 105° \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{La suma de los tres es } 180°: \\ 105° - 2d + 105° - d + 105° = 180° \rightarrow -3d = -135 \rightarrow d = 45° \end{array}$$

Por tanto:

$a_1 = 105° - 2d = 105° - 90° = 15°$
$a_2 = 105° - d = 105° - 45° = 60°$
$a_3 = 105°$

Los ángulos miden 15°, 60° y 105°, respectivamente.

Problema nº 5.-

El alquiler de una bicicleta cuesta 5 € la primera hora y 2 € más cada nueva hora.

a) ¿Cuál es el precio total de alquiler de 7 horas?
b) Halla una fórmula que nos dé el precio total de alquiler de *n* horas.

Solución:

Es una progresión aritmética con $a_1 = 5$ € y $d = 2$ €.

a) $a_7 = a_1 + 6d = 5 + 12 = 17$
Cuesta 17 € por 7 horas.

b) $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 5 + (n - 1) \cdot 2 = 5 + 2n - 2 = 2n + 3 \rightarrow a_n = 2n + 3$

SOLUCIONES EJERCICIOS DE PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Ejercicio nº 6.-

En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 24 = 3 \cdot r^3 \rightarrow 8 = r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow r = 2$

$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{384 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = 765$$

Ejercicio nº 7.-

Halla la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica de razón positiva en la que $a_2 = 10$ y $a_4 = 250$.

Solución:

$a_4 = a_2 \cdot r^2 \rightarrow 250 = 10 \cdot r^2 \rightarrow 25 = r^2 \rightarrow r = \sqrt{25} = 5 \rightarrow \quad r = 5$ (la razón es positiva) $a_1 = \frac{a_2}{r} = \frac{10}{5} = 2$

$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 2 \cdot 5^5 = 2 \cdot 3125 = 6\,250$

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{6\,250 \cdot 5 - 2}{5 - 1} = \frac{31248}{4} = 7\,812$$

Ejercicio nº 8.-

El tercer término de una progresión geométrica vale 80, y la razón es 4. Calcula la suma de los cinco primeros términos.

Solución:

$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow 80 = a_1 \cdot 16 \rightarrow a_1 = 5$

$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 5 \cdot 4^4 = 5 \cdot 256 = 1\,280$

$$S_5 = \frac{a_5 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{1280 \cdot 4 - 5}{4 - 1} = \frac{5115}{3} = 1\,705$$

Ejercicio nº 9.-

En una progresión geométrica sabemos que $a_1 = 2$ y $a_4 = 54$. Halla la razón y la suma de los seis primeros términos.

Solución:

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \to 54 = 2 \cdot r^3 \to r^3 = 27 \to r = \sqrt[3]{27} = 3 \to r = 3$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 2 \cdot 3^5 = 2 \cdot 243 = 486$$

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{486 \cdot 3 - 2}{3 - 1} = \frac{1456}{2} = 728$$

Ejercicio nº 10.-

La razón de una progresión geométrica es 3, y el tercer término vale 45. Halla la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \to 45 = a_1 \cdot 9 \to a_1 = 5$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 5 \cdot 3^7 = 5 \cdot 2\,187 = 10\,935$$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{10\,935 \cdot 3 - 5}{3 - 1} = \frac{32\,800}{2} = 16\,400$$

Ejercicio nº 11.-

En una progresión geométrica $a_2 = 6$ y $r = 0,5$; calcula la suma de todos sus términos.

Solución:

$$a_2 = a_1 \cdot r \to 6 = a_1 \cdot 0,5 \to a_1 = \frac{6}{0,5} = 12$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{12}{1 - 0,5} = \frac{12}{0,5} = 24$$

Ejercicio nº 12.-

Halla la suma de todos los términos de la sucesión:

15; 3; 0,6; 0,12; 0,024; …

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 15$ y razón:

$$r = \frac{3}{15} = 0,2$$

Por tanto:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{15}{1 - 0,2} = \frac{15}{0,8} = 18,75$$

Ejercicio nº 13.-

En una progresión geométrica de razón positiva, $a_1 = 4$ y $a_3 = \frac{1}{4}$. Halla la suma de sus infinitos términos.

Solución:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \rightarrow \frac{1}{4} = 4 \cdot r^2 \rightarrow \frac{1}{16} = r^2 \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{4}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{\frac{3}{4}} = \frac{16}{3}$$

Ejercicio nº 14.-

La razón de una progresión geométrica es $\frac{3}{4}$, y el segundo término vale 2. Halla la suma de los infinitos términos de la sucesión.

Solución:

$$a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 2 = a_1 \cdot \frac{3}{4} \rightarrow 8 = a_1 \cdot 3 \rightarrow a_1 = \frac{8}{3}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{8}{3}}{1-\frac{3}{4}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{3} : \frac{1}{4} = \frac{32}{3}$$

Ejercicio nº 15.-

Calcula la suma de todos los términos de la sucesión:

20; 2; 0,2; 0,02; 0,002; ...

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 20$ y razón:

$$r = \frac{2}{20} = 0{,}1$$

Por tanto:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{20}{1-0{,}1} = \frac{20}{0{,}9} = 22{,}\widehat{2}$$

SOLUCIONES PROBLEMAS DE PROGRESIONES GEOMETRICAS

Problema nº 6.-

La población de un cierto país aumenta por término medio un 1% anual. Sabiendo que en la actualidad tiene 3 millones de habitantes:

a) ¿Cuántos tendrá dentro de 10 años?
b) ¿Y dentro de 20 años?

Solución:

a) $3\,000\,000 \cdot 1{,}01^{10} = 3\,313\,866{,}376 \approx 3\,313\,866$ habitantes
b) $3\,000\,000 \cdot 1{,}01^{20} = 3\,660\,570{,}12 \approx 3\,660\,570$ habitantes

<u>Problema nº 7.-</u>

Una máquina costó inicialmente 10 480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente.

a) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?
b) Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

Solución:

Es una progresión geométrica con $a_1 = 10\,480$ y $r = \frac{1}{2}$.

a) $a_5 = a_1 \cdot r^4 = 10\,480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 10\,480 \cdot \frac{1}{16} = \frac{10\,480}{16} = 655$ euros

b) $a_7 = a_1 \cdot r^6 = 10\,480 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 10\,480 \cdot \frac{1}{64} = \frac{10\,480}{64} = 163{,}75$ euros

$$S_7 = \frac{a_7 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{163{,}75 \cdot \frac{1}{2} - 10\,480}{\frac{1}{2} - 1} = 20\,796{,}25 \text{ €}$$

<u>Problema nº 8.-</u>

La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40 000 €.

a) ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después?
b) ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?

Solución:

a) Un año después:

Si pierde el 20% de su valor, valdrá: 100% − 20% = 80%.

80% de 40 000 = 0,8 · 40 000 = 32 000 €

Dos años después:

0,8 · 32 000 = 25 600 €

Observamos que es una progresión geométrica con $a_1 = 40\,000$ y $r = 0{,}8$.

b) $40\,000 \cdot 0{,}8^{10} = 4\,294{,}97$ €

Diez años después supone el término 11 de la sucesión.

Problema nº 9.-

a) ¿Cuánto dinero tendremos al cabo de 3 años colocando 3 000 € al 6% de interés anual compuesto?

b) ¿Y al cabo de 5 años?

Solución:

a) $3\,000 \cdot 1{,}06^3 = 3\,573{,}048 \approx 3\,573{,}05$ €

b) $3\,000 \cdot 1{,}06^5 = 4\,014{,}6767 \approx 4\,014{,}68$ €

Problema nº 10.-

a) ¿En cuánto se convertirán 2 000 € colocados al 5% de interés anual compuesto durante 4 años?
b) ¿Y durante 6 años?

Solución:

a) $2\,000 \cdot 1{,}05^4 = 2\,431{,}01$ €

b) $2\,000 \cdot 1{,}05^6 = 2\,680{,}19$ €

SOLUCIONES EJERCICIOS TERMINO GENERAL DE UNA SUCESIÓN

Ejercicio nº 16.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $a_n = 2n^2 - 1$

a.2) $\begin{cases} b_1 = 2, \quad b_2 = 3 \\ b_n = b_{n-2} + b_{n-1} \end{cases}$

b) Calcula el término general de las sucesiones:

b.1) $-1, 2, 5, 8, 11, \ldots$

b.2) $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \ldots$

b.3) $1, 4, 9, 16, 25, \ldots$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 1,\ a_2 = 7,\ a_3 = 17,\ a_4 = 31,\ a_5 = 49$

a.2) $b_1 = 2,\ b_2 = 3,\ b_3 = 5,\ b_4 = 8,\ b_5 = 13$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = -1$ y $d = 3$. Por tanto:
$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = -1 + (n-1) \cdot 3 = -1 + 3n - 3 = 3n - 4 \rightarrow a_n = 3n - 4$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = 3$ y $r = \frac{1}{2}$. Por tanto:

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

b.3) $a_n = n^2$

Ejercicio nº 17.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $\begin{cases} \boldsymbol{a_1 = 7, \quad a_2 = 5} \\ \boldsymbol{a_n = a_{n-1} - a_{n-2}} \end{cases}$

a.2) $\boldsymbol{b_n = 3^{n-1}}$

b) Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

b.1) –4, –6, –8, –10, ...

b.2) 24, 12, 6, 3, ...

b.3) $\boldsymbol{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \ldots}$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 7$, $a_2 = 5$, $a_3 = -2$, $a_4 = -7$, $a_5 = -5$

a.2) $b_1 = 1$, $b_2 = 3$, $b_3 = 9$, $b_4 = 27$, $b_5 = 81$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = -4$ y $d = -2$. Por tanto:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = -4 + (n-1) \cdot (-2) = -4 - 2n + 2 = -2n - 2 \ \rightarrow \ a_n = -2n - 2$$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = 24$ y $r = \frac{1}{2}$. Por tanto:

$$a_n = 24 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

b.3) $a_n = \dfrac{n+1}{n+2}$

Ejercicio nº 18.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $\begin{cases} \boldsymbol{a_1 = 2, \quad a_2 = 3} \\ \boldsymbol{a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2}} \end{cases}$

a.2) $\boldsymbol{b_n = 2^{n+1}}$

b) Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

b.1) 3, 1, –1, –3, –5, ...

b.2) 2, –6, 18, –54, ...

b.3) $\boldsymbol{1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \ldots}$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 2,\ a_2 = 3,\ a_3 = 6,\ a_4 = 18,\ a_5 = 108$

a.2) $b_1 = 4,\ b_2 = 8,\ b_3 = 16,\ b_4 = 32,\ b_5 = 64$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = 3$ y $d = -2$. Por tanto:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 3 + (n-1) \cdot (-2) = 3 - 2n + 2 = 5 - 2n \quad \rightarrow \quad a_n = 5 - 2n$$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = 2$ y $r = -3$. Por tanto:

$$a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$$

b.3) $a_n = \dfrac{1}{n^2}$

<u>Ejercicio nº 19.-</u>

a) Calcula los cinco primeros términos de las sucesiones:

a.1) $\boldsymbol{a_n = 1 - n^2}$

a.2) $\begin{cases} b_1 = 10 \\ b_n = b_{n-1} + n \end{cases}$

b) Halla el término general de las sucesiones:

b.1) 2; 2,1; 2,2; 2,3; ...

b.2) –3, 6, –12, 24, ...

b.3) $\dfrac{1}{2}, \dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{4}, \dfrac{4}{5}, \ldots$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 0,\ a_2 = -3,\ a_3 = -8,\ a_4 = -15,\ a_5 = -24$

a.2) $b_1 = 10,\ b_2 = 12,\ b_3 = 15,\ b_4 = 19,\ b_5 = 24$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = 2$ y $d = 0{,}1$. Por tanto:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 2 + (n-1) \cdot 0{,}1 = 2 + 0{,}1n - 0{,}1 = 0{,}1n + 1{,}9 \rightarrow a_n = 0{,}1n + 1{,}9$$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = -3$ y $r = -2$. Por tanto:

$$a_n = (-3) \cdot (-2)^{n-1}$$

b.3) $a_n = \dfrac{n}{n+1}$

Ejercicio nº 20.-

a) Obtén los cinco primeros términos de cada una de estas sucesiones:

a.1) $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 3a_{n-1} - 8 \end{cases}$

a.2) $b_n = \dfrac{n-3}{2n+1}$

b) Escribe el término general de las sucesiones:

b.1) 5; 5,5; 6; 6,5; 7; ...

b.2) –1, –4, –16, –64, ...

b.3) $1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{5}, \ldots$

Solución:

a)

a.1) $a_1 = 5$, $a_2 = 7$, $a_3 = 13$, $a_4 = 31$, $a_5 = 85$

a.2) $b_1 = -\dfrac{2}{3}$, $b_2 = -\dfrac{1}{5}$, $b_3 = 0$, $b_4 = \dfrac{1}{9}$, $b_5 = \dfrac{2}{11}$

b)

b.1) Es una progresión aritmética con $a_1 = 5$ y $d = 0,5$. Por tanto:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 5 + (n-1) \cdot 0,5 = 5 + 0,5n - 0,5 = 0,5n + 4,5 \quad \rightarrow \quad a_n = 0,5n + 4,5$$

b.2) Es una progresión geométrica con $a_1 = -1$ y $r = 4$. Por tanto:

$$a_n = (-1) \cdot 4^{n-1}$$

b.3) $a_n = \dfrac{1}{n}$