

Radicales. Polinomios

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt{x^3} =$

b) $\frac{\sqrt{15}}{4 \cdot 9} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $(\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{6})^4 =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}} =$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = -x^2 - 2x + 2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $P(x) - Q(x) - R(x)$

b) $Q(x) - 2P(x) + 3R(x)$

c) $Q(x) \cdot R(x)$

d) $[R(x) + Q(x)] \cdot P(x)$

4. Realiza la división $P(x) \div R(x)$, donde $P(x)$ y $R(x)$ son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

5. Realiza la división $(-2x^3 - x^5 - x^2 + 2x - 3) \div (x - 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

6. Halla el valor de k para que al efectuar la división $(-3x^3 + x^2 - kx + 3) \div (x + 1)$ el resto sea 0 (división exacta) **(1 punto)**

Solución

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: (1 punto; 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x^3} &= \sqrt[12]{x^4} \sqrt[12]{x^9} = \sqrt[12]{x^4 \cdot x^9} = \\ &= \sqrt[12]{x^{13}} = \sqrt[12]{x^{12+1}} = \sqrt[12]{x^{12} \cdot x^1} = \\ &= \sqrt[12]{x^{12}} \cdot \sqrt[12]{x} = x \sqrt[12]{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\sqrt{15}}{\sqrt[4]{9}} &= \frac{\sqrt[4]{15^2}}{\sqrt[4]{9}} = \sqrt[4]{\frac{(3 \cdot 5)^2}{3^2}} = \sqrt[4]{\frac{3^2 \cdot 5^2}{3^2}} = \\ &= \sqrt[4]{5^2} = \underline{\underline{\sqrt{5}}} \end{aligned}$$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible.

(2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } (\sqrt[3]{3} \sqrt{6})^4 &= (\sqrt{3^2} \sqrt{6^3})^4 = (\sqrt{3^2 \cdot 6^3})^4 = \\
 &= (\sqrt[3]{3^2 (2 \cdot 3)^3})^2 = (\sqrt[3]{3^2 \cdot 2^3 \cdot 3^3})^2 = (\sqrt[3]{3^5 \cdot 2^3})^2 = \\
 &= \sqrt[3]{(3^5 \cdot 2^3)^2} = \sqrt[3]{3^{10} \cdot 2^6} = \sqrt[3]{3^{10}} \cdot \sqrt[3]{2^6} = \\
 &= \sqrt[3]{3^{3+3+3+1}} \cdot 2^{6/3} = \sqrt[3]{3^9+1} \cdot 2^2 = \\
 &= \sqrt[3]{3^9} \cdot 3 \cdot 4 = 4 \sqrt[3]{3^9} \cdot \sqrt[3]{3} = 4 \cdot 3^{9/3} \cdot \sqrt[3]{3} = \\
 &= 4 \cdot 3^3 \cdot \sqrt[3]{3} = 4 \cdot 27 \cdot \sqrt[3]{3} = \underline{\underline{108 \sqrt[3]{3}}}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}} = \sqrt[24]{a^8} = a^{8/24} = a^{1/3} = \underline{\underline{\sqrt[3]{a}}}$$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1$$

$$R(x) = -x^2 - 2x + 2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante (4 puntos; 1 punto por apartado)

$$a) P(x) - Q(x) - R(x) =$$

$$= -2x^4 + x^2 - 3x + 1 - (2x^3 + x^2 + 1) - (-x^2 - 2x + 2) =$$

$$= -2x^4 + x^2 - 3x + 1 - 2x^3 - x^2 - 1 + x^2 + 2x - 2 =$$

$$= -2x^4 - 2x^3 + \cancel{x^2} - \cancel{x^2} + x^2 - 3x + 2x + \cancel{1} - \cancel{1} - 2 =$$

$$= -2x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2$$

$$b) Q(x) - 2P(x) + 3R(x) =$$

$$= 2x^3 + x^2 + 1 - 2(-2x^4 + x^2 - 3x + 1) + 3(-x^2 - 2x + 2) =$$

$$= 2x^3 + x^2 + 1 + 4x^4 - 2x^2 + 6x - 2 - 3x^2 - 6x + 6 =$$

$$= 4x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^2 - 3x^2 + \cancel{6x} - \cancel{6x} + 1 - 2 + 6 =$$

$$= 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5$$

$$c) Q(x) \cdot R(x)$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \hline
 -2x^5 \\
 -x^4 \\
 -2x^3 \\
 -x^2 \\
 \hline
 -2x^5 - 5x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x + 2
 \end{array}$$

$$d) [R(x) + Q(x)] \cdot P(x) =$$

$$= [(-x^2 - 2x + 2) + (2x^3 + x^2 + 1)] \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) =$$

$$= (-x^2 - 2x + 2 + 2x^3 + x^2 + 1) \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) =$$

$$= (2x^3 - x^2 + x^2 - 2x + 2 + 1) \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) =$$

$$= (2x^3 - 2x + 3) \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1)$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 2x + 3 \\ \cdot (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) \\ \hline -4x^7 + 2x^5 - 6x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 6x + 3 \\ \hline -4x^7 + 6x^5 - 12x^4 + 9x^2 - 11x + 3 \end{array}$$

4. Realiza la división $P(x) \div R(x)$, donde $P(x)$ y $R(x)$ son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto (1 punto)

$$\begin{array}{r} -2x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 2x^4 + 4x^3 - 4x^2 \\ \hline 4x^3 - 3x^2 - 3x + 1 \\ -4x^3 - 8x^2 + 8x \\ \hline -11x^2 + 5x + 1 \\ +11x^2 + 22x - 22 \\ \hline 27x - 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} -x^2 - 2x + 2 \\ \hline 2x^2 - 4x + 11 \end{array}$$

$$C(x) = 2x^2 - 4x + 11$$

$$R(x) = 27x - 21$$

5. Realiza la división $(-2x^3 - x^5 - x^2 + 2x - 3) \div (x - 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto (1 punto)

$$-2x^3 - x^5 - x^2 + 2x - 3 = -1x^5 + 0x^4 - 2x^3 - 1x^2 + 2x - 3$$

	-1	0	-2	-1	2	-3
2		-2	-4	-12	-20	-48
	-1	-2	-6	-13	-24	-51

$$C(x) = -x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 13x - 24$$

$$R(x) = -51$$

6. Halla el valor de k para que al efectuar la división $(-3x^3 + x^2 - kx + 3) \div (x + 1)$ el resto sea 0 (división exacta) (1 punto)

	-3	1	-k	3
-1		3	-4	k+4
	-3	4	-k-4	3+k+4

$$3 + k + 4 = 0$$

$$k + 7 = 0$$

$$k = -7$$

$$\underline{\underline{k = -7}}$$