

Radicales. Polinomios

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\sqrt{18} \cdot \sqrt[4]{36} =$

b) $\frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{2}} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $(\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{4})^3 =$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} =$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1$$

$$Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 3$$

$$R(x) = 2x^2 - x + 1$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $P(x) - Q(x) - R(x)$

b) $3Q(x) - P(x) - 3R(x)$

c) $Q(x) \cdot R(x)$

d) $[R(x) - Q(x)] \cdot P(x)$

4. Realiza la división $P(x) \div Q(x)$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

5. Realiza la división $(-x^4 + 2x^6 + 3x^2 - x + 3) \div (x + 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto **(1 punto)**

6. Halla el valor de k para que al efectuar la división $(2x^3 - x^2 + kx - 3) \div (x - 1)$ el resto sea 0 (división exacta) **(1 punto)**

Solución

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: (1 punto; 0,5 puntos por apartado)

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{18} \sqrt[4]{36} &= \sqrt{2 \cdot 3^2} \cdot \sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} : & \begin{array}{c|c} 18 & 2 \\ \hline 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} & \begin{array}{c|c} 36 & 2 \\ \hline 18 & 2 \\ \hline 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array} \\ &= \sqrt{2} \sqrt{3^2} \sqrt[4]{2 \cdot 3} : & & \\ &= 3 \sqrt{2} \sqrt[4]{2 \cdot 3} = 3 \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3} = & & \\ &= 3 \sqrt{2^2 \cdot 3} = 3 \sqrt{2^2} \sqrt{3} = & & \\ &= 3 \cdot 2 \sqrt{3} = \underline{\underline{6\sqrt{3}}} & 18 = 2 \cdot 3^2 & 36 = 2^2 \cdot 3^2 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[6]{12}}{\sqrt[6]{2^2}} = \sqrt[6]{\frac{12}{4}} = \underline{\underline{\sqrt[6]{3}}}$$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores en caso de que sea posible.

(2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } (\sqrt[4]{2} \sqrt[3]{4})^3 &= \left(\sqrt[12]{2^3} \cdot \sqrt[12]{4^4} \right)^3 = \left(\sqrt[12]{2^3 \cdot 4^4} \right)^3 = \\
 &= \sqrt[4]{2^3 \cdot (2^2)^4} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 2^8} = \sqrt[4]{2^{3+8}} = \\
 &= \sqrt[4]{2^{11}} = \sqrt[4]{2^{4+4+3}} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^3} = \\
 &= \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{2^3} = 2 \cdot 2 \sqrt[4]{2^3} = \underline{\underline{4 \sqrt[4]{8}}}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[12]{8} = \sqrt[12]{2^3} = \underline{\underline{\sqrt[4]{2}}}$$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1$$

$$Q(x) = -x^3 + 2x^2 - 3$$

$$R(x) = 2x^2 - x + 1$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante (4 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } P(x) - Q(x) - R(x) &= 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1 - \\
 &- (-x^3 + 2x^2 - 3) - (2x^2 - x + 1) = \\
 &= 2x^5 - 3x^3 + 2x - 1 + x^3 - 2x^2 + 3 - 2x^2 + x - 1 = \\
 &= 2x^5 - 3x^3 + x^3 - 2x^2 - 2x^2 + 2x + x - 1 + 3 - 1 = \\
 &= 2x^5 - 2x^3 - 4x^2 + 3x + 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 3Q(x) - P(x) - 3R(x) &= 3(-x^3 + 2x^2 - 3) - (2x^5 - 3x^3 + \\
 &+ 2x - 1) - 3(2x^2 - x + 1) = \\
 &= -3x^3 + 6x^2 - 9 - 2x^5 + 3x^3 - 2x + 1 - 6x^2 + 3x - 3 = \\
 &= -2x^5 - \cancel{3x^3} + \cancel{3x^3} + \cancel{6x^2} - \cancel{6x^2} - 2x + 3x - 9 + 1 - 3 = \\
 &= -2x^5 + x - 11
 \end{aligned}$$

$$\text{c) } Q(x) \cdot R(x)$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \\
 -x^3 + 2x^2 - 3 \\
 \hline
 2x^2 - x + 1 \\
 \hline
 -x^3 + 2x^2 - 3 \\
 -2x^3 + 3x \\
 \hline
 -2x^5 + x^4 - 2x^3 - 6x^2 \\
 \hline
 -2x^5 + 5x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x - 3
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 d) [R(x) - Q(x)] \cdot P(x) &= \\
 &= [2x^2 - x + 1 - (-x^3 + 2x^2 - 3)] \cdot (2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) = \\
 &= (2\cancel{x^2} - x + 1 + x^3 - 2\cancel{x^2} + 3) (2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) = \\
 &= (x^3 - x + 4) (2x^5 - 3x^3 + 2x - 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 - 2x^6 - 12x^3 - 4 \\
 2x^8 + 3x^4 \\
 - 3x^6 + 2x^4 - x^3 + x \\
 \hline
 2x^8 - 5x^6 + 8x^5 + 5x^4 - 13x^3 - 2x^2 + 9x - 4
 \end{array}$$

4. Realiza la división $P(x) \div Q(x)$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto (1 punto)

$$\begin{array}{r}
 2x^8 \quad | \quad -x^3 + 2x^2 - 3 \\
 -2x^5 \quad | \quad -2x^2 - 4x - 5 \\
 \hline
 4x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 2x - 1 \\
 -4x^4 + 8x^3 \\
 \hline
 5x^3 - 6x^2 - 10x - 1 \\
 -5x^3 + 10x^2 - 15 \\
 \hline
 4x^2 - 10x - 16
 \end{array}$$

$$C(x) = -2x^2 - 4x - 5 ; R(x) = 4x^2 - 10x - 16$$

5. Realiza la división $(-x^4 + 2x^6 + 3x^2 - x + 3) \div (x + 2)$ utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto (1 punto)

$$(2x^6 + 0x^5 - 1x^4 + 0x^3 + 3x^2 - 1x + 3) : (x+2)$$

-2	2	0	-1	0	3	-1	3
		-4	+8	-14	28	-62	126
	2	-4	7	-14	31	-63	<u>129</u>

$$C(x) = 2x^5 - 4x^4 + 7x^3 - 14x^2 + 31x - 63$$

$$R(x) = 129$$

6. Halla el valor de k para que al efectuar la división $(2x^3 - x^2 + kx - 3) \div (x - 1)$ el resto sea 0 (división exacta) (1 punto)

1	2	-1	k	-3
		2	1	1+k
	2	1	1+k	<u>-3+1+k</u>

$$R(x) = -3 + 1 + k = -2 + k.$$

$$-2 + k = 0$$

$$\underline{\underline{k = 2.}}$$