1.- Efectúa las siguientes operaciones expresando el resultado en la forma pedida:

a) (0,5 puntos) $(2^2 + 2^0 + 2^{-2})^{-1}$ (Fracción)

b) (0,75 puntos) $2\sqrt{12} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27}$ (Radical)

c) (0,5 puntos) $\frac{2 \times 10^{20} + 3 \times 10^{21}}{5 \times 10^{-12}}$ (Notación científica)

d) (0,75 puntos) $0,2 \cdot (1, \hat{1} + 1,0\hat{9})$ (Fracción)

2.- (1,5 puntos) Invierto 10000 € en bolsa. Después de tres meses tengo 9680 €. Si el valor de las acciones subió un 10% durante el segundo mes y bajó un 20% durante el tercer mes, averigua la variación porcentual durante el primer mes y la variación porcentual global.

3.- a) Dada la sucesión de término general $a_n = \frac{n(n+1)}{n+2}$, halla el valor de $a_3^2 + a_{23}$

b) Halla los términos b_3 y b_4 de los términos definidos por la ley de recurrencia:

$$b_1 = 1, b_2 = 3 \text{ y para } n \geq 2, b_n = \frac{b_{n-2}}{2} + \frac{b_{n-1}}{3} \quad (0,75 \text{ puntos} + 0,75 \text{ puntos})$$

4.- (1,5 puntos) Intercala tres términos entre $\frac{1}{3}$ y 1 para obtener una progresión aritmética de cinco términos y expresa el resultado en forma de fracción.

5.- (1,5 puntos) Ignacio quiere comenzar a entrenar. Para ponerse en forma, corre el primer día 200 m y cada día va incrementando esta distancia en 50 m. ¿Cuántos Km habrá corrido Ignacio durante los primeros 20 días?

6.- (1,5 puntos) Halla el valor de la expresión $\frac{2+4+6+8+\dots+40}{1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\dots}$

SOLUCIONES

$$1a) (2^2 + 2^0 + 2^{-2})^{-1} = \left(4 + 1 + \frac{1}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{16}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{21}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{21}$$

$$1b) 2\sqrt{12} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27} = 2\sqrt{2^2 \cdot 3} - 4\sqrt{5^2 \cdot 3} + 3\sqrt{3^3} = 4\sqrt{3} - 20\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = -7\sqrt{3}$$

$$1c) \frac{2x10^{20} + 3x10^{21}}{5x10^{-12}} = \frac{2x10^{20} + 30x10^{20}}{5x10^{-12}} = \frac{32x10^{20}}{5x10^{-12}} = 6,4 \times 10^{32}$$

$$1d) 0,2 \cdot (1, \hat{1} + 1,0\hat{9}) = \frac{2}{10} \cdot \left(\frac{10}{9} + \frac{99}{90}\right) = \frac{2}{10} \cdot \left(\frac{100}{90} + \frac{99}{90}\right) = \frac{2}{10} \cdot \frac{199}{90} = \frac{398}{90}$$

2)

C.Inicial	? %	↑10%	↓20%	C. Final
10000€	x	1.1	0.8	9680 €

$$10000 \cdot x \cdot 1,1 \cdot 0,8 = 9680 \quad 8800x = 9680 \quad x = 9680:8800 = 1,1$$

Conclusión : Si el índice de variación es 1,1, en el primer mes ha habido una subida del 10%

$$3a) a_3 = \frac{3(3+1)}{3+2} = \frac{12}{5} \quad a_{23} = \frac{23 \cdot 24}{25} = \frac{552}{25} \quad a_3^2 + a_{23} = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \frac{552}{25} = \frac{696}{25}$$

$$3b) b_1 = 1, b_2 = 3 \quad b_n = \frac{b_{n-2}}{2} + \frac{b_{n-1}}{3} \rightarrow b_3 = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{3}{3} = \frac{3}{2}$$

$$b_4 = \frac{b_2}{2} + \frac{b_3}{3} = \frac{3}{2} + \frac{3/2}{3} = 2$$

$$4) \frac{1}{3} \quad * \quad * \quad * \quad 1 \quad \text{La distancia entre } 1/3 \text{ y } 1 \text{ es } 1 - 1/3 = 2/3 \text{ luego } d = \frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12}$$

Simplificando, $d = 1/6$ luego $a_1 = 1/3, a_2 = 3/6, a_3 = 4/6, a_4 = 5/6, a_5 = 1$

5) Tenemos una progresión aritmética de diferencia $d = 50$

$$200 \quad 250 \quad 350 \dots\dots\dots A_{20} = 200 + 19 \times 50 = 1150 \quad S_{20} = \frac{20(200+1150)}{2} \text{ m} =$$

13.5 Km

6) El numerador es la suma de los pares del 1 al 40 (progresión aritmética)

$$S_{20} = \frac{20(2+40)}{2} = 420$$

EL denominador es la suma infinita de una progresión geométrica con $r = 2/3$

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 3$$

El valor de la expresión es $420/3 = 140$