Fracciones. Números decimales. Potencias

1. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 54 y 36 (1 punto; 0.5 puntos para el m.c.d. y 0.5 para el m.c.m.)

2. Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes. No olvides simplificar el resultado (1 punto; 0.5 puntos por apartado)

a) $\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$

b) $\frac{12}{x} = \frac{3}{4}$

3. Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas (2 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{14}\right) : \frac{2}{7} - \frac{1}{2}\Big] + 3$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{5}{2} - \left(2 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right)\Big] \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

4. Hallar la fracción generatriz de los siguientes números (1 punto; 0.5 puntos por apartado)

a) $5,\widehat{6}$

b) $5,\widehat{16}$

5. Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones (3 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $\frac{(-3)^{-3}\cdot(-3)^{7}}{(-3)^{2}}$

b) $\frac{(3^{4})^{-3}\cdot 3^{3}}{3^{-10}}$

c) $3^{5}\cdot 3^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

d) $\left.\frac{8^{2}}{(-4)^{4}}\right]^{-3}\cdot 2$

e) $\left(\frac{x}{y}\right)^{3}:\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{y}{x}\right)^{5}$

f) $\frac{(5^{-1})^{-2}\cdot 5^{-3}\cdot 25}{(-5)^{2}\cdot 5\cdot 5^{4}}$

6. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe ½ de lo que recibe el mediano; y el mediano ½ de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?(1 punto)

7. Roberto sale de casa con 50 € para realizar la compra. En la carnicería gasta las 2/5 partes de esa cantidad. Después destina la tercera parte de lo que le queda en la frutería. Finalmente, por el camino, pierde la mitad de las vueltas. ¿Con cuánto dinero regresará a casa? (1 punto)

SOLUCIONES

1. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 54 y 36

   (1 punto; 0.5 puntos para el m.c.d. y 0.5 para el m.c.m.)

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$54 = 2 \cdot 3^3$ $\qquad$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$

$m.c.d.(54, 36) = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = \underline{\underline{18}}$

$m.c.m.(54, 36) = 2^2 \cdot 3^3 = \underline{\underline{108}}$

2. Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes. No olvides simplificar el resultado (1 punto; 0.5 puntos por apartado)

a) $\frac{3}{2} = \frac{x}{8}$ $\qquad$ $x = \frac{3 \cdot 8}{2} = \underline{\underline{12}}$

b) $\frac{12}{x} = \frac{3}{4}$ $\qquad$ $x = \frac{12 \cdot 4}{3} = \underline{\underline{16}}$

3. Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas (2 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\left[\left(\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{14}\right):\frac{2}{7}-\frac{1}{2}\right]+3 = \left[\left(\frac{5}{3}-\frac{30}{42}\right):\frac{2}{7}-\frac{1}{2}\right]+3 =$

$= \left[\left(\frac{5}{3}-\frac{5}{7}\right):\frac{2}{7}-\frac{1}{2}\right]+3 =$

$= \left(\frac{35-15}{21}:\frac{2}{7}-\frac{1}{2}\right)+3 = \left(\frac{20}{21}:\frac{2}{7}-\frac{1}{2}\right)+3 =$

$= \left(\frac{20\cdot 7}{21\cdot 2}-\frac{1}{2}\right)+3 = \left(\frac{\cancel{2}\cdot 10\cdot \cancel{7}}{\cancel{7}\cdot 3\cdot \cancel{2}}-\frac{1}{2}\right)+3 =$

$= \left(\frac{10}{3}-\frac{1}{2}\right)+3 = \frac{20-3}{6}+3 = \frac{17}{6}+3 =$

$= \frac{17+18}{6} = \frac{35}{6}$

b) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left[\frac{5}{2}-\left(2+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{7}\right)\right]\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right) =$

$$= \frac{3+2}{6} - \left(\frac{5}{2} - \frac{6+1}{3} \cdot \frac{7-1}{7}\right) \cdot \frac{3-1}{3} =$$

$$= \frac{5}{6} - \left(\frac{5}{2} - \frac{\cancel{7}}{3} \cdot \frac{6}{\cancel{7}}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \left(\frac{5}{2} - \frac{6}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{5}{6} - \left(\frac{5}{2} - 2\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{5-4}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3} =$$

$$= \frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5-2}{6} = \frac{3}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

4. Hallar la fracción generatriz de los siguientes números (1 punto; 0.5 puntos por apartado)

a) $5,\hat{6} = \frac{56-5}{9} = \frac{51}{9} = \frac{17}{3}$

b) $5,\widehat{16} = \frac{516-5}{99} = \frac{511}{99}$

5. Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones (3 puntos; 0.5 puntos por apartado)

a) $\frac{(-3)^{-3}\cdot(-3)^{7}}{(-3)^{2}} = (-3)^{-3+7-2} = (-3)^{2} = 9$

b) $\frac{(3^{4})^{-3}\cdot 3^{3}}{3^{-10}} = \frac{3^{-12}\cdot 3^{3}}{3^{-10}} = 3^{-12+3+10} = 3^{1} = \underline{\underline{3}}$

c) $3^5 \cdot 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^{5-2} \cdot 3^2 = 3^{3+2} = 3^5 = \underline{\underline{243}}$

d) $\left[\frac{8^2}{(-4)^4}\right]^{-3} \cdot 2 = \left[\frac{(2^3)^2}{(-2^2)^4}\right]^{-3} \cdot 2 = \left(\frac{2^6}{(-2)^8}\right)^{-3} \cdot 2 =$

$= \left(\frac{2^6}{2^8}\right)^{-3} \cdot 2 = \left(\frac{2^8}{2^6}\right)^3 \cdot 2 = \left(2^{8-6}\right)^3 \cdot 2 = \left(2^2\right)^3 \cdot 2 =$

$= 2^6 \cdot 2 = 2^{6+1} = 2^7 = \underline{\underline{128}}$

e) $\left(\frac{x}{y}\right)^3 : \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^5 = \left(\frac{x}{y}\right)^{3+2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-5} = \left(\frac{x}{y}\right)^{5-5} = \left(\frac{x}{y}\right)^0 = \underline{\underline{1}}$

f) $\frac{(5^{-1})^{-2} \cdot 5^{-3} \cdot 25}{(-5)^2 \cdot 5 \cdot 5^4} = \frac{5^2 \cdot 5^{-3} \cdot 5^2}{5^2 \cdot 5 \cdot 5^4} = \frac{5^1}{5^7} = \frac{1}{5^6}$

6. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe ½ de lo que recibe el mediano; y el mediano ½ de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?(1 punto)

Pequeño $\rightarrow x$ €

Mediano $\rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{x}{2}$ €

Mayor $\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{4}$ €

$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 350$

$\frac{4x + 2x + x}{4} = 350$

$7x = 350 \cdot 4 = 1400$

$x = \frac{1400}{7} = \underline{\underline{200 €}}$ recibe el pequeño.

$\frac{x}{2} = \frac{200}{2} = \underline{\underline{100€}}$ recibe el mediano

$\frac{x}{4} = \frac{200}{4} = \underline{\underline{50€}}$ recibe el mayor.

7. Roberto sale de casa con 50 € para realizar la compra. En la carnicería gasta las 2/5 partes de esa cantidad. Después destina la tercera parte de lo que le queda en la frutería. Finalmente, por el camino, pierde la mitad de las vueltas. ¿Con cuánto dinero regresará a casa? (1 punto)

$\frac{2}{5} \cdot 50 = \frac{2 \cdot 50}{5} = 20€$ se gasta en la carnicería

$50 - 20 = 30€$ le quedan después de ir a la carnicería.

$\frac{1}{3} \cdot 30 = \frac{30}{3} = 10€$ gasta en la frutería.

$30 - 10 = 20€$ le quedan (vueltas)

$\frac{1}{2} \cdot 20 = \frac{20}{2} = 10€$ pierde.

$20 - 10 = \underline{\underline{10€}}$ le quedan