

Examen de Matemáticas – 3º de ESO

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Desarrolla las siguientes expresiones utilizando las igualdades notables (cuadrado de una suma, cuadrado de una diferencia y suma por diferencia): **(1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

$$\text{a) } (2x^2 + 3y^3)^2 \quad \text{b) } (3a - 4b^2)^2 \quad \text{c) } (2x^2 + y^3) \cdot (2x^2 - y^3)$$

2. Simplifica la siguiente fracción algebraica extrayendo factor común y utilizando las igualdades notables: **(0,5 puntos)**

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 4x}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado: **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } 7 - (8 - x) + 2(4 - 3x) - 3(3x - 7) = 0 \quad \text{b) } \frac{2 - 3x}{2} - \frac{2 + 5x}{4} = \frac{5x - 4}{6} - \frac{7x + 11}{3}$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado: **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

$$\text{a) } \frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0 \quad \text{b) } \frac{x(x-1)}{2} - \frac{3x-2}{4} = \frac{x^2+2}{6} - \frac{x+1}{3}$$

5. Resuelve la siguiente ecuación de segundo grado **sin utilizar la fórmula:** **(1 punto)**

$$(x+1)(x-1) = 2(x^2 - 13)$$

6. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método de sustitución: **(1 punto)**

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = -5 \\ 4x - y = 2 \end{array} \right\}$$

Problemas:

7. Si al doble de un número le restamos 6 unidades obtenemos su mitad. ¿Cuál es ese número? **(1 punto)**
8. Un deportista ha comprado 3 camisetas y 4 pantalones. Las camisetas cuestan 12 € más que los pantalones. Si en total se gastado 176 €, ¿cuánto cuesta cada prenda? **(1 punto)**

Soluciones:

$$1. \text{ a) } (2x^2 + 3y^3)^2 = (2x^2)^2 + 2(2x^2)(3y^3) + (3y^3)^2 = 4x^4 + 12x^2y^3 + 9y^6$$

$$\text{b) } (3a - 4b^2)^2 = (3a)^2 - 2(3a)(4b^2) + (4b^2)^2 = 9a^2 - 24ab^2 + 16b^4$$

$$\text{c) } (2x^2 + y^3) \cdot (2x^2 - y^3) = (2x^2)^2 - (y^3)^2 = 4x^4 - y^6$$

$$2. \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 4x} = \frac{x(x^2 - 4x + 4)}{x(x^2 - 4)} = \frac{x(x-2)^2}{x(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{x+2}$$

$$3. \text{ a) } 7 - (8 - x) + 2(4 - 3x) - 3(3x - 7) = 0 \Rightarrow 7 - 8 + x + 8 - 6x - 9x + 21 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 28 - 14x = 0 \Rightarrow -14x = -28 \Rightarrow x = \frac{-28}{-14} \Rightarrow x = 2$$

$$\text{b) } \frac{2-3x}{2} - \frac{2+5x}{4} = \frac{5x-4}{6} - \frac{7x+11}{3} \Rightarrow 6(2-3x) - 3(2+5x) = 2(5x-4) - 4(7x+11)$$

$$\Rightarrow 12 - 18x - 6 - 15x = 10x - 8 - 28x - 44 \Rightarrow 6 - 33x = -18x - 52 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 18x - 33x = -52 - 6 \Rightarrow -15x = -58 \Rightarrow x = \frac{-58}{-15} = \frac{58}{15}$$

$$4. \text{ a) } \frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow 4x^2 + 20x + 25 = 0 \Rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{2 \cdot 4} =$$

$$= \frac{-20 \pm \sqrt{400 - 400}}{8} = \frac{-20 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{-20}{8} = -\frac{5}{2} \text{ (una única solución)}$$

$$\text{b) } \frac{x(x-1)}{2} - \frac{3x-2}{4} = \frac{x^2+2}{6} - \frac{x+1}{3} \Rightarrow 6x(x-1) - 3(3x-2) = 2(x^2+2) - 4(x+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 6x - 9x + 6 = 2x^2 + 4 - 4x - 4 \Rightarrow 4x^2 - 11x + 6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{(-11)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 6}}{2 \cdot 4} = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 96}}{8} = \frac{11 \pm \sqrt{25}}{8} = \frac{11 \pm 5}{8} = \begin{cases} x_1 = \frac{16}{8} = 2 \\ x_2 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$5. (x+1)(x-1) = 2(x^2 - 13) \Rightarrow x^2 - 1 = 2x^2 - 26 \Rightarrow x^2 - 2x^2 = -26 + 1 \Rightarrow -x^2 = -25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

6.
$$\left. \begin{array}{l} 3x - 4y = -5 \\ 4x - y = 2 \end{array} \right\} \text{Despejando la incógnita } x \text{ de la primera ecuación tenemos:}$$

$$3x - 4y = -5 \Rightarrow 3x = 4y - 5 \Rightarrow x = \frac{4y - 5}{3}$$

Sustituyendo este valor en la segunda ecuación podremos despejar la incógnita y :

$$4x - y = 2 \Rightarrow 4\left(\frac{4y - 5}{3}\right) - y = 2 \Rightarrow \frac{16y - 20}{3} - y = 2 \Rightarrow 16y - 20 - 3y = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 13y = 26 \Rightarrow y = \frac{26}{13} \Rightarrow y = 2.$$

Sustituyendo ahora el valor de y , obtenemos el de x :

$$x = \frac{4y - 5}{3} = \frac{4 \cdot 2 - 5}{3} = \frac{8 - 5}{3} = \frac{3}{3} \Rightarrow x = 1$$

7. Llamemos x al número que queremos encontrar. Entonces, según el enunciado:

$$2x - 6 = \frac{x}{2} \Rightarrow 4x - 12 = x \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4.$$

Así pues el número que se pide es el 4 .

8. Supongamos que los pantalones cuestan x euros. Entonces las camisetas cuestan $12 + x$ euros. El deportista se ha comprado 4 pantalones y 3 camisetas, con lo que el importe total de los pantalones es $4x$ euros, y el de las camisetas $3(12 + x)$ euros. Por tanto, como se ha gastado en total 176 euros:

$$4x + 3(12 + x) = 176 \Rightarrow 4x + 36 + 3x = 176 \Rightarrow 7x = 140 \Rightarrow x = \frac{140}{7} \Rightarrow x = 20$$

Entonces cada pantalón cuesta 20 euros y cada camiseta 12 euros más, o sea, 32 euros.