Examen de Números

Ejercicio nº 1. **-** Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

a) $\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 4\right]:\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\cdot 10\right)$

b) $\dfrac{\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{20}{7}}{\frac{5}{8}+\frac{5}{12}-\frac{1}{2}}$

2 puntos

Ejercicio nº 2. **-** Pedro y Mª Luisa recorren por etapas el camino de Santiago. El primer día anduvieron 1/5 del recorrido que pensaban hacer, el segundo día recorrieron 1/6, el tercer día 1/4. Al principio de la cuarta jornada de camino, les quedaban 46 km para llegar a Santiago de Compostela. ¿A qué distancia estaban de esta ciudad cuando iniciaron su viaje el primer día?

1 punto

Ejercicio nº 3. **-** Isabel se gasta 5/8 de sus ahorros en un viaje. A la vuelta celebra su cumpleaños con sus amigos, gastándose 2/9 de lo que le quedaba. Aún le han sobrado 350 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

2 puntos

Ejercicio nº 4. **-** Aplica las propiedades de las potencias para simplificar:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}:\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

b) $\dfrac{5^{-3}\cdot 25^{-7}}{5^{-4}}$

c) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-11}\cdot\frac{x^{11}}{y^{8}}$

d) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-1}\cdot\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$

2 puntos

Ejercicio nº 5. **-** Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

$$3{,}145;\ 6{,}252525...;\ 2{,}0\widehat{36}$$

1,5 puntos

Ejercicio nº 6. **-** Realiza las siguientes operaciones expresando el resultado en notación científica:

a) $(8{,}54\cdot 10^{-8})+(4{,}16\cdot 10^{-7})$

b) $\left(7{,}73\cdot 10^{17}\right):\left(4{,}5\cdot 10^{-6}\right)$

1,5 puntos

SOLUCIONES

E.1. Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

a) $\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 4\right]:\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\cdot 10\right)$ b) $\dfrac{\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{20}{7}}{\frac{5}{8}+\frac{5}{12}-\frac{1}{2}}$

---

a) $\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot 4\right]:\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\cdot 10\right)=\left[\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\cdot 4\right]:\left(\frac{2}{3}-4\right)=\left[\frac{1}{2}+\frac{16}{9}\right]:\left(\frac{2-12}{3}\right)=\left[\frac{9+32}{18}\right]:\left(\frac{-10}{3}\right)=$

$=\left[\frac{41}{18}\right]:\left(\frac{-10}{3}\right)=-\frac{41\cdot 3}{18\cdot 10}=-\frac{41}{60}.$

b) $\dfrac{\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{20}{7}}{\frac{5}{8}+\frac{5}{12}-\frac{1}{2}}\overset{(*)}{=}\dfrac{-\frac{1}{14}}{\frac{13}{24}}=-\frac{24}{14\cdot 13}=-\frac{12}{91}.$

(*) Numerador: $\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{8}\right)\cdot\frac{20}{7}=\left(\frac{24-25}{40}\right)\cdot\frac{20}{7}=-\frac{1}{40}\cdot\frac{20}{7}=-\frac{20}{40\cdot 7}=-\frac{1}{14}$

(*) Denominador: $\frac{5}{8}+\frac{5}{12}-\frac{1}{2}=\frac{15+10-12}{24}=\frac{13}{24}$

E.2. Pedro y Mª Luisa recorren por etapas el camino de Santiago. El primer día anduvieron 1/5 del recorrido que pensaban hacer, el segundo día recorrieron 1/6, el tercer día 1/4. Al principio de la cuarta jornada de camino, les quedaban 46 km para llegar a Santiago de Compostela. ¿A qué distancia estaban de esta ciudad cuando iniciaron su viaje el primer día?

PRIMERA ETAPA $\rightarrow \frac{1}{5}$; SEGUNDA ETAPA $\rightarrow \frac{1}{6}$;

TERCERA ETAPA $\rightarrow \frac{1}{4}$; QUEDAN $\rightarrow 46$ km.

Calculamos la fracción que representa la distancia recorrida:

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{12+10+15}{60}=\frac{37}{60}$$

Por lo tanto, la fracción que representa los 46 km que quedan por recorrer es

$$1-\frac{37}{60}=\frac{23}{60}$$

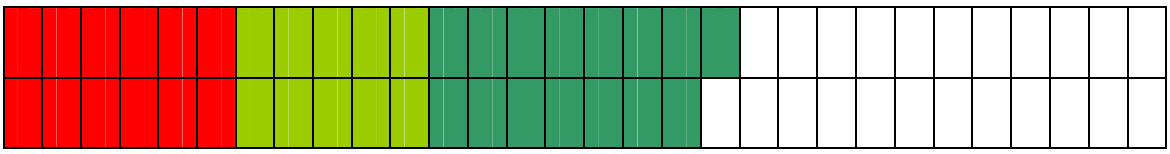
De ahí se deduce que cada sesentavo es $46:23=2$ km; y que el recorrido total es $2\cdot 60=120$ km.

Utilizando el álgebra, escribiríamos:

$x\equiv$ Distancia total del recorrido

Ecuación: $\frac{23}{60}$ de $x = 46 \Rightarrow \frac{23}{60} \cdot x = 46 \Rightarrow x = \frac{46 \cdot 60}{23} = 120$.

Gráficamente, se corresponde con la siguiente situación:



Día 1 $\left(\frac{1}{5} = \frac{12}{60}\right)$ Día 2 $\left(\frac{1}{6} = \frac{10}{60}\right)$ Día 3 $\left(\frac{1}{4} = \frac{15}{60}\right)$ Resto, 46 km $\left(\frac{23}{60}\right)$

Si 23 particiones son 46 km, cada partición será $46 : 23 = 2$ km; si queremos averiguar cuántos kilómetros hay en total, haremos $2 \cdot 60 = 120$ km.

Solución.- Cuando Mª Luisa y Pedro inician su viaje están a 120 km de Santiago de Compostela.

E.3. Isabel se gasta 5/8 de sus ahorros en un viaje. A la vuelta celebra su cumpleaños con sus amigos, gastándose 2/9 de lo que le quedaba. Aún le han sobrado 350 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

Calculamos la fracción correspondiente a cada caso y las reducimos a común denominador:

VIAJE $\rightarrow \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$

CELEBRACIÓN $\rightarrow \frac{2}{9}$ del resto $= \frac{2}{9}$ de $\frac{3}{8} = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{12} = \frac{2}{24}$

RESTO $\rightarrow$ 350 €

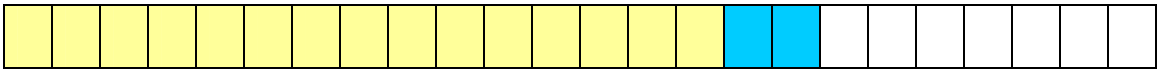
En total se ha gastado $\frac{15}{24} + \frac{2}{24} = \frac{17}{24}$, por lo tanto, los 350 euros suponen $\frac{7}{24}$.

Si x es el dinero que tenía al principio, se cumple:

$$\frac{7}{24} \text{ de } x = 350 \Rightarrow \frac{7}{24} \cdot x = 350 \Rightarrow x = \frac{350 \cdot 24}{7} = 1200.$$

Solución.- Isabel tenía 1200 euros ahorrados antes de comenzar el viaje.

También se puede seguir un razonamiento gráfico como en el ejercicio anterior:



Viaje Cumpleaños Resto

Si las 7 particiones del resto son 350 €, cada partición será $350 : 7 = 50$ €; y las 24 particiones que representan sus ahorros iniciales suponen $50 \cdot 24 = 1200$ €, lo que nos lleva a la misma solución como es lógico.

E.4. Aplica las propiedades de las potencias para simplificar:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ b) $\frac{5^{-3} \cdot 25^{-7}}{5^{-4}}$ c) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-11} \cdot \frac{x^{11}}{y^{8}}$ d) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{2}\right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$

---

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^{2} : \left(\frac{5}{3}\right)^{3} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}$

b) $\frac{5^{-3} \cdot 25^{-7}}{5^{-4}} = \frac{5^{4}}{5^{3} \cdot 25^{7}} = \frac{5^{4}}{5^{3} \cdot \left(5^{2}\right)^{7}} = \frac{5^{4}}{5^{3} \cdot 5^{14}} = \frac{5^{4}}{5^{17}} = 5^{-13} = \frac{1}{5^{13}}$

c) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-11} \cdot \frac{x^{11}}{y^{8}} = \left(\frac{y}{x}\right)^{11} \cdot \frac{x^{11}}{y^{8}} = \frac{y^{11}}{x^{11}} \cdot \frac{x^{11}}{y^{8}} = \frac{y^{11} \cdot x^{11}}{x^{11} \cdot y^{8}} = y^{3}$

d) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{2}\right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \frac{2^{4}}{3^{4}}$

E.5. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

$$3{,}145;\ 6{,}252525...;\ 2{,}0\widehat{36}$$

- Expresamos 3,145 en forma de fracción:

$$3{,}145 = \frac{3145}{1000} = \frac{629}{200}.$$

- Expresamos como fracción $x = 6{,}252525... = 6{,}\widehat{25}$:

$$\begin{array}{rrcl} & 100x & = & 625{,}\widehat{25} \\ - & x & = & 6{,}\widehat{25} \\ \hline & 99x & = & 619 \end{array} \Rightarrow x = \frac{619}{99}.$$

- Ya sólo queda expresar como fracción $x = 2{,}0\widehat{36}$

$$\begin{array}{rrcl} & 1000x & = & 2036{,}\widehat{36} \\ - & 10x & = & 20{,}\widehat{36} \\ \hline & 990x & = & 2016 \end{array} \Rightarrow x = \frac{2016}{990} = \frac{112}{55}.$$

E.6. Realiza las siguientes operaciones expresando el resultado en notación científica:

a) $(8{,}54 \cdot 10^{-8}) + (4{,}16 \cdot 10^{-7})$ b) $\left(7{,}73 \cdot 10^{17}\right) : \left(4{,}5 \cdot 10^{-6}\right)$.

---

a) En primer lugar expresamos los dos números con potencias del mismo exponente (es mejor elegir el mayor de los dos), y después hacemos la resta:

$$(8{,}54 \cdot 10^{-8}) + (4{,}16 \cdot 10^{-7}) = (0{,}854 \cdot 10^{-7}) + (4{,}16 \cdot 10^{-7}) = 5{,}014 \cdot 10^{-7}.$$

b) Por un lado dividimos los decimales y por otro las potencias de base 10; después expresamos el resultado en notación científica:

$$\left(7{,}73 \cdot 10^{17}\right) : \left(4{,}5 \cdot 10^{-6}\right) = (7{,}73 : 4{,}5) \cdot (10^{17} : 10^{-6}) = 1{,}71\widehat{7} \cdot 10^{17-(-6)} = 1{,}71\widehat{7} \cdot 10^{23}.$$