

## Examen de Números

**Ejercicio nº 1.** - Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

a)  $\left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{2}{3} \right)^2 \cdot 4 \right] : \left( \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10 \right)$

b)  $\frac{\left( \frac{3}{5} - \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{20}{7}}{\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2}}$

2 puntos

**Ejercicio nº 2.** - Pedro y M<sup>a</sup> Luisa recorren por etapas el camino de Santiago. El primer día anduvieron 1/5 del recorrido que pensaban hacer, el segundo día recorrieron 1/6, el tercer día 1/4. Al principio de la cuarta jornada de camino, les quedaban 46 km para llegar a Santiago de Compostela. ¿A qué distancia estaban de esta ciudad cuando iniciaron su viaje el primer día?

1 punto

**Ejercicio nº 3.** - Isabel se gasta 5/8 de sus ahorros en un viaje. A la vuelta celebra su cumpleaños con sus amigos, gastándose 2/9 de lo que le quedaba. Aún le han sobrado 350 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

2 puntos

**Ejercicio nº 4.** - Aplica las propiedades de las potencias para simplificar:

a)  $\left( \frac{3}{5} \right)^{-2} : \left( \frac{3}{5} \right)^{-3}$

b)  $\frac{5^{-3} \cdot 25^{-7}}{5^{-4}}$

c)  $\left( \frac{x}{y} \right)^{-11} \cdot \frac{x^{11}}{y^8}$

d)  $\left[ \left( \frac{3}{2} \right)^2 \right]^{-1} \cdot \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^{-2} \right]^{-1}$

2 puntos

**Ejercicio nº 5.** - Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

$$3,145; 6,252525\dots; 2,0\overline{36}$$

1,5 puntos

**Ejercicio nº 6.** - Realiza las siguientes operaciones expresando el resultado en notación científica:

a)  $(8,54 \cdot 10^{-8}) + (4,16 \cdot 10^{-7})$

b)  $(7,73 \cdot 10^{17}) : (4,5 \cdot 10^{-6})$

1,5 puntos

## SOLUCIONES

E.1. Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

a)  $\left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{2}{3} \right)^2 \cdot 4 \right] : \left( \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10 \right)$       b)  $\frac{\left( \frac{3}{5} - \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{20}{7}}{\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2}}$

a)  $\left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{2}{3} \right)^2 \cdot 4 \right] : \left( \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10 \right) = \left[ \frac{1}{2} + \frac{4}{9} \cdot 4 \right] : \left( \frac{2}{3} - 4 \right) = \left[ \frac{1}{2} + \frac{16}{9} \right] : \left( \frac{2-12}{3} \right) = \left[ \frac{9+32}{18} \right] : \left( \frac{-10}{3} \right) =$   
 $= \left[ \frac{41}{18} \right] : \left( \frac{-10}{3} \right) = -\frac{41 \cdot 3}{18 \cdot 10} = -\frac{41}{60}$

b)  $\frac{\left( \frac{3}{5} - \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{20}{7}}{\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2}} \stackrel{(*)}{=} \frac{-\frac{1}{14}}{\frac{13}{24}} = -\frac{24}{14 \cdot 13} = -\frac{12}{91}$

(\*) Numerador:  $\left( \frac{3}{5} - \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{20}{7} = \left( \frac{24-25}{40} \right) \cdot \frac{20}{7} = -\frac{1}{40} \cdot \frac{20}{7} = -\frac{20}{40 \cdot 7} = -\frac{1}{14}$   
(\*) Denominador:  $\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2} = \frac{15+10-12}{24} = \frac{13}{24}$

E.2. Pedro y M<sup>a</sup> Luisa recorren por etapas el camino de Santiago. El primer día anduvieron 1/5 del recorrido que pensaban hacer, el segundo día recorrieron 1/6, el tercer día 1/4. Al principio de la cuarta jornada de camino, les quedaban 46 km para llegar a Santiago de Compostela. ¿A qué distancia estaban de esta ciudad cuando iniciaron su viaje el primer día?

PRIMERA ETAPA  $\rightarrow \frac{1}{5}$ ;      SEGUNDA ETAPA  $\rightarrow \frac{1}{6}$ ;

TERCERA ETAPA  $\rightarrow \frac{1}{4}$ ;      QUEDAN  $\rightarrow 46$  km.

Calculamos la fracción que representa la distancia recorrida:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{12+10+15}{60} = \frac{37}{60}$$

Por lo tanto, la fracción que representa los 46 km que quedan por recorrer es

$$1 - \frac{37}{60} = \frac{23}{60}$$

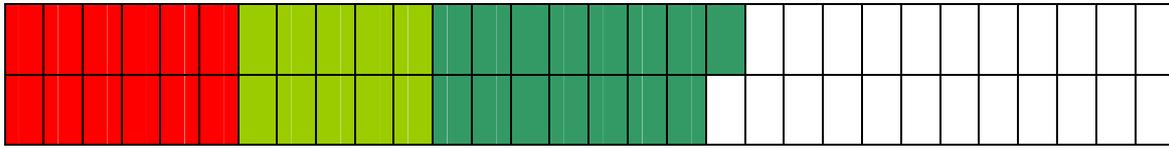
De ahí se deduce que cada sesentavo es  $46 : 23 = 2$  km; y que el recorrido total es  $2 \cdot 60 = 120$  km.

Utilizando el álgebra, escribiríamos:

$x \equiv$  Distancia total del recorrido

Ecuación:  $\frac{23}{60}$  de  $x = 46 \Rightarrow \frac{23}{60} \cdot x = 46 \Rightarrow x = \frac{46 \cdot 60}{23} = 120$ .

Gráficamente, se corresponde con la siguiente situación:



Día 1  $\left(\frac{1}{5} = \frac{12}{60}\right)$     Día 2  $\left(\frac{1}{6} = \frac{10}{60}\right)$     Día 3  $\left(\frac{1}{4} = \frac{15}{60}\right)$     Resto, 46 km  $\left(\frac{23}{60}\right)$

Si 23 particiones son 46 km, cada partición será  $46 : 23 = 2$  km; si queremos averiguar cuántos kilómetros hay en total, haremos  $2 \cdot 60 = 120$  km.

Solución.- Cuando M<sup>a</sup> Luisa y Pedro inician su viaje están a 120 km de Santiago de Compostela.

E.3. Isabel se gasta  $\frac{5}{8}$  de sus ahorros en un viaje. A la vuelta celebra su cumpleaños con sus amigos, gastándose  $\frac{2}{9}$  de lo que le quedaba. Aún le han sobrado 350 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

Calculamos la fracción correspondiente a cada caso y las reducimos a común denominador:

VIAJE  $\rightarrow \frac{5}{8} = \frac{15}{24}$

CELEBRACIÓN  $\rightarrow \frac{2}{9}$  del resto  $= \frac{2}{9}$  de  $\frac{3}{8} = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{12} = \frac{2}{24}$

RESTO  $\rightarrow 350$  €

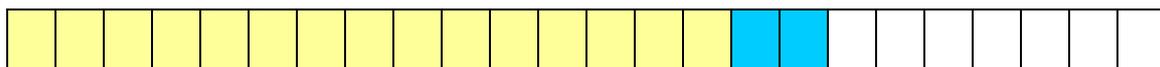
En total se ha gastado  $\frac{15}{24} + \frac{2}{24} = \frac{17}{24}$ , por lo tanto, los 350 euros suponen  $\frac{7}{24}$ .

Si  $x$  es el dinero que tenía al principio, se cumple:

$$\frac{7}{24} \text{ de } x = 350 \Rightarrow \frac{7}{24} \cdot x = 350 \Rightarrow x = \frac{350 \cdot 24}{7} = 1200.$$

Solución.- Isabel tenía 1200 euros ahorrados antes de comenzar el viaje.

También se puede seguir un razonamiento gráfico como en el ejercicio anterior:



Viaje

Cumpleaños

Resto

Si las 7 particiones del resto son 350 €, cada partición será  $350 : 7 = 50$  €; y las 24 particiones que representan sus ahorros iniciales suponen  $50 \cdot 24 = 1200$  €, lo que nos lleva a la misma solución como es lógico.

E.4. Aplica las propiedades de las potencias para simplificar:

a)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$       b)  $\frac{5^{-3} \cdot 25^{-7}}{5^{-4}}$       c)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{-11} \cdot \frac{x^{11}}{y^8}$       d)  $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$

a)  $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 : \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}$

b)  $\frac{5^{-3} \cdot 25^{-7}}{5^{-4}} = \frac{5^4}{5^3 \cdot 25^7} = \frac{5^4}{5^3 \cdot (5^2)^7} = \frac{5^4}{5^3 \cdot 5^{14}} = \frac{5^4}{5^{17}} = 5^{-13} = \frac{1}{5^{13}}$

c)  $\left(\frac{x}{y}\right)^{-11} \cdot \frac{x^{11}}{y^8} = \left(\frac{y}{x}\right)^{11} \cdot \frac{x^{11}}{y^8} = \frac{y^{11}}{x^{11}} \cdot \frac{x^{11}}{y^8} = \frac{y^{11} \cdot x^{11}}{x^{11} \cdot y^8} = y^3$

d)  $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$

E.5. Expresa en forma de fracción los siguientes números decimales:

3,145; 6,252525...; 2,036

- Expresamos 3,145 en forma de fracción:

$$3,145 = \frac{3145}{1000} = \frac{629}{200}$$

- Expresamos como fracción  $x = 6,252525... = 6,2\overline{5}$ :

$$\begin{array}{r} 100x = 625,2\overline{5} \\ - \quad x = 6,2\overline{5} \\ \hline 99x = 619 \end{array} \Rightarrow x = \frac{619}{99}$$

- Ya sólo queda expresar como fracción  $x = 2,0\overline{36}$

$$\begin{array}{r} 1000x = 2036,3\overline{6} \\ - \quad 10x = 20,3\overline{6} \\ \hline 990x = 2016 \end{array} \Rightarrow x = \frac{2016}{990} = \frac{112}{55}$$

E.6. Realiza las siguientes operaciones expresando el resultado en notación científica:

a)  $(8,54 \cdot 10^{-8}) + (4,16 \cdot 10^{-7})$       b)  $(7,73 \cdot 10^{17}) : (4,5 \cdot 10^{-6})$

- a) En primer lugar expresamos los dos números con potencias del mismo exponente (es mejor elegir el mayor de los dos), y después hacemos la suma:

$$(8,54 \cdot 10^{-8}) + (4,16 \cdot 10^{-7}) = (0,854 \cdot 10^{-7}) + (4,16 \cdot 10^{-7}) = 5,014 \cdot 10^{-7}$$

- b) Por un lado dividimos los decimales y por otro las potencias de base 10; después expresamos el resultado en notación científica:

$$(7,73 \cdot 10^{17}) : (4,5 \cdot 10^{-6}) = (7,73 : 4,5) \cdot (10^{17} : 10^{-6}) = 1,717\overline{7} \cdot 10^{17-(-6)} = 1,717\overline{7} \cdot 10^{23}$$