

EJERCICIOS CON RADICALES

Un poquito de teoría de radicales ...

- Dado la expresión $\sqrt[n]{a}=b$, decimos que:
 - n es el índice
 - a el radicando
 - b la raíz
- La raíz enésima de un número a es otro número b tal que b elevado a la potencia n es a .

$$\sqrt[n]{a}=b \text{ si } b^n=a$$

Ejemplo:

$$\sqrt[4]{81}=3 \text{ pues } 3^4=81$$

- Si el índice es par el radicando no puede ser negativo, pues no se podría hacer la raíz. Si el índice es impar no hay problemas.
- Si el índice es par, y el radicando es positivo, tenemos dos raíces:

$$\sqrt{16}=\pm 4$$

- Si el índice es impar hay una única raíz:

$$\sqrt[3]{8}=2$$

$$\sqrt[5]{-32}=-2$$

- Podemos simplificar un radical siempre que podamos dividir el *índice* y el *exponente* del radicando se puedan dividir por un mismo número. Veámoslo en el siguiente ejemplo:

$$\sqrt[18]{5^{12}}=\sqrt[9]{5^6}=\sqrt[3]{5^2}$$

- Extraer factores del radicando:** Para extraer un factor de un radical, descomponemos el radicando en factores primos y dividimos el exponente de cada factor entre el índice del radical. El cociente de la división sale fuera del radical como exponente del factor y el resto queda dentro del radical como exponente del mismo factor. Todos los exponentes del radicando tienen que quedar menores que el índice. Vamos a verlo en el ejemplo:

$$\sqrt[4]{243 x^{18} y^7 z^3}=\sqrt[4]{3^5 x^{18} y^7 z^3}=3 x^4 y \sqrt[4]{3 x^2 y^3 z^3}$$

- Sumas y restas de radicales:** Sólo podemos sumar radicales semejantes, es decir, aquellos que después de simplificarlos tienen el mismo *índice* y el mismo *radicando*. Para sumarlos o restarlos sumamos o restamos los coeficientes de los radicales y ponemos el mismo radical. Mira el siguiente ejemplo:

$$3\sqrt{20}-7\sqrt{45}+\sqrt{125}=3\sqrt{2^2 \cdot 5}-7\sqrt{3^2 \cdot 5}+\sqrt{5^3}=3 \cdot 2\sqrt{5}-7 \cdot 3\sqrt{5}+5\sqrt{5}=6\sqrt{5}-21\sqrt{5}+5\sqrt{5}=(6-21+5)\sqrt{5}=-10\sqrt{5}$$

o en este otro ejemplo:

$$2\sqrt[3]{5}+4\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}=(2+4-3)\sqrt[3]{5}=3\sqrt[3]{5}$$

- Multiplicación de radicales:** Para multiplicar radicales estos tienen que tener el mismo índice. El producto es un radical del mismo índice cuyo radicando es el producto de los radicando.

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{10}$$

- División de radicales:** Para dividir radicales estos tienen que tener el mismo índice. La división es un radical del mismo índice cuyo radicando es la división de los radicando.

$$\sqrt[4]{24}:\sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{8}$$

EJERCICIOS

1.- ¿Cuántas raíces tienen los siguientes radicales? ¿Cuáles son?

a) $\sqrt{64}$

b) $\sqrt[3]{-8}$

c) $\sqrt[4]{-16}$

d) $\sqrt[5]{1}$

e) $\sqrt{-4}$

f) $\sqrt{49}$

2.- Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{2^2} =$

b) $\sqrt[15]{243} =$

c) $\sqrt[12]{a^4} =$

d) $\sqrt[8]{b^4} =$

e) $\sqrt[10]{a^{10}} =$

f) $\sqrt[6]{a^{12}} =$

3.- Extrae todos los factores posibles del signo radical:

a) $\sqrt{32a^5bc^6} =$

b) $\sqrt{49a^{12}b^5c^4} =$

c) $\sqrt[4]{8x^3y^{12}c^9} =$

d) $\sqrt[3]{8x^2y^{12}z^8} =$

4.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} =$

b) $5\sqrt{12} - 3\sqrt{12} - 9\sqrt{12} =$

c) $\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{75} =$

d) $6\sqrt{200} + 2\sqrt{50} - 3\sqrt{18} =$

e) $5\sqrt{6} - 9\sqrt{24} + 2\sqrt{54} =$

5.- Realiza las siguientes operaciones y simplifica, si es posible:

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$

b) $\sqrt{48} \cdot \sqrt{3} =$

c) $\sqrt{60} : \sqrt{15} =$

d) $\sqrt{100} : \sqrt{4} =$

6.- Serías capaz de hacer las siguientes operaciones:

a) $(\sqrt[6]{5})^3 =$

b) $(\sqrt[4]{x^2})^3 =$

c) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} =$

d) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x^2}} =$