## OPERACIONES CON RADICALES: EXTRACCIÓN E INTRODUCCIÓN DE FACTORES

Para extraer o introducir factores en un radical hay que tener en cuenta las propiedades de la potenciación, de la radicación:

$(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n \rightarrow \sqrt[n]{a\cdot b} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$. En particular, para raíces cuadradas: $\sqrt{a\cdot b} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$.

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n} \rightarrow \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$. En particular, para raíces cuadradas: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$.

Aquí me limitaré a raíces cuadradas.

**Extracción de factores en un radical**

Las propiedades anteriores permiten la extracción de un factor en una raíz.

- Para extraer un factor de una raíz cuadrada se hace la raíz de dicho factor, pues basta observar que $\sqrt{a^2\cdot b} = \sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b} = a\cdot\sqrt{b}$.

**Ejemplos**:

a) $\sqrt{125} = \sqrt{25\cdot 5} = \sqrt{25}\cdot\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$.

b) $\sqrt{600} = \sqrt{100\cdot 6} = 10\sqrt{6}$.

c) $\sqrt{9x^2y} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y} = 3x\sqrt{y}$.

d) $\sqrt{3x^3-2x^2} = \sqrt{x^2(3x-2)} = \sqrt{x^2}\cdot\sqrt{3x-2}$.

e) $\sqrt{\dfrac{18}{500}} = \sqrt{\dfrac{9\cdot 2}{100\cdot 5}} = \dfrac{3}{10}\sqrt{\dfrac{2}{5}}$.

f) $\sqrt{\dfrac{3}{25}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{25}} = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$

g) Del radical $\sqrt{51}$ no puede extraerse ningún factor, pues 51 = 3 · 17, y la raíz cuadrada de ninguno de esos dos números es exacta.

h) De la expresión $\sqrt{4+x^2}$ tampoco puede extraerse ningún factor, pues no hay factores; hay sumandos. (Un error frecuente es escribir $\sqrt{4+x^2} = 2+x$. Esto sería equivalente a decir que $5 = \sqrt{25} = \sqrt{9+16} = \sqrt{9}+\sqrt{16} = 3+4$).

<u>Observación</u>:

En el caso de raíces de números es usual descomponerlos en factores primos, para ver con mayor claridad qué factores pueden extraerse. Así:

$$\sqrt{243} = \sqrt{3^5} = \sqrt{3^4\cdot 3} = 3^2\cdot\sqrt{3} = 9\sqrt{3}; \quad \sqrt{1350} = \sqrt{2\cdot 3^3\cdot 5^3} = \sqrt{2\cdot 3^2\cdot 3\cdot 5^2\cdot 5} = 3\cdot 5\cdot\sqrt{2\cdot 3\cdot 5} = 15\sqrt{30}$$

**Introducción de factores en un radical**

- Para introducir un factor en una raíz cuadrada se hace el cuadrado de dicho factor, pues basta observar que $a\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a^2\cdot b}$.

**Ejemplos:**

a) $4\cdot\sqrt{5} = \sqrt{4^2}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{16\cdot 5} = \sqrt{80}$.

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$.

c) $3\sqrt{x} = \sqrt{9}\sqrt{x} = \sqrt{9x}$.

d) $x\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x-1} = \sqrt{x^2(x-1)} = \sqrt{x^3-x^2}$.

e) $\dfrac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\dfrac{243}{27}} = \sqrt{9} = 3$.

f) $\dfrac{\sqrt{2x+x^2}}{3x} = \sqrt{\dfrac{2x+x^2}{9x^2}} = \sqrt{\dfrac{2+x}{9x}}$

## Ejercicios

**1**. Extrae todos factores posibles de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{1000}$ b) $\sqrt{24}$ c) $\sqrt{216}$ d) $\sqrt{25+400}$ e) $\sqrt{12x^3}$ f) $\sqrt{16x^3+6x^2}$

g) $\sqrt{\dfrac{27}{300}}$ h) $\sqrt{\dfrac{32}{36}}$ i) $\sqrt{9a-27b}$

**2**. Introduce en la raíz el factor que se halla fuera:

a) $2\cdot\sqrt{7}$ b) $\dfrac{\sqrt{18}}{2}$ c) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ d) $x\cdot\sqrt{x^2-2}$ e) $\dfrac{\sqrt{x^3-4x^2}}{2x}$ f) $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$

**Soluciones**:

**1**. a) $10\sqrt{10}$. b) $2\sqrt{6}$. c) $6\sqrt{6}$. d) $5\sqrt{17}$. e) $2x\sqrt{3x}$. f) $x\sqrt{16x+6}$. g) $\dfrac{3}{10}$. h) $\dfrac{2}{3}\sqrt{2}$. i) $3\sqrt{a-3b}$.

**2**. a) $\sqrt{28}$. b) $\sqrt{\dfrac{9}{2}}$. c) $\sqrt{\dfrac{9}{5}}$. d) $\sqrt{x^4-2x^2}$. e) $\sqrt{\dfrac{x-4}{4}}$. f) $\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$