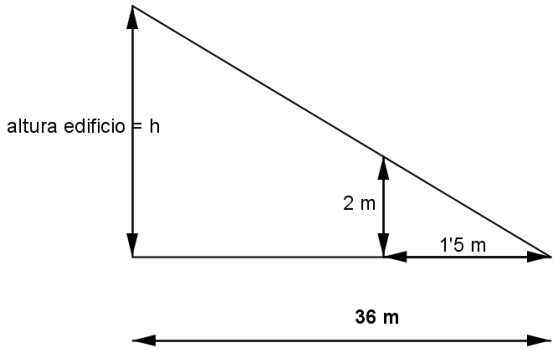
Examen de Matemáticas

Materia: Semejanza, cuerpos geométricos y álgebra.

Alumno.....

1. (1 punto) (a) Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 36 metros en el momento en que una estaca de 2 metros proyecta una sombra de 1,5 metros.

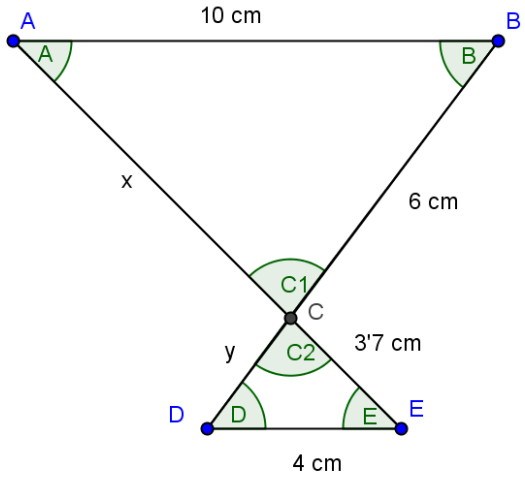


$$\frac{2}{1'5} = \frac{h}{36} \Longrightarrow h = \frac{72}{1'5} = 48\ m$$

(b) La distancia que separa dos puntos en la realidad es de 48 km. En un plano están separados por 16 cm. ¿Cuál es la escala del plano?

$$\frac{16\ cm\ plano}{4800000\ cm\ realidad} = \frac{1}{300000} \Longrightarrow escala:\ 1:300000$$

2. (1 punto) Demuestra por qué los triángulos ABC y CED son semejantes. Calcula la longitud de los lados que le faltan a cada uno de ellos.

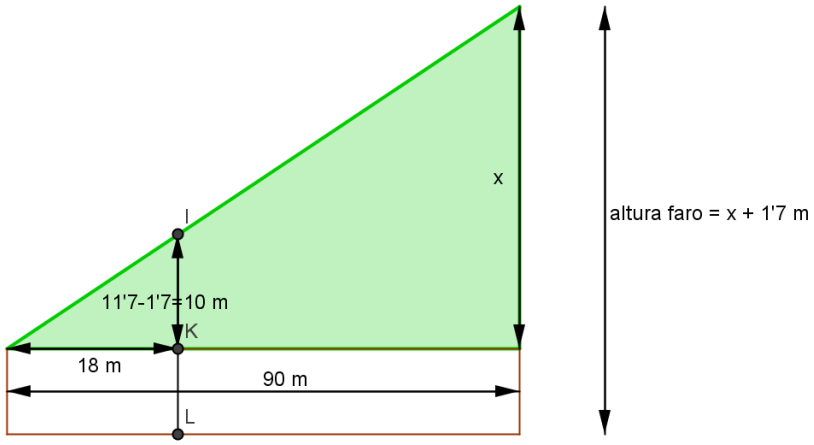


Los triángulos ABC y CED son semejantes porque:

El ángulo A es igual al E al ser alternos internos, el ángulo B es igual al D al ser alternos internos y los ángulos C1 y C2 son opuestos por el vértice.

$$\frac{x}{3'7} = \frac{10}{4} = \frac{6}{y} \Longrightarrow \begin{cases} x = \frac{37}{4} = 9'25\ cm \\ y = \frac{24}{10} = 2'4\ cm \end{cases}$$

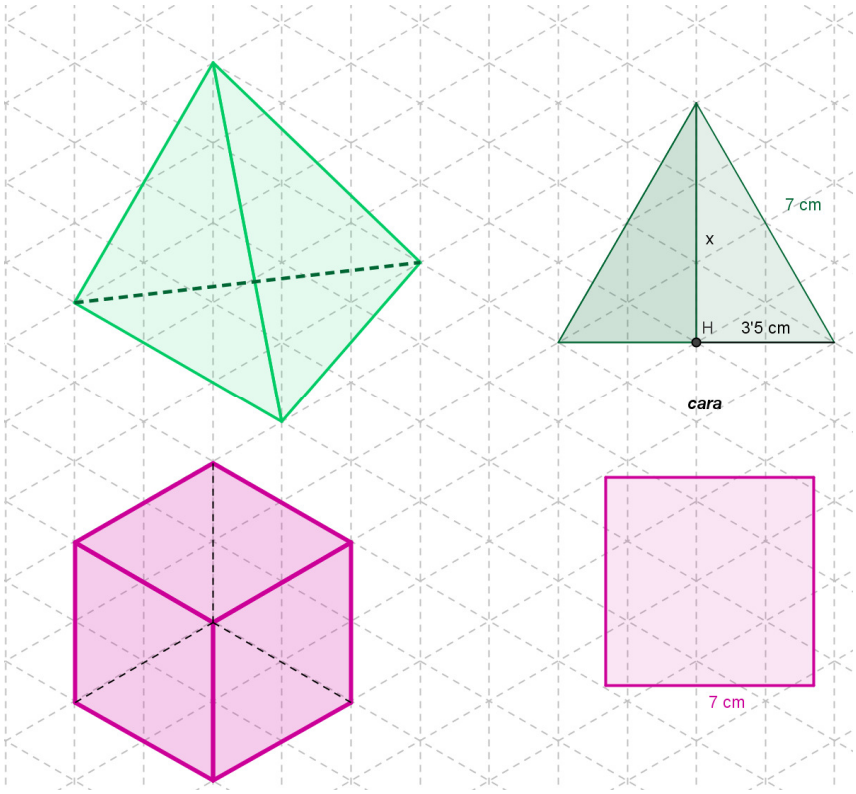
3. (1'5 puntos) Observa las medidas del gráfico y calcula la altura del faro:



$$\frac{10}{18} = \frac{x}{90} \Longrightarrow x = 50\ m$$

Altura del faro = 50 + 1'7 = 51'7 m.

4. (1 punto) Calcula el área total de un tetraedro y de un cubo si la arista de ambos mide 7 cm. Explica los pasos dados.



Tetraedro:

$$x = \sqrt{7^2 - 3'5^2} = 6'1cm$$

Área de una cara = $\frac{7*6'1}{2} = 21'35\ cm^2$

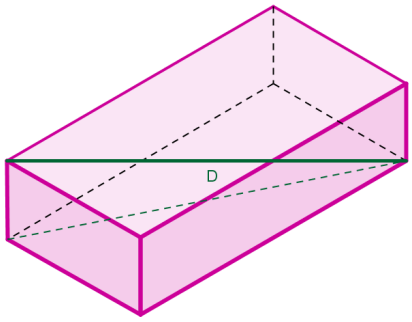
Área tetraedro= $4 * 21'35 = 85'4\ cm^2$

Cubo:

Área de una cara = $7^2 = 49\ cm^2$

Área del cubo = 6 * 49 = 294 cm^2

5. (1'25 puntos) Juan quiere guardar su caña de pescar que mide 1'80 m. de largo en un cajón en forma de ortoedro (paralelepípedo) de dimensiones 1 x 1´5 x 0'5 m. ¿Crees que podrá hacerlo? Razona la respuesta.

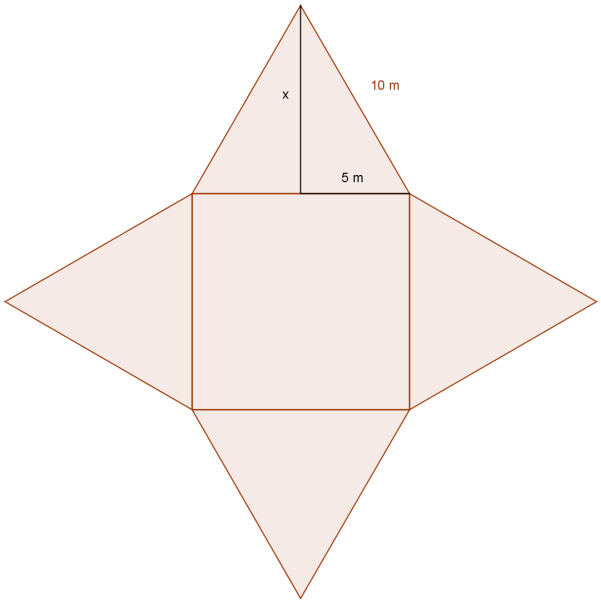


Tenemos que determinar la longitud de la diagonal del cajón D.

D = $\sqrt{1^2 + 1'5^2 + 0'5^2} = 1'87..m$

Como D es mayor que la longitud de la caña, se puede guardar en el cajón.

6. (1 punto) Calcula el área total de una pirámide cuadrangular regular si su base cuadrada mide 10 m. de lado y sus caras son triángulos equiláteros.



Calculamos la altura de un triángulo que es la apotema de la pirámide:

X = $\sqrt{10^2 - 5^2} = 8'7m$

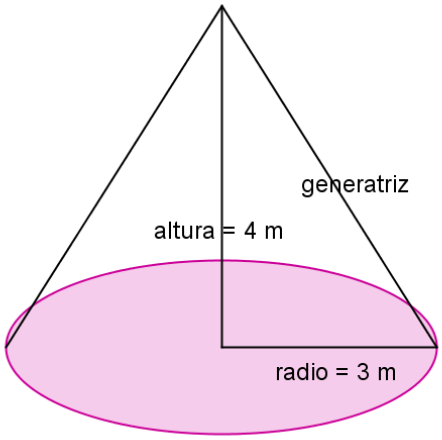
Determinamos el área lateral:

Área lateral = $\frac{Per.base*apotema}{2} = \frac{40*8'7}{2} = 174\ m^2$

Área total = Área base + Área lateral =

= $10^2 + 174 = 274\ m^2$

7. (1'25 puntos) Calcula el área total de un cono de 6 m. de diámetro y 4 m. de altura.



Calculamos la generatriz del cono:

g = $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ m$

Área lateral = $\pi * r * g = \pi * 3 * 5 = 47'12\ m^2$

Área total = $\pi * r^2 + \pi * r * g = \pi * 9 + 47'12 = 75'39\ m^2$

8. (1 punto) Resuelve las siguientes ecuaciones:

(a) $\mathbf{1 - \frac{2x-2}{5} = \frac{x}{3} + \frac{x-1}{5} \Longrightarrow 15 - 3(2x-2) = 5x + 3(x-1) \Longrightarrow 15 - 6x + 6 = 5x + 3x - 3}$

$$\mathbf{21 + 3 = 8x + 6x \Longrightarrow 24 = 14x \Longrightarrow x = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}}$$

(b) $\mathbf{\frac{4(9x-5)}{3} - \frac{2x}{9} = \frac{5(x-3)}{3} \Longrightarrow 12(9x-5) - 2x = 15(x-3) \Longrightarrow}$

$$\mathbf{108x - 60 - 2x = 15x - 45 \Longrightarrow 106x - 15x = 60 - 45 \Longrightarrow 91x = 15 \Longrightarrow x = \frac{15}{91}}$$

9. (1 punto) Tres hermanos se reparten 1300 €. El mayor recibe el doble que el mediano y este el cuádruplo que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

Hermanos	Cantidad recibida
Pequeño	**x**
Mediano	**4x**
Mayor	**8x**

$$\boldsymbol{x + 4x + 8x = 1300 \Longrightarrow 13x = 1300 \Longrightarrow x = 100}\ €$$

El pequeño recibe 100 €, el mediano 400 € y el mayor 800 €.