12 CUERPOS DE REVOLUCIÓN

EJERCICIOS

1 ¿Cuáles de los siguientes objetos tienen forma de cilindro?

a) Tubo de escape. **b) CD.**

c) Plátano. **d) Queso.**

e) Tiza. **f) Barril.**

a), d) y e).

2 Un cilindro tiene 5 cm de altura y 2 cm de radio de la base. Calcula el perímetro del rectángulo que, junto con las dos bases, forma su desarrollo plano. Dibuja en un folio este desarrollo plano y recórtalo para comprobar que tus cálculos son correctos y que, por ello, encaja perfectamente al construirlo.

Perímetro del rectángulo:

$$2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r) + 2 \cdot h = 2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 2) + 2 \cdot 5 = 8\pi + 10 = 35{,}12 \text{ cm}$$

Perímetro de las dos bases:

$$2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot r) = 2 \cdot (2 \cdot \pi \cdot 2) = 8\pi \text{ cm}$$

3 Dibuja un cono de altura 6 cm y radio 3 cm.

Dibujo.

4 Entre todos los cucuruchos con forma de cono que se pueden construir utilizando un folio, encuentra el que tiene la base más grande y determina cuánto mide la generatriz.

El que se dobla por una esquina.

5 Un cono tiene una generatriz de 5 cm y su diámetro de la base mide 3 cm. Calcula el perímetro del sector circular que, junto con la base, forma su desarrollo plano. Dibuja en un folio este desarrollo plano y recórtalo para comprobar que se puede construir.

$P_t = P_{base} + P_{sector\ circular}$

$Pt = 2 \cdot \pi \cdot r + 2 \cdot \pi \cdot r + 2g \Leftrightarrow Pt = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 + 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Pt = 28{,}84$ cm

6 Dibuja en tu cuaderno un tronco de cono de altura 4 cm y cuyas bases tengan radios de 2 y 3 cm.

Dibujo.

7 ¿Crees que un volcán podría ser considerado un tronco de cono?

Sí, porque la base del volcán es la base más grande del tronco de cono y la parte por donde sale la lava es la base más pequeña del volcán.

8 Calcula aproximadamente unas medidas que tengan sentido para la altura y los radios de las bases de:

a) Una ensaladera para seis personas con forma de tronco de cono.

b) Una montaña con forma de tronco de cono.

Respuesta abierta.

9 Dibuja en tu cuaderno una esfera de radio 4 cm y dentro de ella, con el mismo centro, otra de radio 2 cm.

Dibujo.

10 Si en un cilindro cuya base tiene un radio de 8 cm queremos guardar pelotas esféricas de radio 8 cm, ¿qué altura debe tener el cilindro para que quepan exactamente cinco pelotas?

Como el diámetro es de 16 cm, la altura total es:

$16 \cdot 5 = 80$ cm

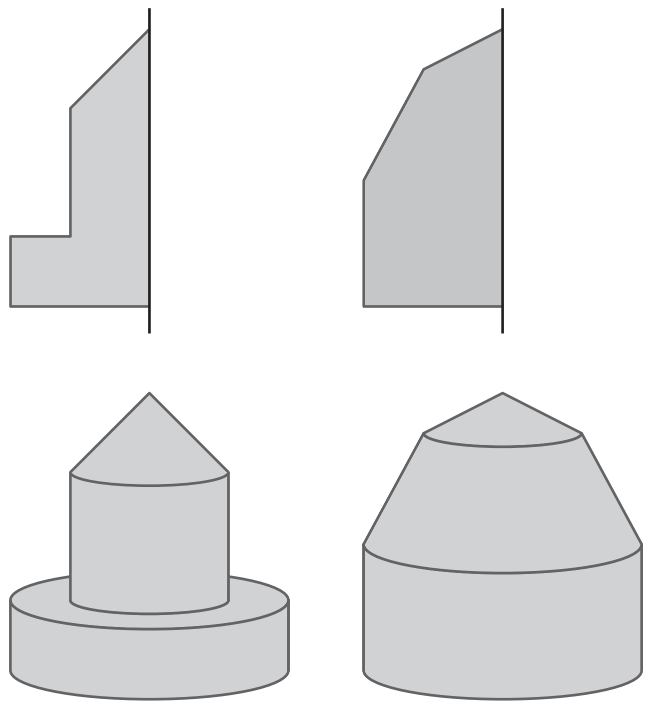
11 Averigua la longitud y la latitud del lugar donde vives.

Respuesta abierta.

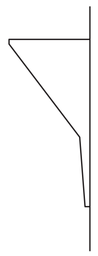
12 Busca en un globo terrestre el meridiano de Greenwich y comprueba si pasa por alguna localidad importante de España.
Escribe en tu cuaderno el resultado de tu búsqueda.

Pasa por Zaragoza.

13 Dibuja en tu cuaderno el cuerpo de revolución que se obtiene al hacer girar cada una de las siguientes figuras planas alrededor del eje que se indica:



14 **Determina la figura plana y el eje que generan cada uno de los siguientes cuerpos de revolución:**



15 **Dibuja en tu cuaderno tres objetos de casa que sean cuerpos de revolución. Dibuja también la figura plana que genera cada uno de ellos al girar.**

Barra de pegamento, vaso, aceitera, etcétera.

16 **Determina si es necesario medir el área o el volumen de un cuerpo de revolución, en cada caso, para encontrar:**

a) El líquido que cabe dentro.

b) La madera para construirlo como escultura maciza.

c) La cantidad de vidrio para fabricarlo hueco.

d) La cantidad de pintura para pintarlo.

a) Volumen. b) Volumen.

c) Volumen. d) Área.

17 **Halla la generatriz de un cono de altura 4 cm y radio de la base 3 cm.**

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$g = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow g = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ cm

18 **Sabiendo que la generatriz de un cono mide 10 cm y el radio de la base 2 cm, halla la altura.**

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$h = \sqrt{g^2 + r^2} \Leftrightarrow h = \sqrt{10^2 - 2^2} = \sqrt{96} = 9{,}8$ cm

19 **Calcula cuánto debe medir la generatriz de una caja en forma de cilindro para guardar tres pelotas de tenis, si el radio de cada pelota es 6,5 cm.**

En el cilindro la generatriz mide lo mismo que la altura. El diámetro de cada pelota es de 13 cm, por lo que la altura de la caja tiene que ser de: $13 \cdot 3 = 39$ cm.

20 **Halla el área lateral, el área total y el volumen de un cilindro cuyo radio de la base es 10 cm y su altura 20 cm.**

$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \Leftrightarrow A_{lateral} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 20 = 1\,256 \text{ cm}^2$

$A_{total} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_{total} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 20 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_{total} = 1\,884 \text{ cm}^2$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V = 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 20 \Leftrightarrow V = 6\,280 \text{ cm}^3$

21 **Un joyero tiene que construir dos cilindros de plata maciza: uno de altura 2 cm y radio de la base 1 cm, y otro de altura 1 cm y radio de la base 2 cm.**

a) ¿Cuál de ellos necesita más cantidad de plata?

b) En cada caso, ¿cuáles son esas cantidades?

a) Necesita más cantidad de plata el que tiene mayor radio.

b) Para el C_1 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 2 = 6{,}28 \text{ cm}^3$

Para el C_2 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 1 = 12{,}56 \text{ cm}^3$

22 **Halla el área y el volumen de una esfera de radio 0,4 m.**

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow A = 4 \cdot \pi \cdot 0{,}4^2 = 2 \text{ m}^2$

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Leftrightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}4^3 = 0{,}27 \text{ m}^3$

23 **Calcula el volumen del cilindro y el cono que se describen en el experimento del margen.**

Tomamos como altura del cilindro y del cono 10 cm.

$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V_{cilindro} = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 = 785 \text{ cm}^3$

$V_{cono} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \Leftrightarrow V_{cono} = \frac{3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 10}{3} = 261{,}6 \text{ cm}^3$

24 **Un cono de helado tiene 10 cm de altura y 2 cm de radio de la base. Halla el volumen de la bola de helado más grande que se puede poner en él. ¿Qué volumen dentro del cono queda sin helado?**

El volumen de la bola es el volumen de la esfera de radio 2 cm.

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Leftrightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = 33{,}49 \text{ cm}^3$

Si la cantidad de helado que entra en el cono es la mitad, el volumen que queda vacío es la diferencia entre el volumen del cono y la mitad del volumen de la esfera.

$V_{vacío} = V_{cono} - V_{\frac{1}{2}\,esfera} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{vacío} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{vacío} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V_{vacío} = 41{,}87 - 16{,}75 \Leftrightarrow V_{vacío} = 25{,}12 \text{ cm}^3$

25 Dado un cono de altura 8 cm, radio de la base 4 cm, halla su generatriz. Imagina que se secciona ese cono por un plano paralelo a la base de forma que el cono que resulta tiene de altura 3 cm. Halla la generatriz de este nuevo cono, así como el área lateral, el área total y el volumen del tronco de cono que se ha obtenido al seccionarlo.

$g = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow g = \sqrt{8^2 + 4^2} = 8{,}9$ cm

Para calcular la generatriz del cono pequeño aplicamos el teorema de Tales:

$$\frac{8}{8{,}9} = \frac{3}{x} \Leftrightarrow x = \frac{3 \cdot 8{,}9}{8} = 3{,}33 \text{ cm}$$

Para calcular el radio del cono pequeño aplicamos el teorema de Pitágoras:

$r = \sqrt{g^2 - h^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{3{,}33^2 - 3^2} = 1{,}45$ cm

$A_{lateral\ tronco} = \pi \cdot R \cdot G - \pi \cdot r \cdot g \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_l = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 8{,}9 - 3{,}14 \cdot 1{,}45 \cdot 3{,}33 \Leftrightarrow A_l = 96{,}62 \text{ cm}^2$

$A_{total\ tronco} = \pi \cdot R \cdot G - \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot R^2 + \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow$

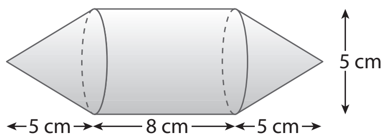
$A_t = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 8{,}9 - 3{,}14 \cdot 1{,}45 \cdot 3{,}33 + 3{,}14 \cdot 4^2 + 3{,}14 \cdot 1{,}45^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_t = 96{,}62 + 56{,}84 = 153{,}46 \text{ cm}^2$

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3} - \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \Leftrightarrow V = \frac{3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 8}{3} - \frac{3{,}14 \cdot 1{,}45^2 \cdot 3}{3} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow V = 133{,}97 - 6{,}6 = 127{,}37 \text{ cm}^3$

26 Halla el área y el volumen del siguiente cuerpo de revolución:



La figura se descompone en otras más sencillas, como un cilindro de radio 2,5 cm y de altura 8 cm, y en dos conos de 2,5 cm de radio y 5 cm de altura. La generatriz del cono es:

$g = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow g = \sqrt{5^2 + 2{,}5^2} = 5{,}6$ cm

Área lateral del cilindro:

$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \Leftrightarrow A_{lateral} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 8 = 125{,}6 \text{ cm}^2$

Área lateral de los dos conos:

$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot g \Leftrightarrow A_{lateral} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 5{,}6 = 87{,}92 \text{ cm}^2$

$Área_{total} = 125{,}6 + 87{,}92 = 213{,}52 \text{ cm}^2$

Volumen del cilindro:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V = 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 8 \Leftrightarrow V = 157 \text{ cm}^3$

Volumen de los dos conos:

$$V_{conos} = 2 \cdot \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \Leftrightarrow V_{conos} = 2 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2 \cdot 5}{3} = 65{,}42 \text{ cm}^3$$

Volumen total:

$V_{total} = 157 + 65{,}42 = 222{,}42 \text{ cm}^3$

EJERCICIOS PROPUESTOS

CILINDROS

1 Determina cuáles de los siguientes objetos no pueden tener nunca forma de cilindro:

a) La pata de una mesa.

b) Un gorro.

c) Un embudo.

d) Una tubería.

e) Un botón de un electrodoméstico.

f) Un palillo de dientes.

b), c), f).

2 Un bote de espárragos tiene forma de cilindro de altura 14 cm y diámetro de la base 5 cm. Describe la figura plana que genera este cuerpo de revolución al girar.

Es un rectángulo de 14 cm de altura y de base 5π cm.

3 Dibuja dos cilindros con la misma altura, uno cuya base tenga un radio de 2 cm, y otro cuya base tenga un radio de 4 cm.

Dibujo.

4 Dibuja el desarrollo plano de un cilindro de altura 4 cm y radio de la base 2 cm. ¿Qué podrías hacer para comprobar que lo has hecho bien?

La longitud de la base del cilindro debe medir lo mismo que la longitud de la circunferencia: 4π.

5 Describe las instrucciones para construir un cilindro hueco de altura 15 cm y cuya base tenga un radio de 5 cm. Las instrucciones deben ser lo más detalladas posible.

Se dibujan dos circunferencias de 5 cm de radio. Luego un rectángulo de 15 cm de altura y de base 10π cm.

6 Una hoja de papel de formato DIN-A4 mide 29,7 cm × 21 cm. Utilizando toda la hoja se puede formar un cilindro, sin bases, de dos formas distintas: uno delgado y alto y otro grueso y bajo. Averigua la altura de cada uno de los cilindros.

La altura del cilindro delgado y alto es de 29,7 cm, y la altura del cilindro grueso y bajo es de 21 cm.

CONOS

7 Determina cuáles de los siguientes objetos no pueden tener nunca forma de cono:

a) La pata de una mesa. **b) Un gorro.**
c) Un embudo. **d) Una tubería.**
e) Un vaso. **f) Un árbol.**

a), d), e).

8 Un helado tiene forma de cono de altura 12 cm y radio de la base 3 cm. Describe la figura plana que genera este cuerpo de revolución al girar. Indica sus dimensiones.

La figura plana que genera es un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 y 3 cm.

9 Dibuja un cono de altura 3 cm y radio de la base 2 cm.

Dibujo.

10 Dibuja un cono cuya base tenga un radio de 2 cm y su generatriz sea 5 cm.

Dibujo.

11 En el cono del ejercicio anterior, marca en un color la altura y en otro la generatriz. ¿Cuál de los dos segmentos es más largo?

La generatriz.

12 Un cono tiene radio de la base 5 cm y generatriz 10 cm. Un cilindro tiene radio de la base 5 cm y altura 10 cm. ¿Cuál de los dos cuerpos es más alto?

El cilindro, porque la altura del cono es inferior a su generatriz.

TRONCOS DE CONO

13 Determina cuáles de los siguientes objetos no pueden tener nunca forma de tronco de cono:

a) La pata de una mesa. **b) Un gorro.**
c) Un embudo. **d) Una tubería.**
e) Un clavo. **f) Un taburete.**

a), b), c), d), e).

14 Dibuja un tronco de cono de altura 4 cm y radios de las bases 2 y 5 cm.

Dibujo.

15 Dibuja un tronco de cono cuyas bases tengan radios de 1 cm y 3 cm y su generatriz mida 4 cm.

Dibujo.

16 En el tronco de cono del ejercicio anterior, marca en un color la altura y en otro la generatriz. ¿Cuál de los dos segmentos es más largo?

La generatriz.

17 La generatriz de un tronco de cono mide 20 cm. Un cono tiene la generatriz también de 20 cm. ¿Cuál de los dos cuerpos es más alto?

Los dos tienen la misma altura.

18 La altura de un cono mide 8 cm, si cortamos ese cono por un plano paralelo a la base a 2 cm del vértice, ¿cuánto mide la altura del tronco de cono que se obtiene?

8 – 2 = 6 cm

ESFERAS

19 Dibuja una esfera de radio 3 cm.

Dibujo.

20 Queremos dibujar tres esferas con el mismo centro, de forma que la superficie de cada una esté a 10 cm de la siguiente. Si la primera tiene un diámetro de 1 m, calcula los radios de las otras dos.

La primera tiene un radio de 50 cm, la segunda tiene un radio de 60 cm y la tercera tiene un radio de 70 cm.

21 Busca en un atlas y escribe por qué continentes pasa el ecuador.

Continente africano y continente americano.

22 *A*, *B* y *C* son tres puntos sobre la superficie de la Tierra. Averigua, en cada uno de los siguientes casos, cuáles son los dos puntos más próximos.

a) *A*: 20° N, 12° E **B: 14° N, 12° E** **C: 25° N, 12° E**
b) *A*: 2° N, 5° E **B: 2° N, 5° O** **C: 2° N, 13° E**
c) *A*: 1° N, 5° E **B: 2° N, 4° E** **C: 1° N, 3° O**

Los puntos más próximos son:

a) *A* y *C* b) *A* y *C* c) *A* y *B*

23 Encuentra la longitud y la latitud de un punto que esté:

a) En el mar Mediterráneo.

b) En el océano Atlántico.

Hay muchísimos, por ejemplo:

a) 35º N, 20º E b) 45º N, 16º O

24 **Cita el nombre de tres países por los que pase el paralelo 10° N.**

Entre otros, son válidos: Costa Rica, Venezuela, Nigeria, Guinea, Chad, Sudán, Etiopía, Somalia, India.

25 **Encuentra la longitud y latitud de Madrid y escribe la longitud y latitud del punto que está en las antípodas. ¿Está en el agua? Si la respuesta es afirmativa, ¿en qué mar u océano se encuentra? ¿Cuál es el continente más próximo? Si la respuesta es negativa, ¿en qué continente está ese punto?**

Aproximadamente: 40º N, 4º Oeste,

El punto en las antípodas es 40º S, 176º E (pues hay 180º al este y 180º al oeste), está en el Océano Pacífico, muy cerca de Nueva Zelanda, por tanto el continente más próximo es Oceanía.

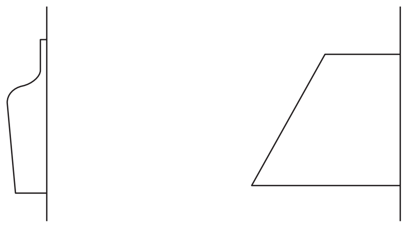
OTROS CUERPOS DE REVOLUCIÓN

26 **¿Cuáles de las siguientes figuras son cuerpos de revolución?**

El embudo.

27 **Dibuja una botella y un flan y, al lado, la figura plana y el eje que genera cada uno de ellos.**

Por ejemplo:

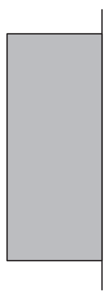


28 **Investiga qué figuras de ajedrez son cuerpos de revolución.**

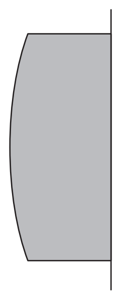
El peón, la torre, el alfil y la reina.

29 **Dibuja la figura plana y el eje que genera cada uno de los siguientes cuerpos de revolución:**

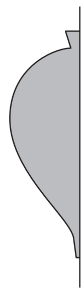
a)



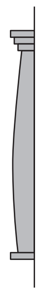
b)



c)



d)



30 **¿Qué cuerpo geométrico se genera al hacer girar un triángulo isósceles alrededor del lado desigual? Dibújalo.**

Un cono con la misma altura que su radio.

31 **¿Qué cuerpo geométrico se obtiene al hacer girar un trapecio isósceles alrededor de su base mayor? Dibújalo.**

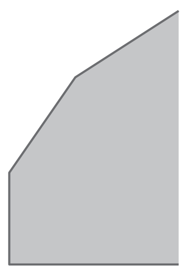
Un cilindro y dos conos en cada una de sus bases.

32 **¿Qué cuerpo geométrico se genera al hacer girar un triángulo rectángulo alrededor de su hipotenusa? Dibújalo.**

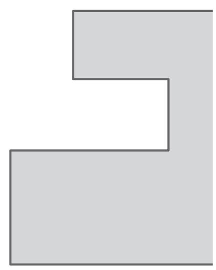
Dos conos.

33 **Dibuja el cuerpo de revolución que se obtiene al hacer girar cada una de las siguientes figuras planas alrededor del eje indicado:**

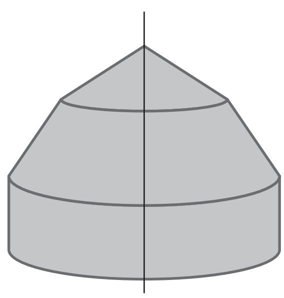
a)



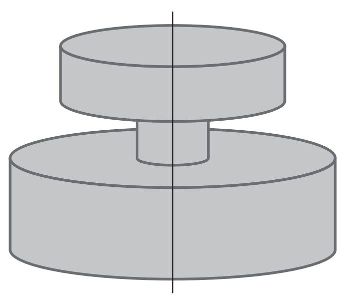
b)



a)

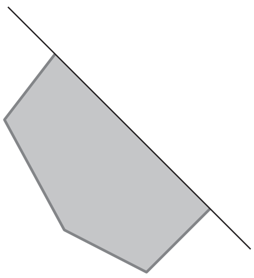


b)

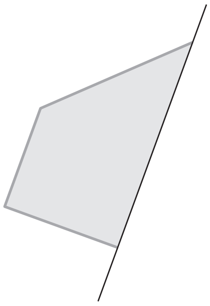


34 **Dibuja el cuerpo de revolución que se genera al hacer girar cada una de las siguientes figuras planas alrededor del eje indicado:**

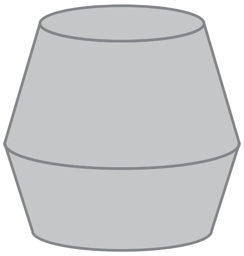
a)



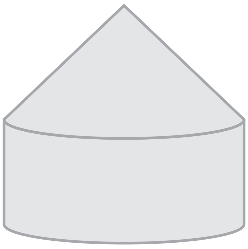
b)



a)

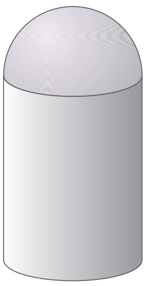


b)

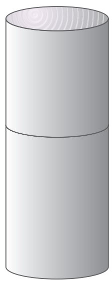


35 **¿Cuáles de los siguientes cuerpos de revolución tienen desarrollo plano?**

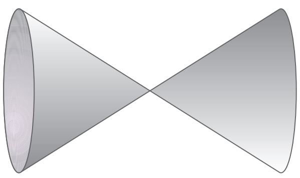
a)



b)



c)



a) No tiene, puesto que la semiesfera no tiene desarrollo plano.

b) Aunque cada cilindro tiene desarrollo plano, el cuerpo compuesto por los dos no tiene pues es imposible abrir el cuero y extenderlo sobre una superficie plana sin que se superponga una superficie sobre otra.

c) Sí tiene desarrollo plano, que consiste en los desarrollos de ambos conos unidos por el vértice común.

36 **Un cuerpo de revolución cualquiera puede tener desarrollo plano o no. Describe de qué cuerpos de revolución de los que has estudiado en esta Unidad tiene que estar compuesto para que tenga desarrollo plano.**

Puede estar compuesto de cilindros y conos, pero de forma que las bases coincidan. En ningún caso puede incluir una esfera o semiesfera, ya que éstas no tienen desarrollo plano.

MEDIDAS

37 **Halla la altura de un cono cuya generatriz mida 5 cm y el radio de la base sea 3 cm.**

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{g^2 - r^2} \Leftrightarrow h = \sqrt{5^2 - 3^2} \Leftrightarrow h = 4$ cm

38 **Halla la generatriz de un cilindro sabiendo que la altura es 12 cm y el radio de la base 4 cm.**

La generatriz tiene la misma medida que la altura: 12 cm.

39 **Sabiendo que la generatriz de un cono mide 10 cm y el radio de la base 6 cm, halla su altura.**

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{g^2 - r^2} \Leftrightarrow h = \sqrt{10^2 - 6^2} \Leftrightarrow h = 8$ cm

40 **Compara el radio de la base de los dos conos que se describen en cada apartado:**

a) Cono 1: *h* = 10 cm *g* = 14 cm
Cono 2: *h* = 8 cm *g* = 9,8 cm

b) Cono 1: *h* = 60 cm *g* = 1 m
Cono 2: *h* = 80 cm *g* = 90 cm

a) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

Para el cono 1:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{g^2 - h^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{14^2 - 10^2} \Leftrightarrow r = 9,79$ cm

Para el cono 2:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{g^2 - h^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{9,8^2 - 8^2} \Leftrightarrow r = 5,66$ cm

b) Aplicamos el teorema de Pitágoras:

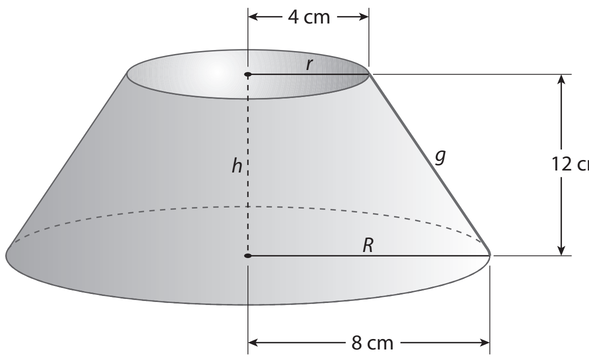
Para el cono 1:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{g^2 - h^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{1^2 - 0,6^2} \Leftrightarrow r = 0,8$ m

Para el cono 2:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{g^2 - h^2} \Leftrightarrow r = \sqrt{90^2 - 80^2} \Leftrightarrow r = 41,23$ m

41 **Halla la generatriz de un tronco de cono cuya altura mide 12 cm y los radios de ambas bases miden 8 cm y 4 cm.**



$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow g = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow g = \sqrt{12^2 + 4^2} \Leftrightarrow g = 12,65$ cm

42 **¿Cuál es la altura de un tronco de cono si su generatriz mide 20 cm y los radios de las bases son 12 cm y 9 cm?**

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{g^2 - r^2} \Leftrightarrow h = \sqrt{20^2 - 3^2} \Leftrightarrow h = 19{,}77 \text{ cm}$

43 **Halla el área lateral y el área total de un cilindro de 2 m de altura y 30 cm de radio de la base.**

$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h \Leftrightarrow A_{lateral} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3 \cdot 2 = 3{,}77 \text{ m}$

$A_{total} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_{total} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3 \cdot 2 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3^2 \Leftrightarrow A_{total} = 4{,}34 \text{ m}^2$

44 **Halla el área total de un cilindro de altura 55 cm y diámetro de la base 20 cm.**

$A_{total} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot \pi \cdot r^2$

$A_{total} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 55 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 = 4\,082 \text{ cm}^2$

45 **Calcula el área total de un cono que tiene 15 cm de radio de la base y generatriz de 20 cm.**

$A_{total} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$

$A_{total} = 3{,}14 \cdot 15 \cdot 20 + 3{,}14 \cdot 15^2 \Leftrightarrow A_{total} = 1\,648{,}5 \text{ cm}^2$

46 **Halla el área lateral y el área total de un cono cuya generatriz mide 60 cm y el diámetro de la base es 30 cm.**

$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g \Leftrightarrow A_{lateral} = 3{,}14 \cdot 15 \cdot 60 = 2\,826 \text{ cm}^2$

$A_{total} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2$

$A_{total} = 2\,826 + 3{,}14 \cdot 15^2 \Leftrightarrow A_{total} = 3\,532{,}5 \text{ cm}^2$

47 **¿Cuál es el área de una esfera de radio 40 cm?**

$A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$

$A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot 40^2 \Leftrightarrow A_{esfera} = 20\,096 \text{ cm}^2$

48 **Halla el área y el volumen de una esfera de diámetro 1,5 m.**

$A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Leftrightarrow A_{esfera} = 4 \cdot \pi \cdot 0{,}75^2 \Leftrightarrow A_{esfera} = 7{,}04 \text{ cm}^2$

$V_{esfera} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \Leftrightarrow V_{esfera} = \dfrac{4 \cdot \pi \cdot 0{,}75^3}{3} = 1{,}76 \text{ cm}^3$

49 **Halla el volumen de un cilindro cuya altura sea de 5 m y su radio de la base de 2 m.**

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V = \pi \cdot 2^2 \cdot 5 = 62{,}80 \text{ m}^3$

50 **Un colador en forma de cono tiene una base de radio 5 cm y una altura de 14 cm. ¿Cuánta cantidad de líquido puedo colar de una vez?**

$V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \Leftrightarrow V = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 14}{3} = 366{,}33 \text{ cm}^3$

51 **El volumen de un cono es 30 cm³. Sabiendo que el área de la base es 18 cm², calcula su altura.**

$V = A_{base} \cdot \dfrac{h}{3} \Leftrightarrow h = \dfrac{V \cdot 3}{A_{base}} \Leftrightarrow h = \dfrac{30 \cdot 3}{18} = 5 \text{ cm}$

52 **Un cilindro tiene de altura 15 cm y de radio de la base 3 cm. Un cono tiene también de altura 15 cm y de radio de la base 3 cm. Halla el volumen de los dos cuerpos. ¿Qué relación tienen los dos números entre sí?**

(Orientación: observa y compara las dos expresiones para calcular los volúmenes.)

$V_{cono} = \dfrac{V_{cilindro}}{3}$

$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V_{cilindro} = \pi \cdot 3^2 \cdot 15 \Leftrightarrow V_{cilindro} = 423{,}90 \text{ cm}^3$

$V_{cono} = \dfrac{V_{cilindro}}{3} \Leftrightarrow V_{cono} = \dfrac{423{,}90}{3} = 141{,}30 \text{ cm}^3$

53 **En una caja con forma de cilindro de altura 30 cm y radio de la base 5 cm se guardan tres pelotas de diámetro 10 cm. Calcula el volumen de la parte de la caja que queda desocupada.**

$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V_{cilindro} = \pi \cdot 5^2 \cdot 30 \Leftrightarrow V_{cilindro} = 2\,355 \text{ cm}^3$

$V_{3\,pelotas} = 3 \cdot \dfrac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} \Leftrightarrow V_{3\,pelotas} = 4 \cdot \pi \cdot 5^3 = 1\,570 \text{ cm}^3$

$V_{desocupado} = V_{cilindro} - V_{3\,pelotas} = 2\,355 - 1\,570 = 785 \text{ cm}^3$

54 **En una caja con forma de cilindro de 1 m de alto y 30 cm de diámetro se guarda un cono de 1 m de alto y 30 cm de diámetro de la base. Calcula el volumen de la parte de la caja que queda desocupada.**

$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V_{cilindro} = \pi \cdot 15^2 \cdot 100 = 70\,650 \text{ m}^3$

$V_{cono} = \dfrac{V_{cilindro}}{3} \Leftrightarrow V_{cono} = \dfrac{70\,650}{3} = 23\,550 \text{ m}^3$

$V_{desocupado} = V_{cilindro} - V_{cono} = 70\,650 - 23\,550 = 47\,100 \text{ m}^3$

55 **Calcula y compara la cantidad máxima de agua que pueden contener cada uno de los siguientes vasos:**

a) Uno de ellos tiene forma de cilindro de altura 15 cm y radio de la base 3 cm.

b) El otro tiene forma de tronco de cono obtenido al seccionar un cono imaginario de altura 20 cm por un plano paralelo a la base a 5 cm de distancia del vértice. Los radios de las bases del tronco son 2 y 4 cm.

a) $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Leftrightarrow V_{cilindro} = \pi \cdot 3^2 \cdot 15 \Leftrightarrow V_{cilindro} = 423{,}9 \text{ cm}^3$

b) $V_{tronco\,cono} = V_{cono\,grande} - V_{cono\,pequeño} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow V = \dfrac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3} - \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$

$V = \dfrac{\pi \cdot 4^2 \cdot 20}{3} - \dfrac{\pi \cdot 2^2 \cdot 5}{3} = 314 \text{ cm}^3$

56 Un cono de altura 20 cm y cuyo radio de la base es 4 cm, se corta paralelamente a la base suprimiendo así un cono de altura 5 cm. Sabiendo que el radio de la base del cono suprimido es 1 cm, calcula la generatriz de ambos conos. Halla también el área lateral y total del tronco de cono obtenido al cortar.

Para calcular la generatriz aplicamos el teorema de Pitágoras.

Para el cono grande:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow g = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow g = \sqrt{20^2 + 4^2} \Leftrightarrow g = 20{,}39 \text{ cm}$

Para el cono pequeño:

$g^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow g = \sqrt{h^2 + r^2} \Leftrightarrow g = \sqrt{5^2 + 1^2} \Leftrightarrow g = 5{,}1 \text{ cm}$

$A_{lateral} = \pi \cdot R \cdot G - \pi \cdot r \cdot g$

$A_{lateral} = \pi \cdot 4 \cdot 20{,}39 - \pi \cdot 1 \cdot 5{,}1 \Leftrightarrow A_{lateral} = 240{,}08 \text{ cm}^2$

$A_{total} = \pi \cdot R \cdot G - \pi \cdot r \cdot g + \pi\ R^2 + \pi \cdot r^2$

$A_{total} = \pi \cdot 4 \cdot 20{,}39 - \pi \cdot 1 \cdot 5{,}1 + \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 1^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A_{total} = 293{,}46 \text{ cm}^2$

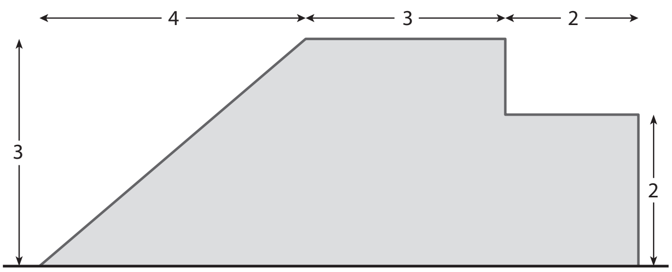
57 Halla el volumen del tronco de cono del ejercicio anterior.

$V_{tronco\ cono} = V_{cono\ grande} - V_{cono\ pequeño}$

$$V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{3} - \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 20}{3} - \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot 5}{3} = 329{,}70 \text{ cm}^3$$

58 Halla el volumen del cuerpo de revolución que se obtiene al hacer girar la figura plana alrededor del eje (las unidades se expresan en metros):



Para calcular el volumen del cuerpo compuesto, lo dividimos en dos cilindros y un cono.

Volumen del cilindro pequeño $= 2^2 \cdot \pi \cdot 2 = 25{,}1 \text{ m}^3$

Volumen del cilindro grande $= 3^2 \cdot \pi \cdot 3 = 84{,}8 \text{ m}^3$

Volumen del cono $= \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot 4}{3} = 12 \cdot \pi = 37{,}7 \text{ m}^3$

El volumen del cuerpo total es la suma de los tres volúmenes calculados:

Volumen del cuerpo $= 25{,}1 + 84{,}8 + 37{,}7 = 147{,}6 \text{ m}^3$

59 Halla el área del cuerpo de revolución del ejercicio anterior.

Para calcular el área lo dividimos en tres cuerpos: un cilindro pequeño, un cilindro grande y un cono, teniendo en cuenta que la base del cono y una de las bases del cilindro grande quedan en el interior del cuerpo, luego no hay que sumarlas para calcular el total. También una de las bases del cilindro pequeño queda en el interior, así que tampoco debe sumarse. Por último, hay que considerar que la base del cilindro grande por la que se une al cilindro pequeño sólo queda en el exterior parcialmente; para ser exactos, una corona circular de radios 3 y 2 m.

La generatriz del cono puede calcularse utilizando el teorema de Pitágoras, sabiendo que la altura es 4 y el radio 3:

$$g = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

Área del cuerpo = Área lateral del cono + Área lateral del cilindro grande + Área lateral del cilindro pequeño + Área de una base del cilindro pequeño + Área de la corona circular =

$$\pi \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 2 + \pi \cdot 2^2 + 5 \cdot \pi =$$

$$= 47{,}1 + 56{,}5 + 25{,}1 + 12{,}6 + 15{,}7 = 157 \text{ m}^2$$

60 Una torre está formada por un cilindro de altura 4 m y radio de la base 1,2 m, sobre la que se apoya un cono con el mismo radio de la base y altura 1,5 m. Halla el área y el volumen de la torre, teniendo en cuenta que, las ventanas y la puerta ocupan en total una superficie de 5 m².

a) Área de la torre = Área lateral del cilindro + Área lateral del cono – 5.

En primer lugar calculamos la generatriz del cono utilizando el teorema de Pitágoras, sabiendo que la altura es 1,5 y el radio 1,2:

$$g = \sqrt{1{,}5^2 + 1{,}2^2} = \sqrt{3{,}69} = 1{,}9 \text{ m}$$

Área de la torre:

$2 \cdot \pi \cdot 1{,}2 \cdot 4 + \pi \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}9 - 5 = 30{,}1 + 7{,}2 - 5 = 32{,}3 \text{ m}^2$

b) Volumen de la torre = Volumen del cilindro + Volumen del cono.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h + \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \Leftrightarrow V = \pi \cdot 1{,}2^2 \cdot 4 + \frac{\pi \cdot 1{,}2^2 \cdot 1{,}5}{3} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow V = 20{,}35 \text{ m}^3$