

## EJERCICIOS

**1** Indica si las siguientes igualdades entre expresiones algebraicas son identidades o ecuaciones:

- a)  $x + 2 = 7$                       b)  $0x = 0$   
 c)  $6x = 48$                          d)  $5x = 12x - 7x$   
 e)  $2x + 6 = 2(x + 3)$             f)  $x^2 = 25$   
 g)  $x + 6 = 2x$                         h)  $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$

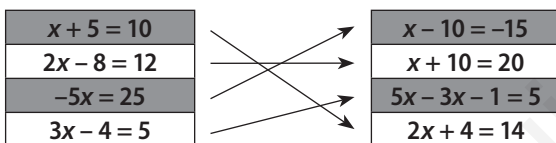
Identidades: b, d, e, h.      Ecuaciones: a, c, f, g.

**2** Pon un ejemplo en cada uno de los siguientes casos:

- a) Una ecuación de primer grado con una incógnita.  
 b) Una ecuación de segundo grado con una incógnita.  
 c) Una identidad.  
 d) Una ecuación incompatible.

- a)  $3x = 2$                                 b)  $x^2 - 9 = 0$   
 c)  $(x - 1) \cdot (x + 1) = x^2 - 1$       d)  $x + 2 = x + 3$

**3** Copia en tu cuaderno y une entre sí las ecuaciones que son equivalentes:



**4** Indica qué cálculos haces para obtener la ecuación equivalente de la ecuación inicial:

a) Ecuación inicial:  $2x + 10 = 26$ .

Ecuación equivalente:  $x + 5 = 13$ .

b) Ecuación inicial:  $5x - 10 = 15$ .

Ecuación equivalente:  $5x - 3 = 22$ .

a) Dividir entre 2 los dos miembros.

b) Sumar 7 a los dos miembros.

**5** Resuelve las ecuaciones:

- a)  $2x + 7 = 5x - 5$                       b)  $6x + 5 = -5 + 4x$   
 c)  $5(2x + 4) + 10 = 5x$               d)  $2(x - 3) = 5(x - 2) + 4$   
 e)  $4(2 - x) + 10 = 2(1 - x)$         f)  $x - 2(x - 4) = 3(4x - 10)$

- a)  $2x + 7 = 5x - 5$   
 $2x - 5x = -5 - 7$   
 $-3x = -12$   
 $x = 4$
- b)  $6x + 5 = -5 + 4x$   
 $6x - 4x = -5 - 5$   
 $2x = -10$   
 $x = -5$
- c)  $5(2x + 4) + 10 = 5x$   
 $10x + 20 + 10 = 5x$   
 $10x - 5x = -20 - 10$   
 $5x = -30$   
 $x = -6$
- d)  $2(x - 3) = 5(x - 2) + 4$   
 $2x - 6 = 5x - 10 + 4$   
 $2x - 5x = -10 + 4 + 6$   
 $-3x = 0$   
 $x = 0$

- e)  $4(2 - x) + 10 = 2(1 - x)$   
 $8 - 4x + 10 = 2 - 2x$   
 $-4x + 2x = 2 - 8 - 10$   
 $-2x = -16$   
 $x = 8$
- f)  $x - 2(x - 4) = 3(4x - 10)$   
 $x - 2x + 8 = 12x - 30$   
 $x - 2x - 12x = -30 - 8$   
 $-13x = -38$   
 $x = \frac{38}{13}$

**6** Resuelve estas ecuaciones:

- a)  $\frac{x}{6} = x + 5$                               b)  $\frac{5x + 3}{9} = \frac{3x - 5}{2}$
- c)  $\frac{2(x + 5)}{5} - 3(x + 4) = \frac{-x}{10}$
- a)  $\frac{x}{6} = x + 5 \Leftrightarrow x = 6x + 30 \Leftrightarrow x - 6x = 30 \Leftrightarrow -5x = 30 \Leftrightarrow \Leftrightarrow x = -6$
- b)  $\frac{5x + 3}{9} = \frac{3x - 5}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot (5x + 3) = 9 \cdot (3x - 5) \Leftrightarrow \Leftrightarrow 10x + 6 = 27x - 45 \Leftrightarrow 10x - 27x = -45 - 6 \Leftrightarrow \Leftrightarrow -17x = -51 \Leftrightarrow x = \frac{-51}{-17} \Leftrightarrow x = 3$
- c)  $\frac{2(x + 5)}{5} - 3(x + 4) = \frac{-x}{10} \Leftrightarrow \frac{2x + 10}{5} - 3x - 12 = \frac{-x}{10} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (2x + 10)}{10} - \frac{30x}{10} - \frac{120}{10} = \frac{-x}{10} \Leftrightarrow \Leftrightarrow 4x + 20 - 30x - 120 = -x \Leftrightarrow 4x - 30x + x = -20 + 120 \Leftrightarrow \Leftrightarrow -25x = 100 \Leftrightarrow x = -\frac{100}{25} \Leftrightarrow x = -4$

**7** Indica cuáles de las siguientes ecuaciones son de segundo grado con una incógnita:

- a)  $x + 2y = 5$                               b)  $x^2 - 7x = 16$   
 c)  $x^2 + y = 12$                              d)  $x^2 - 16 = 0$   
 e)  $x^2 = 3x$                                  f)  $2x + 5 = 3x - 2$

b), d), e).

**8** Resuelve las ecuaciones de segundo grado con una incógnita:

- a)  $x^2 = 25$                                       b)  $x^2 - 16 = 0$   
 c)  $2x^2 - 128 = 0$                             d)  $x^2 - 5x = 0$   
 e)  $2x^2 + 4x = 0$                             f)  $3x^2 - 6x = 0$
- a)  $x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$
- b)  $x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \Leftrightarrow x = \pm 4$
- c)  $2x^2 - 128 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 128 \Leftrightarrow x^2 = 64 \Leftrightarrow x = \sqrt{64} \Leftrightarrow x = \pm 8$
- d)  $x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 5$
- e)  $2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow 2x(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -2$
- f)  $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$

**9** En la clase de 2.º A el número de chicos es el doble que el de chicas. Si la clase tiene 30 alumnos en total, ¿cuántos chicos y chicas hay en la clase?

Sea  $x$  el número de chicas:

$$x + 2x = 30 \Leftrightarrow 3x = 30 \Leftrightarrow x = 10$$

Hay 10 chicas y 20 chicos.

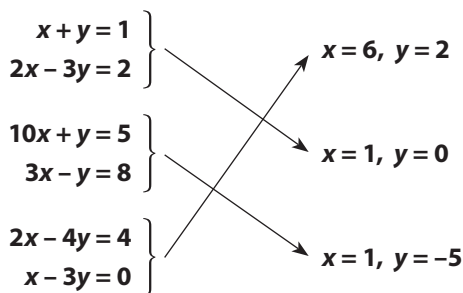
**10** Un jardín tiene forma rectangular y es el doble de largo que de ancho. Si la superficie total del jardín es de  $98 \text{ m}^2$ , ¿cuáles son las dimensiones del jardín?

Sea  $x$  los metros del ancho:

$$x \cdot 2x = 98 \Leftrightarrow 2x^2 = 98 \Leftrightarrow x = 7$$

Mide 7 m de ancho y 14 m de largo.

**11** Copia en tu cuaderno y asocia cada sistema de ecuaciones con su solución:



**12** Construye un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas que tenga por solución  $x = 1$ ,  $y = 5$ .

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 4x + y = 9 \end{cases}$$

**13** Benjamín ha comprado tres camisas y dos corbatas y ha pagado en total por la compra 140 €. Si el precio de una camisa y una corbata es 55 €, plantea el sistema de ecuaciones que permite calcular el precio de una camisa y el precio de una corbata.

Sea  $x$  el precio de una camisa y  $y$  el precio de una corbata,

entonces: 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 140 \\ x + y = 55 \end{cases}$$

**14** Resuelve por el método de sustitución estos sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ -x + 3y = 1 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 4x + y = -10 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$$

a) 
$$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ -x + 3y = 1 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = 3y - 1$ .

Se sustituye el valor de  $x$  en la primera ecuación:

$$2(3y - 1) - 5y = -1$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$2(3y - 1) - 5y = -1 \Leftrightarrow 6y - 2 - 5y = -1 \Leftrightarrow y = 1$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$  sustituyendo en la expresión:  $x = 3y - 1$ .

$$x = 3 \cdot 1 - 1 \Leftrightarrow x = 2$$

b) 
$$\begin{cases} 4x + y = -10 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = \frac{-12 + 3y}{2}$

Se sustituye el valor de  $x$  en la primera ecuación:

$$4 \cdot \frac{-12 + 3y}{2} + y = -10$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$4 \cdot \frac{-12 + 3y}{2} + y = -10 \Leftrightarrow 2(-12 + 3y) + y = -10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -24 + 6y + y = -10 \Leftrightarrow -24 + 7y = -10 \Leftrightarrow y = 2$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$  sustituyendo en la expresión:  $x = \frac{-12 + 3y}{2}$ .

$$x = \frac{-12 + 3 \cdot 2y}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-12 + 6}{2} \Leftrightarrow x = -3$$

c) 
$$\begin{cases} x + 3y = -2 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la primera ecuación:  $x = -3y - 2$ .

Se sustituye el valor de  $x$  en la segunda ecuación:

$$4(-3y - 2) - 3y = 7$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$4(-3y - 2) - 3y = 7 \Leftrightarrow -12y - 8 - 3y = 7 \Leftrightarrow y = -1$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$  sustituyendo en la expresión:  $x = -3y - 2$ .

$$x = -3 \cdot (-1) - 2 \Leftrightarrow x = 1$$

d) 
$$\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la primera ecuación:  $x = \frac{8 - 2y}{5}$

Se sustituye el valor de  $x$  en la segunda ecuación:

$$3 \cdot \frac{8 - 2y}{5} - 2y = -8$$

# 6 ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

<http://www.McGraw-Hill.es>

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$3 \cdot \frac{8-2y}{5} - 2y = -8 \Leftrightarrow \frac{24-6y}{5} - 2y = -8 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 24 - 6y - 10y = -40 \Leftrightarrow -16y = -64 \Leftrightarrow y = 4$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$  sustituyendo en la expresión:  $x = \frac{8-2y}{5}$

$$x = \frac{8-2 \cdot 4}{5} \Leftrightarrow x = \frac{8-8}{5} \Leftrightarrow x = 0$$

**15 Resuelve por el método de igualación los sistemas de ecuaciones:**

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ 2x - 3y = -11 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x - 2y = -18 \\ -x + 6y = 32 \end{array} \right\}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x + 3y = -2 \\ 4x - 3y = 7 \end{array} \right\} \quad \text{d) } \left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -8 \end{array} \right\}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 2 \\ 2x - 3y = -11 \end{array} \right\}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = \frac{2-2y}{4} \quad x = \frac{-11+3y}{2}$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$\frac{2-2y}{4} = \frac{-11+3y}{2}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\frac{2 \cdot (2-2y)}{4 \cdot 2} = \frac{4 \cdot (-11+3y)}{2 \cdot 4} \Leftrightarrow 4 - 4y = -44 + 12y \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -4y - 12y = -44 - 4 \Leftrightarrow -16y = -48 \Leftrightarrow y = 3$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

$$\text{en: } x = \frac{2-2y}{4} \\ x = \frac{2-2 \cdot 3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{2-6}{4} \Leftrightarrow x = -1$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 4x - 2y = -18 \\ -x + 6y = 32 \end{array} \right\}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = \frac{-18+2y}{4} \quad x = \frac{32-6y}{-1}$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$\frac{-18+2y}{4} = \frac{32-6y}{-1}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\frac{-1 \cdot (-18+2y)}{4 \cdot (-1)} = \frac{4 \cdot (32-6y)}{-1 \cdot 4} \Leftrightarrow 18 - 2y = 128 - 24y \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -2y + 24y = 128 - 18 \Leftrightarrow 22y = 110 \Leftrightarrow y = 5$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

$$\text{en: } x = \frac{-18+2y}{4} \\ x = \frac{-18+2 \cdot 5}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-18+10}{4} \Leftrightarrow x = -2$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x + 3y = -2 \\ 4x - 3y = 7 \end{array} \right\}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = -2 - 3y \quad x = \frac{7+3y}{4}$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$-2 - 3y = \frac{7+3y}{4}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$-2 - 3y = \frac{7+3y}{4} \Leftrightarrow -8 - 12y = 7 + 3y \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -12y - 3y = 7 + 8 \Leftrightarrow -15y = 15 \Leftrightarrow y = -1$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

$$\text{en: } x = -2 - 3y \\ x = -2 - 3 \cdot (-1) \Leftrightarrow x = -2 + 3 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -8 \end{array} \right\}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = \frac{8-2y}{5} \quad x = \frac{-8+2y}{3}$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$\frac{8-2y}{5} = \frac{-8+2y}{3}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\frac{8-2y}{5} = \frac{-8+2y}{3} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot (8-2y)}{5 \cdot 3} = \frac{5 \cdot (-8+2y)}{3 \cdot 5} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 24 - 6y = -40 + 10y \Leftrightarrow -6y - 10y = -40 - 24 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -16y = -64 \Leftrightarrow y = 4$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

$$\text{en: } x = \frac{8-2y}{5} \\ x = \frac{8-2 \cdot 4}{5} \Leftrightarrow x = \frac{8-8}{5} \Leftrightarrow x = 0$$

**16 Resuelve por el método de reducción los sistemas de ecuaciones:**

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ -x - 4y = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} -x + 2y = 8 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - 4y = -12 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ -x - 4y = 7 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $x$ , los coeficientes de  $x$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la segunda ecuación por 5.

$$\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ -5x - 20y = 35 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ -5x - 20y = 35 \end{cases} \\ \hline -17y = 34 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} 5x + 3y = -1 \\ -17y = 34 \end{cases}$$

Se despeja  $y$  en la segunda ecuación:  $y = -2$

Para calcular  $x$  se sustituye el valor obtenido de  $y$  en la primera ecuación:

$$5x + 3y = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-1 - 3y}{5} \Leftrightarrow x = \frac{-1 - 3 \cdot (-2)}{5} \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + 2y = 8 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $x$ , los coeficientes de  $x$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la primera ecuación por 2.

$$\begin{cases} -2x + 4y = 16 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -2x + 4y = 16 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \\ \hline 3y = 18 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} -2x + 4y = 16 \\ 3y = 18 \end{cases}$$

Se despeja  $y$  en la segunda ecuación:  $y = 6$

Para calcular  $x$  se sustituye el valor obtenido de  $y$  en la primera ecuación:

$$-2x + 4y = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16 - 4y}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{16 - 4 \cdot 6}{-2} \Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - 4y = -12 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $y$ , los coeficientes de  $y$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la primera ecuación por 2.

$$\begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ x - 4y = -12 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ x - 4y = -12 \end{cases} \\ \hline 7x = 0 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ 7x = 0 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = 0$

Para calcular  $y$  se sustituye el valor obtenido de  $x$  en la primera ecuación:

$$6x + 4y = 12 \Leftrightarrow y = \frac{12 - 6x}{4} \Leftrightarrow y = \frac{12 - 6 \cdot 0}{4} \Leftrightarrow y = 3$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $y$ , los coeficientes de  $y$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la primera ecuación por 2 y la segunda ecuación por 3:

$$\begin{cases} 4x - 6y = 16 \\ 9x + 6y = -3 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 4x - 6y = 16 \\ 9x + 6y = -3 \end{cases} \\ \hline 13x = 13 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} 4x - 6y = 16 \\ 13x = 13 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = 1$

Para calcular  $y$  se sustituye el valor obtenido de  $x$  en la primera ecuación:

$$4x - 6y = 16 \Leftrightarrow y = \frac{16 - 4x}{-6} \Leftrightarrow y = \frac{16 - 4 \cdot 1}{-6} \Leftrightarrow y = -2$$

## EJERCICIOS PROPUESTOS

### ECUACIÓN E IDENTIDAD

**1**   Indica si las siguientes igualdades entre expresiones algebraicas son identidades o ecuaciones:

- a)  $2x + 5 = 11$                       b)  $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$   
 c)  $7x = -4x + 11x$                 d)  $4x + 12 = 2(2x + 6)$   
 e)  $x^2 = 49$                             f)  $7x + 2 = 4x + 14$

Ecuaciones: a), e), f).

Identidades: b), c), d).

**2**   Resuelve mentalmente las ecuaciones:

- a)  $x + 7 = 12$                             b)  $24x = 120$   
 c)  $4y - 4 = 12$                         d)  $x + 6 = 2x$   
 a) 5                      b) 5                      c) 4                      d) 6

**3**   Resuelve mentalmente las ecuaciones:

- a)  $x + 9 = 15$                             b)  $2x = 24$   
 c)  $5y - 4 = 16$                         d)  $2x - 14 = 4$   
 a) 6                      b) 12                      c) 4                      d) 9

**4**   Identifica qué tipo de ecuación son las siguientes:

- a)  $2x + 7 = x - 5$                       b)  $x^2 + 7x = 6$   
 c)  $x + y = 12$                             d)  $y - 11 = 2(y - 3)$   
 e)  $y^2 = 36$

- a) Primer grado con una incógnita.  
 b) Segundo grado con una incógnita.  
 c) Primer grado con dos incógnitas.  
 d) Primer grado con una incógnita.  
 e) Segundo grado con una incógnita.

### ECUACIONES EQUIVALENTES

**5**   Escribe tres ecuaciones de primer grado con una incógnita que tengan como solución  $x = 5$ .

- a)  $x - 5 = 0$                       b)  $2 \cdot x - 3 = x + 2$                       c)  $2 \cdot x = 10$

**6**   Escribe tres ecuaciones de primer grado con una incógnita que tengan como solución  $x = 0$ .

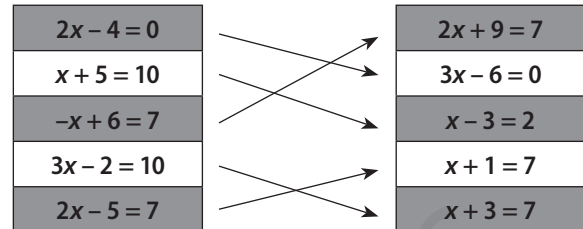
- a)  $2x - 3 = x - 3$                       b)  $10 \cdot x = 0$                       c)  $x + 7 = 7$

**7**   Escribe tres ecuaciones de primer grado con una incógnita que no tengan solución.

- a)  $2 + x = 3 + x$                       b)  $2 \cdot (x - 3) = 2x + 4$

c)  $\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}(x + 1)$

**8**   Copia en tu cuaderno y relaciona las ecuaciones equivalentes:



**9**   Indica qué cálculo tienes que realizar para obtener la ecuación equivalente a la ecuación inicial:

a) Ecuación inicial:  $4x - 10 = 26 + x$

Ecuación equivalente:  $3x = 36$

b) Ecuación inicial:  $7x + 14 = 63$

Ecuación equivalente:  $7x - 3 = 46$

c) Ecuación inicial:  $2x = 10$

Ecuación equivalente:  $4x - 5 = 15$

- a) Sumar 10 y restar  $x$  a los dos miembros.  
 b) Restar 17 a los dos miembros.  
 c) Multiplicar por 2 y restar 5 a los dos miembros.

### ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

**10**   Resuelve las ecuaciones:

- a)  $6x + 2 = 7x - 1$                       b)  $5x - 3 = 3x + 7$   
 c)  $-2x + 5 = 4x + 11$                       d)  $2x + 4 = 6x - 3$

- a)  $6x + 2 = 7x - 1 \Leftrightarrow 6x - 7x = -1 - 2 \Leftrightarrow -x = -3 \Leftrightarrow x = 3$   
 b)  $5x - 3 = 3x + 7 \Leftrightarrow 5x - 3x = 7 + 3 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5$   
 c)  $-2x + 5 = 4x + 11 \Leftrightarrow -4x - 2x = 11 - 5 \Leftrightarrow -6x = 6 \Leftrightarrow x = -1$   
 d)  $2x + 4 = 6x - 3 \Leftrightarrow 2x - 6x = -3 - 4 \Leftrightarrow -4x = -7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$

**11**   Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a)  $2(x + 5) = 3x - 2$   
 b)  $-3(2x - 4) = -2(4x - 3)$   
 c)  $2(x - 6) + 7 = 4x - 17$   
 d)  $5(x + 4) - (x + 3) = 2x - 3$   
 a)  $2(x + 5) = 3x - 2 \Leftrightarrow 2x + 10 = 3x - 2 \Leftrightarrow 2x - 3x = -2 - 10 \Leftrightarrow -x = -12 \Leftrightarrow x = 12$   
 b)  $-3(2x - 4) = -2(4x - 3) \Leftrightarrow -6x + 12 = -8x + 6 \Leftrightarrow -6x + 8x = 6 - 12 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$   
 c)  $2(x - 6) + 7 = 4x - 17 \Leftrightarrow 2x - 12 + 7 = 4x - 17 \Leftrightarrow 2x - 4x = -17 - 7 + 12 \Leftrightarrow -2x = -12 \Leftrightarrow x = 6$   
 d)  $5(x + 4) - (x + 3) = 2x - 3 \Leftrightarrow 5x + 20 - x - 3 = 2x - 3 \Leftrightarrow 5x - x - 2x = -3 - 20 + 3 \Leftrightarrow 2x = -20 \Leftrightarrow x = -10$

**12**  Resuelve las ecuaciones:

a)  $4(x - 6) + 4 = 2x - 4$

b)  $2 - 6x = 5x - 10x$

c)  $7x - 1 = -5x + 5$

d)  $x - 5 + 9(2 - x) = 3(-4 - x)$

e)  $2(x - 4) - 3(x + 5) = 5(x - 1)$

f)  $11(x - 1) - 5(x + 1) = 2(x + 14)$

g)  $7(3x + 5) - 10x + 9 = 0$

a)  $4(x - 6) + 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow 4x - 24 + 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x - 2x = -4 + 24 - 4 \Leftrightarrow 2x = 16 \Leftrightarrow x = 8$

b)  $2 - 6x = 5x - 10x \Leftrightarrow -6x + 5x = -2 \Leftrightarrow x = 2$

c)  $7x - 1 = -5x + 5 \Leftrightarrow 7x + 5x = 5 + 1 \Leftrightarrow 12x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

d)  $x - 5 + 9(2 - x) = 3(-4 - x) \Leftrightarrow -5 + 18 - 9x = -12 - 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -9x + 3x = -12 + 5 - 18 \Leftrightarrow -6x = -25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{6}$

e)  $2(x - 4) - 3(x + 5) = 5(x - 1) \Leftrightarrow 2x - 8 - 3x - 15 = 5x - 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x - 3x - 5x = -5 + 8 + 15 \Leftrightarrow -6x = 18 \Leftrightarrow x = -3$

f)  $11(x - 1) - 5(x + 1) = 2(x + 14) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 11x - 11 - 5x - 5 = 2x + 28 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 11x - 5x - 2x = 28 + 11 + 5 \Leftrightarrow 4x = 44 \Leftrightarrow x = 11$

g)  $7(3x + 5) - 10x + 9 = 0 \Leftrightarrow 21x + 35 - 10x + 9 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 21x - 10x = -35 - 9 \Leftrightarrow 11x = -44 \Leftrightarrow x = -4$

**13**  Resuelve la ecuación:  $2x + 3 = 2(x + 3)$

¿Cuántas soluciones tiene?

$2x + 3 = 2(x + 3) \Leftrightarrow 2x + 3 = 2x + 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x - 2x = 6 - 3 \Leftrightarrow 0x = 3$

No tiene solución.

**14**  Resuelve las ecuaciones:

a)  $\frac{x}{2} + 5 = 2(x - 2)$

b)  $6x + 3 = \frac{7x + 4}{4} + 2$

c)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = x - 5$

d)  $2x + 1 = -3\left(\frac{x}{9} + 2\right)$

e)  $\frac{x}{2} + 5 = 2(x - 3) + 2$

f)  $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} - 6 = 3(x - 8)$

a)  $\frac{x}{2} + 5 = 2(x - 2) \Leftrightarrow \frac{x}{2} + 5 = 2x - 4 \Leftrightarrow x + 10 = 4x - 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 4x = -8 - 10 \Leftrightarrow -3x = -18 \Leftrightarrow x = 6$

b)  $6x + 3 = \frac{7x + 4}{4} + 2 \Leftrightarrow 24x + 12 = 7x + 4 + 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24x - 7x = 12 - 12 \Leftrightarrow 17x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

c)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = x - 5 \Leftrightarrow \frac{4x}{12} + \frac{6x}{12} - \frac{3x}{12} = \frac{12x - 60}{12} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + 6x - 3x = 12x - 60 \Leftrightarrow -5x = -60 \Leftrightarrow x = 12$

d)  $2x + 1 = -3\left(\frac{x}{9} + 2\right) \Leftrightarrow 18x + 9 = -3x - 54 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 18x + 3x = -54 - 9 \Leftrightarrow 21x = -63 \Leftrightarrow x = \frac{-63}{21} = -3$

e)  $\frac{x}{2} + 5 = 2(x - 3) + 2 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + 5 = 2x - 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 10 = 4x - 12 \Leftrightarrow x - 4x = -12 - 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x = -22 \Leftrightarrow x = \frac{22}{3}$

f)  $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} - 6 = 3(x - 8) \Leftrightarrow \frac{x}{4} + \frac{x}{2} - 6 = 3x - 24 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 2x - 24 = 12x - 96 \Leftrightarrow -13x = -72 \Leftrightarrow x = \frac{72}{13}$

**15**  Resuelve las ecuaciones:

a)  $\frac{x}{7} = 2x$

b)  $\frac{x + 4}{5} = \frac{15x - 4}{11}$

c)  $2x + 4 = \frac{6x + 12}{4} + \frac{1}{2}$

d)  $\frac{3x + 5}{2} + 4 = \frac{2x - 1}{3} - 6$

e)  $\frac{2x - 1}{3} - \frac{13}{6} = \frac{2(x - 2)}{4}$

a)  $\frac{x}{7} = 2x \Leftrightarrow x = 14x \Leftrightarrow x - 14x = 0 \Leftrightarrow -13x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

b)  $\frac{x + 4}{5} = \frac{15x - 4}{11} \Leftrightarrow \frac{11 \cdot (x + 4)}{5 \cdot 11} = \frac{5 \cdot (15x - 4)}{11 \cdot 5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 11x + 44 = 75x - 20 \Leftrightarrow 11x - 75x = -20 - 44 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -64x = -64 \Leftrightarrow x = 1$

c)  $2x + 4 = \frac{6x + 12}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4 \cdot (2x + 4) = 6x + 12 + 1 \cdot 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x + 16 = 6x + 12 + 2 \Leftrightarrow 8x - 6x = 14 - 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$

d)  $\frac{3x + 5}{2} + 4 = \frac{2x - 1}{3} - 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3 \cdot (3x + 5) + 6 \cdot 4 = 2 \cdot (2x - 1) - 6 \cdot 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 9x + 15 + 24 = 4x - 2 - 36 \Leftrightarrow 9x - 4x = -38 - 15 - 24 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5x = -77 \Leftrightarrow x = -\frac{77}{5}$

e)  $\frac{2x - 1}{3} - \frac{13}{6} = \frac{2(x - 2)}{4} \Leftrightarrow 4(2x - 1) - 2 \cdot 13 = 6 \cdot (x - 2) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x - 4 - 26 = 6x - 12 \Leftrightarrow 8x - 6x = -12 + 30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x = 18 \Leftrightarrow x = 9$

# 6 ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

<http://www.McGraw-Hill.es>

**16** **Halla la solución de estas ecuaciones:**

a)  $\frac{5(x+2)}{2} + 5 = 2(3x+1) - 8$

b)  $\frac{x}{3} + \frac{x+1}{2} = 2(-x+4) + 4x$

c)  $\frac{x}{5} - \frac{3(x-1)}{2} = 2 + \frac{x}{3}$

d)  $\frac{5(x-1)}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 10$

e)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} - 1 = \frac{17}{30}$

a)  $\frac{5(x+2)}{2} + 5 = 2(3x+1) - 8 \Leftrightarrow \frac{5x+10}{2} + 5 = 6x+2-8 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 5x+10+10 = 12x+4-16 \Leftrightarrow 5x-12x = -12-20 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow -7x = -32 \Leftrightarrow x = \frac{32}{7}$

b)  $\frac{x}{3} + \frac{x+1}{2} = 2(-x+4) + 4x \Leftrightarrow \frac{x}{3} + \frac{x+1}{2} = -2x+8+4x \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 2x+3x+3 = -12x+48+24x \Leftrightarrow 5x-12x = 48-3 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow -7x = 45 \Leftrightarrow x = -\frac{45}{7}$

c)  $\frac{x}{5} - \frac{3(x-1)}{2} = 2 + \frac{x}{3} \Leftrightarrow \frac{x}{5} - \frac{3x-3}{2} = 2 + \frac{x}{3} \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 6x-45x+45 = 60+10x \Leftrightarrow -39x-10x = 60-45 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow -49x = 15 \Leftrightarrow x = -\frac{15}{49}$

d)  $\frac{5(x-1)}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 10 \Leftrightarrow \frac{5x-5}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 10 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 6 \cdot (5x-5) + 3x+4x = 120 \Leftrightarrow 30x-30+7x = 120 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 30x+7x = 120+30 \Leftrightarrow 37x = 150 \Leftrightarrow x = \frac{150}{37}$

e)  $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} - 1 = \frac{17}{30} \Leftrightarrow 20x+15x+12x-60 = 34 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 47x = 94 \Leftrightarrow x = 2$

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

**17** **Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones de segundo grado:**

a)  $(x+1)(x-1) = 0$                       b)  $x^2 - 100 = 0$

c)  $x(x-5) = 0$                               d)  $(x+1)^2 = 9$

a)  $(x+1)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

b)  $x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 10$

c)  $x(x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 5$

d)  $(x+1)^2 = 9 \Leftrightarrow x = 2; x = -4$

**18** **Resuelve las ecuaciones:**

a)  $x^2 = 16$                                       b)  $x^2 - 64 = 0$

c)  $3x^2 - 243 = 0$                               d)  $4x^2 - 30 = 34$

e)  $x^2 - 40 = 81$                               f)  $x^2 + 4x = 0$

g)  $4x^2 + 16x = 0$                               h)  $2x^2 - 6x = 4x$

i)  $3x^2 - 1 = 2$                                 j)  $3x^2 - 6x = 3x$

k)  $x^2 - 10 = 39$                               l)  $-x^2 - 7x = 0$

a)  $x = \pm 4$                                       b)  $x = \pm 8$

c)  $x = \pm 9$                                       d)  $x = \pm 4$

e)  $x = \pm 11$                                     f)  $x = 0; x = -4$

g)  $x = 0; x = -4$                               h)  $x = 0; x = 5$

i)  $x = \pm 1$                                       j)  $x = 0; x = 3$

k)  $x = \pm 7$                                       l)  $x = 0; x = -7$

**19** **Escribe una ecuación de segundo grado que:**

a) **Tenga dos soluciones.**

b) **No tenga solución.**

a)  $x^2 - 9 = 0$

b)  $x^2 + 9 = 0$

**20** **Calcula el valor de  $b$  en la ecuación  $x^2 + bx = 0$ , sabiendo que sus soluciones son  $x = 0$  y  $x = -4$ .**

**Si sólo tiene la solución  $x = 0$ , ¿cuánto vale  $b$ ?**

Sustituimos los valores de  $x$  en la ecuación:

$$0 + 0b = 0$$

$$(-4)^2 + b(-4) = 0 \Leftrightarrow 16 = 4b \Leftrightarrow b = 4$$

Si  $x = 0, b = 0$ .

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

**21** **Determina dos números naturales consecutivos cuya suma sea 161.**

Resolvemos la ecuación  $x + x + 1 = 161$ .

Los números son el 80 y el 81.

**22** **Calcula el lado de un triángulo equilátero de 90 cm de perímetro.**

Resolvemos la ecuación  $3 \cdot x = 90$ . El lado es 30 cm.

**23** **Calcula la medida de los ángulos de un triángulo sabiendo que  $\hat{A} = x, \hat{B} = x + 50^\circ$  y  $\hat{C} = x + 40^\circ$ .**

Resolvemos la ecuación  $x + x + 50 + x + 40 = 180$ .

Entonces,  $\hat{A} = 30^\circ, \hat{B} = 80^\circ$  y  $\hat{C} = 70^\circ$ .

**24** **Una piscina tiene 20 m de largo y 10 m de ancho. Si el volumen de la piscina es  $440 \text{ m}^3$ , calcula la profundidad.**

Resolvemos la ecuación  $20 \cdot 10 \cdot x = 440$ . Su profundidad es 2,2 m.



**25** Un campo está vallado con postes separados entre sí 5 m. Si la puerta de entrada mide 10 m y el perímetro del campo es 465 m, ¿cuántos postes tiene la valla?

Resolvemos la ecuación  $5 \cdot x + 10 = 465$ . La valla tiene 91 postes.

**26** Determina tres números pares consecutivos cuya suma sea 18.

Resolvemos la ecuación  $x + (x + 2) + (x + 4) = 18$ . Los números son 4, 6 y 8.

**27** Ana María tiene 120 € en su hucha. Si decide echar en la hucha 15 € cada semana, ¿cuántas semanas tardará en tener 270 € ahorrados?

Resolvemos la ecuación  $120 + 15x = 270$ . Tarda 10 semanas.

**28** En un poliedro se cumple la fórmula de Euler:  
**CARAS + VÉRTICES = ARISTAS + 2**

a) Si el poliedro tiene 8 caras y el número de aristas es el doble que el número de vértices, ¿cuántas aristas y vértices tiene?

b) Si es un poliedro regular, el número de vértices es 12 y el número de aristas es 30, ¿de qué poliedro se trata?

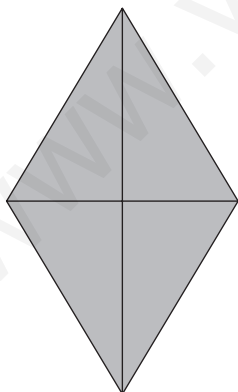
a) Llamamos  $x$  al número de vértices:  $8 + x = 2x + 2$ .

Tiene 12 aristas y 6 vértices.

b) Llamamos  $x$  al número de caras:  $x + 12 = 30 + 2$ .

Tiene 20 caras.

**29** El área de un rombo es 30 cm<sup>2</sup>. Si la diagonal menor mide 6 cm, ¿cuál es la medida de la diagonal mayor?



Resolvemos la ecuación:  $30 = \frac{x \cdot 6}{2} \Leftrightarrow x = 10$  cm

**30** La tercera parte de un jardín está sembrada de césped. Si 40 m<sup>2</sup> es la superficie de jardín que está sin césped, ¿cuál es la superficie total del jardín?

Si la tercera parte del jardín está sembrada,  $\frac{2}{3}$  de jardín no está sembrado.

Resolvemos la ecuación:  $\frac{2x}{3} = 40$ . La superficie del jardín es 60 m<sup>2</sup>.

**31** De un tonel se extrae la tercera parte de su contenido, y más tarde se extrae la mitad del resto. Si finalmente quedan 100 L, ¿cuál es la capacidad del tonel?

Sea  $x$  la capacidad del tonel. Resolvemos la ecuación:

$$x - \frac{x}{3} - \frac{1}{2} \left( x - \frac{x}{3} \right) = 100. \text{ La capacidad es de 300 litros.}$$

**32** Los ahorros de tres hermanos suman 100 €. Si el hermano mayor tiene el doble de dinero ahorrado que el tercer hermano, y el segundo hermano tiene dos euros menos que el tercero, ¿cuál es la cantidad de dinero ahorrado que tiene cada uno?

Sea  $x$  el dinero que tiene el tercer hermano. Resolvemos la ecuación:  $2x + (x - 2) + x = 100$ . El mayor tiene 51 euros, el segundo 23,5 euros y el tercero 25,5 euros.

**33** Si quiero comprar 8 chokolatinas me faltan dos euros, pero si compro 6 chokolatinas me sobran dos euros. ¿Cuál es el precio de una chokolatina?

Resolvemos la ecuación:  $8x - 2 = 6x + 2$ . El precio de una chokolatina es 2 euros.

**34** Calcula un número que multiplicado por su tercera parte sea igual a 48.

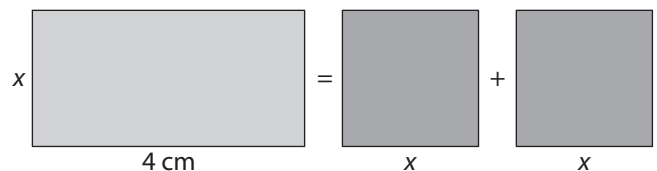
Resolvemos la ecuación:  $x \cdot \frac{x}{3} = 48$ . Hay dos números que satisfacen el enunciado del ejercicio, el 12 y el -12.

**35** Un hexágono regular tiene una superficie de 63 cm<sup>2</sup>. Si su apotema mide 3 cm, calcula la medida del lado del hexágono.

Llamamos  $x$  al lado del hexágono. Resolvemos la ecuación:

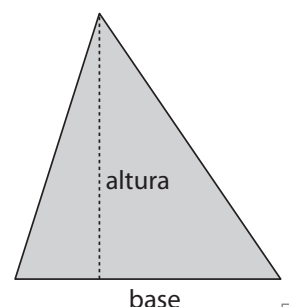
$$63 = \frac{6x \cdot 3}{2}. \text{ El lado mide 7 cm.}$$

**36** ¿Cuánto mide el lado del cuadrado para que el área del rectángulo sea la suma de las áreas de los cuadrados?



Resolvemos la ecuación:  $4x = x^2 + x^2$ . El lado del cuadrado es de 2 cm.

**37** Un triángulo, con la base igual que la altura, tiene un área de 32 m<sup>2</sup>. Calcula la longitud de la base.







# 6 ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

<http://www.McGraw-Hill.es>

Llamamos  $x$  a la base y la altura del triángulo. Resolvemos la ecuación:  $32 = \frac{x \cdot x}{2}$ . La base mide 8 m.

**38**  **En un jardín se quiere construir un estanque circular de 78,5 m<sup>2</sup>. ¿Cuál debe ser la medida del radio del estanque?**

Resolvemos la ecuación:  $\pi \cdot x^2 = 78,5$ . El radio mide 4,99 m. (Si se toma  $\pi = 3,14$ , el radio sale 5.)

**39**  **Una pared mide 3,75 m de largo por 2,40 m de alto y está alicatada con 400 azulejos cuadrados. ¿Cuál es la longitud del lado de los azulejos?**

La superficie de cada azulejo es  $3,75 \cdot 2,4 : 400 = 0,0225$ . Resolvemos la ecuación:  $x^2 = 0,0225$ . El lado de cada azulejo mide 0,15 m o, lo que es lo mismo, 15 cm.

**40**  **El área total de un cubo es 150 cm<sup>2</sup>. ¿Cuánto mide la arista del cubo?**

Llamamos  $x$  al lado del cubo. Resolvemos la ecuación:  $6x^2 = 150$ . El lado del cubo es de 5 cm.

## SISTEMAS DE ECUACIONES

**41**  **Indica tres soluciones de la ecuación  $2x + 4y = 12$ .**

a)  $x = 0; y = 3$       b)  $x = 6; y = 0$       c)  $x = 2; y = 2$

**42**  **Resuelve por el método de sustitución los sistemas de ecuaciones:**

a)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 2x + 6y = -10 \\ 3x - 4y = 11 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 7x + y = 5 \\ 3x - 2y = -10 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ x - y = -2 \end{cases}$

a)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = \frac{1 + 3y}{5}$

Se sustituye el valor de  $x$  en la primera ecuación:

$$2 \cdot \frac{1 + 3y}{5} + y = 5$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$2 + 6y + 5y = 25 \Leftrightarrow 11y = 23 \Leftrightarrow y = \frac{23}{11}$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$  sustituyendo en la expresión:  $x = \frac{1 + 3y}{5}$ .

$$x = \frac{1 + 3 \cdot \frac{23}{11}}{5} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \frac{69}{11}}{5} \Leftrightarrow x = \frac{11 + 69}{55} \Leftrightarrow x = \frac{16}{11}$$

b)  $\begin{cases} 2x + 6y = -10 \\ 3x - 4y = 11 \end{cases}$

Se despeja  $x$  en la primera ecuación:  $x = \frac{-10 - 6y}{2}$

Se sustituye el valor de  $x$  en la segunda ecuación:

$$3 \cdot \frac{-10 - 6y}{2} - 4y = 11$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$-30 - 18y - 8y = 22 \Leftrightarrow -26y = 52 \Leftrightarrow y = -\frac{52}{26} \Leftrightarrow y = -2$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$

sustituyendo en la expresión:  $x = \frac{-10 - 6y}{2}$ .

$$x = \frac{-10 - 6y}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-10 - 6 \cdot (-2)}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \Leftrightarrow x = 1$$

c)  $\begin{cases} 7x + y = 5 \\ 3x - 2y = -10 \end{cases}$

Se despeja  $y$  en la primera ecuación:  $y = 5 - 7x$

Se sustituye el valor de  $y$  en la segunda ecuación:

$$3x - 2 \cdot (5 - 7x) = -10$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$3x - 10 + 14x = -10 \Leftrightarrow 17x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Una vez calculado el valor de  $x$ , se obtiene el valor de  $y$  sustituyendo en la expresión:  $y = 5 - 7x$ .

$$y = 5 - 7 \cdot 0 \Leftrightarrow y = 5$$

d)  $\begin{cases} 2x + 3y = 11 \\ x - y = -2 \end{cases}$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = -2 + y$

Se sustituye el valor de  $x$  en la primera ecuación:

$$2 \cdot (-2 + y) + 3y = 11$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita:

$$2 \cdot (-2 + y) + 3y = 11 \Leftrightarrow -4 + 2y + 3y = 11 \Leftrightarrow \Leftrightarrow 5y = 15 \Leftrightarrow y = 3$$

Una vez calculado el valor de  $y$ , se obtiene el valor de  $x$  sustituyendo en la expresión:  $x = -2 + y$ .

$$x = -2 + 3 \Leftrightarrow x = 1$$

**43**  Utilizando el método de igualación, resuelve los sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -6 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 7x - 3y = 4 \\ 12x - 2y = 14 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 7x + 12y = 1 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 6x - 5y = 1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

a) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -6 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = \frac{-6 - 5y}{2} \quad x = 8 + 3y$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$\frac{-6 - 5y}{2} = 8 + 3y$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\begin{aligned} \frac{-6 - 5y}{2} = 8 + 3y &\Leftrightarrow -6 - 5y = 16 + 6y \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -11y = 22 \Leftrightarrow y = -2 \end{aligned}$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo en:  $x = 8 + 3y$ .

$$x = 8 + 3 \cdot (-2) \Leftrightarrow x = 8 - 6 \Leftrightarrow x = 2$$

b) 
$$\begin{cases} 7x - 3y = 4 \\ 12x - 2y = 14 \end{cases}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = \frac{4 + 3y}{7} \quad x = \frac{14 + 2y}{12}$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$\frac{4 + 3y}{7} = \frac{14 + 2y}{12}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\begin{aligned} \frac{4 + 3y}{7} = \frac{14 + 2y}{12} &\Leftrightarrow 12 \cdot (4 + 3y) = 7 \cdot (14 + 2y) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 48 + 36y = 98 + 14y \Leftrightarrow 22y = 50 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow y = \frac{50}{22} = \frac{25}{11} \end{aligned}$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

en:  $x = \frac{4 + 3y}{7}$ .

$$x = \frac{4 + 3 \cdot \frac{25}{11}}{7} \Leftrightarrow x = \frac{4 + \frac{75}{11}}{7} \Leftrightarrow x = \frac{119}{77} = \frac{17}{11}$$

c) 
$$\begin{cases} 7x + 12y = 1 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

Se despeja la incógnita  $x$  en las dos ecuaciones:

$$x = \frac{1 - 12y}{7} \quad x = \frac{3y}{2}$$

Se igualan las dos expresiones de  $x$ :

$$\frac{1 - 12y}{7} = \frac{3y}{2}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\frac{1 - 12y}{7} = \frac{3y}{2} \Leftrightarrow 2 - 24y = 21y \Leftrightarrow -45y = -2 \Leftrightarrow y = \frac{2}{45}$$

El valor correspondiente a  $x$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

en:  $x = \frac{3y}{2}$

$$x = \frac{3 \cdot \frac{2}{45}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

d) 
$$\begin{cases} 6x - 5y = 1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Se despeja la incógnita  $y$  en las dos ecuaciones:

$$y = \frac{1 - 6x}{-5} \quad y = \frac{5 - 2x}{3}$$

Se igualan las dos expresiones de  $y$ :

$$\frac{1 - 6x}{-5} = \frac{5 - 2x}{3}$$

Se resuelve la ecuación de primer grado con una incógnita que se obtiene al igualar:

$$\begin{aligned} \frac{1 - 6x}{-5} = \frac{5 - 2x}{3} &\Leftrightarrow 3 - 18x = -25 + 10x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -18x - 10x = -25 - 3 \Leftrightarrow -28x = -28 \Leftrightarrow x = 1 \end{aligned}$$

El valor correspondiente a  $y$  se obtiene sustituyendo en cualquiera de las expresiones, por ejemplo, sustituyendo

en:  $y = \frac{5 - 2x}{3}$ .

$$y = \frac{5 - 2 \cdot 1}{3} \Leftrightarrow y = \frac{5 - 2}{3} \Leftrightarrow y = \frac{3}{3} = 1$$

**44**  Resuelve por el método de reducción los sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} -x + 2y = 9 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -13 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$$

# 6 ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

<http://www.McGraw-Hill.es>

a) 
$$\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $x$ , los coeficientes de  $x$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la segunda ecuación por  $-7$ :

$$\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ -7x - 21y = -77 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ -7x - 21y = -77 \end{cases} \\ \hline -19y = -76 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ -19y = -76 \end{cases}$$

Se despeja  $y$  en la segunda ecuación:  $y = 4$

Para calcular  $x$  se sustituye el valor obtenido de  $y$  en la primera ecuación:

$$7x + 2y = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1 - 2y}{7} \Leftrightarrow x = \frac{1 - 2 \cdot 4}{7} \Leftrightarrow x = -\frac{7}{7} = -1$$

b) 
$$\begin{cases} -x + 2y = 9 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $x$ , los coeficientes de  $x$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la primera ecuación por 2:

$$\begin{cases} -2x + 4y = 18 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -2x + 4y = 18 \\ 2x - 3y = -12 \end{cases} \\ \hline y = 6 \end{array}$$

Para calcular  $x$  se sustituye el valor obtenido de  $y$  en la primera ecuación:

$$-x + 2y = 9 \Leftrightarrow x = -9 + 2y \Leftrightarrow x = -9 + 2 \cdot 6 \Leftrightarrow x = 3$$

c) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = -13 \\ 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $y$ , los coeficientes de  $y$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la primera ecuación por 2 y la segunda ecuación por 5:

$$\begin{cases} 4x + 10y = -26 \\ 15x - 10y = 45 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 4x + 10y = -26 \\ 15x - 10y = 45 \end{cases} \\ \hline 19x = 19 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} 4x + 10y = -26 \\ 19x = 19 \end{cases}$$

Se despeja  $x$  en la segunda ecuación:  $x = 1$

Para calcular  $y$  se sustituye el valor obtenido de  $x$  en la primera ecuación:

$$4x + 10y = -26 \Leftrightarrow y = \frac{-26 - 4x}{10} \Leftrightarrow \Leftrightarrow y = \frac{-26 - 4 \cdot 1}{10} \Leftrightarrow y = -3$$

d) 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ x - 3y = -3 \end{cases}$$

Si se quiere eliminar la incógnita  $x$ , los coeficientes de  $x$  en las dos ecuaciones tienen que ser opuestos, para ello se multiplica la segunda ecuación por  $-2$ :

$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ -2x + 6y = 6 \end{cases}$$

Se suman miembro a miembro las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ -2x + 6y = 6 \end{cases} \\ \hline 11y = 22 \end{array}$$

y se obtiene el sistema: 
$$\begin{cases} 2x + 5y = 16 \\ 11y = 22 \end{cases}$$

Se despeja  $y$  en la segunda ecuación:  $y = 2$

Para calcular  $x$  se sustituye el valor obtenido de  $y$  en la primera ecuación:

$$2x + 5y = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16 - 5y}{2} \Leftrightarrow x = \frac{16 - 5 \cdot 2}{2} \Leftrightarrow x = 3$$

**45**  **Plantea un sistema de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas cuyas soluciones sean:**

a)  $x = 0, y = -2$

b)  $x = 3, y = 5$

c)  $x = -1, y = -2$

Una solución:

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = -2 \\ x + 3y = -6 \end{cases}$$
      b) 
$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$$
      c) 
$$\begin{cases} x + y = -3 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

**46** **II** En un hotel rural hay 14 camas repartidas en habitaciones dobles y triples. Escribe una ecuación que relacione el número de habitaciones dobles y triples del hotel y busca todas las soluciones posibles de la ecuación.

La ecuación es  $14 = 2x + 3y$ , donde  $x$  e  $y$  son el número de habitaciones dobles y triples, respectivamente. Las soluciones posibles son:

- a)  $x = 1; y = 4$
- b)  $x = 4; y = 2$

**47** **III** Si en el problema anterior el número total de habitaciones es 5, ¿cuántas habitaciones dobles y triples hay en el hotel?

Como  $x + y = 5$ , entonces hay 1 doble y 4 triples.

**48** **III** Juan tiene en su monedero 80 céntimos en monedas de 5 y 20 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada tipo tiene? Escribe la ecuación que relaciona estos datos y busca todas las soluciones posibles.

La ecuación es  $80 = 5x + 20y$ , donde  $x$  e  $y$  son el número de monedas de 5 y 20 céntimos, respectivamente. Las soluciones posibles son:

- a)  $x = 4; y = 3$
- b)  $x = 8; y = 2$
- c)  $x = 12; y = 1$

**49** **III** Si en el problema anterior Juan lleva 10 monedas, ¿cuántas monedas de 5 y 20 céntimos tiene?

Como  $x + y = 10$ , entonces tiene 8 monedas de 5 céntimos y 2 monedas de 20 céntimos.

**50** **III** En una clase de 2.º de ESO hay 28 alumnos. Todos han participado en un concurso de redacción y a final de curso se les regala por su participación un libro a cada chica y dos cómics a cada chico. Si en total se han repartido 44 regalos, ¿cuántos chicos y chicas hay en la clase?

Sea  $x$  el número de chicas e  $y$  el número de chicos:

$$\begin{cases} x + y = 28 \\ x + 2y = 44 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema, hay 12 chicas y 16 chicos.

**51** **III** Un examen tiene 40 preguntas. Un alumno contestó correctamente a 22 preguntas. Si la calificación que obtuvo por el examen fue 48 puntos, ¿cuál es la puntuación de cada respuesta correcta o incorrecta?

Sea  $x$  la puntuación de las respuestas correctas, e  $y$  la puntuación de las respuestas incorrectas, la ecuación es:

$$22x + 18y = 48$$

Al ser una ecuación con dos incógnitas, despejamos la  $x$  y vemos las posibles soluciones.

$$x = \frac{48 - 18y}{22}$$

$x$  puede tomar valores desde 1,2 hasta 2,18, e  $y$  toma valores desde 1,2 hasta 0.

Por tanto la solución es: Si  $y = 1$ ,  $x = 1,36$ .

**52** **III** Calcula dos números naturales sabiendo que su suma es 15 y el doble del primero más el triple del segundo es 37.

$$\text{El sistema es: } \begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + 3y = 37 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema,  $x = 8$ ,  $y = 7$ .

**53** **III** El perímetro de un rectángulo es 32 cm. Si mide 8 cm más de largo que de ancho, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?

$$\text{El sistema es: } \begin{cases} 2x + 2y = 32 \\ x = 8y \end{cases}$$

Resolviendo el sistema,  $x = \frac{128}{9}$  cm,  $y = \frac{16}{9}$  cm.

**54** **III** En una pizzería se hacen dos tipos de pizzas: cuatro estaciones a 3,50 € la unidad, y marinera a 4 € cada una. Una tarde vendieron 35 pizzas y se recaudaron 132,50 €. ¿Cuántas pizzas se vendieron de cada clase?

Llamamos  $x$  a las pizzas cuatro estaciones e  $y$  a las pizzas marinera.

$$\text{El sistema es: } \begin{cases} x + y = 35 \\ 3,5x + 4y = 132,50 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:  $x = 15$ ,  $y = 20$ .