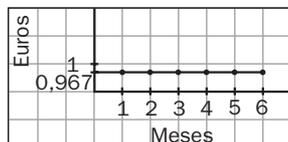


EJERCICIOS PROPUESTOS

9.1 Dibuja la gráfica de la función que exprese que el precio del litro de gasolina en los últimos 6 meses ha sido siempre de 0,967 euros.



9.2 Inventa una situación que pueda ser expresada mediante la función asociada a esta tabla de valores.

x	0	5	10
y	0	40	80

Un kilo de langostinos cuesta 8 euros. La función asociada a la tabla es $y = 8x$, y puede representar la relación entre la cantidad de langostinos adquiridos (en kg) y el precio de los mismos (en euros).

9.3 Representa las siguientes funciones:

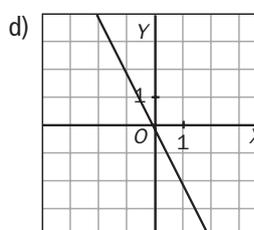
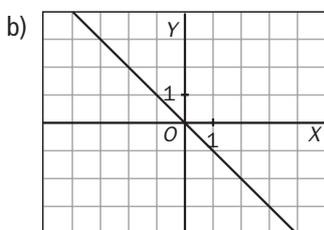
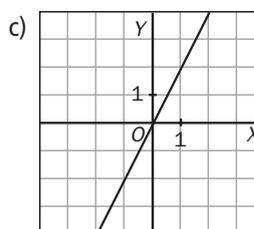
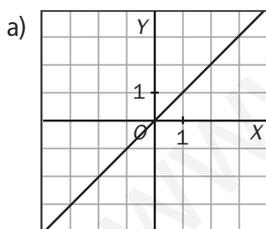
a) $y = x$

b) $y = -x$

c) $y = 2x$

d) $y = -2x$

¿Qué relación hay entre las gráficas?



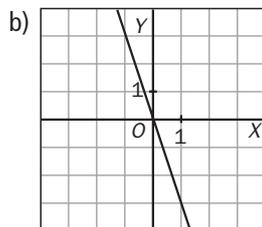
Todas las gráficas son rectas que pasan por el origen. Los coeficientes positivos de la x se relacionan con gráficas crecientes, y los coeficientes negativos, con gráficas decrecientes. Las graficas de a) y b) son simétricas respecto al eje de ordenadas. También lo son las de c) y d).

9.4 La razón de proporcionalidad entre dos magnitudes es -3 .

a) Escribe la fórmula de la función que relaciona las dos magnitudes.

b) Representa gráficamente la función.

a) $y = -3x$



9.5 Completa la tabla en tu cuaderno.

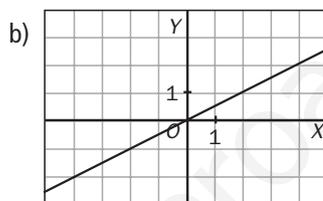
x	-3	-2	-1	0	1	2
y		-1				1

a) Escribe la fórmula de la función que relaciona las dos magnitudes.

b) Representa gráficamente la función

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1

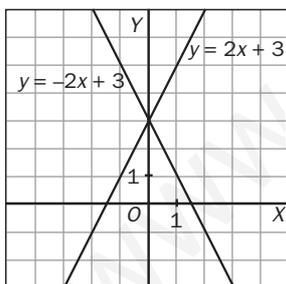
a) $y = \frac{1}{2}x$



9.6 Representa en los mismos ejes las siguientes funciones afines. ¿Qué relación hay entre las gráficas?

a) $y = 2x + 3$

b) $y = -2x + 3$



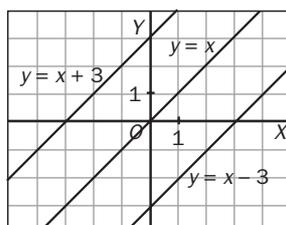
Ambas gráficas pasan por el punto $(0, 3)$ y son simétricas respecto al eje de ordenadas.

9.7 Representa en los mismos ejes las siguientes funciones. ¿Qué relación hay entre las gráficas?

a) $y = x$

b) $y = x + 3$

c) $y = x - 3$



Todas las rectas tienen la misma pendiente. Son paralelas entre sí.

9.8 Da la pendiente y la ordenada en el origen.

a) $y = -x + 2$

b) $y = 2x - 1$

c) $y = 3x$

a) $m = -1, n = 2$

b) $m = 2, n = -1$

c) $m = 3, n = 0$

9.9 Escribe la ecuación de una recta con pendiente -2 y que pase por el punto $(0, 5)$.

$m = -2, n = 5 \Rightarrow y = -2x + 5$

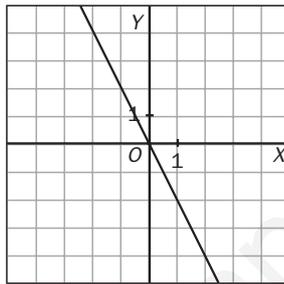
9.10 Escribe la ecuación de una recta con la misma pendiente que $y = x - 2$ y con la misma ordenada en el origen que $y = 5x + 3$.

La pendiente de $y = x - 2$ es $m = 1$. La ordenada en el origen de $y = 5x + 3$ es $n = 3$.

La recta pedida es: $y = x + 3$

9.11 Representa una recta con pendiente -2 y que pase por el origen de coordenadas.

$m = -2, n = 0 \Rightarrow$ La recta es: $y = -2x$.



9.12 Escribe una recta paralela a $y = 3x - 4$ cuya ordenada en el origen sea 2.

$m = 3, n = 2 \Rightarrow$ La recta es: $y = 3x + 2$

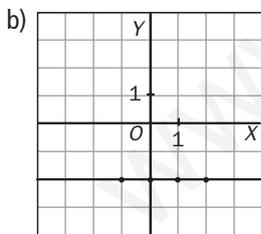
9.13 Dada la siguiente tabla:

x	-1	0	1	2
y	-2	-2	-2	-2

a) Escribe la ecuación de la recta asociada.

b) Dibuja la gráfica.

a) $y = -2$



9.14 Escribe la ecuación de una recta paralela al eje de ordenadas por el punto $(-3, 0)$. ¿Es una función?

La recta es $x = -3$. No es una función, ya que a un valor de x le corresponden infinitos valores de y .

9.15 Escribe la ecuación del eje de abscisas y la ecuación del eje de ordenadas.

Indicación: escribe las coordenadas de varios puntos para cada eje.

En primer lugar se observan algunos puntos del eje de abscisas: $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$, $(2, 0)$...

La ecuación del eje de abscisas es $y = 0$, ya que todos los puntos del eje de abscisas tienen la segunda coordenada nula.

Algunos puntos del eje de ordenadas son $(0, 1)$, $(0, 2)$, $(0, -3)$... La ecuación del eje de ordenadas es $x = 0$, ya que todos los puntos de este eje tienen nula la primera coordenada.

9.16 Con un grifo se tardan 8 horas en llenar una piscina.

a) Encuentra la fórmula que exprese cómo obtener el tiempo de llenado en función del número de grifos.

b) Representa gráficamente la función.

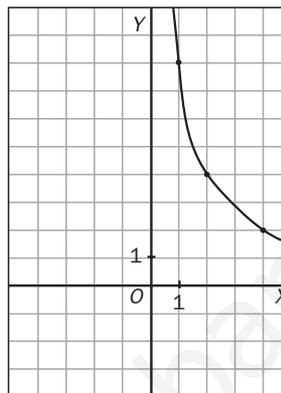
a) El número de grifos y las horas que se tarda en llenar la piscina son magnitudes inversamente proporcionales. Si se representa con la coordenada x el número de grifos y con la coordenada y el número de horas que se tarda en llenar la piscina, se verifica que $x \cdot y = 8$. Por tanto, la fórmula que expresa el tiempo de llenado en función del número de grifos utilizados

$$\text{es: } y = \frac{8}{x}$$

b) En primer lugar se dan algunos valores y se completa una tabla.

x	1	2	4
y	8	4	2

La representación gráfica de la función queda así:



9.17 a) Representa la función $y = \frac{-4}{x}$ elaborando una tabla de valores en la que x solo tome valores positivos y otra en la que solo los tome negativos.

b) ¿Qué relación hay entre las representaciones gráficas de las funciones $y = \frac{-4}{x}$ e $y = \frac{4}{x}$?

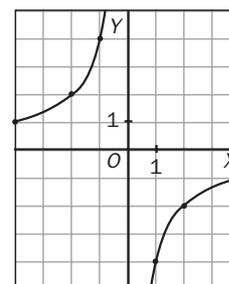
a) $y = \frac{-4}{x}$

x positivas

x	1	2	4
y	-4	-2	-1

x negativas

x	-4	-2	-1
y	1	2	4



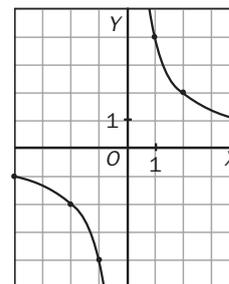
b) $y = \frac{4}{x}$

x positivas

x	1	2	4
y	4	2	1

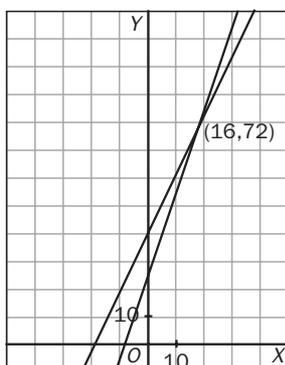
x negativas

x	-4	-2	-1
y	-1	-2	-4



Las gráficas son simétricas respecto al eje de ordenadas y respecto al eje de abscisas.

9.18 Representa en los mismos ejes las dos funciones $f(x) = 3x + 24$ y $g(x) = 2x + 40$, que dan el beneficio total de la venta de los caramelos. ¿Qué significado tiene el punto de corte de ambas rectas?



La recta $y = 3x + 24$ indica el precio total de la mezcla obtenida con x kg de caramelos de naranja si se vende a 3 €/kg. La recta $2x + 40$ indica el precio de la mezcla según la cantidad de caramelos de naranja que se hayan utilizado. Ambas rectas se cortan en un punto cuya componente x indica la cantidad de caramelos de naranja necesarios para que el kilo de mezcla cueste 3 € y la componente y indica la cantidad total de la mezcla.

9.19 Mezclamos 50 litros de un aceite de 3,60 euros/litro con 70 litros de otro aceite de 4,20 euros/litro. ¿Qué precio debe tener el litro de la mezcla?

50 litros de aceite a 3,60 €/litro cuestan: $50 \cdot 3,60 = 180 \text{ €}$

70 litros de aceite a 4,20 €/litro cuestan: $70 \cdot 4,20 = 294 \text{ €}$

En total se tienen $50 + 70 = 120$ litros de mezcla, que cuestan: $180 + 294 = 474 \text{ €}$

Por tanto, cada litro de mezcla ha de costar: $474 : 120 = 3,95 \text{ €}$

9.20 Una tienda de cafés quiere mezclar un café de Colombia de 12,60 euros/kilogramo con 8 kilogramos de café de Brasil de 9,80 euros/kilogramo de forma que el kilogramo de la mezcla salga a 11 euros. ¿Cuánto café de Colombia tiene que utilizar?

x kg de café de Colombia de 12,60 €/kg cuestan: $x \cdot 12,60 = 12,60x \text{ €}$

8 kg de café de Brasil de 9,80 €/kg cuestan: $8 \cdot 9,80 = 78,40 \text{ €}$

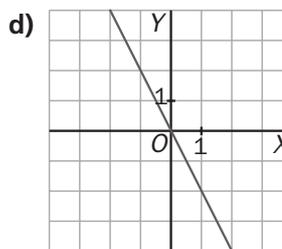
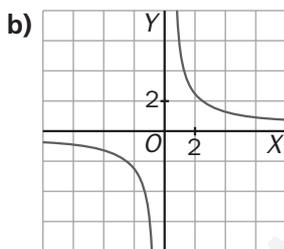
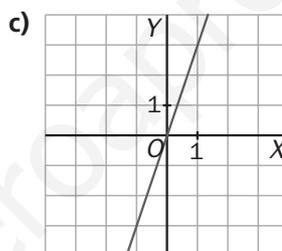
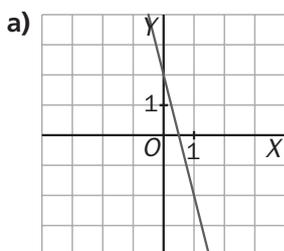
En total se tienen $x + 8$ kg de café, que cuestan: $12,60x + 78,4$

Como el kilo de café ha de salir a 11 euros, se tiene que $11 \cdot (x + 8) = 12,60x + 78,4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12,60x - 11x = 88 - 78,4 \Rightarrow 1,60x = 9,6 \Rightarrow x = \frac{9,6}{1,6} = 6$. Es necesario utilizar 6 kg de café de Colombia.

C Á L C U L O M E N T A L

9.21 Atendiendo a la gráfica, clasifica en lineal, afín o de proporcionalidad inversa las funciones.



- a) Función afín.
- b) Función de proporcionalidad inversa.
- c) Función lineal.
- d) Función lineal.

9.22 Indica cuáles de las siguientes funciones pasan por el origen de coordenadas.

a) $y = -4,5x$

b) $y = 7x + 6$

c) $y = 9 - x$

d) $y = 3$

- a) Pasa por el origen.
- b) No pasa por el origen.
- c) No pasa por el origen.
- d) No pasa por el origen.

9.23 Halla el punto de corte con el eje de ordenadas de las siguientes funciones.

a) $y = \frac{1}{x}$

c) $y = 8x + 3$

b) $y = -2x$

d) $y = x - 1$

- a) Función de proporcionalidad inversa: no corta el eje de ordenadas.
 b) Función lineal. Corta el eje de ordenadas en el punto (0, 0).
 c) Función afín. Corta el eje de ordenadas cuando $x = 0 \Rightarrow y = 8 \cdot 0 + 3 = 3$. El punto de corte es (0, 3).
 d) Función afín. Corta el eje de ordenadas cuando $x = 0 \Rightarrow y = 0 - 1 = -1$. El punto de corte es (0, -1).

9.24 Indica cuáles de las siguientes funciones son crecientes y cuáles decrecientes:

a) $y = 8x$

b) $y = -3x + 9$

c) $y = 2x - 8$

d) $y = 3 - 7x$

a) Creciente

b) Decreciente

c) Creciente

d) Decreciente

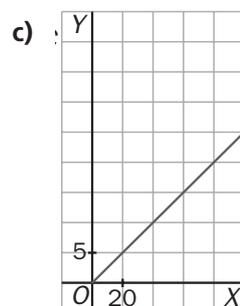
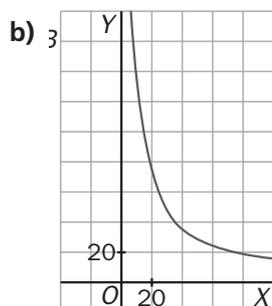
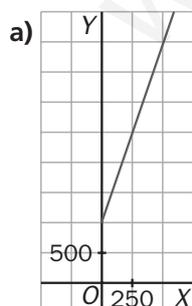
EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Funciones asociadas a distintas situaciones

9.25 Escribe las fórmulas de las funciones asociadas a las siguientes situaciones.

- a) El sueldo fijo de un trabajador es de 980 euros al mes y cada hora extra se paga a 6 euros. El sueldo final de un trabajador en función de las horas extras que realice.
 b) Una clase de 3.º de ESO ha ganado un premio de 1500 euros. El dinero que corresponde a cada uno según el número de alumnos.
 c) Juan lee cada día 4 páginas. El tiempo que tarda en leer un libro en función del número de páginas que este tenga.
- a) La fórmula es $y = 980 + 6x$. La variable x indica las horas extras realizadas, y la variable y , el sueldo final del trabajador en función del número de horas.
 b) Las magnitudes x (número de alumnos) e y (dinero recibido por alumno) son inversamente proporcionales. Se verifica, por tanto, $x \cdot y = 1500$. La fórmula es: $y = \frac{1500}{x}$
 c) La fórmula es $y = \frac{x}{4}$. La variable x indica el número de páginas del libro, y la variable y , el tiempo que tarda Juan en leer el libro en función del número de páginas del mismo.

9.26 Las siguientes gráficas representan distintas situaciones del ejercicio anterior. Asocia cada una con la que le corresponda.



- a) Representa el sueldo final de un trabajador en función de las horas extras que realice.
 b) Representa el dinero que corresponde a cada alumno en función del número de alumnos entre los que hay que repartir 1500 €.
 c) Representa el tiempo que tarda Juan en leer un libro en función del número de páginas del mismo.

Funciones lineales. Funciones afines

9.27 Indica cuáles de las siguientes funciones son lineales y cuáles son afines.

a) $y = -6x + 2$

b) $y = 7x$

c) $y = \frac{2}{3}x$

d) $y = \frac{5}{4}x - 3$

a) Afín

b) Lineal

c) Lineal

d) Afín

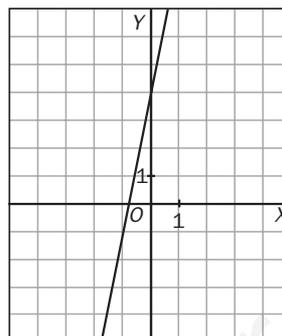
9.28 Dada la función afín $f(x) = 5x + 4$:

a) ¿Cuál es la imagen del 0?

b) Representala gráficamente.

a) La imagen del 0 es: $f(0) = 5 \cdot 0 + 4 = 4$

b)



9.29 Halla la función afín que pasa por los puntos $A(2, 3)$ y $B(7, 4)$.

A la vista de los puntos se observa que cada vez que se avanzan 5 unidades en el eje OX se avanza una unidad en el eje OY , o bien: Cada vez que se avanza una unidad en el eje OX se avanza $\frac{1}{5}$ de unidad en el eje OY . Por tanto, la pendiente es

$$m = \frac{1}{5}, \text{ y la función, } y = \frac{1}{5}x + n.$$

Para calcular n , basta tener en cuenta que si $x = 2$, ha de ser $y = 3$.

$$\text{Por tanto, } 3 = \frac{1}{5} \cdot 2 + n \Rightarrow n = 3 - \frac{2}{5} = \frac{15}{5} - \frac{2}{5} = \frac{13}{5}$$

$$\text{La función es: } y = \frac{1}{5}x + \frac{13}{5}$$

9.30 Escribe la fórmula de:

a) Una función lineal creciente.

b) Una función afín decreciente.

a) La fórmula es de la forma $y = mx$ con $m > 0$. Por ejemplo: $y = 5x$

b) La fórmula es de la forma $y = mx + n$ con $m < 0$. Por ejemplo: $y = -5x + 2$

9.31 Clasifica en lineales y afines las siguientes funciones y representalas gráficamente.

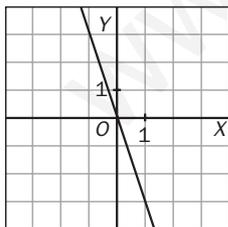
a) $y = -3x$

b) $y = \frac{1}{2}x$

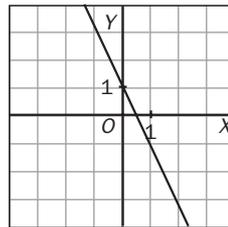
c) $y = 1 - 2x$

d) $y = x + 2$

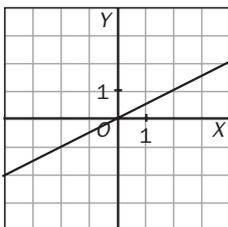
a) Lineal



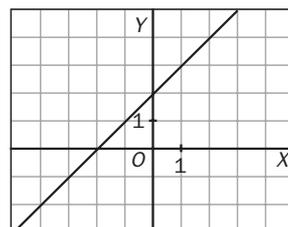
c) Afín



b) Lineal



d) Afín

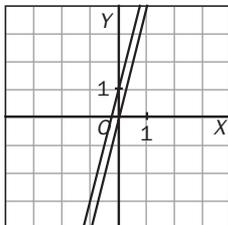


9.32 Representa en los mismos ejes estas funciones.

a) $y = 4x$

b) $y = 4x + 1$

¿Cómo son sus gráficas?



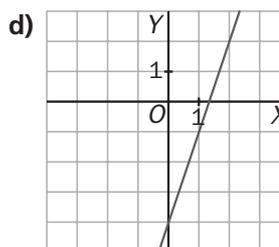
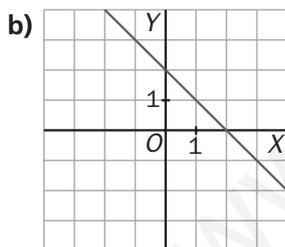
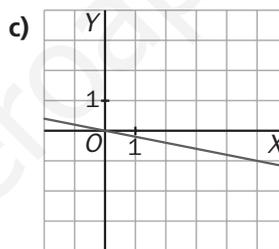
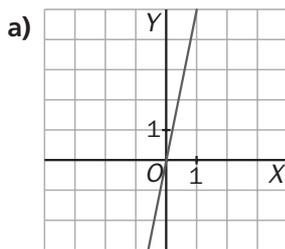
Sus gráficas son rectas paralelas.

9.33 Halla la ecuación de la función lineal que pasa por el punto (3, 6).

Como es una función lineal, ha de ser de la forma $y = mx$. Como pasa por el punto (3, 6), se verifica que si $x = 3$, entonces $y = 6$. Sustituyendo en la fórmula y despejando m : $6 = 3m \Rightarrow m = 2$

La ecuación de la función lineal que pasa por (3, 6) es: $y = 2x$

9.34 Asocia a cada gráfica la fórmula que le corresponda teniendo en cuenta si son funciones lineales o afines, y si son crecientes o decrecientes.



A: $y = 3x - 4$

B: $y = -x + 2$

C: $y = 5x$

D: $y = -\frac{1}{5}x$

a) Es una función lineal y creciente. La fórmula correspondiente es C: $y = 5x$

b) Es una función afín y decreciente. La fórmula correspondiente es B: $y = -x + 2$

c) Es una función lineal y decreciente. La fórmula correspondiente es D: $y = -\frac{1}{5}x$

d) Es una función afín y creciente. La fórmula correspondiente es A: $y = 3x - 4$

**Pendiente y ordenada en el origen.
Rectas paralelas**

9.35 Dadas las funciones siguientes:

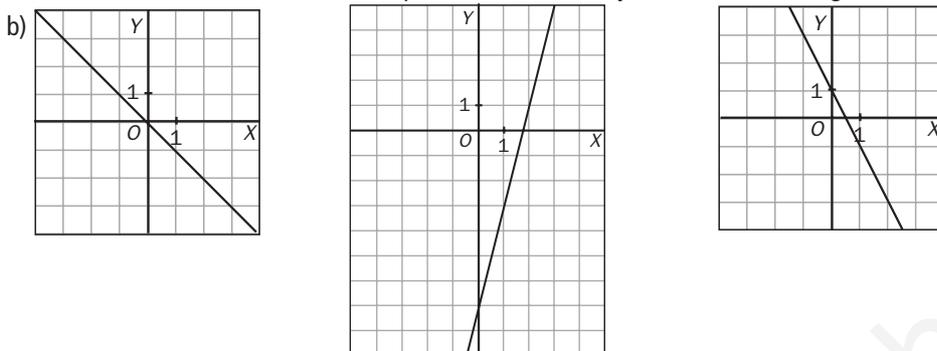
$$f(x) = -x$$

$$g(x) = 4x - 7$$

$$h(x) = -2x + 1$$

- a) Indica la pendiente y la ordenada en el origen de cada una.
b) Representálas gráficamente.

- a) La función $f(x) = -x$ tiene pendiente $m = -1$ y ordenada en el origen $n = 0$.
La función $g(x) = 4x - 7$ tiene pendiente $m = 4$ y ordenada en el origen $n = -7$.
La función $h(x) = -2x + 1$ tiene pendiente $m = -2$ y ordenada en el origen $n = 1$.



9.36 Representa en los mismos ejes cartesianos las funciones siguientes.

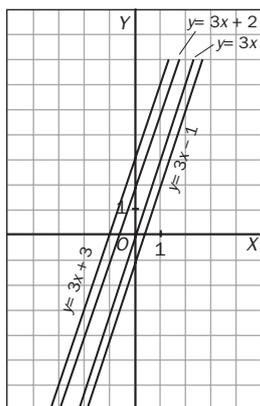
$$y = 3x + 2$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = 3x + 3$$

$$y = 3x$$

- a) ¿Cómo son las rectas?
b) ¿Cómo son las pendientes?



- a) Todas las rectas dadas son paralelas.
b) Las pendientes son todas iguales y positivas. Por ello las funciones son crecientes.

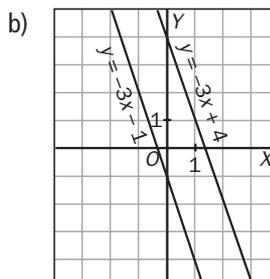
9.37 Escribe la ecuación de una recta paralela a $y = -7x + 4$ que tenga la misma ordenada en el origen que $y = 3x$.

Por ser una recta paralela a $y = -7x + 4$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = -7$.
La ordenada en el origen de $y = 3x$ es $n = 0$. Por tanto, la recta pedida es $y = -7x$.

9.38 Dada la ecuación de la recta $y = -3x + 4$:

- a) Escribe la ecuación de una recta paralela que corte el eje OY en el punto $(0, -1)$.
b) Representálas en los mismos ejes.

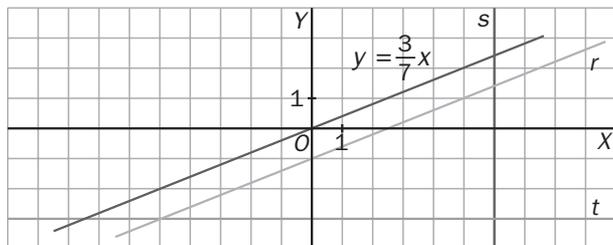
- a) Por ser una recta paralela a $y = -3x + 4$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = -3$.
Como corta el eje OY en el punto $(0, -1)$, la ordenada en el origen es $n = -1$. Por tanto, la recta pedida es $y = -3x - 1$.



9.39 Escribe la ecuación de una recta paralela a $y = 9x + 5$ y que pase por el origen de coordenadas. ¿Qué tipo de función es?

Por ser paralela a $y = 9x + 5$ ha de tener la misma pendiente, luego $m = 9$. Como pasa por el origen de coordenadas, la ordenada en el origen es $n = 0$. Por tanto, la recta pedida es $y = 9x$. Se trata de una función lineal.

9.40 Con los datos de la gráfica, escribe las ecuaciones de las rectas r , s , t .



La recta r es paralela a la recta dada, luego su pendiente ha de ser $m = \frac{3}{7}$. Como corta el eje OY en el punto $(0, -1)$, la ordenada en el origen ha de ser $n = -1$. Por tanto, la ecuación de la recta es $y = \frac{3}{7}x - 1$.

La recta t es paralela al eje OX y corta el eje OY en el punto $(0, -3)$. Su ecuación es $y = -3$.

La recta s es paralela al eje OY . Su ecuación es $x = 6$.

9.41 Calcula la ecuación de una recta paralela a $y = 4 - 2x$ que pase por el punto $(3, 0)$.

Por ser una recta paralela a $y = 4 - 2x$, ha de tener la misma pendiente, luego $m = -2$.

La ecuación de la recta es $y = -2x + n$. Como pasa por el punto $(3, 0)$, sustituyendo en la ecuación se tiene que $0 = -2 \cdot 3 + n \Rightarrow n = 6$. La ecuación de la recta buscada es $y = -2x + 6$.

Funciones de proporcionalidad inversa

9.42 Indica cuáles de las siguientes funciones son de proporcionalidad inversa.

a) $y = \frac{3}{2}x$

c) $y = -x + 3$

b) $y = \frac{-6}{x}$

d) $y = \frac{10}{x}$

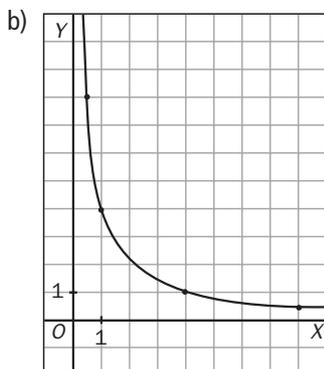
- a) Es una función lineal. No es de proporcionalidad inversa.
- b) Es una función de proporcionalidad inversa. El producto $x \cdot y$ es constante: $x \cdot y = -6$
- c) Es una función afín. No es de proporcionalidad inversa.
- d) Es una función de proporcionalidad inversa. El producto $x \cdot y$ es constante: $x \cdot y = 10$

9.43 Dada la función $y = \frac{4}{x}$:

- a) Construye una tabla para valores positivos de x .
- b) Representa gráficamente la parte de la función correspondiente al semieje positivo de las x .

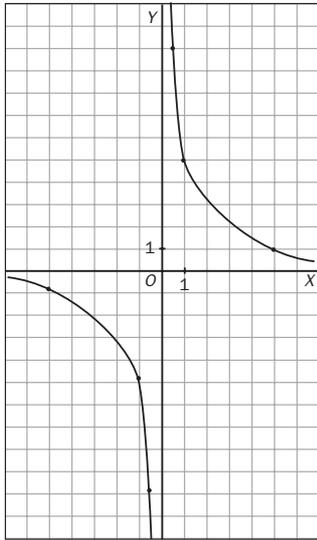
a)

x	0,5	1	2	4	8
y	8	4	2	1	0,5



9.44 Representa gráficamente la función $y = \frac{5}{x}$.

Para ello, elabora dos tablas de valores, una con valores positivos de x y otra con valores negativos, y luego representa los puntos de ambas en los mismos ejes de coordenadas.



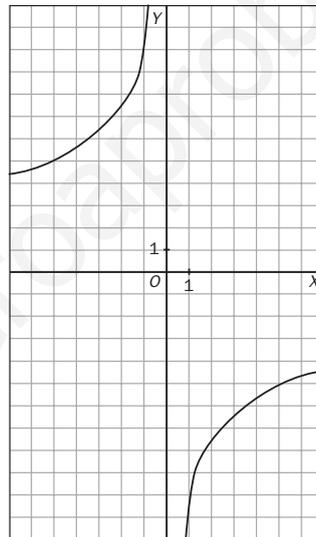
x positivas

x	0,25	0,5	1	5
y	20	10	5	1

x negativas

x	-0,25	-0,5	-1	-5
y	-20	-10	-5	-1

9.45 Representa gráficamente la función $y = \frac{-12}{x}$.



PROBLEMAS PARA APLICAR

9.46 Escribe la ecuación de una recta paralela a $y = 4x + 3$ en los siguientes casos.

- La ordenada en el origen sea -5 .
- Pase por el origen de coordenadas.

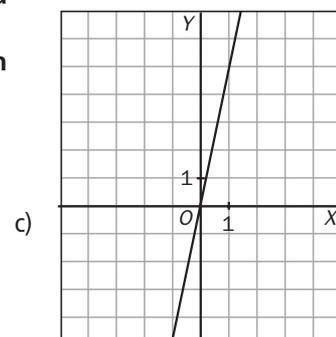
- Por ser paralela a $y = 4x + 3$ ha de tener la misma pendiente, luego $m = 4$. Como la ordenada en el origen es $n = -5$, la recta pedida es $y = 4x - 5$.
- Por ser paralela a $y = 4x + 3$ ha de tener la misma pendiente, luego $m = 4$. Como pasa por el origen de coordenadas, es una función lineal. La recta pedida es, por tanto, $y = 4x$.

9.47 Una ONG envía alimentos a un país en vías de desarrollo. Con cada 6 euros aportados alimenta a 30 niños al día.

- Da la fórmula que relaciona la cantidad de dinero aportada con los niños a los que da de comer la ONG al día.
- ¿Es una función de proporcionalidad directa?
- Representa gráficamente la función.

a) La fórmula es: $y = \frac{30}{6}x = 5x$

- Sí, se trata de una función de proporcionalidad directa: cuanto más dinero se aporte, más niños podrán ser alimentados.

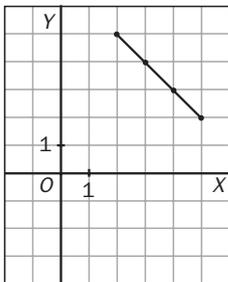


9.48 Dada la siguiente tabla:

x	2	3	4	5
y	5	4	3	2

- Comprueba que los puntos determinan una recta.
- Escribe la ecuación de la recta.
- ¿Cuál es la pendiente?
- ¿Cuál es la ordenada en el origen?

a) En efecto, los puntos están alineados:



- Al avanzar una unidad en el eje OX , se retrocede una unidad en el eje OY , luego $m = -1$. La ecuación de la recta es $y = -x + n$. Como pasa por $(2, 5)$, sustituyendo en la ecuación se tiene: $5 = -2 + n$. Por tanto, ha de ser $n = 7$. La ecuación de la recta es $y = -x + 7$.
- La pendiente es $m = -1$.
- La ordenada en el origen es $n = 7$.

9.49 Nuria, Alejandro, Pilar y Vicente han comprado, respectivamente, 1, 3, 5 y 6 cuadernos, todos ellos iguales. En total han pagado 56,25 euros.

- ¿Cuánto cuesta cada cuaderno?
- Escribe la función que relaciona el dinero que hay que pagar con el número de cuadernos comprados.
- ¿Es una función afín o lineal?
- ¿Cuánto hay que pagar por 10 cuadernos como los anteriores?
- Con 15 euros, ¿cuántos cuadernos podemos comprar?

a) En total han comprado: $1 + 3 + 5 + 6 = 15$ cuadernos.

Cada cuaderno ha costado $\frac{56,25}{15} = 3,75$ €.

b) La función es $y = \frac{x}{3,75}$. Indica que con x euros se pueden comprar y cuadernos.

c) Se trata de una función lineal.

d) Sustituyendo $y = 10$ en la ecuación, se tiene que $10 = \frac{x}{3,75}$. Despejando x , se tiene que $x = 10 \cdot 3,75 = 37,50$. Por 10 cuadernos hay que pagar 37,50 €.

e) Sustituyendo $x = 15$ en la ecuación, se tiene que $y = \frac{15}{3,75} = 4$ cuadernos se pueden comprar con 15 euros.

9.50 El consumo de electricidad se mide en kilovatios. El gasto mensual es una cantidad fija de 6,08 euros a la que se añade el precio de los kilovatios consumidos.

- Si el precio de un kilovatio es de 0,09 euros, ¿cuánto pagará una familia un mes que haya consumido 160 kilovatios?
- ¿Cuántos kilovatios habrá consumido una familia que un mes ha pagado 34,16 euros?
- Escribe la fórmula que permite calcular el gasto mensual de electricidad en función de los kilovatios consumidos.
- ¿Qué tipo de función es? Señala su pendiente y su ordenada en el origen.

a) La familia pagará: $6,08 + 160 \cdot 0,09 = 20,48$ €

b) Se tiene que: $6,08 + 0,09 \cdot x = 34,16 \Rightarrow x = \frac{34,16 - 6,08}{0,09} = 312$

La familia habrá consumido 312 kW.

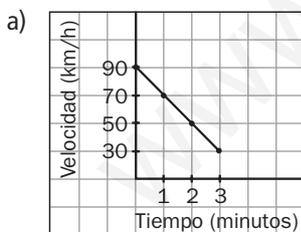
c) La fórmula es $y = 6,08 + 0,09x$, donde x representa los kW consumidos, e y , el gasto en euros.

d) Se trata de una función afín de pendiente 0,09 y ordenada en el origen $n = 6,08$.

9.51 La siguiente tabla muestra la velocidad de un coche en un momento de deceleración.

Tiempo (minutos)	0	1	2	3
Velocidad (km/h)	90	70	50	30

- Representa los datos gráficamente.
- ¿De qué tipo de función se trata?
- Escribe la expresión de la función.
- Si el coche continúa disminuyendo la velocidad a ese ritmo, ¿en qué minuto se detendrá?



b) Se trata de una función afín.

c) La ordenada en el origen es $n = 90$. Por tanto, la fórmula es $y = mx + 90$. Sustituyendo el punto (1, 70), se tiene que $70 = m + 90 \Rightarrow m = 70 - 90 = -20$

La expresión es $y = -20x + 90$, donde x indica el tiempo, e y , la velocidad.

d) En el momento en que se detenga, la velocidad será $y = 0$. Sustituyendo en la expresión se tiene que $0 = -20x + 90 \Rightarrow$

$\Rightarrow 20x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{20} = 4,5$. El coche se detendrá a los 4,5 minutos.

9.52 La función f asocia a cada radio, r , de una circunferencia el área del círculo que le corresponde.

- Escribe su ecuación.
- ¿Es una función lineal? ¿Es afín?
- ¿Cuál es el área de un círculo de 2 centímetros de radio?
- ¿Cuál es el radio de un círculo de 314 centímetros cuadrados de superficie?

a) $f(r) = \pi \cdot r^2$

b) No es una función lineal ni afín.

c) $f(2) = \pi \cdot 2^2 = 3,14 \cdot 4 = 12,56$. El área de un círculo de 2 cm de radio es de 12,56 cm².

d) Sustituyendo en la expresión de la función se tiene que: $\pi \cdot r^2 = 314 \Rightarrow r^2 = \frac{314}{\pi} = \frac{314}{3,14} = 100 \Rightarrow r = 10$

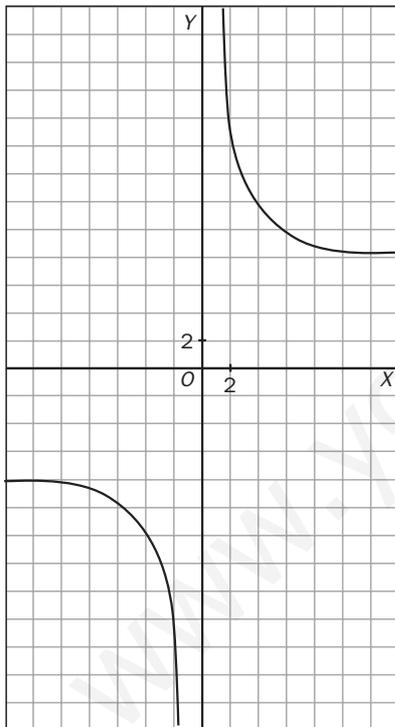
9.53 El producto de dos números es 18.

- Forma una tabla de posibles valores.
- Escribe la función que da un número conocido el otro.
- Representa gráficamente la función. ¿De qué tipo es?

x	0,5	1	2	3	6	9	18
y	36	18	9	6	3	2	1

b) $y = \frac{18}{x}$

c) Se trata de una función de proporcionalidad inversa.



REFUERZO

Funciones lineales y afines

9.54 Indica cuáles de las siguientes fórmulas son funciones de proporcionalidad directa, funciones afines o ninguna de ellas.

a) $f(x) = \frac{3}{2}x + 2$

b) $f(x) = 3x^2$

c) $f(x) = 5$

d) $f(x) = 5x$

a) Función afín.

b) No es afín ni de proporcionalidad directa.

c) Función afín.

d) Función de proporcionalidad directa.

9.55 Indica cuál de los siguientes puntos pertenece a la gráfica de la función afín: $y = -x + 9$

$A(0, -9)$ $B(-1, 10)$ $C(9, 0)$ $D(-3, 6)$

Para comprobar si un punto pertenece o no a la gráfica, se sustituyen sus coordenadas en la expresión de la función y se comprueba si se verifica la igualdad:

$A(0, -9)$ no pertenece a la gráfica de la función, ya que: $-9 \neq -0 + 9$

$B(-1, 10)$ sí pertenece a la gráfica de la función, ya que: $10 = -(-1) + 9$

$C(9, 0)$ sí pertenece a la gráfica de la función, ya que: $0 = -9 + 9$

$D(-3, 6)$ no pertenece a la gráfica de la función, ya que: $6 \neq -(-3) + 9$

Funciones de proporcionalidad inversa

9.56 a) Completa la siguiente tabla, que relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales.

N.º de alumnos	2	4	10	20
Precio	180			

b) ¿Cuál es la función que relaciona las dos magnitudes?

c) ¿Cuántos alumnos deberán ir a la excursión para que cada uno pague 10 euros? ¿Y para que cada uno pague 9 euros?

a) Se ha de verificar que el producto de ambas magnitudes permanezca constante. La tabla queda así:

N.º de alumnos	2	4	10	20
Precio	180	90	36	18

b) La función es: $y = \frac{360}{x}$

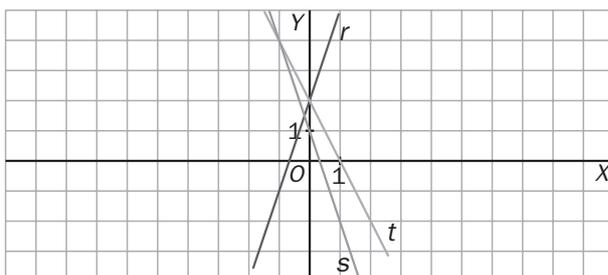
c) Si $y = 10$, se tiene que $10 = \frac{360}{x} \Rightarrow x = \frac{360}{10} = 36$. Por tanto, para que cada alumno pague 10 € es necesario que a la excursión vayan 36 alumnos.

Si $y = 9$, se tiene que $9 = \frac{360}{x} \Rightarrow x = \frac{360}{9} = 40$. Por tanto, para que cada alumno pague 9 € es necesario que a la excursión vayan 40 alumnos.

Pendiente y ordenada en el origen.

Rectas paralelas

9.57 Relaciona cada una de las rectas con las características indicadas.



a) Pendiente 3 y pasa por el punto $(0, 2)$.

b) Pasa por los puntos $(-1, 4)$ y $(2, -2)$.

c) Su pendiente es -3 , y su ordenada en el origen, 1.

a) Recta r

b) Recta t

c) Recta s

9.58 Escribe la ecuación de las siguientes rectas.

- Paralela al eje OY y a 3 unidades de distancia del origen de coordenadas.
- Todos sus puntos tienen como ordenada 12.
- Paralela a $y = -2x + 5$ y que pase por el origen de coordenadas.

a) $x = 3$

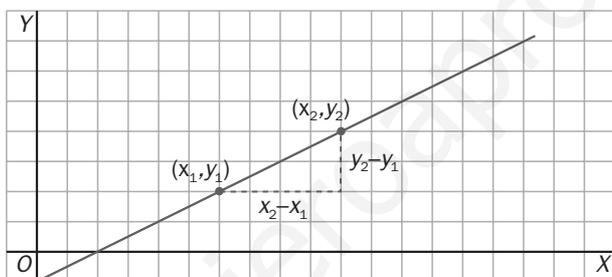
b) $y = 12$

c) La función es $y = -2x$. En efecto, por ser paralela a $y = -2x + 5$, es de la forma $y = -2x + n$, y como pasa por el origen de coordenadas, es una función lineal, luego $n = 0$.

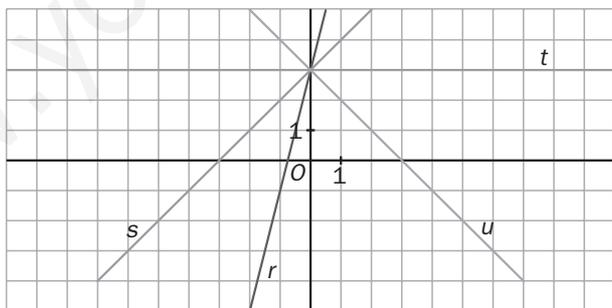
AMPLIACIÓN

9.59 Conocidos dos puntos de una recta: (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , se puede hallar su pendiente aplicando la siguiente fórmula:

$$m = \frac{\text{variación de la } y}{\text{variación de la } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Calcula la pendiente de las siguientes rectas.



Para cada una de las rectas se toman dos puntos cualesquiera y se aplica la fórmula.

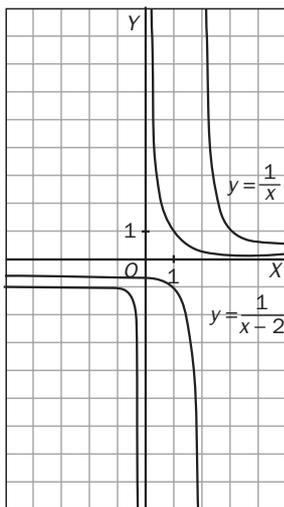
Recta s : tomados los puntos $(0, 3)$ y $(-3, 0)$, se tiene que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{-3 - 0} = \frac{-3}{-3} = 1$.

Recta r : tomados los puntos $(0, 3)$ y $(-1, -1)$, se tiene que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-1 - 0} = \frac{-4}{-1} = 4$.

Recta u : tomados los puntos $(0, 3)$ y $(3, 0)$, se tiene que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 3}{3 - 0} = \frac{-3}{3} = -1$.

Recta t : tomados los puntos $(0, 3)$ y $(1, 3)$, se tiene que $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 3}{1 - 0} = 0$.

9.60 Dibuja la gráfica de la función $y = \frac{1}{x-2}$ y compárala con $y = \frac{1}{x}$. ¿Qué observas?

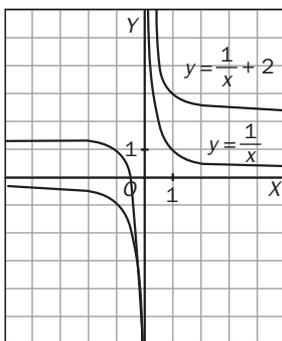


La gráfica de $y = \frac{1}{x-2}$ es igual a la de $y = \frac{1}{x}$, desplazada dos unidades hacia la derecha.

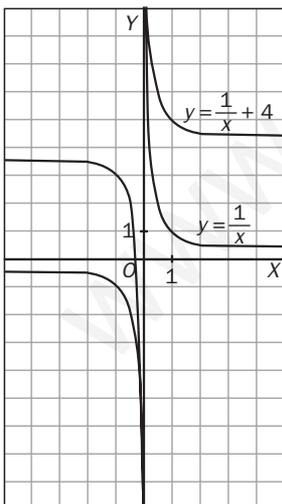
9.61 Representa en los mismos ejes de coordenadas las funciones $y = \frac{1}{x}$ e $y = \frac{1}{x} + 2$.

a) Explica qué tienen en común y en qué se diferencian las gráficas de las dos funciones.

b) A partir de la gráfica de $y = \frac{1}{x}$, dibuja la gráfica de la función $y = \frac{1}{x} + 4$ sin elaborar una tabla de valores.



a) La gráfica de $y = \frac{1}{x} + 2$ es igual a la de $y = \frac{1}{x}$, desplazada dos unidades hacia arriba.



b) La gráfica de $y = \frac{1}{x} + 4$ es igual a la de $y = \frac{1}{x}$, desplazada 4 unidades hacia arriba.

9.62 Escribe la fórmula de una función de proporcionalidad inversa que cumpla las condiciones de cada apartado.

a) Su gráfica se obtiene trasladando 5 unidades hacia abajo la gráfica de $y = \frac{-1}{x}$.

b) Su gráfica se obtiene trasladando 2 unidades a la izquierda la gráfica de $y = \frac{-1}{x}$.

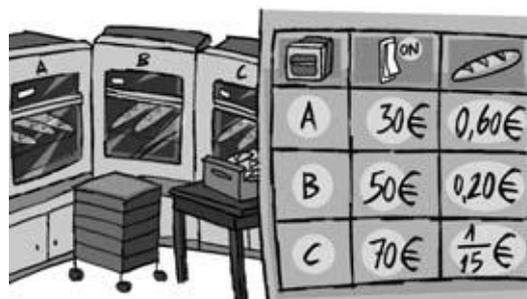
a) $y = \frac{-1}{x} - 5$

b) $y = \frac{-1}{x+2}$

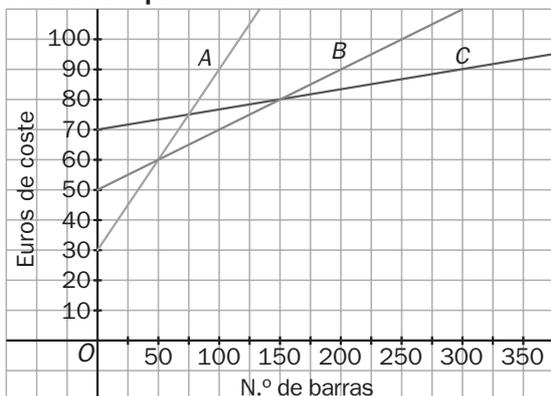
9.63 La tahona

Una tahona dispone de tres hornos para poder cocer las barras de pan, pero, debido al límite de potencia eléctrica, no puede utilizar dos de ellos de forma simultánea.

Cada horno tiene un coste inicial fijo diferente y otro coste por cada barra de pan cocida. En la tabla se reflejan las cantidades.



Las siguientes gráficas representan el coste total del funcionamiento de cada horno según el número de barras que se cuezan.



- Indica la gráfica que corresponde a cada horno.
- ¿Qué horno es más rentable encender para cocer 30 barras de pan? ¿Y para cocer 100 barras?
- ¿Qué horno deben encender si piensan cocer más de 200 barras?
- Establece las condiciones para utilizar uno u otro horno.

- La ordenada en el origen coincide con el precio de encendido del horno correspondiente. Por tanto, la gráfica que pasa por $(0, 30)$ corresponde al horno A, la gráfica que pasa por $(0, 50)$ corresponde al horno B, y la gráfica que pasa por $(0, 70)$ corresponde al horno C.
- Cocer 30 barras de pan cuesta: en el horno A: $30 + 30 \cdot 0,60 = 48$ €; en el horno B: $50 + 30 \cdot 0,20 = 56$ €; en el horno C: $70 + 30 \cdot \frac{1}{15} = 72$ €. Por tanto, el horno más rentable es el A.
Para cocer 100 barras el horno más rentable es el B ya que para $x = 100$ esta es la gráfica con una ordenada menor.
- El horno más rentable es aquel cuya recta permanece por debajo de las demás cuando el número de barras es mayor que 200. Dicha recta es la correspondiente al horno C.
- Sea n el número de barras. A la vista de las gráficas se observa que:
Si $n \leq 50$, el horno más rentable es el A.
Si $50 \leq n \leq 150$, el horno más rentable es el B.
Si $n \geq 150$, el horno más rentable es el C.

AUTOEVALUACIÓN

9.A1 Clasifica las siguientes funciones en lineales, afines o de proporcionalidad inversa.

a) $y = \frac{12}{x}$

c) $y = -3x$

b) $y = 4 + x$

d) $y = \frac{-1}{x}$

- Función de proporcionalidad inversa.
- Función afín.
- Función lineal.
- Función de proporcionalidad inversa.

9.A2 Sin realizar la gráfica, responde a las siguientes preguntas sobre la función $y = -4x - 2$.

- ¿Es una función creciente o decreciente?
- ¿En qué punto corta al eje de ordenadas?
- ¿Cuál es la ecuación de la paralela a ella que pasa por el origen?

- Es una función decreciente, porque la pendiente es negativa.
- Corta el eje de ordenadas cuando $x = 0$. Sustituyendo en la expresión se obtiene $y = -2$. El punto de corte es $(0, -2)$.
- La paralela a $y = -4x - 2$ que pasa por el origen es la recta que tiene la misma pendiente y cuya ordenada en el origen es $n = 0$. Por tanto, la ecuación es $y = -4x$.

9.A3 Señala cuáles de las siguientes funciones son paralelas a la función $y = 2 - 6x$.

- $y = 3x - 6$
- $y = -6x$
- $y = 6x + 2$
- $y = 8 - 6x$

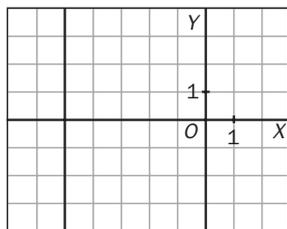
Son paralelas las funciones que tienen la misma pendiente: $m = -6$

- No es paralela.
- Es paralela.
- No es paralela.
- Es paralela.

9.A4 Da la ecuación de una recta paralela a $y = 4x$ que tenga la misma ordenada en el origen que la recta $y = 2x - 10$.

La pendiente de la recta $y = 4x$ es $m = 4$. La ordenada en el origen de la recta $y = 2x - 10$ es $n = -10$.
La ecuación buscada es $y = 4x - 10$.

9.A5 Representa la recta $x = -5$. ¿Es la gráfica de alguna función? Razónalo.

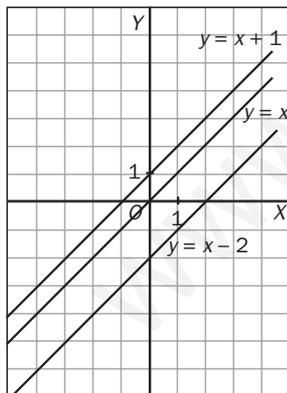


No se trata de la gráfica de una función, ya que a un único valor de x se le asignan infinitos valores de y .

9.A6 Representa las funciones siguientes.

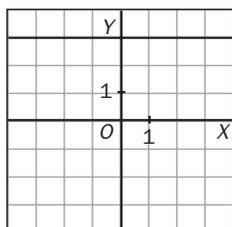
$$y = x + 1 \qquad y = x - 2 \qquad y = x$$

- ¿Cómo son las rectas?
- ¿Cómo son las pendientes?



- Las rectas son paralelas.
- Todas las pendientes son iguales.

9.A7 Representa la recta $y = 3$. Clasifícala en función de proporcionalidad directa, afín o de proporcionalidad inversa.



Es una función constante.

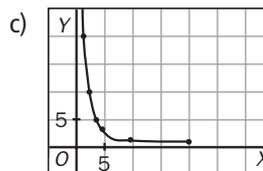
9.A8 La siguiente tabla de valores relaciona dos magnitudes inversamente proporcionales.

x	1	2	4	5	10	20
y	20	10				

- Completa la tabla.
- Escribe la función que relaciona las dos variables.
- Representa gráficamente la función.
- Describe una situación que pueda expresarse mediante esta función.

a)

x	1	2	4	5	10	20
y	20	10	5	4	2	1



b) La función es $y = \frac{20}{x}$.

d) Reparto de 20 caramelos entre cierto número de personas. La variable x representa el número de personas, y la variable y , el número de caramelos que le corresponde a cada una.

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

Los latidos del corazón

Por término medio el corazón de una persona late cada 0,8 segundos. Averigua las veces que ha latido tu corazón durante toda tu vida. Comprobarás que es una máquina tenaz.

El número de latidos de una persona en función del tiempo de vida viene dado por la función $y = \frac{x}{0,8}$ siendo x el número de segundos vividos.

Por ejemplo, si una persona ha vivido 12 años, 5 meses, un día y 12 horas, para calcular el número de latidos se procede del siguiente modo:

$$12 \cdot 365 = 4380 \text{ días hay en 12 años.}$$

$$5 \cdot 30 = 150 \text{ días hay en 5 meses.}$$

$$4380 + 150 + 1 = 4531 \text{ días hay en 12 años, 5 meses y un día.}$$

$$4531 \cdot 24 = 108\,744 \text{ horas hay en 12 años, 5 meses y un día.}$$

$$108\,744 + 12 = 108\,756 \text{ horas hay en 12 años, 5 meses, un día y 12 horas.}$$

$$108\,756 \cdot 3600 = 391\,521\,600 \text{ segundos hay en 12 años, 5 meses, un día y 12 horas.}$$

El número de latidos de dicha personas es $y = \frac{391\,521\,600}{0,8} = 489\,402\,000$ latidos.

Por supuesto el cálculo no es exacto: no tiene en cuenta los años bisiestos, ni los meses de 31 o 28 días. Además, durante el tiempo en que cada persona está calculando sus latidos, su corazón ha seguido latiendo, con lo que al terminar de calcular su corazón ya habrá latido más veces que el número obtenido en su cálculo.