

Proporcionalidad: Ejercicios resueltos

1) Indica si las siguientes parejas de magnitudes son directa o indirectamente proporcionales, o si no hay relación de ningún tipo entre ellas:

- a) Horas trabajadas y sueldo recibido.
- b) Velocidad de un vehículo y tiempo para recorrer una distancia.
- c) Velocidad de un vehículo y distancia recorrida en un tiempo determinado.
- d) Edad de una persona y altura.
- e) Número de personas que usa un taxi y dinero que paga cada una.

2) Una cuadrilla de cuatro obreros tarda dieciocho días en levantar un muro. ¿Cuánto habrían tardado si se hubiese contratado a dos personas más?

3) Una persona paga 500 euros por cuatro noches en un hotel, pero cuando está en el lugar decide prolongar su estancia hasta siete días. ¿Cuánto debe pagar entonces?

4) Un grifo suelta 6 litros de agua por minuto, tardando una hora para llenar un depósito. Si cerráramos el grifo hasta que solo echase cinco litros por minuto ¿Cuánto tardaría en llenar el depósito?

5) Un elefante de 4 toneladas puede devorar tres décimas partes de su peso en vegetación. ¿Cuánto comerá una cría que solo pese 300 kilos?

6) Un grupo de seis personas naufraga en una isla desierta. echan cuentas y descubren que tienen comida para diez días. Uno de los naufragos piensa: "si yo dejase de comer de las raciones y me conformara con los frutos de la isla, los demás tendrían comida para más tiempo" ¿Para cuántos días, en concreto?

7) Un piso de ochenta metros cuadrados vale 120.000 euros. ¿Cuánto debería valer otro semejante, en la misma zona, de cien metros cuadrados?

8) Si gallina y media pone huevo y medio en día y medio ¿Cuántos huevos pondrán dos gallinas en dos días?

Soluciones

1) Indica si las siguientes parejas de magnitudes son directa o indirectamente proporcionales, o si no hay relación de ningún tipo entre ellas:

a) Horas trabajadas y sueldo recibido.

Como a más horas trabajadas mayor sueldo, se trata de dos magnitudes directamente proporcionales.

b) Velocidad de un vehículo y tiempo para recorrer una distancia.

Cuanta más velocidad, menos tiempo tarda, y al revés. Por lo tanto, son inversamente proporcionales.

c) Velocidad de un vehículo y distancia recorrida en un tiempo determinado.

¿Parece lo mismo que el anterior? Pues no: a mayor velocidad, para un mismo tiempo el coche recorrerá más distancia. Son directamente proporcionales.

d) Edad de una persona y altura.

Al principio podría parecer que a mayor edad más altura, pero eso solo es cierto hasta un punto. A partir de una edad dejamos de crecer (si no, cuando llegáramos a los setenta ¡mediríamos seis o siete metros!), y no siempre crecemos al mismo ritmo. Entonces no existe relación ni directa ni inversa.

e) Número de personas que usa un taxi y dinero que paga cada una.

El precio del taxi es el mismo vaya una persona o vayan cuatro. Pero cuantas más sean, a menos tocarán a la hora de pagar. Son inversamente proporcionales.

2) Una cuadrilla de cuatro obreros tarda dieciocho días en levantar un muro. ¿Cuánto habrían tardado si se hubiese contratado a dos personas más?

Lo primero ¿es un caso de proporcionalidad directa o inversa? Como cuantos más obreros, antes se acaba, es proporcionalidad inversa.

4 obreros	→	18 días	
6 obreros	→	x	$x = 18 \cdot 4 / 6 = 12$ días

3) Una persona paga 500 euros por cuatro noches en un hotel, pero cuando está en el lugar decide prolongar su estancia hasta siete días. ¿Cuánto debe pagar entonces?

¿Directa o inversa? Cuanto más tiempo en el hotel, más caro, por lo que es proporcionalidad directa.

500 euros	→	4 días	
x	→	7 días	$x = 500 \cdot 7 / 4 = 875$ euros

4) *Un grifo suelta 6 litros de agua por minuto, tardando una hora para llenar un depósito. Si cerráramos el grifo hasta que solo echase cinco litros por minuto ¿Cuánto tardaría en llenar el depósito?*

Cuanto más suelte el grifo, menos tarda, así que es un problema de proporcionalidad inversa.

$$\begin{array}{lcl} 6 \text{ litros} & \rightarrow & 60 \text{ minutos} \\ 5 \text{ litros} & \rightarrow & x \end{array} \quad x = 6 \cdot 60 / 5 = 72 \text{ minutos}$$

5) *Un elefante de 4 toneladas puede devorar tres décimas partes de su peso en vegetación. ¿Cuánto comerá una cría que solo pese 300 kilos?*

En primer lugar, vamos a retocar algunos datos. Pasemos las toneladas a kilos, para tener todo en las mismas unidades (4 toneladas son 4000 kilos). Además, tenemos que saber cuánta cantidad de vegetación come (tres décimas partes de 4000 kilos son 1200 kilos). Y como cuanto más grandes, más comen, es proporcionalidad directa:

$$\begin{array}{lcl} 4000 \text{ kilos} & \rightarrow & 1200 \text{ kilos de vegetación} \\ 300 \text{ kilos} & \rightarrow & x \end{array} \quad x = 300 \cdot 1200 / 4000 = 90 \text{ kilos}$$

6) *Un grupo de seis personas naufraga en una isla desierta. echan cuentas y descubren que tienen comida para diez días. Uno de los naufragos piensa: "si yo dejase de comer de las raciones y me conformara con los frutos de la isla, los demás tendrían comida para más tiempo" ¿Para cuántos días, en concreto?*

Antes de ver los resultados del sacrificio del noble naufrago, veamos si es una regla de tres directa o inversa. Para una misma cantidad de comida, más cantidad de gente supone que las reservas durarán menos días, así que es inversa. ¿Qué ocurre entonces si, en vez de ser seis a repartir, son cinco?

$$\begin{array}{lcl} 6 \text{ personas} & \rightarrow & 10 \text{ días} \\ 5 \text{ personas} & \rightarrow & x \end{array} \quad x = 6 \cdot 10 / 5 = 12 \text{ días}$$

El valiente acto de nuestro naufrago les da entonces dos días más de comida, con más probabilidades de ser rescatados (si no, les tocará a los demás empezar a comer de lo que consigan en la isla).

7) *Un piso de ochenta metros cuadrados vale 120.000 euros. ¿Cuánto debería valer otro semejante, en la misma zona, de cien metros cuadrados?*

Un piso más grande es lógico que valga más, así que es proporcionalidad directa:

$$\begin{array}{lcl} 80 \text{ metros cuadrados} & \rightarrow & 120000 \text{ euros} \\ 100 \text{ metros cuadrados} & \rightarrow & x \end{array} \quad x = 120000 \cdot 100 / 80 = 150000 \text{ euros}$$

8) Si gallina y media pone huevo y medio en día y medio ¿Cuántos huevos pondrán tres gallinas en tres días?

Un problema particularmente bonito que a mucha gente le parece complicado a primera vista, mientras que otros muchos creen saber de inmediato la respuesta: "Tres huevos". ¿Es eso cierto? Vayamos por partes.

Aquí tenemos en realidad dos reglas de tres: huevos puestos por gallina y huevos puestos por cantidad de tiempo. Si piensas un poco, verás que ambas son de proporcionalidad directa.

Lo que hay que hacer es resolver primero una de las reglas de tres y luego la otra. La primera la plantearemos como " Si gallina y media pone huevo y medio en día y medio, ¿cuántos huevos pondrá **una** gallina en día y medio?" (En algunos libros llaman a este paso "reducción a la unidad").

1,5 gallinas → 1,5 huevos
1 gallina → x huevos $x = 1,5 \cdot 1 / 1,5 = 1$ huevo

En resumen, una gallina, para poner un huevo, tarda *día y medio* (y **no** un día, como parecería al principio). Parece claro que tres gallinas también tardarían *un día y medio* para poner tres huevos (cada una tarda ese tiempo en poner un huevo). ¿Y si les damos tres días?

2 huevos → 1,5 días
x → 3 días $x = 2 \cdot 3 / 1,5 = 4$ huevos

¡Sorpresa! Lo que es un misterio es cuál de las tres gallinas pone el "huevo extra"...

Una aclaración

En algunos libros de texto, en lugar de decir "regla de tres" dicen "regla de proporcionalidad". Es lo mismo. Las resuelven a través de fracciones, pero el resultado es idéntico. Este último cálculo del ejercicio 8 sería así:

$$2/x = 1,5/3$$

$$x = 2 \cdot 3 / 1,5$$
$$x = 4$$

Como ves, llegas al mismo resultado. En matemáticas da igual que le cambien el nombre a las cosas, porque los números no engañan.