

6 SISTEMAS DE ECUACIONES

EJERCICIOS PROPUESTOS

6.1 Halla las soluciones de la ecuación $2x + 6y = 28$ sabiendo el valor de una de las incógnitas.

a) $x = 5$

c) $y = 1$

e) $y = -3$

b) $x = 10$

d) $y = 0$

f) $x = \frac{1}{2}$

a) $x = 5 \rightarrow 2 \cdot 5 + 6y = 28 \rightarrow 10 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 18 \rightarrow y = 3$

Solución: $x = 5, y = 3$

b) $x = 10 \rightarrow 2 \cdot 10 + 6y = 28 \rightarrow 20 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Solución: $x = 10, y = \frac{4}{3}$

c) $y = 1 \rightarrow 2x + 6 \cdot 1 = 28 \rightarrow 2x + 6 = 28 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$

Solución: $x = 11, y = 1$

d) $y = 0 \rightarrow 2x + 6 \cdot 0 = 28 \rightarrow 2x = 28 \rightarrow x = 14$

Solución: $x = 14, y = 0$

e) $y = -3 \rightarrow 2x + 6 \cdot (-3) = 28 \rightarrow 2x = 28 + 18 \rightarrow 2x = 46 \rightarrow x = 23$

Solución: $x = 23, y = -3$

f) $x = \frac{1}{2} \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} + 6y = 28 \rightarrow 1 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 27 \rightarrow y = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

Solución: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{9}{2}$

6.2 Halla tres soluciones de cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $x + y = 10$

c) $3x + y = 8$

b) $2x - y = 14$

d) $-x - 5y = 0$

a) $x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$

Soluciones: $x = 1, y = 9$

$x = -1, y = 11$

$x = 2,5, y = 7,5$

b) $2x - y = 14 \rightarrow y = 2x - 14$

Soluciones: $x = 2, y = -10$

$x = 8, y = 2$

$x = -\frac{1}{2}, y = -15$

c) $3x + y = 8 \rightarrow y = 8 - 3x$

Soluciones: $x = 2, y = 2$

$x = -2, y = 14$

$x = \frac{1}{3}, y = 7$

d) $-x - 5y = 0 \rightarrow x = -5y$

Soluciones: $x = -5, y = 1$

$x = -10, y = 2$

$x = 1, y = -\frac{1}{5}$

6.3 Escribe la ecuación correspondiente a la siguiente situación: "Un grupo de amigos ha ido al teatro y ha comprado 3 entradas de patio y 5 de palco. En total han pagado 80 euros. ¿Cuánto cuesta la entrada de cada clase?"

Coste de la entrada de patio: x

Coste de la entrada de palco: y

Coste de 3 entradas de patio: $3x$

Coste de 5 entradas de palco: $5y$

Ecuación: $3x + 5y = 80$

Resolución: si la entrada de patio cuesta x , la de palco cuesta $y = \frac{80 - 3x}{5}$.

Por ejemplo, si la entrada de patio cuesta 15 euros, la de palco cuesta: $\frac{80 - 3 \cdot 15}{5} = 7$

6.4 Tomás ha leído 20 libros en total pertenecientes a dos colecciones. ¿Cuántos libros puede haber leído de cada colección?

a) Expresa con una ecuación la información del enunciado.

b) Si de la primera colección ha leído 8 libros, ¿cuántos ha leído de la segunda?

c) Y si de la segunda colección ha leído 9 libros, ¿cuántos ha leído de la primera?

a) N.º de libros leídos de la primera colección: x
 N.º de libros leídos de la segunda colección: y
 Ecuación: $x + y = 20$

b) $x = 8$ libros $\rightarrow 8 + y = 20 \rightarrow y = 20 - 8 = 12$
 Ha leído 8 libros de la primera colección y 12 de la segunda.

c) $y = 9$ libros $\rightarrow x + 9 = 20 \rightarrow x = 20 - 9 = 11$
 Ha leído 11 libros de la primera colección y 9 de la segunda.

6.5 Plantea el sistema de ecuaciones correspondiente a este problema: "La suma de dos números es igual a 6, y la diferencia del doble de los mismos es igual a 4".

Número mayor: x

Número menor: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

6.6 Halla la solución de este sistema probando con distintos valores para x e y .

$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

Para $x = 8, y = 3$ se satisface la segunda ecuación ($8 - 3 = 5$), pero no la primera ($8 + 6 = 14$).

Para $x = 10, y = 5$ se satisface la segunda ecuación ($10 - 5 = 5$) y también la primera ($10 + 10 = 20$).

Luego la solución del sistema es $x = 10, y = 5$.

6.7 Resuelve los siguientes sistemas utilizando una tabla.

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ x + y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 56 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - y = 10 \\ x + y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$
 Solución: $x = 7, y = 5$

x	9	8	7	6	5	4	3	2
y	3	4	5	6	7	8	9	10
$x - y$	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

b) $\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 56 \end{cases}$
 Solución: $x = 11, y = 6$

x	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	13	12	11	10	9	8	7	6	5
$4x + 2y$	42	44	46	48	50	52	54	56	58

c) $\begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ x + y = 10 \end{cases}$
 Solución: $x = 3, y = 7$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	9	8	7	6	5	4	3	2
$2x + 6y$	56	52	48	44	40	36	32	28

d) $\begin{cases} 4x - y = 10 \\ x + y = 5 \end{cases}$
 Solución: $x = 3, y = 2$

x	1	2	3	4	5
y	4	3	2	1	0
$4x - y$	0	5	10	15	20

- 6.8 La suma de dos números es igual a 8, y la diferencia entre el doble del primero y el segundo es 1. Calcula los números utilizando una tabla.

El sistema es: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	7	6	5	4	3	2	1	0
2x - y	-5	-2	1	4	7	10	13	16

Los números son:

$x = 3, y = 5$

- 6.9 Calcula el valor del coeficiente a y de la incógnita x en este sistema sabiendo que el valor de y es 2. $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + ay = 5 \end{cases}$

Sustituimos en el sistema: $\begin{cases} 3x - 2 = 1 \\ x + 2a = 5 \end{cases}$

Resolviendo la primera ecuación obtenemos: $3x - 2 = 1 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$

En la segunda ecuación sustituimos x por su valor: $\begin{cases} 1 + 2a = 5 \\ 2a = 4 \rightarrow a = 2 \end{cases}$

El coeficiente $a = 2$, y la incógnita $x = 1$.

- 6.10 Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 28 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

Se despeja y en la primera ecuación:

$$y = 10 - 3x$$

Se sustituye y en la segunda ecuación:

$$x + 3(10 - 3x) = 6$$

Se resuelve la ecuación:

$$x + 30 - 9x = 6$$

$$-8x = -24 \rightarrow x = 3$$

Se sustituye x en la ecuación despejada:

$$y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$$

La solución del sistema es:

$$x = 3, y = 1$$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$

Se despeja x en la segunda ecuación:

$$x = 22 + 8y$$

Se sustituye en la primera ecuación:

$$3(22 + 8y) - 4y = 26$$

Se resuelve la ecuación:

$$66 + 24y - 4y = 26$$

$$20y = 26 - 66 = -40 \rightarrow y = -2$$

Se sustituye y en la ecuación despejada:

$$x = 22 + 8 \cdot (-2) = 6$$

La solución es:

$$x = 6, y = -2$$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 28 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

Se despeja y en la segunda ecuación:

$$y = -7 + 3x$$

Se sustituye en la primera ecuación:

$$5x - 4(-7 + 3x) = 28$$

Se resuelve la ecuación:

$$5x + 28 - 12x = 28$$

$$7x = 0 \rightarrow x = 0$$

Se sustituye x en la ecuación despejada:

$$y = -7 + 3 \cdot 0 = -7$$

La solución es:

$$x = 0, y = -7$$

d) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

Se despeja x en la segunda ecuación:

$$x = y$$

Se sustituye en la primera ecuación:

$$y + y = -2$$

Se resuelve la ecuación:

$$2y = -2 \rightarrow y = -1$$

Se sustituye y en la ecuación despejada:

$$x = -1$$

La solución es:

$$x = -1, y = -1$$

6.11 El perímetro de una piscina mide 70 metros, y el largo es dos veces y media mayor que el ancho. Calcula el largo y el ancho de la piscina.

Ancho de la piscina: x

Se sustituye y en la primera ecuación:

Largo de la piscina: y

$$2x + 2 \cdot 2,5x = 70$$

Perímetro: $2x + 2y$

Se resuelve la ecuación:

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ y = 2,5x \end{cases}$$

$$2x + 5x = 70 \rightarrow 7x = 70 \rightarrow x = 10$$

Se sustituye x en la ecuación despejada:

$$y = 2,5 \cdot 10 = 25$$

El ancho mide 10 metros, y el largo, 25.

6.12 Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción.

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x + 5y = 22 \\ 3x - 6y = -27 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ -2x - 5y = 40 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$

Eliminamos la x :

$$15x + 55y = 335$$

$$15x - 9y = 15$$

$$64y = 320 \rightarrow y = 5$$

Restamos las ecuaciones:

Sustituimos $y = 5$ en cualquier ecuación para hallar el valor de x :

$$5x - 3 \cdot 5 = 5 \rightarrow 5x = 5 + 15 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$$

La solución es: $x = 4, y = 5$.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$

Eliminamos la x :

$$6x + 9y = 51$$

$$6x + 4y = 36$$

$$5y = 15 \rightarrow y = 3$$

Restamos las ecuaciones:

Sustituimos $y = 3$ en cualquier ecuación para hallar el valor de x :

$$2x + 3 \cdot 3 = 17 \rightarrow 2x = 17 - 9 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$

La solución es: $x = 4, y = 3$.

c) $\begin{cases} -2x + 5y = 22 \\ 3x - 6y = -27 \end{cases}$

Eliminamos la x :

$$-6x + 15y = 66$$

$$6x - 12y = -54$$

$$3y = 12 \rightarrow y = 4$$

Sumamos las ecuaciones:

Sustituimos $y = 4$ en cualquier ecuación para hallar el valor de x :

$$3x - 6 \cdot 4 = -27 \rightarrow 3x - 24 = -27 \rightarrow 3x = -3 \rightarrow x = -1$$

La solución es: $x = -1, y = 4$.

d) $\begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ -2x - 5y = 40 \end{cases}$

Eliminamos la x :

$$4x + 7y = -56$$

$$-4x - 10y = 80$$

$$-3y = 24 \rightarrow y = -8$$

Sumamos las ecuaciones:

Sustituimos $y = -8$ en cualquier ecuación para hallar el valor de x :

$$4x + 7 \cdot (-8) = -56 \rightarrow 4x - 56 = -56 \rightarrow 4x = 0 \rightarrow x = 0$$

La solución es: $x = 0, y = -8$.

6.13 Resuelve los siguientes sistemas por el método de reducción.

a) $\begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 7x - 3y = 52 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 12x + 32y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$\begin{array}{r} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \\ \hline \end{array}$$

Sumamos:

$$7y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{7}$$

Eliminamos la y:

$$\begin{array}{r} 21x - 42y = -15 \\ -14x + 42y = 18 \\ \hline \end{array}$$

Sumamos:

$$7x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{7}$$

La solución es: $x = \frac{3}{7}, y = \frac{4}{7}$.

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 12x + 32y = 7 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$\begin{array}{r} 12x + 8y = 4 \\ 12x + 32y = 7 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$24y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

Eliminamos la y:

$$\begin{array}{r} 48x + 32y = 16 \\ 12x + 32y = 7 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$36x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

La solución es: $x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{8}$.

c) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 7x - 3y = 52 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$\begin{array}{r} 21x + 42y = 273 \\ 21x - 9y = 156 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$51y = 117 \rightarrow y = \frac{117}{51} = \frac{39}{17}$$

Eliminamos la y:

$$\begin{array}{r} 3x + 6y = 39 \\ 14x - 6y = 104 \\ \hline \end{array}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$17x = 143 \rightarrow x = \frac{143}{17}$$

La solución es: $x = \frac{143}{17}, y = \frac{39}{17}$.

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$\begin{array}{r} 10x - 6y = 24 \\ 10x - 25y = 70 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$-19y = 46 \rightarrow y = -\frac{46}{19}$$

Eliminamos la y:

$$\begin{array}{r} 25x - 15y = 60 \\ 6x - 15y = 42 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$19x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{19}$$

La solución es: $x = \frac{18}{19}, y = -\frac{46}{19}$.

- 6.14 Un hotel tiene habitaciones dobles (con dos camas) y sencillas (con una cama). En total tiene 84 habitaciones y 154 camas. ¿Cuántas habitaciones hay de cada clase?

N.º de habitaciones dobles: x

N.º de habitaciones sencillas: y Sistema: $\begin{cases} x + y = 84 \\ 2x + y = 154 \end{cases}$

Resolución (reducimos y restando ecuaciones): $x = 70 \rightarrow 70 + y = 84 \rightarrow y = 14$

El número de habitaciones dobles es 70, y el de habitaciones sencillas, 14.

- 6.15 La edad de Araceli es el doble de la de su hermano Jesús. Hace 5 años, la suma de sus edades era igual a la edad actual de Araceli. ¿Cuál es la edad de cada uno?

Edad actual de Jesús: x

Edad actual de Araceli: y

Edad de Jesús hace 5 años: $x - 5$

Edad de Araceli hace 5 años: $y - 5$ Sistema: $\begin{cases} y = 2x \\ (x - 5) + (y - 5) = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x + y - 10 = y \end{cases}$

Resolución (despejamos x en la 2.ª ecuación): $x = 10$
 $y = 2 \cdot 10 = 20$

La edad actual de Araceli es 20 años, y la de Jesús, 10 años.

- 6.16 Francisco tiene 44 euros en monedas de 1 euro y billetes de 5 euros. El número de billetes es el doble que el de monedas. ¿Cuántas monedas y billetes tiene Francisco?

N.º de monedas: x

N.º de billetes: y Sistema: $\begin{cases} x + 5y = 44 \\ y = 2x \end{cases}$

Resolución (sustituimos la y): $x + 10x = 44 \rightarrow 11x = 44 \rightarrow x = 4$
 $y = 2 \cdot 4 = 8$

Francisco tiene 4 monedas de un euro y 8 billetes de cinco euros.

- 6.17 Encuentra dos números tales que el triple del primero aumentado en 4 sea igual al segundo, mientras que el doble del segundo disminuido en 2 sea 8 veces el primero.

Primer número: x

Segundo número: y Sistema: $\begin{cases} 3x + 4 = y \\ 2y - 2 = 8x \end{cases}$

Resolución (sustituimos y): $2 \cdot (3x + 4) - 2 = 8x$
 $6x + 8 - 2 = 8x$
 $6x + 6 = 8x \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = 3 \rightarrow y = 3 \cdot 3 + 4 = 13$

El primer número es 3, y el segundo, 13.

PROBLEMAS PROPUESTOS

- 6.18 La suma de dos números es 45, y su diferencia es 19. ¿Cuáles son estos números?

Primer número: x

Segundo número: y Sistema: $\begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 19 \end{cases}$

Sumamos las ecuaciones: $2x = 64 \rightarrow x = \frac{64}{2} = 32$

Sustituimos: $32 - y = 19 \rightarrow y = 13$

El primer número es 32, y el segundo, 13.

- 6.19 En un garaje hay 37 vehículos entre coches y motos, que suman en total 104 ruedas. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay en el garaje?

Número de coches: x

Número de motos: y Sistema: $\begin{cases} x + y = 37 \\ 4x + 2y = 104 \end{cases}$

Eliminamos y : $\begin{cases} 2x + 2y = 74 \\ 4x + 2y = 104 \end{cases}$

Restamos las ecuaciones: $2x = 30 \rightarrow x = 15$

Sustituimos: $15 + y = 37 \rightarrow y = 22$

En el garaje hay 15 coches y 22 motos.

6.20 Ahora, un antiguo acertijo.

“Cada mochuelo en su olivo y sobra un mochuelo.

Dos mochuelos en cada olivo y sobra un olivo.

¿Cuántos olivos y cuántos mochuelos hay?”

Número de mochuelos: x

Número de olivos: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x = y + 1 \\ x = 2(y - 1) \end{cases}$$

Sustituimos: $y + 1 = 2y - 2 \rightarrow y = 3$

$$x = 3 + 1 = 4$$

Hay 4 mochuelos y 3 olivos.

ACTIVIDADES

CÁLCULO MENTAL

6.21 Calcula el valor de y en las siguientes ecuaciones.

a) $x + y = 4$, siendo $x = 3$

c) $2x + y = 6$, siendo $x = 2$

b) $x - y = 8$, siendo $x = 10$

d) $2x - y = 0$, siendo $x = 1,5$

a) $x + y = 4$, siendo $x = 3 \rightarrow y = 1$

c) $2x + y = 6$, siendo $x = 2 \rightarrow y = 2$

b) $x - y = 8$, siendo $x = 10 \rightarrow y = 2$

d) $2x - y = 0$, siendo $x = 1,5 \rightarrow y = 3$

6.22 Halla tres soluciones de cada ecuación.

a) $x + y = 10$

c) $2x + 2y = 12$

b) $x - y = 1$

d) $x = 3y$

a) $x + y = 10$

$x = 1, y = 9$ $x = 8, y = 2$ $x = 5, y = 5$

b) $x - y = 1$

$x = 7, y = 6$ $x = 11, y = 10$ $x = -9, y = -10$

c) $2x + 2y = 12 \rightarrow x + y = 6$

$x = 2, y = 4$ $x = 5, y = 1$ $x = 6, y = 0$

d) $x = 3y$

$x = 3, y = 1$ $x = 6, y = 2$ $x = -12, y = -4$

6.23 Fíjate en la tabla y di cuál es la solución del sistema formado por estas ecuaciones.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

La solución del sistema es $x = 6, y = 1$ porque satisface las dos ecuaciones: $6 + 1 = 7; 6 - 3 \cdot 1 = 3$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
$x - 3y$	-21	-17	-13	-9	-5	-1	3	7

6.24 Completa el sistema para que tenga esta solución: $x = 5, y = 2$.

$$\begin{cases} x + y = ? \\ x + 2y = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

6.25 ¿Cuánto tienen que valer c y c' para que el siguiente sistema tenga por solución $x = 2, y = 1$?

$$\begin{cases} 6x + 5y = c \\ 4x - 3y = c' \end{cases}$$

$$6x + 5y = c \rightarrow c = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 12 + 5 = 17$$

$$4x - 3y = c' \rightarrow c' = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 8 - 3 = 5$$

6.26 Calcula la solución de los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 6 \end{cases}$

a) $x = 8, y = 4$

b) $x = 4, y = 2$

6.27 "Añadiendo 3 a un número se obtiene el segundo, y añadiendo 2 al segundo se obtiene el doble del primero. ¿Cuál es cada número?". Expresa el sistema.

Primer número: x

Segundo número: y

$$\text{El sistema es: } \begin{cases} x + 3 = y \\ y + 2 = 2x \end{cases}$$

Sustituimos en la segunda ecuación: $x + 3 + 2 = 2x \rightarrow x = 5$

$$y = 5 + 3 = 8$$

Los números son 5 y 8.

6.28 La suma de dos números es 8, y su diferencia es 2. ¿Cuál es el valor de cada número?

Número: x

Otro número: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Probamos con $x = 6, y = 2$ $6 + 2 = 8$ y $6 - 2 = 4 \neq 2$.

Probamos con $x = 5, y = 3$ $5 + 3 = 8$ y $5 - 3 = 2$.

Los números son $x = 5, y = 3$.

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Ecuaciones con dos incógnitas

6.29 En un aula hay en total 20 alumnos y alumnas. Escribe la ecuación correspondiente a esta situación.

N.º de alumnos: x

N.º de alumnas: y

$$\text{Ecuación: } x + y = 20$$

6.30 Halla tres soluciones de esta ecuación: $x + 2y = 60$.

$$x = 10, y = 25$$

$$x = 60, y = 0$$

$$x = 80, y = -10$$

6.31 Sea la ecuación $2x + 4y = 27$.

a) Halla una solución de modo que x sea igual a 1,5.

b) ¿Cuántas soluciones tiene esta ecuación?

$$\text{a) } 2x + 4y = 27 \rightarrow 2 \cdot 1,5 + 4y = 27 \rightarrow 3 + 4y = 27 \rightarrow 4y = 24 \rightarrow y = 6$$

b) Infinitas.

6.32 Se sabe que una solución de $3x - 5y = c$ es $x = 4, y = 1$. ¿Cuál es la ecuación?

$$3x - 5y = c \rightarrow c = 3 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 12 - 5 = 7$$

La ecuación es: $3x - 5y = 7$.

6.33 En un garaje hay bicicletas y coches. En total se cuentan 24 ruedas. Averigua si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

a) Hay 3 bicicletas y 4 coches.

c) Hay 4 bicicletas y 4 coches.

b) Hay 2 bicicletas y 5 coches.

d) Hay 5 bicicletas y 3 coches.

N.º de bicicletas: x

N.º de coches: y

$$\text{Ecuación: } 2x + 4y = 24$$

$$\text{a) Hay 3 bicicletas y 4 coches: } 2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 6 + 16 = 22 \neq 24 \rightarrow \text{FALSA.}$$

$$\text{b) Hay 2 bicicletas y 5 coches: } 2 \cdot 2 + 4 \cdot 5 = 4 + 20 = 24 \rightarrow \text{VERDADERA.}$$

$$\text{c) Hay 4 bicicletas y 4 coches: } 2 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 8 + 16 = 24 \rightarrow \text{VERDADERA.}$$

$$\text{d) Hay 5 bicicletas y 3 coches: } 2 \cdot 5 + 4 \cdot 3 = 10 + 12 = 22 \neq 24 \rightarrow \text{FALSA.}$$

Sistemas de ecuaciones. Soluciones

6.34 "Para organizar el deporte de un centro escolar se convoca a una reunión. Concurren 38 estudiantes, habiendo 6 alumnos más que alumnas". ¿Cuántos alumnos y alumnas hay? Escribe el sistema de ecuaciones que exprese la información dada.

N.º de alumnos: x

N.º de alumnas: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 38 \\ x = y + 6 \end{cases}$$

Hay 22 alumnos y 16 alumnas.

6.35 La suma de dos números es 24, y su diferencia es 6. Escribe el sistema de ecuaciones correspondiente.

Un número: x

El otro número: y

Los números son 15 y 9.

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

6.36 Se tiene el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 5x - y = 6 \end{cases}$

Averigua cuáles de los siguientes pares de números son solución del sistema:

a) $x = 5, y = 2$

b) $x = 1, y = -1$

c) $x = 2, y = 4$

a) $x = 5, y = 2$

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 10 + 6 = 16$$

$$5 \cdot 5 - 2 = 23$$

No es solución del sistema porque no satisface la segunda ecuación.

b) $x = 1, y = -1$

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 2 - 3 = -1$$

No es solución porque no satisface la primera ecuación.

c) $x = 2, y = 4$

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$$

$$5 \cdot 2 - 4 = 10 - 4 = 6$$

Es la solución del sistema porque satisface las dos ecuaciones.

6.37 Halla la solución del siguiente sistema de ecuaciones. (La solución es un par de números naturales).

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

Probamos con el par de números $x = 3, y = 1$:

$$3 + 2 \cdot 1 = 3 + 2 = 5$$

$$4 \cdot 3 - 1 = 12 - 1 \neq 2$$

No es solución porque no satisface la segunda ecuación.

Probamos con el par de números $x = 1, y = 2$:

$$1 + 2 \cdot 2 = 1 + 4 = 5$$

$$4 \cdot 1 - 2 = 4 - 2 = 2$$

El par $(1, 2)$ es solución del sistema porque satisface las dos ecuaciones.

Resolución de sistemas por tablas

6.38 Copia y completa la tabla para hallar la solución de este sistema.

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

La solución es: $x = 3, y = 5$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$2x - y$	-8	-5	-2	1	4	7	10	13	16

6.39 Averigua la solución del siguiente sistema completando la tabla.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$$

La solución es: $x = 6, y = 1$.

x	8	7	6	5	4	3	2
y	3	2	1	0	-1	-2	-3
$x - y$	5	5	5	5	5	5	5
$2x + 3y$	25	20	15	10	5	0	-5

6.40 Resuelve por tablas los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y - x = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y - x = 4 \end{cases}$

Solución:

$x = 4, y = 8$

x	11	10	9	8	7	6	5	4	3
y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y - x$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$

Solución: $x = 8, y = 2$

x	10	9	8	7	6	5	4	3	2
y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x - 3y$	10	6	2	-2	-6	-10	-14	-18	-22

Resolución de sistemas por sustitución

6.41 Resuelve estos sistemas aplicando el método de sustitución.

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 4y - x = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ y - x = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 1 = 3x \\ 5y + 9 = 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$y = 10 - x$$

Sustituimos y en la segunda ecuación:

$$6x - 7(10 - x) = 34$$

$$6x - 70 + 7x = 34$$

Resolvemos:

$$13x = 70 + 34 \rightarrow 13x = 104 \rightarrow x = 8$$

Sustituimos x en la ecuación despejada:

$$y = 10 - 8 = 2$$

La solución es: $x = 8, y = 2$.

b) $\begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ y - x = 3 \end{cases}$

Despejamos y en la segunda ecuación:

$$y = 3 + x$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$6x - 10(3 + x) = 14$$

Resolvemos:

$$6x - 30 - 10x = 14$$

$$-4x = 44 \rightarrow x = -11$$

Sustituimos en la ecuación despejada:

$$y = 3 - 11 = -8$$

La solución es: $x = -11, y = -8$.

c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 4y - x = 14 \end{cases}$

Despejamos x en la primera ecuación:

$$x = 4 + y$$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$$4y - (4 + y) = 14$$

Resolvemos:

$$4y - 4 - y = 14 \rightarrow 3y = 18 \rightarrow y = 6$$

Sustituimos y en la ecuación despejada:

$$x = 4 + 6 = 10$$

La solución es: $x = 10, y = 6$.

d) $\begin{cases} x + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$

Hallamos el valor de x en la primera ecuación: $2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Sustituimos en la segunda ecuación: $5\frac{1}{2} + 9 = 3y \rightarrow 5 + 18 = 6y \rightarrow 23 = 6y \rightarrow y = \frac{23}{6}$

La solución es: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{23}{6}$.

6.42 Resuelve los siguientes sistemas por sustitución.

a) $\begin{cases} 18 + x - y = 0 \\ 5x - y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -5 = y - x \\ 2x - 8 = 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 18 + x - y = 0 \\ 5x - y = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = -18 \\ 5x - y = -6 \end{cases}$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$y = x + 18$$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$$5x - (x + 18) = -6 \rightarrow 5x - x - 18 = -6 \rightarrow 4x = -6 + 18 = 12 \rightarrow x = 3$$

Sustituimos x en la ecuación despejada:

$$y = 3 + 18 = 21$$

La solución es: $x = 3, y = 21$.

b) $\begin{cases} -5 = y - x \\ 2x - 8 = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y - x = -5 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$

Despejamos y en la primera ecuación:

$$y = x - 5$$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$$2x - 3(x - 5) = 8 \rightarrow 2x - 3x + 15 = 8 \rightarrow -x = 8 - 15 = -7 \rightarrow x = 7$$

Sustituimos en la ecuación despejada:

$$y = 7 - 5 = 2$$

La solución es: $x = 7, y = 2$.

Resolución de sistemas por reducción

6.43 Resuelve los siguientes sistemas aplicando el método de reducción.

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 7x + 2y = 22 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la x :

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 20 \\ -4x + 6y = 16 \\ \hline \end{array}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$9y = 36 \rightarrow y = 4$$

Sustituimos la y :

$$4x + 3 \cdot 4 = 20$$

$$4x + 12 = 20 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

La solución es: $x = 2, y = 4$.

b) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

Eliminamos la y :

$$\begin{array}{r} 9x + 3y = 30 \\ x + 3y = 6 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$8x = 24 \rightarrow x = 3$$

Sustituimos la x :

$$3 + 3y = 6 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1$$

La solución es: $x = 3, y = 1$.

c) $\begin{cases} -2x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la x sumando las ecuaciones: $7y = 14 \rightarrow y = 2$

Sustituimos la y :

$$2x + 3 \cdot 2 = 8 \rightarrow 2x + 6 = 8 \rightarrow x = 1$$

La solución es: $x = 1, y = 2$.

d) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 7x + 2y = 22 \end{cases}$

Eliminamos y :

$$\begin{array}{r} 2x + 2y = 2 \\ 7x + 2y = 22 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$5x = 20 \rightarrow x = 4$$

Sustituimos la x :

$$4 + y = 1 \rightarrow y = -3$$

La solución es: $x = 4, y = -3$.

6.44 Resuelve por reducción los siguientes sistemas.

a) $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x + 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 2y - 1 = 7x \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x + 2y = 1 \end{cases}$

Eliminamos la y :

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = -4 \\ -7x + 2y = 1 \\ \hline \end{array}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$-x = -3 \rightarrow x = 3$$

Sustituimos la x :

$$3 \cdot 3 - y = -2 \rightarrow 9 - y = -2 \rightarrow -y = -11 \rightarrow y = 11$$

La solución es: $x = 3, y = 11$.

b) $\begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$

Eliminamos la y :

$$\begin{array}{r} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$2x = 22 \rightarrow x = 11$$

Sustituimos la x :

$$6 \cdot 11 + 2y = 80 \rightarrow 66 + 2y = 80$$

$$2y = 80 - 66 = 14 \rightarrow y = 7$$

La solución es: $x = 11, y = 7$.

c) $\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 2y - 1 = 7x \end{cases}$

\rightarrow

$$\begin{cases} 3x - y = -2 \\ 7x - 2y = -1 \end{cases}$$

Eliminamos la y :

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = -4 \\ 7x - 2y = -1 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$x = 3$$

Sustituimos la x :

$$3 \cdot 3 - y = -2$$

$$9 - y = -2$$

$$-y = -2 - 9 = -11 \rightarrow y = 11$$

La solución es: $x = 3, y = 11$.

d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases}$

\rightarrow

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Eliminamos la x :

$$\begin{array}{r} 2x - 2y = 10 \\ 2x + 3y = 5 \\ \hline \end{array}$$

Restamos las ecuaciones:

$$5y = -5 \rightarrow y = -1$$

Sustituimos la y :

$$x - (-1) = 5$$

$$x + 1 = 5 \rightarrow x = 4$$

La solución es: $x = 4, y = -1$.

6.45 Resuelve por el método de reducción doble los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 9x - 4y = 52 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 5y = -2 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 18x + 30y = 19 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 9x - 4y = 52 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$9x + 18y = 117$$

$$\underline{9x - 4y = 52}$$

Restamos las ecuaciones:

$$22y = 65 \rightarrow y = \frac{65}{22}$$

Eliminamos la y:

$$6x + 12y = 78$$

$$\underline{27x - 12y = 156}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$33x = 234 \rightarrow x = \frac{234}{33} = \frac{78}{11}$$

La solución es: $x = \frac{78}{11}$, $y = \frac{65}{22}$.

b) $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$4x + 3y = 8$$

$$\underline{4x + 10y = 16}$$

Restamos las ecuaciones:

$$7y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{7}$$

Eliminamos la y:

$$20x + 15y = 40$$

$$\underline{6x + 15y = 24}$$

Restamos las ecuaciones:

$$14x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

La solución es: $x = \frac{8}{7}$, $y = \frac{8}{7}$.

c) $\begin{cases} x + 5y = -2 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$

Eliminamos la x:

$$4x + 20y = -8$$

$$\underline{4x - 2y = 3}$$

Restamos las ecuaciones:

$$22y = -11 \rightarrow y = -\frac{11}{22} = -\frac{1}{2}$$

Eliminamos la y:

$$2x + 10y = -4$$

$$\underline{20x - 10y = 15}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$22x = 11 \rightarrow x = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$$

La solución es: $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$.

d) $\begin{cases} 18x + 30y = 19 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminamos la y:

$$18x + 30y = 19$$

$$\underline{80x + 30y = 80}$$

Restamos las ecuaciones:

$$62x = 61 \rightarrow x = \frac{61}{62}$$

Eliminamos la x:

$$72x + 120y = 76$$

$$\underline{72x + 27y = 72}$$

Restamos las ecuaciones:

$$93y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{93}$$

La solución es: $x = \frac{61}{62}$, $y = \frac{4}{93}$.

Resolución de sistemas

6.46 Haz las operaciones con las ecuaciones de cada sistema y elige el método para resolverlos.

a)
$$\begin{cases} 3x + y - 10 = 0 \\ 2(x + 3y) = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ 2(x + 3) = 6 - y \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4(2 - x) = 3y \\ 2(2 - x) = 2(y - 2) \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 4x - 9 \\ 3(x + y) = 13 - 2(4 - 5y) \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x + y - 10 = 0 \\ 2(x + 3y) = 12 \end{cases} \rightarrow$$

Método: sustitución.

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$$

$$y = 10 - 3x$$

$$2x + 6(10 - 3x) = 12$$

$$2x + 60 - 18x = 12$$

$$-16x = -48 \rightarrow x = 3$$

$$y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$$

Sustituimos en la ecuación despejada:

La solución es: $x = 3, y = 1$.

b)
$$\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ 2(x + 3) = 6 - y \end{cases} \rightarrow$$

Método: reducción.

Sumamos las ecuaciones:

$$\begin{cases} x - y = -6 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$3x = -6 \rightarrow x = -2$$

Sustituimos:

$$-2 - y = -6 \rightarrow y = 4$$

La solución es: $x = -2, y = 4$.

c)
$$\begin{cases} 4(2 - x) = 3y \\ 2(2 - x) = 2(y - 2) \end{cases} \rightarrow$$

Método: reducción.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$4x + 3y = 8$$

$$4x + 4y = 16$$

$$y = 8$$

Restamos las ecuaciones:

Sustituimos la y :

$$2x + 2 \cdot 8 = 8$$

$$2x + 16 = 8 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$$

La solución es: $x = -4, y = 8$.

d)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 4x - 9 \\ 3(x + y) = 13 - 2(4 - 5y) \end{cases} \rightarrow$$

Método: sustitución.

$$\begin{cases} x + 3y = -9 \\ 3x + 3y = 13 - 8 + 10y \end{cases} \rightarrow$$

$$x = -9 - 3y$$

$$3(-9 - 3y) - 7y = 5$$

$$-27 - 9y - 7y = 5$$

$$-16y = 32 \rightarrow y = -2$$

Sustituimos la y :

$$x + 3 \cdot (-2) = -9$$

$$x - 6 = -9 \rightarrow x = -3$$

La solución es: $x = -3, y = -2$.

6.47 Haz las operaciones con las ecuaciones de cada sistema y a continuación resuélvelos por el método que prefieras.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+5}{6} - \frac{y-5}{2} = -3 \\ \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x+2}{3} = x-y \\ 2x+y = \frac{y+3}{6} \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \frac{90 + 7x}{2} \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x+5}{6} - \frac{y-5}{2} = -3 \\ \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5 - 3(y-5) = -18 \\ 2(x-1) = 3(y+1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5 - 3y + 15 = -18 \\ 2x - 2 = 3y + 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3y = -38 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

Método: reducción.

Restamos las ecuaciones:

$$x = 43$$

Sustituimos:

$$43 - 3y = -38$$

$$81 = 3y \rightarrow y = \frac{81}{3} = 27$$

La solución es: $x = 43, y = 27$.

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x+2}{3} = x-y \\ 2x+y = \frac{y+3}{6} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2 = 3(x-y) \\ 12x+6y = y+3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+3y = -2 \\ 12x+5y = 3 \end{cases}$$

Método: reducción.

Eliminamos la x :

$$-12x + 18y = -12$$

$$12x + 5y = 3$$

Sumamos las ecuaciones:

$$23y = -9 \rightarrow y = -\frac{9}{23}$$

Eliminamos la y :

$$-10x + 15y = -10$$

$$36x + 15y = 9$$

Restamos las ecuaciones:

$$46x = 19 \rightarrow x = \frac{19}{46}$$

La solución es: $x = \frac{19}{46}, y = -\frac{9}{23}$.

$$\text{c) } \begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \frac{90 + 7x}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -39 \\ -8x + 6y = 90 + 7x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -13 \\ -15x + 6y = 90 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -13 \\ -5x + 2y = 30 \end{cases}$$

Método: sustitución.

$$y = 2x + 13$$

Sustituimos la y :

$$-5x + 2(2x + 13) = 30$$

$$-5x + 4x + 26 = 30$$

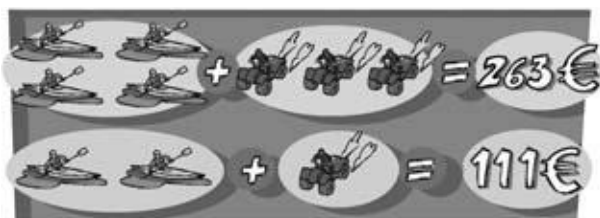
$$-x = 4 \rightarrow x = -4$$

Sustituimos la x :

$$y = 2 \cdot (-4) + 13 = -8 + 13 = 5$$

La solución es: $x = -4, y = 5$.

- 6.48 Un club deportivo organiza actividades de aventura. Joel ha hecho descenso en piragua y excursión en quads en dos ocasiones y ha pagado los siguientes precios. ¿Cuánto cuesta cada actividad suelta?



Coste de un descenso en piragua: x

Coste de una excursión en quad: y

Resolución (por sustitución):

Sustituimos el valor de x :

Un descenso en piragua cuesta 35 euros, y una excursión en quads, 41.

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 4x + 3y = 263 \\ 2x + y = 111 \end{cases}$$

$$y = 111 - 2x \rightarrow 4x + 3(111 - 2x) = 263$$

$$4x + 333 - 6x = 263 \rightarrow -2x = 263 - 333 = -70 \rightarrow x = 35$$

$$y = 111 - 2 \cdot 35 = 111 - 70 = 41$$

- 6.49 En un estante hay 20 CD de música clásica y de música pop. De éstos hay 6 discos más que de los otros. Calcula su número utilizando un sistema de ecuaciones.

N.º de discos de música clásica: x

N.º de discos de música pop: y

Resolución (por sustitución):

Sustituimos el valor de x :

En el estante hay 7 discos de música clásica y 13 de música pop.

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 20 \\ y = x + 6 \end{cases}$$

$$x + (x + 6) = 20$$

$$x + x + 6 = 20 \rightarrow 2x = 20 - 6 = 14 \rightarrow x = 7$$

$$y = 7 + 6 = 13$$

- 6.50 Olalla y Esperanza han creado una sociedad de servicios informáticos. En una semana ingresan 1800 euros entre las dos. Esperanza ha ingresado 120 euros más que Olalla. ¿Cuánto ha ingresado cada una?

Ingresos de Olalla: x

Ingresos de Esperanza: y

Resolución (por sustitución):

Sustituimos el valor de x :

Olalla ha ingresado 840 euros, y Esperanza, 960.

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 1800 \\ y = x + 120 \end{cases}$$

$$x + x + 120 = 1800$$

$$2x = 1800 - 120 = 1680 \rightarrow x = 840$$

$$y = 840 + 120 = 960$$

- 6.51 En un cajón de una papelería guardan dos tipos de bolígrafos: hay cajas con 12 bolígrafos azules y cajas con 16 bolígrafos rojos. En total hay 10 cajas y 144 bolígrafos. ¿Cuántas cajas hay de cada clase? Plantea las ecuaciones del sistema y resuélvelo por tablas y por otro método.



Cajas con bolígrafos azules: x

Cajas con bolígrafos rojos: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 10 \\ 12x + 16y = 144 \end{cases}$$

Resolución (por tablas):

x	10	9	8	7	6	5	4	3	2
y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$12x + 16y$	120	124	128	132	136	140	144	148	152

Resolución por el método de reducción:

Eliminamos x :

$$12x + 12y = 120$$

$$12x + 16y = 144$$

Restamos:

$$4y = 24 \rightarrow y = 6$$

Sustituimos:

$$x + 6 = 10 \rightarrow x = 4$$

Hay 4 cajas con bolígrafos azules y 6 cajas con bolígrafos rojos.

- 6.52 En una frutería, Fernando ha comprado 2 kilogramos de manzanas y 3 de naranjas por 8 euros, mientras que Teresa ha comprado 6 kilogramos de manzanas y 5 de naranjas por 18 euros. ¿Cuánto cuestan el kilogramo de manzanas y el de naranjas?

Coste del kilogramo de manzanas: x

Coste del kilogramo de naranjas: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 6x + 5y = 18 \end{cases}$$

Resolución (por reducción):

$$6x + 9y = 24$$

$$6x + 5y = 18$$

Restamos las ecuaciones:

$$4y = 6 \rightarrow y = 1,50$$

Sustituimos:

$$2x + 3 \cdot 1,50 = 8 \rightarrow 2x + 4,50 = 8 \rightarrow 2x = 8 - 4,50 = 3,50 \rightarrow x = 1,75$$

Un kilogramo de manzanas cuesta 1,75 euros, y un kilogramo de naranjas, 1,50.

- 6.53 Un fabricante construye armarios de dos categorías diferentes: de 400 y de 600 euros. En una semana construye 16 armarios cuyo coste total es de 6000 euros. ¿Cuántos armarios construyó de cada clase?

N.º de armarios de 400 euros: x

N.º de armarios de 600 euros: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 16 \\ 400x + 600y = 6000 \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$y = 16 - x$$

Sustituyendo y :

$$400x + 600(16 - x) = 6000$$

$$400x + 9600 - 600x = 6000$$

$$-200x = 6000 - 9600 = -3600 \rightarrow x = 9$$

$$y = 16 - 9 = 5$$

Hay 9 armarios de 400 euros y 5 armarios de 600 euros.

- 6.54 La suma de dos números es 14. Añadiendo 1 al mayor se obtiene el doble del menor. ¿Cuáles son esos números?

Número mayor: x

Número menor: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 14 \\ x + 1 = 2y \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$x = 2y - 1$$

Sustituyendo x :

$$2y - 1 + y = 14 \rightarrow 3y = 15 \rightarrow y = 5$$

$$x = 2 \cdot 5 - 1 \rightarrow x = 9$$

El número mayor es 9, y el menor, 5.

- 6.55 Encuentra dos números que cumplan estas condiciones: si se añade 3 al primero se obtiene el segundo, y añadiendo 2 al segundo se obtiene el doble del primero.

Primer número: x

Segundo número: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + 3 = y \\ y + 2 = 2x \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$x + 3 + 2 = 2x \rightarrow x + 5 = 2x \rightarrow x = 5$$

$$y = 5 + 3 = 8$$

El primer número es 5, y el segundo, 8.

- 6.56 El perímetro de un rectángulo mide 28 centímetros, y el largo es $\frac{4}{3}$ el ancho. Calcula las dimensiones del rectángulo.

Ancho del rectángulo: x

Largo del rectángulo: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$y = 14 - x$$

$$4x - 3(14 - x) = 0 \rightarrow 4x - 42 + 3x = 0 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = 6$$

$$y = 14 - 6 = 8$$

El ancho del rectángulo mide 6 centímetros, y el largo, 8.

- 6.57 Una empresa distribuidora de café mezcla dos variedades: una de 11 euros el kilogramo y otra de 10,20 euros el kilogramo. Se desea obtener 500 kilogramos de mezcla a 10,50 euros el kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de cada variedad hay que mezclar?

N.º de kilogramos de 11 euros: x

Coste total de la mezcla: $500 \cdot 10,50 = 5250$ euros

N.º de kilogramos de 10,20 euros: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 500 \\ 11x + 10,20y = 5250 \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$y = 500 - x$$

$$11x + 10,20(500 - x) = 5250 \rightarrow 11x + 5100 - 10,20x = 5250$$

$$0,80x = 5250 - 5100 = 150 \rightarrow x = 187,5$$

$$y = 500 - 187,5 = 312,5$$

Hay que mezclar 187,5 kilogramos de 11 euros y 312,5 kilogramos de 10,20 euros.

- 6.58 Hoy, la edad de un padre es el triple de la edad de su hija. Pero hace 6 años era 5 veces más. ¿Cuántos años tienen hoy el padre y la hija?

Edad actual de la hija: x

Edad actual del padre: y

Edad de la hija hace 6 años:

$$x - 6$$

Edad del padre hace 6 años:

$$y - 6$$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y = 3x \\ y - 6 = 5(x - 6) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 3x \\ -5x + y = -24 \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$-5x + 3x = -24 \rightarrow -2x = -24 \rightarrow x = 12$$

Sustituimos en la ecuación despejada:

$$y = 3 \cdot 12 = 36$$

El padre tiene 36 años, y la hija, 12.

- 6.59 La suma de las tres cifras de un número capicúa es 8. La suma de la cifra de las unidades y la de las centenas es igual a la de las decenas. Calcula el número.

Cifra de las unidades: x

Cifra de las decenas: y

Cifra de las centenas: x

Resolución (por sustitución):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y + x = 8 \\ x + x = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$2x + 2x = 8 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

Sustituimos x :

$$y = 2 \cdot 2 = 4$$

El número es 242.

- 6.60 Las edades de Pablo, Elena y Gema suman 42 años. Elena tiene 14 años más que Pablo, y Gema tiene la tercera parte de los años de Elena. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Edad de Pablo: x

Edad de Elena: $x + 14$

Edad de Gema: y

Resolución (por sustitución):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y = \frac{1}{3}(x + 14) \\ x + (x + 14) + y = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3y = -14 \\ 2x + y = 28 \end{cases}$$

$$x = 3y - 14$$

$$2(3y - 14) + y = 28 \rightarrow 6y - 28 + y = 28 \rightarrow 7y = 56 \rightarrow y = 8$$

$$x = 3 \cdot 8 - 14 = 24 - 14 = 10$$

Pablo tiene 10 años; Elena, $10 + 14 = 24$, y Gema, 8.

- 6.61 Halla dos números tales que la suma del doble del primero aumentado en el quintuplo del segundo sea 101, y la suma del cuádruplo del primero y del triple del segundo sea 111.

Primer número: x

Segundo número: y

Resolución (por reducción):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 5y = 101 \\ 4x + 3y = 111 \end{cases}$$

$$4x + 10y = 202$$

$$4x + 3y = 111$$

Restamos las ecuaciones:

$$7y = 91 \rightarrow y = 13$$

$$2x + 5 \cdot 13 = 101 \rightarrow 2x + 65 = 101 \rightarrow 2x = 101 - 65 = 36 \rightarrow x = 18$$

El primer número es 18, y el segundo, 13.

- 6.62 En la primera quincena del mes, un vendedor de coches vende 3 coches del modelo A y 5 coches del modelo B, llegando a facturar 101 000 euros. En la segunda quincena vende 2 coches del modelo A y 4 del modelo B, facturando 84 000 euros. Calcula el precio de ambos modelos de coche.

Precio de un coche del modelo A: x

Precio de un coche del modelo B: y

Resolución (por reducción):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 3x + 5y = 101\,000 \\ 2x + 4y = 84\,000 \end{cases}$$

$$6x + 10y = 202\,000$$

$$6x + 12y = 252\,000$$

Restamos las ecuaciones:

$$2y = 50\,000 \rightarrow y = 25\,000$$

$$2x + 4 \cdot 25\,000 = 84\,000$$

$$2x + 100\,000 = 84\,000 \rightarrow 2x = 84\,000 - 100\,000 = -16\,000 \rightarrow x = -8\,000$$

La solución del sistema es: $x = -8\,000$, $y = 25\,000$.

La solución del problema no tiene significado real porque el precio de un coche del modelo A no puede ser negativo.

Ecuaciones con dos incógnitas

6.63 Halla la solución para $y = -2$ de la ecuación $2x - y = 12$.

Si $y = -2$,

$$2x - (-2) = 12 \rightarrow 2x + 2 = 12 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

La solución es $x = 5, y = -2$.

6.64 Se sabe que una solución de $6x - 3y = c$ es $x = 2, y = 1$.

a) ¿Cuál es la ecuación?

b) Halla dos soluciones más.

a) $6 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = c$

$$12 - 3 = c$$

$$c = 9$$

La ecuación es: $6x - 3y = 9$.

b) Dos soluciones más:

Si $x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1 - 3y = 9 \rightarrow 6 - 3y = 9 \rightarrow -3y = 9 - 6 \rightarrow -3y = 3 \rightarrow y = -1$

Esta solución es: $x = 1, y = -1$.

Si $x = 0 \rightarrow 6 \cdot 0 - 3y = 9 \rightarrow 0 - 3y = 9 \rightarrow y = -3$

Esta solución es: $x = 0, y = -3$.

Sistemas de ecuaciones. Soluciones

6.65 Halla la solución del sistema: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Probamos con $x = 3, y = 1$, que satisfacen la segunda ecuación ($3 - 1 = 2$). Falta averiguar si satisfacen la primera ecuación: $3 + 2 \cdot 1 = 3 + 2 = 5$. También la satisfacen. Luego la solución del sistema es: $x = 3, y = 1$.

6.66 Observa el dibujo.



a) Plantea el sistema de ecuaciones para hallar el precio del DVD y del libro.

b) Resuelve el sistema sumando las ecuaciones.

c) Comprueba si la solución hallada verifica las ecuaciones del sistema.

a) Sistema: $\begin{cases} 2x + y = 54 \\ x - y = 9 \end{cases}$

b) Probamos con 21 euros para el precio del DVD y 12 euros para el libro porque satisfacen la segunda condición ($21 - 12 = 9$). Veamos si satisfacen la primera: $2 \cdot 21 + 12 = 42 + 12 = 54$. Luego el precio de un DVD es de 21 euros, y el de un libro, de 12.

c) Comprobamos si la solución que hemos hallado en el apartado b satisface el sistema:

$$2 \cdot 21 + 12 = 42 + 12 = 54$$

$$21 - 12 = 9$$

La solución hallada verifica las ecuaciones del sistema.

Resolución de sistemas por tablas

6.67 Utiliza la tabla para resolver el sistema $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

x	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0
$2x - y = 5$	-4	-1	2	5	8

La solución es: $x = 3, y = 1$.

Resolución de sistemas

6.68 Resuelve los siguientes sistemas por el método de sustitución.

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$$

Despejamos la x en la segunda ecuación:

$$x = 22 + 8y$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$3(22 + 8y) - 4y = 26$$

$$66 + 24y - 4y = 26$$

$$20y = 26 - 66 = -40 \rightarrow y = -2$$

Sustituimos el valor de x :

$$x = 22 + 8 \cdot (-2) = 22 - 16 = 6$$

La solución es: $x = 6, y = -2$.

b)
$$\begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$$

Despejamos la y en la primera ecuación:

$$y = 3x - 1$$

Sustituimos en la segunda ecuación:

$$5x + 9 = 3(3x - 1)$$

$$5x + 9 = 9x - 3$$

$$5x - 9x = -3 - 9$$

$$-4x = -12 \rightarrow x = 3$$

Sustituimos el valor de x :

$$y = 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$$

La solución es: $x = 3, y = 8$.

6.69 Resuelve por el método de reducción.

a)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 20 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$$

Restamos directamente ambas ecuaciones:

$$6x = 12 \rightarrow x = 2$$

Sustituimos x :

$$-2 \cdot 2 + 3y = 8$$

$$-4 + 3y = 8$$

$$3y = 12 \rightarrow y = 4$$

La solución es: $x = 2, y = 4$.

b)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 20 \end{cases}$$

Multiplicamos la primera ecuación por 3 y la segunda por 2:

$$6x - 9y = 21$$

$$6x + 10y = 40$$

Restamos las ecuaciones:

$$19y = 19 \rightarrow y = 1$$

Sustituimos la y :

$$3x + 5 \cdot 1 = 20 \rightarrow 3x + 5 = 20 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

La solución es: $x = 5, y = 1$.

Problemas

6.70 Dos recipientes contienen entre los dos 24 litros de agua. Si de uno de ellos se trasvasan 6 litros al otro recipiente, ambos llegan a contener la misma cantidad de agua. Calcula cuántos litros contiene cada recipiente.

Litros de agua que contiene un recipiente: x

Litros de agua que contiene el otro recipiente: y

Sistema:
$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - 6 = y + 6 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

Sumamos las ecuaciones:

$$2x = 36 \rightarrow x = 18$$

Sustituimos x :

$$18 + y = 24 \rightarrow y = 24 - 18 = 6$$

Un recipiente contiene 18 litros de agua, y el otro, 6.

- 6.71 El largo de un cartel publicitario es 1,5 metros mayor que su ancho. Si el largo aumentara en 0,5 metros y el ancho en 0,75, el área aumentaría en 4 metros cuadrados. Calcula las dimensiones del cartel.

Largo del cartel: x

Ancho del cartel: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x = y + 1,5 \\ (x + 0,5) \cdot (y + 0,75) - x \cdot y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 1,5 \\ 0,75x + 0,5y = 3,625 \end{cases}$$

Sustituimos x en la segunda ecuación: $0,75 \cdot (y + 1,5) + 0,5y = 3,625$

$$0,75y + 1,125 + 0,5y = 3,625$$

$$1,25y = 2,5 \rightarrow y = 2$$

Sustituimos el valor de y :

$$x = 2 + 1,5 = 3,5$$

El cartel mide 3,5 metros de largo y 2 metros de ancho.

- 6.72 El perímetro de un triángulo isósceles mide 21 centímetros. Si el lado desigual se aumenta en 4 centímetros, y cada uno de los lados iguales en 1 centímetro, se obtiene un triángulo equilátero. ¿Cuánto miden los lados del triángulo isósceles?

Lado desigual: x

Cada uno de los lados iguales: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + 2y = 21 \\ x + 4 = y + 1 \end{cases}$$

Resolución (por reducción):

$$2y - 4 = 21 - (y + 1)$$

$$2y - 4 = 21 - y - 1$$

$$3y = 21 - 1 + 4 = 24 \rightarrow y = 8$$

Sustituimos el valor de y :

$$x + 4 = 8 + 1 = 9 \rightarrow x = 5$$

El lado desigual mide 5 centímetros, y cada uno de los lados iguales, 8.

- 6.73 Si al largo de un rectángulo se le aumenta 2 centímetros y al ancho 3 centímetros, el área aumenta 32 centímetros cuadrados. Si, en cambio, al largo se le disminuye 1 centímetro y al ancho 2 centímetros, el área disminuye 14 centímetros cuadrados. Calcula el largo y el ancho del rectángulo.

Largo del rectángulo: x

Ancho del rectángulo: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} (x + 2) \cdot (y + 3) - xy = 32 \\ xy - (x - 1) \cdot (y - 2) = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy + 3x + 2y + 6 - xy = 32 \\ xy - (xy - 2x - y + 2) = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 26 \\ 2x + y = 16 \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$y = -2x + 16$$

$$3x + 2(-2x + 16) = 26 \rightarrow 3x - 4x + 32 = 26 \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$$

$$y = -2 \cdot 6 + 16 = -12 + 16 = 4$$

El largo mide 6 centímetros, y el ancho, 4.

- 6.74 El matemático griego Euclides (300 a.C.) planteaba este problema.

Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el jarmelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: "¿De qué te quejas? Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si te doy un saco, tu carga se igualará a la mía".

¿Cuántos sacos llevaba el caballo y cuántos el mulo?

N.º de sacos que llevaba el caballo: x

de sacos que llevaba el mulo: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y + 1 = 2x - 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Resolución (por sustitución):

$$x + 2 + 1 = 2x - 2 \rightarrow -x = -5 \rightarrow x = 5$$

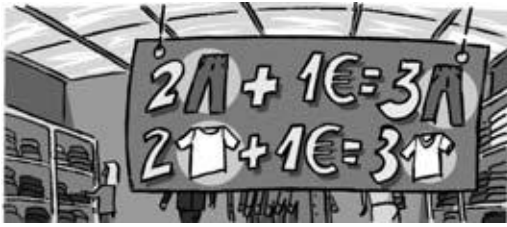
$$y = 5 + 2 = 7$$

El caballo llevaba 5 sacos, y el mulo, 7.

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

6.75 Oferta

En unos almacenes para mayoristas, si compras 3 prendas iguales, por una de ellas solo pagas 1 euro.



- a) Sofía ha comprado 6 pantalones, ¿cuántos pagará a su precio normal y cuántos a 1 euro?
b) Completa la siguiente tabla.

N.º de camisetas compradas	7	8	9	10	11	12
N.º que se pagan a su precio	5	6	6	7	8	8
N.º que se pagan a un euro	2	2	3	3	3	4

- a) 4 a precio normal y 2 a 1 €
b) En la tabla del enunciado.

6.76 Vamos de compras

Esta tabla muestra los pedidos que Ana y Borja han realizado en los almacenes para mayoristas de la actividad anterior.

	N.º de pantalones	N.º de camisetas	Precio a pagar
Ana	10	9	236 €
Borja	21	16	457 €

Si suponemos que el precio de un pantalón es de x euros, y el de una camiseta, de y euros:

- a) Escribe, en función de x y de y , el precio total que ha de pagar Ana por toda su compra.
b) Escribe, en función de x y de y , el precio total que ha de pagar Borja por toda su compra.
c) Resuelve el sistema de ecuaciones formado con los apartados anteriores y halla el valor de x e y .

a) Ana:

$$10 \text{ pantalones} \rightarrow 7x + 3$$

$$9 \text{ camisetas} \rightarrow 6y + 3$$

Ecuación: $7x + 3 + 6y + 3 = 236 \rightarrow 7x + 6y = 230$

b) Borja:

$$21 \text{ pantalones} \rightarrow 14x + 7$$

$$16 \text{ camisetas} \rightarrow 11y + 5$$

Ecuación: $14x + 7 + 11y + 5 = 457 \rightarrow 14x + 11y = 445$

c) Sistema:
$$\begin{cases} 7x + 6y = 230 \\ 14x + 11y = 445 \end{cases}$$

Resolvemos por reducción:

$$\begin{array}{r} 14x + 12y = 460 \\ 14x + 11y = 445 \\ \hline \end{array}$$

Restando: $y = 15$

Sustituyendo el valor de y : $7x + 6 \cdot 15 = 230$

$$7x + 90 = 230 \rightarrow 7x = 140 \rightarrow x = 20$$

El pantalón cuesta 20 €, y la camiseta, 15.

AUTOEVALUACIÓN

- 6.A1 Expresa mediante una ecuación la siguiente información: "La capacidad de un recipiente más el triple de la capacidad de otro es 24 litros".

$$x + 3y = 24$$

- 6.A2 Halla tres soluciones de la ecuación $2x - y = -4$.

La ecuación se puede escribir así: $y = 2x + 4$

Soluciones: (1, 6), (2, 8), (0,5; 5).

6.A3 Para resolver el sistema $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ se ha preparado la siguiente tabla.

Complétala e indica cuál es la solución del mismo.

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0
2x + y	5	6	7	8	9	10

La solución es: $x = 3, y = 2$.

6.A4 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{2} = y \\ x - \frac{y}{3} = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

Aplicamos el método de sustitución:

$$y = 2x - 7$$

$$x + 2(2x - 7) = 1 \rightarrow x + 4x - 14 = 1 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$$

$$y = 2x - 7 = 2 \cdot 3 - 7 = 6 - 7 = -1$$

La solución es: $x = 3, y = -1$.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$

Aplicamos directamente el método de reducción:

$$2x + 3y = 1$$

$$2x + 5y = 7$$

$$\underline{2y = 6 \rightarrow y = 3}$$

$$2x + 3 \cdot 3 = 1 \rightarrow 2x + 9 = 1 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$$

Sustituyendo el valor de y :

La solución es: $x = -4, y = 3$.

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

Aplicamos el método de reducción:

$$10x + 4y = 6$$

$$\underline{10x - 15y = 25}$$

Restando:

$$19y = -19 \rightarrow y = -1$$

Sustituyendo el valor de y :

$$5x + 2 \cdot (-1) = 3 \rightarrow 5x - 2 = 3 \rightarrow 5x = 5 \rightarrow x = 1$$

La solución es: $x = 1, y = -1$.

d) $\begin{cases} \frac{x}{2} = y \\ x - \frac{y}{3} = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 3x - y = 15 \end{cases}$

Aplicamos el método de sustitución:

$$3(2y) - y = 15 \rightarrow 6y - y = 15 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3$$

$$x = 2 \cdot 3 = 6$$

La solución es: $x = 6, y = 3$.

6.A5 Dos hermanos han ahorrado entre los dos 200 euros. Uno de ellos ha ahorrado 44 euros más que el otro. ¿Cuánto ha ahorrado cada uno?

Cantidad ahorrada por un hermano: x

Cantidad ahorrada por el otro hermano: y

Entre los dos han ahorrado 200 euros:

$$x + y = 200$$

Uno de ellos ha ahorrado 44 euros más que el otro:

$$x - y = 44$$

El sistema es: $\begin{cases} x + y = 200 \\ x - y = 44 \end{cases}$

Resolvemos el sistema por reducción:

$$2x = 244 \rightarrow x = 122$$

$$y = 200 - x = 200 - 122 = 78$$

Un hermano ha ahorrado 122 euros, y el otro, 78.

6.A6 El perímetro de un triángulo isósceles mide 20 centímetros. El lado desigual mide 4 centímetros menos que los lados iguales. Calcula cuánto mide cada lado.

Cada lado igual: x
 Lado desigual: y
 Perímetro: $x + x + y = 20 \rightarrow 2x + y = 20$
 El lado desigual mide 4 cm menos... $x - 4 = y$

Sistema: $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x - 4 = y \end{cases}$

Resolvemos por sustitución: $2x + x - 4 = 20 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$
 $y = 8 - 4 = 4$

Cada lado igual mide 8 centímetros, y el lado desigual, 4.

6.A7 Con motivo de su cumpleaños, Raquel invita al cine a un grupo de amigos y al teatro a otro. La entrada de cine cuesta 5 euros, y la de teatro, 15. En total ha invitado a 8 amigos, por cuyas entradas ha pagado 60 euros. ¿A cuántos amigos invitó al cine y a cuántos al teatro?

Número de amigos invitados al cine: x
 Número de amigos invitados al teatro: y
 Total de invitados: $x + y = 8$
 Ha pagado: $5x + 15y = 60$
 Resolvemos por sustitución: $y = 8 - x$
 $5x + 15(8 - x) = 60 \rightarrow 5x + 120 - 15x = 60 \rightarrow -10x = -60 \rightarrow x = 6$
 $y = 8 - x = 8 - 6 = 2$

El sistema es: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 5x + 15y = 60 \end{cases}$

Al cine ha invitado a 6 amigos, y al teatro, a 2.

6.A8 Un padre sale a pasear con sus dos hijas y se encuentran con un amigo que le pregunta: "¿Cuántos años tienen tus hijas?". El padre responde: "Mi hija mayor tiene 2 años más que la menor. Dentro de 2 años mi edad será doble de la suma de la edad de mis dos hijas y hace 6 años mi edad era el cuádruplo de la suma de la edad de mis hijas". ¿Cuál es la edad del padre y de cada una de las dos hijas?

Edad actual del padre: x
 Edad actual de la hija mayor: y
 Edad actual de la hija menor: $y - 2$
 Edad del padre dentro de 2 años: $x + 2$
 Edad de la hija mayor dentro de 2 años: $y + 2$
 Edad de la hija menor dentro de dos años: y
 La edad del padre será el doble de la suma... $x + 2 = 2(y + 2 + y)$
 Edad del padre hace 6 años: $x - 6$
 Edad de la hija mayor hace 6 años: $y - 6$
 Edad de la hija menor hace 6 años: $y - 8$
 La edad del padre era el cuádruplo... $x - 6 = 4[(y - 6) + (y - 8)]$

El sistema es: $\begin{cases} x + 2 = 2(y + 2 + y) \\ x - 6 = 4((y - 6) + (y - 8)) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2 = 4y + 4 \\ x - 6 = 8y - 56 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 4y = 2 \\ x - 8y = -50 \end{cases}$

Resolvemos por reducción: $4y = 52 \rightarrow y = 13$
 $x - 4y = 2 \rightarrow x = 2 + 4y = 2 + 4 \cdot 13 = 54$

Edad del padre: $x = 54$ años
 Edad de la hija mayor: $y = 13$ años
 Edad de la hija menor: $y - 2 = 11$ años

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

Suma de piezas

$$\begin{aligned} \bigcirc + \star + \star &= \square + \square \\ \square + \square + \square &= \star + \star + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \star + \star + \star + \star &= ? \end{aligned}$$

Intenta resolverlo sin usar el álgebra. Usa tu intuición. ¿Cuántos \square necesitas para que se cumpla la última igualdad?

Se necesitan 5 cuadrados, porque si 3 círculos y 2 estrellas son 3 cuadrados, y 1 círculo y 2 estrellas son 2 cuadrados, entonces 4 círculos y 4 estrellas son 5 cuadrados.