PÁGINA 11

1 **Una máquina fabrica 5 tuercas por minuto. Trabaja de lunes a jueves de 8 a 13 y de 15 a 17 y los viernes de 8 a 14.**

Para atender un pedido de 25 000 tuercas comienza a trabajar el miércoles 24 de mayo a las 11 de la mañana.

¿Cuándo completará el pedido?

Teniendo en cuenta que hace 5 tuercas por minuto, para hacer 25 000 tuercas necesita:

25 000 : 5 = 5 000 minutos = 83 horas 20 minutos

De lunes a jueves trabaja:

$$\left.\begin{array}{l}\text{de 8 a 13} \quad \to \text{ 5 horas}\\ \text{y de 15 a 17} \to \text{ 2 horas}\end{array}\right\}\text{ 7 horas}$$

El viernes trabaja de 8 a 14 $\to$ 6 horas

La máquina debe trabajar:

24 de mayo, miércoles		25 de mayo, jueves	26 de mayo, viernes	
11 a 13 15 a 17	4 horas	7 horas	6 horas	TOTAL: 17 horas

Semana del 29 de mayo al 2 de junio	34 horas

En la siguiente semana completará el tiempo que necesite.

Hasta ahora, la máquina ha trabajado 51 horas.

Faltan 32 horas y 20 minutos.

El día 9 de junio a las 12:00 hará las 32 horas.

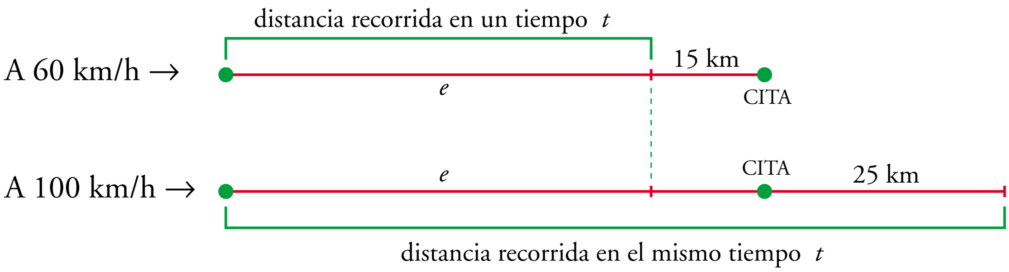
La máquina completará el pedido el día 9 de junio a las 12:20 de la mañana.

2 **Un motorista sale de su casa para acudir a una cita. Se da cuenta de que si viaja a 60 km/h llegará un cuarto de hora tarde, pero si lo hace a 100 km/h llegará un cuarto de hora antes. ¿A qué distancia está su destino?**

▶ *Indicaciones:*
- *A 60 km/h, ¿a qué distancia del lugar se encontrará a la hora de la cita?*
- *A 100 km/h, ¿cuántos kilómetros de más recorrería si continuara a dicha velocidad?*
- *Por tanto, ¿cuántos kilómetros más recorre yendo a 100 km/h que yendo a 60 km/h?*

Si va a 60 km/h, en los 15 minutos que le faltan recorrerá 15 km.

Si va a 100 km/h, en los 15 minutos que le sobran recorrerá 25 km.



$$tiempo = \frac{espacio}{velocidad}$$

Yendo a 100 km/h, recorre 40 km más que si fuese a 60 km/h, en el mismo tiempo. Ese tiempo es 1 h. En 1 h, a 60 km, recorre e = 60 km.

Su destino está a 60 + 15 = 75 km de la salida.

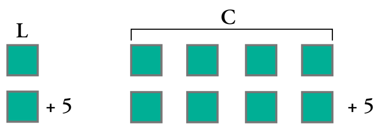
PÁGINA 13

1 **Luis tiene la cuarta parte de dinero que su hermana Camila. El domingo, su abuelo les da 5 € a cada uno. Ahora Camila tiene el triple que Luis.**

¿Cuánto tenía cada uno antes de que les diera dinero su abuelo?

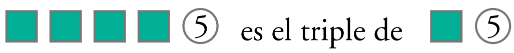
(Resolver sin usar el álgebra).

▸ *Indicación:*

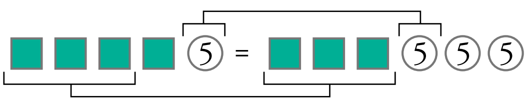


Al principio, Luis tiene  y Camilia tiene 

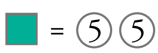
Su abuelo les da 5 € a cada uno y…



Es decir:



Así:



Por tanto, Luis tenía al principio 10 € y Camila, 40 €.

2 **En uno de los platillos de una balanza se ha colocado un queso manchego. En el otro platillo se han colocado los 3/4 de un queso igual al anterior más una pesa de 3/4 de kg. La balanza ha quedado en equilibrio. ¿Cuánto pesa el queso?**

$\frac{1}{4}$ de queso pesa $\frac{3}{4}$ de kg. Por tanto, el queso pesa $4 \cdot \frac{3}{4}$ kg = 3 kg.

PÁGINA 14

1 **¿De cuántas formas diferentes se pueden juntar 8 € utilizando solo monedas de 2 €, 1 € y 0,50 €?**

DE 2 €	DE 1 €	DE 0,50 €	DE 2 €	DE 1 €	DE 0,50 €
4	0	0	1	2	8
3	2	0	1	1	10
3	1	2	1	0	12
3	0	4	0	8	0
2	4	0	0	7	2
2	3	2	0	6	4
2	2	4	0	5	6
2	1	6	0	4	8
1	6	0	0	3	10
1	5	2	0	2	12
1	4	4	0	1	14
1	3	6	0	0	16

Hay 24 formas distintas de obtener 8 € con monedas de 2 €, de 1 € y de 0,5 €.

2 **Tienes en un bolsillo cuatro monedas: 2 €, 1 €, 0,50 € y 0,20 €. ¿Cuántas cantidades diferentes puedes formar?**

CON UNA MONEDA	CON DOS MONEDAS	CON TRES MONEDAS	CON CUATRO MONEDAS
2 € 1 € 0,5 € 0,2 €	2 + 1 → 3 € 2 + 0,5 → 2,5 € 2 + 0,2 → 2,2 € 1 + 0,5 → 1,5 € 1 + 0,2 → 1,2 € 0,5 + 0,2 → 0,7 €	2 + 1 + 0,5 → 3,5 € 2 + 1 + 0,2 → 3,2 € 2 + 0,5 + 0,2 → 2,7 € 1 + 0,5 + 0,2 → 1,7 €	2 + 1 + 0,5 + 0,2 → 3,7 €
4	6	4	1

Se pueden formar 15 cantidades diferentes con monedas de 2 €, 1 €, 0,5 € y 0,2 €.

PÁGINA 15

1 **Si los miembros de un grupo bailan de dos en dos, sobra uno. Si lo hacen de tres en tres, sobran dos, y si lo hacen de cinco en cinco también sobran dos.**

¿Cuántas personas componen el grupo sabiendo que su número está comprendido entre 10 y 20? ¿Y si estuviera comprendido entre 30 y 50?

a) Si el número está comprendido entre 10 y 20.

- Si bailan de dos en dos, sobra uno. Pueden ser:

  11 13 15 17 19

- Si bailan de tres en tres, sobran dos. Pueden ser:

  11 ~~13~~ ~~15~~ 17 ~~19~~

- Si bailan de cinco en cinco, sobran dos. Pueden ser, solo, 17.

b) Si el número está comprendido entre 30 y 50.

- Si bailan de dos en dos, sobra uno. Pueden ser:

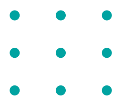
  31 33 35 37 39 41 43 45 47 49

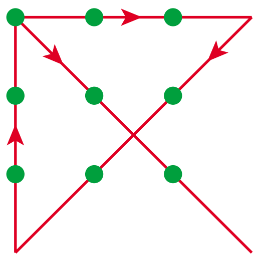
- Si bailan de tres en tres, sobran dos. Pueden ser:

  ~~31~~ ~~33~~ 35 ~~37~~ ~~39~~ 41 ~~43~~ ~~45~~ 47 49

- Si bailan de cinco en cinco, sobran dos. Pueden ser 47.

2 **Pasa por encima de estos nueve puntos mediante una línea quebrada de cuatro segmentos.**

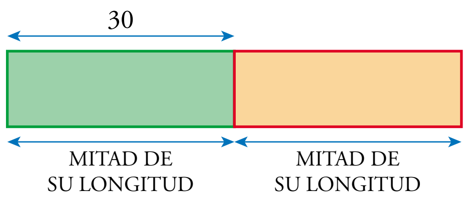




PÁGINA 16

Aplica algo de lo que hayas aprendido en las páginas anteriores y, sobre todo, tu ingenio para resolver los siguientes problemas.

1 **El yate del magnate griego Ricarchos mide 30 m más la mitad de su propia longitud. ¿Cuántos metros mide el yate?**



Es claro que la mitad de su longitud son 30 metros.

El yate mide 60 metros.

2 **Un vendedor ambulante compra camisetas a 72 € la docena y las vende a 15 € el par. ¿Cuántas camisetas ha de vender para ganar 27 €?**

Compra por 72 € una decena $\rightarrow$ 72 : 12 = 6. Compra cada camiseta por 6 €.

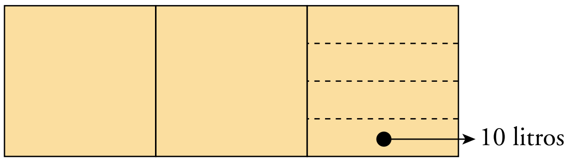
Vende cada par a 15 € $\rightarrow$ Vende cada camiseta a 7,5 €.

Gana, por tanto, en cada camiseta, 1,5 €.

Para ganar 27 € tiene que vender 27 : 1,5 = 18 camisetas.

3 **De un depósito lleno de agua se sacan primero dos tercios y después tres cuartos de lo que quedaba. Si aún hay 10 litros, ¿cuál es la capacidad del depósito?**

(Hazlo sin operar con fracciones. Utiliza una representación esquemática).



En $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ hay 10 litros

En $\frac{1}{3}$ hay 40 litros

En el depósito había 120 litros.

4 **A Alicia le han ofrecido las dos posibilidades siguientes para pagarle un trabajo que tiene que hacer con el ordenador:**

a) 60 € por los 16 días que dura el trabajo.

b) 0,01 € por el primer día, el doble por el segundo, el doble de lo anterior por el tercero y así sucesivamente hasta el final.

¿Qué opción aconsejarías a Alicia?

Calculemos a cuánto ascenderá el pago de la opción b):

El primer día $\rightarrow$ 0,01 €

El segundo día $\rightarrow$ 2 · 0,01 €

El tercer día $\rightarrow$ $2 \cdot 2 \cdot 0{,}01$ € $= 2^2 \cdot 0{,}01$ €

El cuarto día $\rightarrow$ $2 \cdot 2^2 \cdot 0{,}01$ € $= 2^3 \cdot 0{,}01$ €

…

El decimosexto día $\rightarrow$ $2 \cdot 2^{14} \cdot 0{,}01$ € $= 2^{15} \cdot 0{,}01$ € $= 32\,768 \cdot 0{,}01$ € $=$
$= 327{,}68$ €

Lo que le pagan el último día supera con creces la opción a).

No es necesario sumar lo que ganará cada día. Debe elegir, sin duda alguna, la opción b).

5 Utilizando solamente la cifra 5 y las operaciones oportunas se puede obtener cualquier número. Por ejemplo, para obtener 6 podemos hacer:

$$55 : 5 - 5 = 6$$

Busca la manera de obtener con la mínima cantidad de cincos:

a) Los veinte primeros números naturales.

b) Los números 111 y 125.

c) Los números 500, 1 000 y 3 000.

a) $1 = 5 : 5$

$2 = (5 + 5) : 5$

$3 = (5 + 5 + 5) : 5$

$4 = 5 - (5 : 5)$

$5 = 5$

$6 = 5 + (5 : 5)$

$7 = (5 + 5) : 5 + 5$

$8 = 5 + 5 - (5 + 5) : 5$

$9 = (5 + 5) - (5 : 5)$

$10 = 5 + 5$

$11 = 55 : 5$

$12 = (55 + 5) : 5$

$13 = (55 + 5 + 5) : 5$

$14 = (5 + 5 + 5) - (5 : 5)$

$15 = 5 + 5 + 5$

$16 = (55 : 5) + 5$

$17 = (55 + 5) : 5 + 5$

$18 = (55 + 5 + 5) : 5 + 5$

$19 = (5 \cdot 5) - 5 - (5 : 5)$

$20 = 5 \cdot 5 - 5$

b) $111 = 555 : 5$

$125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$

c) $500 = 555 - 55$

$1\,000 = (5 + 5) \cdot (5 + 5) \cdot (5 + 5)$

$3\,000 = 5^5 - 5 \cdot 5 \cdot 5$

6 Cuatro vacas suizas y tres autóctonas dan tanta leche en cinco días como tres vacas suizas y cinco autóctonas en cuatro días.

¿Qué vaca es mejor lechera, la suiza o la autóctona?

4 suizas y 3 autóctonas en 5 días $\rightarrow$ $20S + 15A$

3 suizas y 5 autóctonas en 4 días $\rightarrow$ $12S + 20A$

$$20S + 15A = 12S + 20A$$

Restamos $15A$ y $12S$ en cada miembro:

$$20S + 15A - 15A - 12S = 12S + 20A - 15A - 12S$$

$$8S = 5A$$

Por tanto, las autóctonas son más lecheras que las suizas.

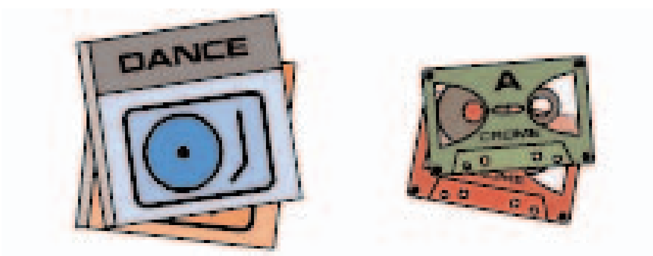
7 ¿Qué hora es sabiendo que la aguja pequeña del reloj tardará el triple que el minutero en llegar a la marca de las seis?

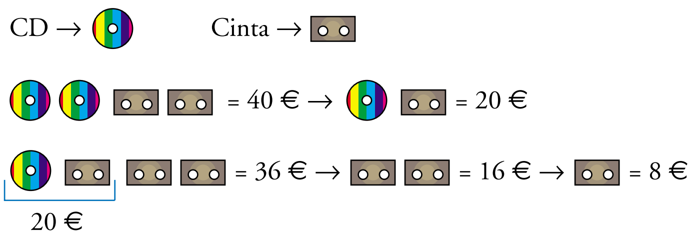
Son las 5 y cuarto.

El minutero tardará 15 minutos en llegar al 6.

La aguja pequeña tardará 45 minutos en llegar al 6.

8 Dos CD y dos cintas tienen un precio de 40 €. Un CD y tres cintas cuestan 36 €. ¿Cuánto cuesta un CD y cuánto una cinta?





Una cinta vale 8 € y un CD, 12 €.

9 **Marta cabila en la tienda:**

- **Si me compro la camiseta y el chaleco, me gasto 53,75 €.**
- **La camiseta y el pañuelo me cuestan 51,25 €.**
- **Sin embargo, el chaleco y el pañuelo me salen por 60 € justos.**

¿Cuál es el precio de cada uno de los tres artículos? (Hazlo sin usar el álgebra)

▶ ***¿Qué significa la suma de esos tres números?***

CAMISETA + CHALECO = 53,75 €

CAMISETA + PAÑUELO = 51,25 €

CHALECO + PAÑUELO = 60 €

La suma de las tres cantidades es el precio de dos camisetas, dos chalecos y dos pañuelos. Luego:

$$\underbrace{\text{CAMISETA} + \text{CHALECO}}_{53,75} + \text{PAÑUELO} = \frac{53,75 + 51,25 + 60}{2} = 82,5\ €$$
$$\text{CAMISETA} + \underbrace{\text{CHALECO} + \text{PAÑUELO}}_{60\ €}$$

Así, PAÑUELO = 82,5 – 53,75 = 28,75 €

CAMISETA = 82,5 – 60 = 22,5 €

CHALECO = 82,5 – 51,25 = 31,25 €

10 **Una granjera fue al mercado a vender una cesta de huevos. La primera clienta compró la mitad de los huevos más medio huevo. La segunda compró la mitad de los que quedaban más medio huevo y lo mismo hizo la tercera.**

Con esto concluyó la venta porque ya no le quedaban más huevos. ¿Cuántos huevos tenía al principio?

A la tercera le vendió la mitad de los que tenía más medio y se quedó sin nada. Por tanto, le vendió 1 huevo, pues:

$$\text{la mitad} \left(\frac{1}{2}\right) \text{ más medio} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ huevo}$$

Antes de que llegara la segunda tenía 3 huevos, pues le vendió:

$$\text{la mitad} \left(\frac{3}{2}\right) \text{ más medio} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \text{ huevos}$$

y quedó con 1 huevo, que es lo que le vendió a la tercera.

Antes de que llegara la primera tenía 7 huevos, pues les vendió:

$$\text{la mitad} \left(\frac{7}{2}\right) \text{ más medio} \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ huevos}$$

y quedó con los 3 huevos que tenía cuando llegó la segunda.

El proceso fue el siguiente:

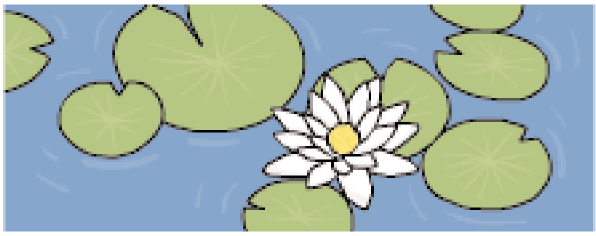
TENÍA	LA MITAD + MEDIO	=	LE VENDIÓ	LE QUEDÓ
7	$3 \text{ y } \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	=	4	3
3	$1 \text{ y } \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	=	2	1
1	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	=	1	0

11 **Carmen tenía anteayer 13 años y sin embargo el año que viene cumplirá 16. ¿Cómo es eso posible?**

Es posible si estamos a 1 de enero y cumple los años el 31 de diciembre.

ANTEAYER	AYER	HOY	PRÓXIMO AÑO
30 de diciembre. Tenía 13 años	31 de diciembre. Cumple 14 años	1 de enero. En este año cumplirá 15 años	Cumplirá, el 31 de diciembre, 16 años

12 **Un nenúfar, en un lago, dobla su tamaño todos los días. En un mes cubre todo el lago. ¿Cuánto tiempo tardarán dos nenúfares en cubrir todo el lago?**



Cada nenúfar tarda 29 días en cubrir medio lago, ya que si el día 29 cubre medio lago, como cada día dobla su tamaño, el día 30 cubrirá todo el lago.

Por tanto, entre los dos necesitan 29 días para cubrir todo el lago.

PÁGINA 17

13 **Busca el menor número de seis cifras cuya división entre 7 es exacta. Busca también el mayor.**

El menor número de seis cifras es 100 000. Si lo dividimos entre 7, obtenemos 5 de resto.

Probamos con 100 002 que, efectivamente, es divisible entre 7.

El mayor número de seis cifras es 999 999.

Al dividirlo entre 7, obtenemos 0 de resto.

Este es el número buscado.

Por tanto, entre los múltiplos de 7 de seis cifras, el menor es 100 002 y el mayor 999 999.

14 **Un número primo solo tiene dos divisores, él mismo y la unidad. ¿Qué números tienen solo tres divisores?**

Está claro que hemos de pensar en un producto de dos números descartando, claramente, que sean compuestos. Es decir, han de ser primos.

Los divisores de $a \cdot b$, siendo a y b primos, son:

$$1 \quad a \quad b \quad a \cdot b$$

Tenemos cuatro divisores. La única forma de hacer desaparecer uno es hacer $a = b$.

En este caso, los divisores serán:

$$1 \quad a \quad a \cdot a$$

Es decir, los números que solo tienen tres divisores son los números que son producto de un número primo por sí mismo, el cuadrado de los primos:

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4 \qquad 3^2 = 3 \cdot 3 = 9 \qquad 5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$7^2 = 7 \cdot 7 = 49 \qquad 11^2 = 11 \cdot 11 = 121 \ \ldots$$

15 **¿Qué números tienen una cantidad impar de divisores?**

Los divisores de un número cualquiera se emparejan de dos en dos de modo que el producto de ellos es el número dado. Por ejemplo, 60:

1 y 60, 2 y 30, 3 y 20, 4 y 15, 5 y 12, 6 y 10

De modo que el número de divisores de N es par, salvo que N sea cuadrado perfecto. Por ejemplo, 36:

1 y 36, 2 y 18, 3 y 12, 4 y 9, 6 y … otra vez 6

16 **¿Qué números tienen todos sus divisores, excepto el uno, pares?**

Son todos los números en cuya descomposición factorial aparece, exclusivamente, el número 2.

Son todas las potencias de 2.

17 **¿Son ciertas las siguientes afirmaciones? Razona tus respuestas.**

a) La suma de dos números consecutivos no es múltiplo de dos.

b) La suma de dos impares consecutivos es múltiplo de cuatro.

c) La suma de tres números naturales consecutivos es múltiplo de tres.

a) Cierto.

La suma de dos números consecutivos es:

$$n + (n + 1) = \underbrace{2n}_{\text{múltiplo de 2}} + 1 \quad \text{que no puede ser múltiplo de 2}$$

b) Cierto.

La suma de dos números impares consecutivos es:

$$(2n - 1) + (2n + 1) = 2n - 1 + 2n + 1 = 4n \quad (\text{múltiplo de 4})$$

c) Cierto.

La suma de tres números naturales consecutivos es:

$$(2n - 1) + (2n + 1) = 2n - 1 + 2n + 1 = 4n \quad (\text{múltiplo de 4})$$

que es múltiplo de 3.

18 **El número de litros de aceite que contiene un forma exacta en garrafas de 3 litros, de 5 litros o de 25 litros, pero no en garrafas de 4 litros ni de 9 litros. ¿Cuál puede ser el contenido del barril, sabiendo que está entre mil y dos mil litros?**

El número de litros ha de ser múltiplo de 3, de 5 y de 25.

El mínimo común múltiplo de estos números es 75, y como ha de estar entre 1 000 y 2 000 litros, las posibilidades son:

1 050	1 125	1 200	1 275	1 350	1 425	
1 500	1 575	1 650	1 725	1 800	1 875	1 950

El número de litros no puede ser múltiplo de 4. Hemos de descartar 1 200, 1 500 y 1 800.

Tampoco puede ser múltiplo de 9, y hemos de descartar en este caso 1 125, 1 350 y 1 575.

El resto de números son soluciones del problema:

1 050 1 275 1 425 1 650 1 725 1 875 1 950

19 El producto de las edades de tres personas es 390. ¿Cuáles son dichas edades?

$390 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$

$13,\ 1$ y $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

$13,\ 2$ y $3 \cdot 5 = 15$

$13,\ 3$ y $2 \cdot 5 = 10$

$13,\ 5$ y $2 \cdot 3 = 6$

$13 \cdot 2 = 26,\ 1$ y $3 \cdot 5 = 15$

$13 \cdot 2 = 26,\ 3$ y 5

$13 \cdot 3 = 39,\ 1$ y $2 \cdot 5 = 10$

$13 \cdot 3 = 39,\ 2$ y 5

$13 \cdot 5 = 65,\ 1$ y $3 \cdot 2 = 6$

$13 \cdot 5 = 65,\ 2$ y 3

$13 \cdot 2 = 78,\ 1$ y 5

$13 \cdot 2 \cdot 5 = 130$ ¡demasiado viejo!

Ya no hay más soluciones con edades razonables.

Hemos encontrado, pues, 11 soluciones:

1	13	30
2	13	15
3	13	10
5	6	13
1	15	26
3	5	26
1	10	39
2	5	39
1	6	65
2	3	65
1	5	78

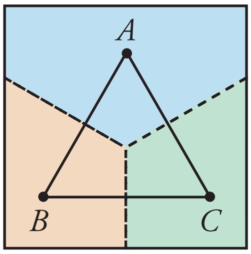
20

Este es un desierto cuadrado. *A*, *B* y *C* son las entradas de tres refugios antinucleares.

Colorea de diferente color las zonas desde las que te dirigirías a cada refugio en caso de alarma nuclear.

El problema consiste en determinar en qué zona del desierto está más cercano el punto *A* o el *B* o el *C*.

Se traza el triángulo de vértices *ABC*.



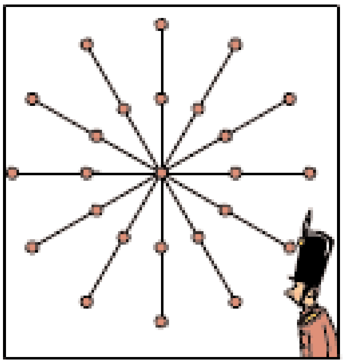
Los puntos de la mediatriz del segmento *AB* son equidistantes de *A* y de *B*.

Así, si alguien se encuentra a un lado o a otro de esa mediatriz, sabe de qué refugio está más cerca.

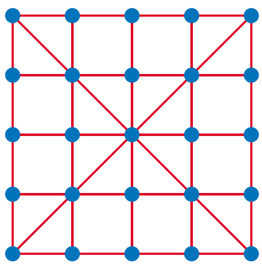
Las zonas, por tanto, están delimitadas por las tres mediatrices del triángulo:

- La zona que está entre la mediatriz de *BA* y la mediatriz de *BC* corresponde al refugio *B*.
- La zona que está entre la mediatriz de *BA* y la mediatriz de *AC* corresponde al refugio *A*.
- La zona que está entre la mediatriz de *AC* y la mediatriz de *BC* corresponde al refugio *C*.

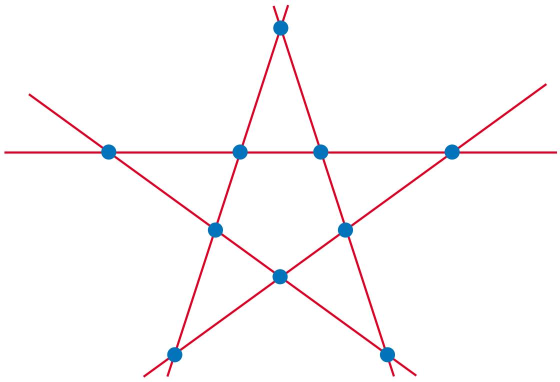
21 **“Si tenemos veinticinco soldaditos de plomo, ¿cómo formaremos con ellos seis filas de cinco soldaditos cada una?” La solución que venía en el libro para este problema es la siguiente:**



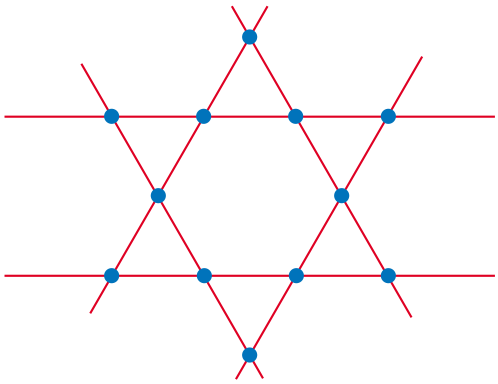
Sin embargo, Mercedes ha encontrado una forma de disponer los 25 soldados de modo que hay muchas más de 6 filas de 5 soldados.



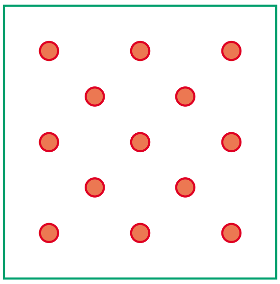
22 Situa 10 soldaditos sobre una mesa de modo que haya 5 filas de 4 soldados.

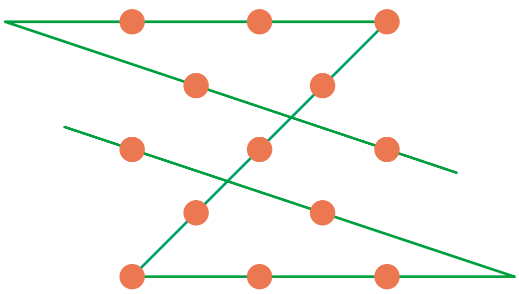


23 Situar 12 soldaditos sobre una mesa de modo que haya 6 filas de 4 soldados.



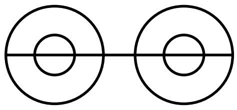
24 Trazar una línea quebrada de cinco segmentos que pase por estos trece puntos.



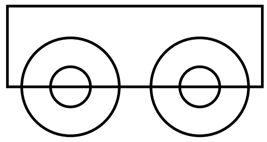


25 **Busca la manera de dibujar cada una de estas figuras sin levantar el lápiz y sin repasar ningún tramo.**

A



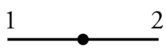
B



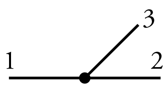
¿Desde cuántos puntos se puede iniciar el trazado de la figura A?

¿Desde cuántos puntos se puede iniciar el trazado de la figura B?

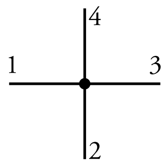
Los puntos de una figura pueden ser:



Con dos ramales



Con tres ramales



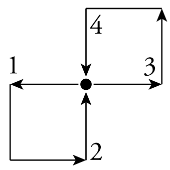
Con cuatro ramales

Observamos que:

- Si partimos de un punto con un número par de ramales, ese será también el punto final.

  1 → SALIR 3 → SALIR

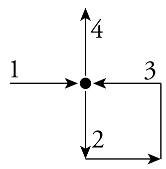
  2 → ENTRAR 4 → ENTRAR



- Si un punto con un número par de ramales no es el principio del trazo, tampoco es el final.

  1 → ENTRAR 3 → ENTRAR

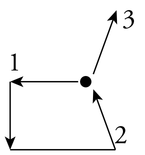
  2 → SALIR 4 → SALIR



- Si empezamos el trazo en un punto con un número impar de ramales, ese punto no puede ser el final.

  1 → SALIR 3 → SALIR

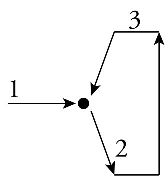
  2 → ENTRAR



- Un punto con un número impar de ramales, si no es principio de trazo, es necesariamente el final.

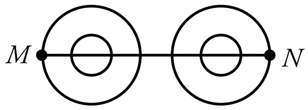
  1 → ENTRAR 3 → ENTRAR

  2 → SALIR



Teniendo en cuenta lo anterior:

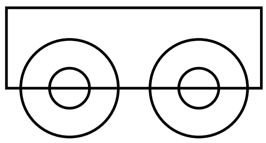
A



Tiene solo dos puntos impares (M y N).

Uno de ellos será el principio del trazo y el otro el final.

B



Todos sus puntos son pares.

Se puede empezar el trazo en cualquiera de ellos.

De todo lo dicho, se deduce que las figuras que no se pueden dibujar de un solo trazo son las que tienen un punto impar, o más, de dos puntos impares.

PÁGINA 18

26 De las 5 000 familias que viven en un pueblo, el 4% tiene un vehículo todo terreno. Del resto, la tercera parte no tiene coche, otro tercio tiene un coche, y los restantes tienen dos coches. ¿Cuántos vehículos hay, como mínimo, en esta población?

Todo terreno $\rightarrow$ 4% de 5 000 = $\dfrac{4}{100} \cdot 5\,000 = 200$ familias

No tienen coche $\rightarrow$ $\dfrac{1}{3}$ de 4 800 = 1 600 familias

Tienen un coche $\rightarrow$ $\dfrac{1}{3}$ de 4 800 = 1 600 familias

Tienen dos coches $\rightarrow$ 5 000 – 200 – 1 600 – 1 600 = 1 600 familias

Número de coches = 200 + 1 600 + 2 · 1 600 = 5 000, al menos, pues los que tienen todo terreno pueden tener otros.

27 **Aproximadamente el 30% de los fines de semana los pasamos en la casa de campo que han comprado mis padres.**

Uno de cada dos fines de semana que voy al campo, coincido con la maravillosa Marilín, que viene al chalé vecino.

Pasado mañana es sábado. ¿Qué probabilidad tengo de ver a Marilín?

Probabilidad de ir el sábado a la casa de campo:

$$30\% = \frac{30}{100}$$

Probabilidad de ver, además, a Marilín (1/2) es la mitad del 30%.

Es decir:

$$\frac{30}{100} \cdot \frac{1}{3} = \frac{30}{200} = \frac{15}{100}$$

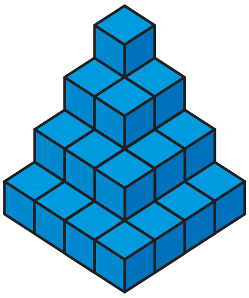
Un 15%.

28 **¿Cuántos cubos componen esta figura? ¿Cuántos no ves?**

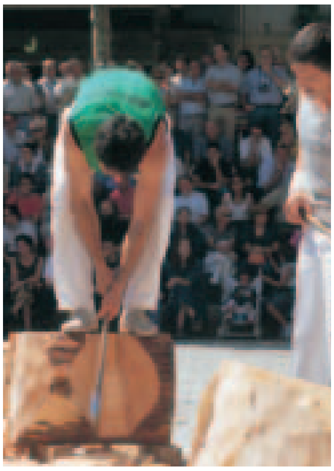
En la figura hay 1 + 4 + 9 + 16 = 30 cubos.

Se ven 1 + 3 + 5 + 7 = 16 cubos.

No se ven 30 – 16 = 14 cubos.



29 **Un aizkolari tarda un cuarto de hora en cortar un tronco en tres partes. ¿Cuánto tardará en cortar otro tronco igual de grueso en seis partes?**



Para cortar el tronco en tres partes tiene que hacer 2 cortes.

Tarda 15 minutos en hacer 2 cortes → tarda 7,5 minutos en cada corte.

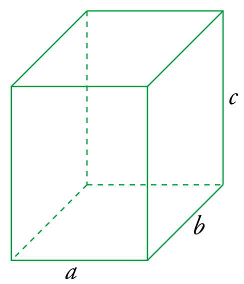
Para cortar un tronco en seis partes necesita hacer 5 cortes.

Tardará 7,5 · 5 = 37,5 minutos en hacerlo.

37,5 minutos = 37 minutos 30 segundos.

30 **Se ha construido un prisma recto de base rectangular con 60 cubitos de madera de un centímetro de arista. ¿Cuál es la altura del prisma, sabiendo que el perímetro de la base mide 14 cm?**

Atención: Hay más de una solución.



El perímetro de la base son 14 cm:

$$P = 2a + 2b = 14 \rightarrow a + b = 7$$

Para que $a + b = 7$, como los cubitos tienen que ser enteros, existen estas opciones:

a) $a = 1$ y $b = 6$

b) $a = 2$ y $b = 5$

c) $a = 3$ y $b = 4$

Examinemos cada opción:

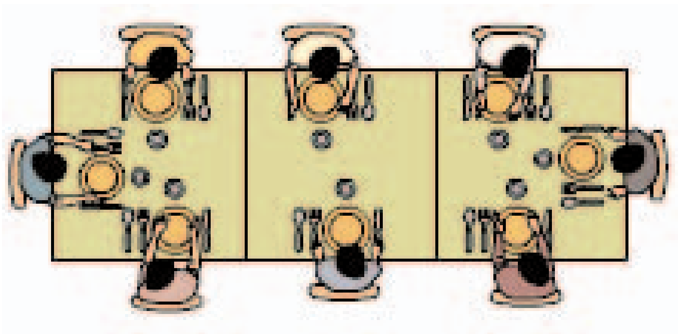
a) Si a = 1 y b = 6, en la base hay 6 cubitos. Como la construcción se ha hecho con 60 cubitos, la altura debe ser de 10 cubitos, es decir, 10 cm.

b) En este caso, en la base habrá 10 cubitos y la altura, por tanto, será de 6 cm.

c) En la base hay 12 cubitos y la altura del prisma será de 5 cm.

31 **A la terraza de un bar acuden a merendar distintas pandillas de amigos. La dueña coloca en cada caso una hilera de mesas cuadradas, más o menos larga, según el número de personas de la pandilla.**

Así, por ejemplo, en una hilera de tres mesas caben 8 personas:



¿Cuántas personas pueden sentarse en una hilera de 6 mesas? ¿Y en una de 10 mesas? ¿Y en una de n mesas?

En una hilera de 6 mesas pueden sentarse 14 personas (2 personas por cada mesa más 2 personas en los extremos).

En una hilera de 10 mesas podrán sentarse $10 \cdot 2 + 2 = 22$ personas.

Y en una hilera de n mesas podrán sentarse $2 \cdot n + 2 = 2(n + 1)$ personas.

32 ¿Cuántas veces se utiliza la cifra 9 al escribir todos los números del 0 al 1 000?

$$\left.\begin{array}{l} 9 \\ 19 \\ \cdots \\ 89 \\ 99 \end{array}\right\} \text{10 veces en las unidades}$$

Además, en la última decena, desde 90 hasta 99, todos empiezan por 9. Es decir, 10 veces más.

Lo mismo en las demás centenas.

En total, 20 veces por 10 centenas = 200 veces.

Pero además, en la última centena, desde 900 hasta 999, todos empiezan por 9.

Es decir, 100 veces más.

Por tanto, se utiliza 300 veces.

33 ¿Cuántos capicúas existen de cuatro cifras en los que las dos cifras extremas suman lo mismo que las dos centrales?

Los capicúas de cuatro cifras son de la forma *ABBA*.

Para que las cifras extremas sumen lo mismo que las centrales, ha de ocurrir que:

$$A + A = B + B$$

Es decir, $A = B$.

Existen nueve números capicúas de cuatro cifras con esta condición:

1111 / 2222 / 3333 / 4444 / 5555 / 6666 / 7777 / 8888 / 9999

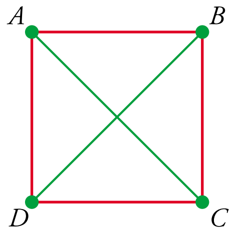
34 Julio tenía en su bolsillo monedas de 1 €, de 0,50 €, de 0,20 € y de 0,10 €. Ha comprado una revista de 3 € utilizando seis monedas. ¿Qué monedas ha utilizado? Busca todas las soluciones posibles.

Solo hay dos soluciones:

2 de 1 €, 1 de 0,50 €, 2 de 0,20 € y 1 de 0,10 €

6 de 0,5 €

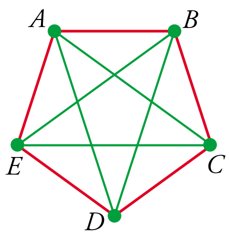
35 ¿Cuántos tramos de carretera son necesarios para comunicar cuatro ciudades de forma que desde cada una se pueda llegar a cualquier otra sin pasar por una tercera? ¿Y para comunicar cinco ciudades? ¿Y para comunicar *n* ciudades?



Para comunicar 4 ciudades son necesarios 6 tramos de carretera:

A CON LAS OTRAS 3		*B* CON LAS DOS QUE QUEDAN		*C* CON LA ÚLTIMA, *D*	
3	+	2	+	1	= 6

Observamos que coincide con (nº de lados de un cuadrilátero + nº de sus diagonales):



Para comunicar 5 ciudades son necesarios 10 tramos de carretera:

A CON LAS OTRAS 4		*B* CON LAS TRES QUE QUEDAN		*C* CON *D* Y CON *E*		*D* CON *E*	
4	+	3	+	2	+	1	= 10

Vemos que coincide con (nº de lados de un pentágono + nº de sus diagonales).

Así, para comunicar *n* ciudades necesitaremos:

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 \text{ tramos}$$

También podemos expresarlo así:

$$\left(\begin{array}{c}\text{número de lados de un}\\ \text{polígono de } n \text{ lados}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{número de diagonales}\\ \text{de un polígono de } n \text{ lados}\end{array}\right) =$$

$$= n + \frac{(n-3)\cdot n}{2} = \frac{2n + n^2 - 3n}{2} = \frac{n^2 - n}{2}$$

36 Hoy es el último día de acampada y tenemos para merendar “perritos calientes”. El caso es que somos 18, todos con buen apetito, y solo nos quedan 30 perritos. A mí me ha tocado repartir.

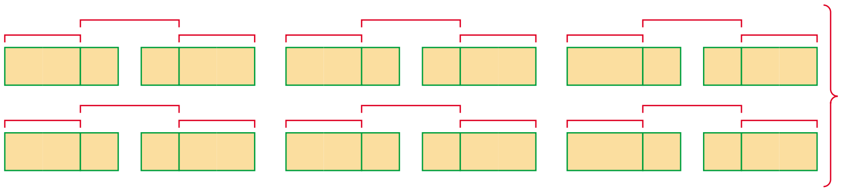
¿Cuál es el mínimo número de cortes que necesito hacer para dar a todos lo mismo?

$$\frac{30}{18} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 5}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}\cdot 3} = \frac{5}{3}$$

A cada uno tocan $\frac{5}{3}$ de perrito.

Para hacer la mínima cantidad de cortes, habrá que dar un perrito a cada uno más $\frac{2}{3}$ de perrito.

A 18 de los perritos no hay que hacerle ningún corte y a los 12 que quedan, un corte a cada uno:



Es necesario hacer 12 cortes.

PÁGINA 19

37 Anselmo va a freír tres filetes. Cada uno ha de estar en la sartén cinco minutos por cada cara. Pero en la sartén solo caben dos. ¿Cómo debe hacerlo para tardar el menor tiempo posible?

Pone dos filetillos, A y B, durante 5 minutos.

Saca uno de ellos, A, da la vuelta al otro, B, y pone el tercero, C, durante 5 minutos.

Saca el B (ya está hecho por las dos caras), da la vuelta al C y pone el A por la cara cruda. Otros 5 minutos. Ya están los tres. Ha tardado 15 minutos.

38 Anselmo ha de tener en el horno un pollo durante 15 minutos exactamente. Pero se le ha estropeado el reloj. Dispone de dos relojes de arena que miden 7 minutos y 11 minutos, respectivamente. ¿Cómo consigue cronometrar con ellos los 15 minutos?

Deja caer la arena en los dos relojes a la vez. Cuando el de 7 minutos haya terminado, en el de 11 minutos queda arena para 4 minutos. Vuelca el reloj para que no corra ni un segundo de estos 4 minutos, pone el pollo al horno y endereza el reloj. Cuando acabe la arena (4 minutos después) da la vuelta al reloj y contabiliza los 11 minutos restantes.

39 Ahora Anselmo ha de cronometrar los 45 minutos que tarda en hacerse un potaje. Para ello, dispone de dos mechas. Cada una de ellas tarda 1 h en consumirse. Pero la velocidad con que se consumen es irregular (es decir, en 1/4 de hora no tiene por qué gastarse 1/4 de la longitud de la mecha). Aún así, consigue cronometrar con ellas los 45 minutos. ¿Cómo lo hace?

Si una mecha se prende simultáneamente por los dos extremos se consume en media hora. Por tanto, prendemos simultáneamente la mecha A por los dos extremos y la mecha B por uno de ellos. En el momento en que A se haya consumido, queda media hora en la mecha B. Si se prende ahora también por el otro extremo se consumirá en la mitad de tiempo: en un cuarto de hora.

Por tanto, el proceso dura 45 minutos.

40 **Anselmo está en su casa de campo. Solo dispone de un reloj de pared que se le ha parado, pero puede ponerlo en marcha dándole cuerda. Va a casa de su amigo Carlos, que está a unos 3 km de distancia y en la que hay otro reloj como el suyo. Pasa un rato charlando con él y, a la vuelta, pone el reloj en hora con razonable precisión.**

Para ello, ¿qué otras cosas ha hecho que no se describen aquí?

Anselmo, antes de salir, le da cuerda a su reloj y lo pone a una hora cualquiera, por ejemplo, a las 12 h, y se va inmediatamente. Cuando llega a casa de Carlos se fija en la hora que marca su reloj. Por ejemplo, las 5 h 40 min. Cuando va a salir vuelve a mirar la hora, por ejemplo 7 h 05 min. Por tanto, ha estado en casa de Carlos 1 h 25 min. Cuando llega a su casa, su reloj marca, por ejemplo, las 2 h y 55 min.

Echemos cuentas:

Está fuera de casa	2 h 55 min
Está en casa de Carlos	1 h 25 min
Está andando	1 h 30 min

Por tanto, cada tramo, ida y vuelta, le lleva 45 min.

Como salió de casa de Carlos a las 7 h 05 min, cuando llega a su casa son las 7 h 50 min. Ahora puede poner su reloj en hora.

41 **Un grupo de amigos va a comer a un restaurante chino. Cada dos comparten un plato de arroz, cada 3 uno de salsa y cada cuatro uno de carne. En total se sirvieron 65 platos. ¿Cuántos amigos fueron a comer?**

El número de amigos es múltiplo de 12 (múltiplo de 2, de 3 y de 4).

Si fueran 12 amigos:

$$\left.\begin{array}{l} 12 : 2 = 6 \text{ platos de arroz} \\ 12 : 3 = 4 \text{ platos de salsa} \\ 12 : 4 = 3 \text{ platos de carne} \end{array}\right\} \text{En total 13 platos}$$

65 : 13 = 5. El número de platos es 5 veces el 13.

Por tanto, el número de amigos será 5 veces 12, es decir, 5 · 12 = 60 amigos.

42 En un salón de té solo se sirve té y pastas. Cada té vale 1,2 € y cada pasta 2 €. Varios amigos realizan, todos ellos, la misma consumición.

La cuenta asciende a 53,20 €. ¿Qué tomó cada uno? ¿Cuántos eran?

Un té vale 120 céntimos y una pasta, 200 céntimos.

El total pagado es 5 320 céntimos.

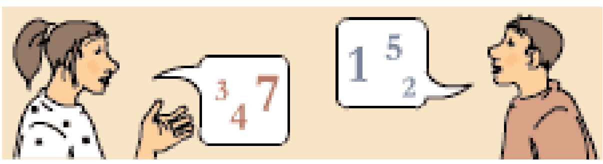
Hemos de buscar posibles consumiciones, cuyo coste total sea divisor de 5 320.

NÚMERO DE CONSUMICIONES		COSTE TOTAL	
1	1 pasta	200	→ No es divisor de 5 320
	1 té	120	→ No es divisor de 5 320
2	2 pastas	400	→ No
	2 tes	240	→ No
	1 té y 1 pasta	320	→ No
3	3 pastas	600	→ No
	3 tes	360	→ No
	1 té y 2 pastas	520	→ No
	2 tes y 1 pasta	440	→ No
4	4 pastas	800	→ No
	4 tes	480	→ No
	1 té y 3 pastas	720	→ No
	3 tes y 1 pasta	560	→ No
	2 tes y 2 pastas	640	→ No
5	5 pastas	1 000	→ No
	5 tes	600	→ No
	1 té y 4 pastas	920	→ No
	4 tes y 1 pasta	680	→ No
	2 tes y 3 pastas	840	→ No
	3 tes y 2 pastas	760	→ Sí es divisor de 5 320

5 320 : 760 = 7

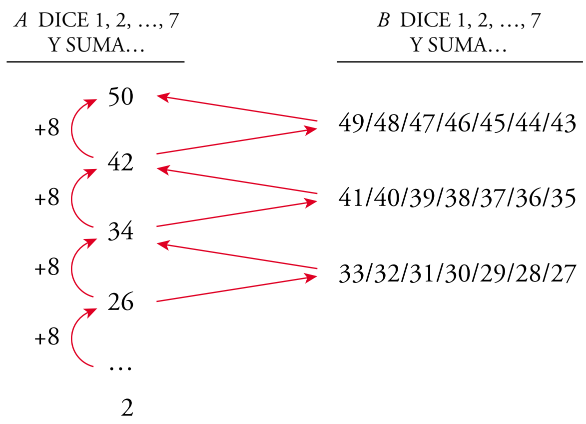
Acudieron 7 amigos y cada uno tomó 3 tes con 2 pastas.

43 Un juego entre dos consiste en lo siguiente: cada uno de ellos dice un número, alternativamente, del 1 al 7. Los números se van sumando y gana el que llegue a 50. ¿Qué estrategia debe seguir el primer jugador para ganar con seguridad?



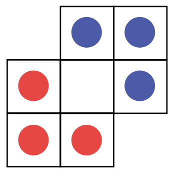
Para que un jugador A llegue a 50, le tienen que dejar una suma de 49 ó 48 ó 47 ó 46 ó 45 ó 44 ó 43, para lo que él tiene que dejar 42, y le tendrían que dejar 41 ó 40 ó 39 ó 38 ó 37 ó 36 ó 35, y así sucesivamente.

Veámoslo gráficamente:



La estrategia ganadora consiste en comenzar con 2 y, si el compañero dice un número x, contestar con $8 - x$.

44 Objetivo: intercambiar las fichas rojas y azules con el mínimo número de movimientos.



Reglas:

- **Con una ficha puede moverse a la casilla contigua vacía.**
- **Una ficha puede saltar sobre otra de diferente color para caer en una casilla vacía.**

Existen varias posibilidades. Por ejemplo: