PÁGINA 138

EJERCICIOS DE LA UNIDAD

Lenguaje algebraico

1 ▲△△ Llamando n a un número cualquiera, traduce a lenguaje algebraico los siguientes enunciados:

a) La mitad de n.

b) La mitad de n menos cuatro unidades.

c) La mitad del resultado de restarle cuatro unidades a n.

d) El doble del resultado de sumarle tres unidades a n.

a) $\frac{n}{2}$

b) $\frac{n}{2} - 4$

c) $\frac{n-4}{2}$

d) $2 \cdot (n + 3)$

2 ▲▲△ Utiliza el lenguaje algebraico para expresar:

a) Un múltiplo cualquiera de cinco.

b) Un múltiplo cualquiera de dos.

c) Cualquier número que no sea múltiplo de dos.

d) Cualquier número que deje un resto de tres unidades al dividirlo entre cinco.

a) $5 \cdot k$

b) $2 \cdot k$

c) $2k + 1$

d) $5k + 3$

3 ▲▲△ Completa, con una expresión algebraica, la casilla que va emparejada a n:

1	2	3	4	10	n
4	7	10	13	31	?

$3n + 1$

4 ▲▲△ **Escribe una ecuación para cada enunciado y trata de encontrar, en cada caso, el número que cumple la condición expresada:**

a) Si a cierto número, x, le restas 20 y doblas el resultado, obtienes 10.

b) El triple de un número, x, coincide con el valor obtenido al sumarle 10 unidades.

c) La mitad de un número coincide con el valor que se obtiene al restarle 11.

a) $2(x - 20) = 10$

$2x - 40 = 10 \rightarrow 2x = 50 \rightarrow x = 25$

b) $3x = x + 10$

$2x = 10 \rightarrow x = 5$

c) $\frac{x}{2} = x - 11$

$x = 2x - 22 \rightarrow x = 22$

6 ▲▲△ **Demuestra que la suma de dos pares consecutivos nunca es múltiplo de 4.**

Dos pares consecutivos son de la forma $2x$ y $2x + 2$:

$$2x + 2x + 2 = 4x + 2$$

$4x$ es múltiplo de 4, pero no 2. Por tanto, $4x + 2$ no es múltiplo de 4.

7 ▲▲△ **Demuestra que la suma de tres números naturales consecutivos es igual al triple del mediano.**

$$\left.\begin{array}{l}\text{Mediano} \rightarrow x \\ \text{Anterior} \rightarrow x - 1 \\ \text{Posterior} \rightarrow x + 1\end{array}\right\} x + (x - 1) + (x + 1) = 3x$$

8 ▲▲▲ **Demuestra que la suma de tres números impares consecutivos siempre es múltiplo de 3.**

Los números son $2x + 1$, $2x + 3$ y $2x + 5$:

$$(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 6x + 9 = 3(2x + 3)$$

Es múltiplo de 3.

9 ▲▲▲ **Demuestra que si a cualquier número le sumamos tres, después duplicas el resultado, restas uno, vuelves a duplicar y restas el cuádruplo del número, obtienes siempre 10, sea cual sea el número inicial.**

$[(x + 3) \cdot 2 - 1] \cdot 2 - 4x = (2x + 6 - 1) \cdot 2 - 4x = 4x + 10 - 4x = 10$

Operaciones con monomios

10 ▲△△ Indica el grado de cada uno de los siguientes monomios:

a) $5x^2$ **b)** $\frac{3}{4}x$

c) $-7xy$ **d)** $\frac{3}{4}a^5$

e) a^2b^4 **f)** $-\frac{1}{2}a^3b^3$

a) 2 b) 1

c) 2 d) 5

e) 6 f) 6

11 ▲△△ Reduce:

a) $3x + 2x + x$ **b)** $5x^2 + 2x^2$

c) $3x - 5 + 2x + 4$ **d)** $x^2 + x + x^2 + x$

e) $3x^2 - x^2 + 5 - 7$ **f)** $3x + x^2 - 2x - x^2 + 3$

a) $6x$ b) $7x^2$

c) $5x - 1$ d) $2x^2 + 2x$

e) $2x^2 - 2$ f) $x + 3$

12 ▲△△ Quita paréntesis y reduce:

a) $(x - 1) - (x - 5)$ **b)** $2x + (1 + x)$

c) $5x - (3x - 2)$ **d)** $(3x - 4) + (3x + 4)$

e) $(1 - x) - (1 - 2x)$ **f)** $(2 - 5x) - (3 - 7x)$

a) $(x - 1) - (x - 5) = x - 1 - x + 5 = 4$

b) $2x + (1 + x) = 2x + 1 + x = 3x + 1$

c) $5x - (3x - 2) = 5x - 3x + 2 = 2x + 2$

d) $(3x - 4) + (3x + 4) = 3x - 4 + 3x + 4 = 6x$

e) $(1 - x) - (1 - 2x) = 1 - x - 1 + 2x = x$

f) $(2 - 5x) - (3 - 7x) = 2 - 5x - 3 + 7x = 2x - 1$

PÁGINA 139

13 ▲△△ Opera y reduce:

a) $2x \cdot 7x$

b) $12x \cdot \frac{1}{4}x^2$

c) $2x \cdot 3x \cdot (-x)$

d) $(-5x) \cdot \left(-\frac{3}{5}x^2\right)$

e) $x^8 : x^6$

f) $6x^4 : 3x^3$

g) $(-6x^5) : (2x)$

h) $\left(\frac{2}{3}x^4\right) : \left(\frac{1}{3}x^2\right)$

a) $14x^2$

b) $3x^3$

c) $-6x^3$

d) $3x^3$

e) x^2

f) $2x$

g) $-3x^4$

h) $2x^2$

Operaciones con polimonios

14 ▲△△ Reduce las siguientes expresiones:

a) $2 - 5x^2 + 7x^2 - 2x + 6$

b) $(x + 1) - (x - 1) + x$

c) $(2x^2 - 3x - 8) + (x^2 - 5x + 10)$

d) $(2x^2 - 3x - 8) - (x^2 - 5x + 10)$

a) $2x^2 - 2x + 8$

b) $x + 2$

c) $3x^2 - 8x + 2$

d) $x^2 + 2x - 18$

15 ▲△△ Quita paréntesis y reduce:

a) $(5x^2 - 6x + 7) - (4x^2 - 5x + 6)$

b) $(x^2 - 4x - 5) + (x^2 + 3x - 1)$

c) $(2x^2 - 5x + 3) + (3x^2 + 5x) + (x^2 + x - 3)$

d) $(x^2 - 4) + (x + 5) - (x^2 - x)$

a) $(5x^2 - 6x + 7) - (4x^2 - 5x + 6) = 5x^2 - 6x + 7 - 4x^2 + 5x - 6 = x^2 - x + 1$

b) $(x^2 - 4x - 5) + (x^2 + 3x - 1) = x^2 - 4x - 5 + x^2 + 3x - 1 = 2x^2 - x - 6$

c) $(2x^2 - 5x + 3) + (3x^2 + 5x) + (x^2 + x - 3) =$
$= 2x^2 - 5x + 3 + 3x^2 + 5x + x^2 + x - 3 = 6x^2 + x$

d) $(x^2 - 4) + (x + 5) - (x^2 - x) = x^2 - 4 + x + 5 - x^2 + x = 2x + 1$

16 ▲△△ **Reduce:**

a) $(2x^2 - 5x + 6) - 2(x^2 - 3x + 3)$

b) $2(5x^2 - 4x + 2) - (8x^2 - 7x + 4)$

c) $3(x - 2) - 2(x - 1) - (x + 1)$

d) $2(x^2 - 1) + 4(2x - 1) - 11x$

a) $(2x^2 - 5x + 6) - 2(x^2 - 3x + 3) = 2x^2 - 5x + 6 - 2x^2 + 6x - 6 = x$

b) $2(5x^2 - 4x + 2) - (8x^2 - 7x + 4) = 10x^2 - 8x + 4 - 8x^2 + 7x - 4 = 2x^2 - x$

c) $3(x - 2) - 2(x - 1) - (x + 1) = 3x - 6 - 2x + 2 - x - 1 = -5$

d) $2(x^2 - 1) + 4(2x - 1) - 11x = 2x^2 - 2 + 8x - 4 - 11x = 2x^2 - 3x - 6$

17 ▲▲△ **Considera los polinomios:**

$$A = x^3 - 5x + 4, \quad B = 3x^2 + 2x + 6 \quad \text{y} \quad C = x^3 - 4x - 8$$

Calcula:

a) $A + B$ **b)** $A - B$

c) $A - C$ **d)** $B + C$

e) $A + B + C$ **f)** $A - B - C$

a) $A + B = x^3 + 3x^2 - 3x + 10$ b) $A - B = x^3 - 3x^2 - 7x - 2$

c) $A - C = -x + 12$ d) $B + C = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$

e) $A + B + C = 2x^3 + 3x^2 - 7x + 2$ f) $A - B - C = -3x^2 - 3x + 6$

18 ▲▲△ **Completa las casillas vacías:**

a)
$$\begin{array}{r} x^2 + \square - 9 \\ + \square + 2x + \square \\ \hline 4x^2 + 8x - 2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} \square - 5x^2 - 6x + \square \\ + 2x^3 - 3x^2 + \square - 8 \\ \hline 5x^3 - \square - 2x - 1 \end{array}$$

a)
$$\begin{array}{r} x^2 + 6x - 9 \\ 3x^2 + 2x + 7 \\ \hline 4x^2 + 8x - 2 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 3x^3 - 5x^2 - 6x + 7 \\ 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8 \\ \hline 5x^3 - 8x^2 - 2x - 1 \end{array}$$

19 ▲▲△ **Calcula:**

a) $3x^2 + 5x - 6$ $\times$ $3x - 5$

b) $2x^3 + 5x^2 - 3x + 1$ $\times$ $x + 2$

a)
$$\begin{array}{r} 3x^2 + 5x - 6 \\ \times \quad 3x - 5 \\ \hline -15x^2 - 25x + 30 \\ 9x^3 + 15x^2 - 18x \\ \hline 9x^3 + 0 - 43x + 30 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 2x^3 + 5x^2 - 3x + 1 \\ \times \quad x + 2 \\ \hline 4x^3 + 10x^2 - 6x + 2 \\ 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + x \\ \hline 2x^4 + 9x^3 + 7x^2 - 5x + 2 \end{array}$$

20 ▲▲△ **Calcula:**

a) $3x \cdot (x^3 - 2x + 5)$ **b)** $(x + 2) \cdot (x - 5)$

c) $(x^2 - 2) \cdot (x^2 + 2x - 3)$ **d)** $(x^3 - 5x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 1)$

a) $3x \cdot (x^3 - 2x + 5) = 3x^4 - 6x^2 + 15x$

b) $(x + 2) \cdot (x - 5) = x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x - 10$

c) $(x^2 - 2) \cdot (x^2 + 2x - 3) = x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 2x^2 - 4x + 6 = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 4x + 6$

d) $(x^3 - 5x^2 + 1) \cdot (x^2 - 3x + 1) = x^5 - 3x^4 + x^3 - 5x^4 + 15x^3 - 5x^2 + x^2 - 3x + 1 =$
$= x^5 - 8x^4 + 16x^3 - 4x^2 - 3x + 1$

21 ▲▲△ **Completa las casillas vacías:**

a) $\square - x + 3$ $\times$ $\square - \square$

$$\begin{array}{r} \square - x + 3 \\ \times \quad \square - \square \\ \hline - \square + \square - 15 \\ \square - 2x^2 + \square \\ \hline \square - 12x^2 + \square - \square \end{array}$$

b) $\square - \square - \square - 1$ $\times$ $\square - \square - \square$

$$\begin{array}{r} \square - \square - \square - 1 \\ \times \quad \square - \square - \square \\ \hline - \square + \square + \square + 2 \\ - \square + \square + \square + 3x \\ x^5 - 2x^4 - 5x^3 - x^2 \\ \hline \square - \square - \square + \square + \square + \square \end{array}$$

a)
$$\begin{array}{r} 2x^2 - x + 3 \\ \times \quad 2x - 5 \\ \hline -10x^2 + 5x - 15 \\ 4x^3 - 2x^2 + 6x \\ \hline 4x^3 - 12x^2 + 11x - 15 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - 5x - 1 \\ \times \quad x^2 - 3x - 2 \\ \hline -2x^3 + 4x^2 + 10x + 2 \\ -3x^4 + 6x^3 + 15x^2 + 3x \\ x^5 - 2x^4 - 5x^3 - x^2 \\ \hline x^5 - 5x^4 - x^3 + 18x^2 + 13x + 2 \end{array}$$

22 ▲△△ **Reduce:**

a) $x \cdot (5x - 4) - 2 \cdot (x^2 - x)$

b) $(2x + 1) \cdot x^2 - (x - 1) \cdot x^2$

c) $(3x - 1) \cdot (x + 1) - (x + 1) \cdot (2x - 1)$

d) $(2x - 3)\ (x + 1) - (x^2 - x - 4)$

e) $(2x^2 + 3) - (x - 1) \cdot (2 + 2x)$

a) $x \cdot (5x - 4) - 2 \cdot (x^2 - x) = 5x^2 - 4x - 2x^2 + 2x = 3x^2 - 2x$

b) $(2x + 1) \cdot x^2 - (x - 1) \cdot x^2 = 2x^3 + x^2 - x^3 + x^2 = x^3 + 2x^2$

c) $(3x - 1) \cdot (x + 1) - (x + 1) \cdot (2x - 1) = 3x^2 + 3x - x - 1 - 2x^2 + x - 2x + 1 = x^2 + x$

d) $(2x - 3)\ (x + 1) - (x^2 - x - 4) = 2x^2 + 2x - 3x - 3 - x^2 + x + 4 = x^2 + 1$

e) $(2x^2 + 3) - (x - 1) \cdot (2 + 2x) = 2x^2 + 3 - 2x - 2x^2 + 2 + 2x = 5$

PÁGINA 140

24 ▲△△ **Calcula:**

a) $(15x - 10) : 5$

b) $(12x^2 - 18x + 6) : 6$

c) $(x^4 + 5x^2 - 6x) : x$

d) $(2x^4 + 5x^3) : x^2$

e) $(2x^3 - 6x^2 + 8x) : 2x$

f) $(5x^3 - 10x^2 + 15x) : 5x$

a) $3x - 2$

b) $2x^2 - 3x + 1$

c) $x^3 + 5x - 6$

d) $2x^2 + 5x$

e) $x^2 - 3x + 4$

f) $x^2 - 2x + 3$

25 ▲▲△ **Opera y reduce:**

a) $12x^2 : (6x \cdot 2x)$

b) $(12x^2 : 6x) \cdot 2x$

c) $(24x^3) : [(4x^2) : (2x)]$

d) $[(24x^3) : (4x^2)] : (2x)$

e) $[x^3 - (x^3 - x^2)] : x^2$

f) $(18x^2) : [6 - 3(3x + 2)]$

a) $12x^2 : (6x \cdot 2x) = 12x^2 : 12x^2 = 1$

b) $(12x^2 : 6x) \cdot 2x = 2x \cdot 2x = 4x^2$

c) $(24x^3) : [(4x^2) : (2x)] = 24x^3 : 2x = 12x^2$

d) $[(24x^3) : (4x^2)] : (2x) = 6x : 2x = 3$

e) $[x^3 - (x^3 - x^2)] : x^2 = (x^3 - x^3 + x^2) : x^2 = x^2 : x^2 = 1$

f) $(18x^2) : [6 - 3(3x + 2)] = 18x^2 : (6 - 9x - 6) = 18x^2 : (-9x) = -2x$

Productos notables y extracción de factor común

26 ▲▲△ **Calcula sin hacer la multiplicación y, luego, comprueba multiplicando:**

a) $(x + 6)^2$ **b)** $(8 + a)^2$

c) $(3 - x)^2$ **d)** $(ba - 3)^2$

e) $(x + 4) \cdot (x - 4)$ **f)** $(y - a)\ (y + a)$

g) $(2x - 3)^2$ **h)** $(3a - 5b)^2$

i) $(3x - 5)^2$ **j)** $(2x + 1) \cdot (2x - 1)$

k) $\left(\frac{2}{3} - x\right)^2$ **l)** $(x^2 + y)^2$

a) $x^2 + 12x + 36$ b) $64 + 16a + a^2$

c) $9 - 6x + x^2$ d) $(ba)^2 - 6ba + 9$

e) $x^2 - 16$ f) $y^2 - a^2$

g) $4x^2 - 12x + 9$ h) $9a^2 - 30ab + 25b^2$

i) $9x^2 - 30x + 25$ j) $4x^2 - 1$

k) $\frac{4}{9} - \frac{4}{3}x + x^2$ l) $x^4 + 2x^2y + y^2$

27 ▲▲△ **Transforma cada expresión en un cuadrado:**

a) $x^2 + 6x + 9$ **b)** $x^2 - 10x + 25$

c) $x^2 + 2x + 1$ **d)** $x^2 + x + \frac{1}{4}$

e) $4x^2 - 4x + 1$ **f)** $9x^2 - 12x + 4$

a) $(x + 3)^2$ b) $(x - 5)^2$

c) $(x + 1)^2$ d) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

e) $(2x - 1)^2$ f) $(3x - 2)^2$

28 ▲▲△ **Extrae factor común en estas sumas:**

a) $5a + 5b - 5c$ **b)** $3a - 4ab + 2ac$

c) $x^2 + 2x$ **d)** $2x - 4y$

e) $3x + 6y + 9$ **f)** $6x^2 - 3x^2 + 9x^3$

g) $3x - 6x^2 + 9x^3$ **h)** $x^2 - 10x^4 + 2x^8$

i) $6a^2b + 4ab^2$ **j)** $x^2y - y^2x$

k) $15x^4 + 5x^3 + 10x^2$ **l)** $10x^3y^2 - 2x^2y + 4y^4x$

a) $5(a + b - c)$ b) $a(3 - 4b + 2c)$

c) $x(x + 2)$ d) $2(x - 2y)$

e) $3(x + 2y + 3)$ f) $3x^2(2 - 1 + 3x)$

g) $3x(1 - 2x + 3x^2)$ h) $x^2(1 - 10x^2 + 2x^6)$

i) $2ab(3a + 2b)$ j) $xy(x - y)$

k) $5x^2(3x^2 + x + 2)$ l) $2xy(5x^2y - x + 2y^3)$

29 ▲▲▲ **Utiliza los productos notables y la extracción de factores comunes para descomponer en factores las siguientes expresiones:**

a) $x^2 + 2xy + y^2$ **b)** $4a^2b^4 - 4ab^2 + 1$

c) $4x^2 - 4x + 1$ **d)** $3x^3 - 3x$

e) $6x^2 - 9x^3$ **f)** $5x^2 + 10x + 5$

g) $4x^2 - 25$ **h)** $16x^6 - 64x^5 + 64x^4$

i) $5x^4 + 10x^3 + 5x^2$ **j)** $x^4 - x^2$

k) $3x^2 - 27$ **l)** $3x^3 - 18x^2 + 27x$

m) $x^4 - 1$ **n)** $x^4 - 2x^2 + 1$

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

b) $4a^2b^4 - 4ab^2 + 1 = (2ab^2 - 1)^2$

c) $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

d) $3x^3 - 3x = 3x(x^2 - 1) = 3x(x + 1)(x - 1)$

e) $6x^2 - 9x^3 = 3x^2(2 - 3x)$

f) $5x^2 + 10x + 5 = 5(x + 1)^2$

g) $4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$

h) $16x^6 - 64x^5 + 64x^4 = 16x^4(x^2 - 4x + 4) = 16x^4(x - 2)^2$

i) $5x^4 + 10x^3 + 5x^2 = 5x^2(x^2 + 2x + 1) = 5x^2(x + 1)^2$

j) $x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x + 1)(x - 1)$

k) $3x^2 - 27 = 3(x^2 - 9) = 3(x + 3)(x - 3)$

l) $3x^3 - 18x^2 + 27x = 3x(x^2 - 6x + 9) = 3x(x - 3)^2$

m) $x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$

n) $x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)^2 = [(x - 1)(x + 1)]^2 = (x - 1)^2(x + 1)^2$

30 ▲▲▲ **Saca factor común en el numerador y en el denominador y después simplifica:**

a) $\dfrac{4 - 6x}{6x^2 - 9x^3}$ **b)** $\dfrac{5x^2 + 10x}{x + 2}$

c) $\dfrac{x^3 + x^2}{2x^3 - 3x^2}$ **d)** $\dfrac{3x^3 - x^2}{x^3 + 2x^2}$

e) $\dfrac{a^2 + ab + a}{b^2 + ab + b}$ **f)** $\dfrac{x^3 - x}{5x^2 - 5}$

g) $\dfrac{x^2 + x}{2x^3 + 2x^2}$ **h)** $\dfrac{x^2y - x^3y^2}{x^2y^2}$

a) $\dfrac{4 - 6x}{6x^2 - 9x^3} = \dfrac{2(2 - 3x)}{3x^2(2 - 3x)} = \dfrac{2}{3x^2}$

b) $\dfrac{5x^2 + 10x}{x + 2} = \dfrac{5x(x + 2)}{x + 2} = 5x$

c) $\dfrac{x^3 + x^2}{2x^3 - 3x^2} = \dfrac{x^2(x + 1)}{x^2(2x - 3)} = \dfrac{x + 1}{2x - 3}$

d) $\dfrac{3x^3 - x^2}{x^3 + 2x^2} = \dfrac{x^2(3x - 1)}{x^2(x + 2)} = \dfrac{3x - 1}{x + 2}$

e) $\dfrac{a^2 + ab + a}{b^2 + ab + b} = \dfrac{a(a + b + 1)}{b(b + a + 1)} = \dfrac{a}{b}$

f) $\dfrac{x^3 - x}{5x^2 - 5} = \dfrac{x(x^2 - 1)}{5(x^2 - 1)} = \dfrac{x}{5}$

g) $\dfrac{x^2 + x}{2x^3 + 2x^2} = \dfrac{x(x + 1)}{2x^2(x + 1)} = \dfrac{1}{2x}$

h) $\dfrac{x^2y - x^3y^2}{x^2y^2} = \dfrac{x^2y(1 - xy)}{x^2y^2} = \dfrac{1 - xy}{y}$

31 ▲▲▲ **Descompón en factores los numeradores y los denominadores, teniendo en cuenta los productos notables, y después simplifica:**

a) $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

b) $\dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$

d) $\dfrac{2x^2 - 8}{x + 2}$

e) $\dfrac{2x + 1}{4x^2 + 4x + 1}$

f) $\dfrac{2x^4 - 2x^3}{4x^4 - 4x^2}$

g) $\dfrac{3x^4 - 9x^2}{x^2 - 3}$

h) $\dfrac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 + x^2 + x}$

a) $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} = \dfrac{(x + 1)^2}{(x + 1)\,(x - 1)} = \dfrac{x + 1}{x - 1}$

b) $\dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = \dfrac{(x + 2)\,(x - 2)}{(x - 2)^2} = \dfrac{x + 2}{x - 2}$

c) $\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} = \dfrac{(x + y)\,(x - y)}{(x - y)^2} = \dfrac{x + y}{x - y}$

d) $\dfrac{2x^2 - 8}{x + 2} = \dfrac{2\,(x^2 - 4)}{(x + 2)} = \dfrac{2\,(x + 2)\,(x - 2)}{x + 2} = 2\,(x - 2)$

e) $\dfrac{2x + 1}{4x^2 + 4x + 1} = \dfrac{2x + 1}{(2x + 1)^2} = \dfrac{1}{2x + 1}$

f) $\dfrac{2x^4 - 2x^3}{4x^4 - 4x^2} = \dfrac{2x^3\,(x - 1)}{4x^2\,(x^2 - 1)} = \dfrac{x\,(x - 1)}{2\,(x^2 - 1)} = \dfrac{x\,(x - 1)}{2\,(x + 1)\,(x - 1)} = \dfrac{x}{2\,(x + 1)}$

g) $\dfrac{3x^4 - 9x^2}{x^2 - 3} = \dfrac{3x^2\,(x^2 - 3)}{x^2 - 3} = 3x^2$

h) $\dfrac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 + x^2 + x} = \dfrac{3\,(x^2 + x + 1)}{x\,(x^2 + x + 1)} = \dfrac{3}{x}$

PÁGINA 141

PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

33 Calcula la suma de los 50 primeros números naturales:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 49 + 50$$

$$\begin{array}{l} S = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 49 + 50 \\ S = 50 + 49 + 48 + 47 + \ldots + 2 + 1 \\ \hline 2S = 51 + 51 + 51 + 51 + \ldots + 51 + 51 \end{array}$$

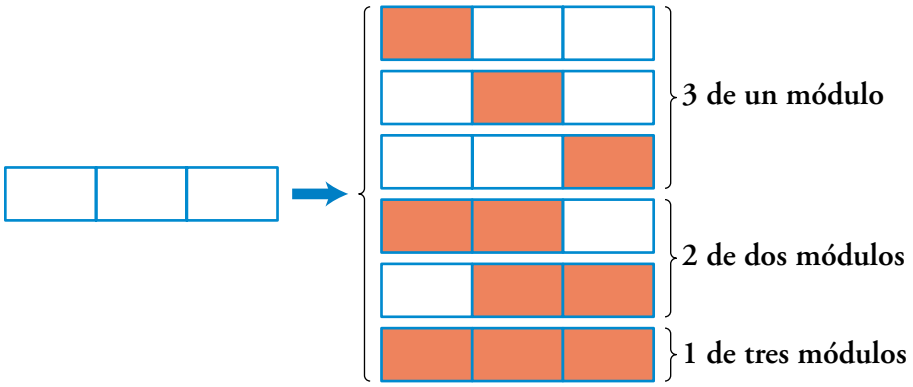
$2S = 50 \cdot 51 = 2\,550 \rightarrow S = 1\,275$

34 Completa la tabla siguiente:

SUMANDOS		CÁLCULO	TOTAL
1	1		
2	1 + 2		
3	1 + 2 + 3		
4	1 + 2 + 3 + 4		
5	1 + 2 + 3 + 4 + 5		
…	…		
10	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10	(10 · 11) : 2	55
50	1 + 2 + 3 + … + 50		
n	1 + 2 + 3 + … + *n*		

SUMANDOS		CÁLCULO	TOTAL
1	1	1	1
2	1 + 2	(2 · 3) : 2	3
3	1 + 2 + 3	(3 · 4) : 2	6
4	1 + 2 + 3 + 4	(4 · 5) : 2	10
5	1 + 2 + 3 + 4 + 5	(5 · 6) : 2	15
…	…	…	…
10	1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10	(10 · 11) : 2	55
50	1 + 2 + 3 + … + 50	(50 · 51) : 2	1 275
n	1 + 2 + 3 + … + *n*	$n(n + 1) : 2$	$(n^2 + n) \cdot 2$

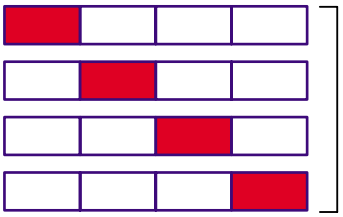
35 **En esta figura formada por tres rectángulos elementales, se pueden apreciar 6 rectángulos de diferentes tamaños.**



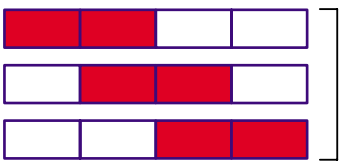
¿Cuántos rectángulos de diferentes tamaños hay en una figura formada por cuatro rectángulos elementales?

¿Y si son cinco los rectángulos elementales? ¿Y si son seis?… ¿Y si son *n*?

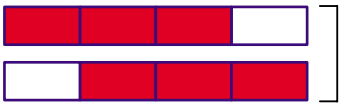
• Figura con 4 rectángulos elementales:



4 rectángulos de 1 módulo



3 rectángulos de 2 módulos

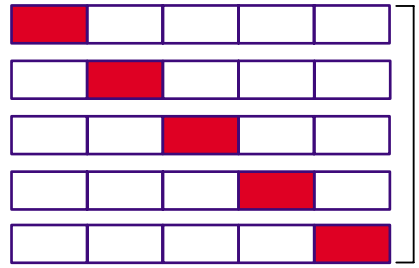


2 rectángulos de 3 módulos

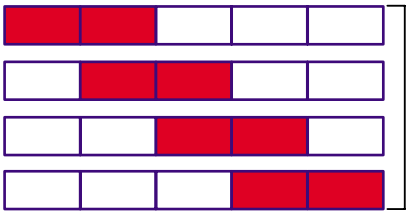
1 rectángulo de 4 módulos

Total: 4 + 3 + 2 + 1 = 10

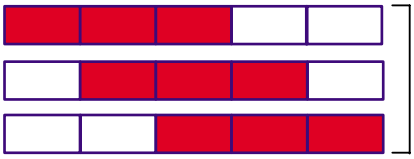
• Figura con 5 rectángulos elementales:



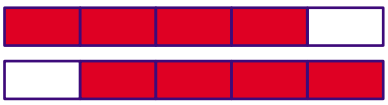
5 rectángulos de 1 módulo



4 rectángulos de 2 módulos



3 rectángulos de 3 módulos



2 rectángulos de 4 módulos

1 rectángulo de 5 módulos

Total: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$

• Figura con n rectángulos elementales:

Tendrá, en total:

$$n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 2 + 1 = \frac{n \cdot (n-1)}{2} = \frac{n^2 - n}{2} \text{ rectángulos}$$