

Unidad: Las Fracciones

Ejercicio nº 1.-

Escribe, en cada caso, la fracción del todo que corresponde a la parte indicada:

- a) De una docena de huevos se han roto 3. ¿Qué fracción se ha roto?
- b) En una urbanización se han construido 25 casas y ya se han vendido 15. ¿Qué fracción se ha vendido?

Solución:

a) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

Ejercicio nº 2.-

Calcula:

a) $\frac{2}{5}$ de 15

b) $\frac{12}{13}$ de 702

Solución:

a) $\frac{2}{5}$ de 15 = $\frac{2 \cdot 15}{5} = 6$

b) $\frac{12}{13}$ de 702 = $\frac{12 \cdot 702}{13} = 648$

Ejercicio nº 3.-

Escribe, en cada caso, una fracción equivalente que cumpla la condición indicada.

a) Escribe una fracción equivalente a $\frac{3}{7}$ que tenga por denominador 21.

b) Escribe una fracción equivalente a $\frac{10}{16}$ que tenga por denominador 24.

Solución:

$$\text{a) } \frac{3}{7} = \frac{x}{21} \rightarrow 7x = 63 \rightarrow x = 9; \frac{3}{7} = \frac{9}{21}$$

$$\text{b) } \frac{10}{16} = \frac{x}{24} \rightarrow 16x = 240 \rightarrow x = 15; \frac{10}{16} = \frac{15}{24}$$

Ejercicio nº 4.-

Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones reduciéndolas previamente a común denominador:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{5}{8}, \frac{7}{20}$$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 8 = 2^3 \\ 20 = 2^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{mín.c.m. } (5, 8, 10, 20) = 2^3 \cdot 5 = 40$$

$$\frac{2}{5} = \frac{16}{40} \quad \frac{4}{10} = \frac{16}{40} \quad \frac{5}{8} = \frac{25}{40} \quad \frac{7}{20} = \frac{14}{40}$$

$$\frac{7}{20} < \frac{2}{5} < \frac{4}{10} < \frac{5}{8}$$

Ejercicio nº 5.-

Resuelve las siguientes operaciones con fracciones:

$$\text{a) } \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3} \right) : \left(1 - \frac{4}{6} \right)$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} : \left[\frac{4}{5} - 3 \cdot \left(2 - \frac{4}{5} \right) \right]$$

Solución:

$$a) \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right) : \left(1 - \frac{4}{6}\right) = \frac{15-8}{12} : \frac{6-4}{6} = \frac{7}{12} : \frac{2}{6} = \frac{42}{24} = \frac{7}{4}$$

$$b) \frac{3}{5} : \left[\frac{4}{5} - 3 \cdot \left(2 - \frac{4}{5}\right)\right] = \frac{3}{5} : \left(\frac{4}{5} - 3 \cdot \frac{6}{5}\right) = \frac{3}{5} : \left(\frac{4}{5} - \frac{18}{5}\right) = \frac{3}{5} : \left(\frac{-14}{5}\right) = -\frac{15}{70} = -\frac{3}{14}$$

Ejercicio nº 6.-

Para elaborar un pastel María ha utilizado tres paquetes de harina completos y $\frac{3}{5}$ de otro; y Gloria ha utilizado dos paquetes completos y $\frac{3}{4}$ de otro. Si cada paquete pesa un kilo, ¿qué cantidad de harina han gastado entre ambas?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{12+15}{20} = \frac{27}{20} = 1 \text{ kg} + \frac{7}{20} \text{ kg} \\ \frac{7}{20} \text{ kg} = \frac{7}{20} \text{ de } 1000 \text{ g} = \frac{7000}{20} = 350 \text{ g} \end{array} \right\} 1 \text{ kg} + \frac{7}{20} \text{ kg} = 1 \text{ kg } 350 \text{ g}$$

$$3 + 2 + 1 + \frac{7}{20} = 6 \text{ kg } 350 \text{ g}$$

Ejercicio nº 7.-

De un depósito lleno de agua se sacan, primero, dos tercios de su contenido y después, dos quintos de lo que quedaba, sobrando aún 30 litros.

¿Qué fracción del total del depósito se ha extraído? ¿Cuántos litros se han sacado?

Solución:

Primero se sacan $\frac{2}{3}$ → Queda $\frac{1}{3}$ del depósito.

Después se sacan $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$ → Queda $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ del depósito.

Queda $\frac{1}{5}$ del depósito → Se han sacado $\frac{4}{5}$ del depósito.

$\frac{1}{5}$ del depósito = 30 l → $\frac{4}{5}$ del depósito = 30 · 4 = 120 litros se han sacado.

Ejercicio nº 8.-

Simplifica estas expresiones:

a) $\frac{(a^3)^2}{a^4}$

b) $\frac{(2 \cdot 3)^3}{2^2 \cdot 3^2}$

Solución:

a) $\frac{(a^3)^2}{a^4} = \frac{a^6}{a^4} = a^2$

b) $\frac{(2 \cdot 3)^3}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{2^3 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 2 \cdot 3 = 6$

Unidad: Las Fracciones

Ejercicio nº 1.-

Escribe, en cada caso, la fracción del todo que corresponde a la parte indicada:

- a) ¿Qué fracción de hora son 20 minutos?
b) ¿Qué fracción de semana son cinco días?

Solución:

a) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{5}{7}$

Ejercicio nº 2.-

Calcula:

a) $\frac{5}{8}$ de 24

b) $\frac{7}{9}$ de 504

Solución:

a) $\frac{5}{8}$ de 24 = $\frac{5 \cdot 24}{8} = 15$

b) $\frac{7}{9}$ de 504 = $\frac{7 \cdot 504}{9} = 392$

Ejercicio nº 3.-

Escribe, en cada caso, una fracción equivalente que cumpla la condición indicada.

a) Escribe una fracción equivalente a $\frac{2}{3}$ que tenga por numerador 6.

b) Escribe una fracción equivalente a $\frac{8}{10}$ que tenga por denominador 15.

Solución:

$$\text{a) } \frac{2}{3} = \frac{6}{x} \rightarrow 2x = 18 \rightarrow x = 9; \quad \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$$\text{b) } \frac{8}{10} = \frac{x}{15} \rightarrow x \cdot 10 = 120 \rightarrow x = 12; \quad \frac{8}{10} = \frac{12}{15}$$

Ejercicio nº 4.-

Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones reduciéndolas previamente a común denominador:

$$\frac{1}{3}, \frac{7}{9}, \frac{5}{8}, \frac{15}{18}$$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 3 = 3 \\ 9 = 3^2 \\ 8 = 2^3 \\ 18 = 2 \cdot 3^2 \end{array} \right\} \text{mín.c.m. } (3, 8, 9, 18) = 2^3 \cdot 3^2 = 72$$

$$\frac{1}{3} = \frac{24}{72} \quad \frac{7}{9} = \frac{56}{72} \quad \frac{5}{8} = \frac{45}{72} \quad \frac{15}{18} = \frac{60}{72}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{8} < \frac{7}{9} < \frac{15}{18}$$

Ejercicio nº 5.-

Resuelve las siguientes operaciones con fracciones:

$$\text{a) } \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5} \right) : \left(2 - \frac{1}{5} \right)$$

$$\text{b) } \frac{3}{5} : \left[\frac{4}{5} - 2 \cdot \left(1 - \frac{4}{5} \right) \right]$$

Solución:

$$a) \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) : \left(2 - \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{15}{20} - \frac{8}{20}\right) : \left(\frac{10}{5} - \frac{1}{5}\right) = \frac{7}{20} : \frac{9}{5} = \frac{35}{180} = \frac{7}{36}$$

$$b) \frac{3}{5} : \left[\frac{4}{5} - 2 \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right)\right] = \frac{3}{5} : \left[\frac{4}{5} - \left(\frac{10}{5} - \frac{8}{5}\right)\right] = \frac{3}{5} : \left[\frac{4}{5} - \frac{10}{5} + \frac{8}{5}\right] = \frac{3}{5} : \frac{2}{5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Ejercicio nº 6.-

De un rollo de cuerda de 60 m, Raúl ha cortado $\frac{1}{2}$ del total, Pedro cortó $\frac{1}{4}$ del total y Juan, $\frac{1}{6}$ del total. ¿Qué fracción del rollo de cuerda han cortado entre los tres? ¿Cuántos metros quedan?

Solución:

$$\text{Han cortado} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{6+3+2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\text{Quedan} \rightarrow \frac{1}{12} \text{ de } 60 = \frac{60}{12} = 5 \text{ m}$$

Ejercicio nº 7.-

Un comerciante vendió las tres cuartas partes de un cargamento de naranjas a un frutero. Después vendió dos terceras partes del resto a un supermercado y aún le quedaron 50 kg de naranjas. ¿Cuál era el peso inicial del cargamento?

Solución:

$$\text{Vendió al primer frutero } \frac{3}{4} \rightarrow \text{le quedó } \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vendió al segundo frutero } \frac{2}{3} \rightarrow \text{le quedó } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

$$\frac{1}{12} \text{ del cargamento eran } 50 \text{ kg.}$$

El cargamento completo eran $50 \cdot 12 = 600$ kg.

Ejercicio nº 8.-

Simplifica estas expresiones:

a) $\frac{(a \cdot b)^5}{a^4 \cdot b^4}$

b) $\frac{3^3 \cdot 4^3}{(3 \cdot 4)^3}$

Solución:

a) $\frac{(a \cdot b)^5}{a^4 \cdot b^4} = \frac{a^5 \cdot b^5}{a^4 \cdot b^4} = a \cdot b$

b) $\frac{3^3 \cdot 4^3}{(3 \cdot 4)^3} = \frac{3^3 \cdot 4^3}{3^3 \cdot 4^3} = 1$

UNIDAD 4: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

Ejercicio nº 1.-

Calcula el valor de la incógnita:

a) $\frac{x}{4} = \frac{30}{60}$

b) $\frac{24}{84} = \frac{26}{x}$

Solución:

a) $x = \frac{4 \cdot 30}{60} = 2 \rightarrow x = 2$

b) $x = \frac{84 \cdot 26}{24} = 91 \rightarrow x = 91$

Ejercicio nº 2.-

Indica los pares de magnitudes que sean proporcionales y el tipo de proporcionalidad que presentan:

- El número de bolígrafos comprados y el precio pagado por ellos (suponemos que todos los bolígrafos tienen el mismo precio).
- El número de asistentes a una excursión y la cantidad que aporta cada uno para pagar un autobús (el autobús tiene, en total, un precio fijo).
- El número de ruedas de un camión y la velocidad que alcanza.
- El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un cántaro.

Solución:

- Presentan proporcionalidad directa.
- Presentan proporcionalidad inversa.
- No presentan ningún tipo de proporcionalidad.
- Presentan proporcionalidad inversa.

Ejercicio nº 3.-

Observa la tabla e indica si la relación de proporcionalidad que une ambas magnitudes es directa o inversa y completa los pares de valores correspondientes que faltan, indicando las operaciones que has realizado para obtenerlos:

TIEMPO (horas)	2	6	10	12		
COSTE DE UN APARCAMIENTO (€)	7		35		70	

Solución:

TIEMPO (horas)	2	6	10	12	20	1
COSTE DE UN APARCAMIENTO (€)	7	21	35	42	70	3,5

Proporcionalidad directa. Constante de proporcionalidad = 3,5

Ejercicio nº 4.-

Doce obreros han levantado una pared en 6 días. ¿Cuánto tardarán en hacerlo dieciocho obreros? ¿Y nueve obreros?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 12 \text{ — } 6 \text{ días} \\ 18 \text{ — } x \end{array} \right\} \frac{18}{12} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 6}{18} = 4 \text{ días con 18 obreros}$$

$$\left. \begin{array}{l} 12 \text{ — } 6 \text{ días} \\ 9 \text{ — } x \end{array} \right\} \frac{9}{12} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 6}{9} = 8 \text{ días con 9 obreros}$$

Ejercicio nº 5.-

Tres cosechadoras en tres horas han segado un campo de 27 hectáreas. ¿Cuántas cosechadoras serán necesarias para segar en dos horas 36 hectáreas?

Solución:

COSECHADORAS	HORAS	HECTAREAS
3	3	27
x	2	36
DIRECTA		
DIRECTA		

$$\frac{3}{x} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{36} \rightarrow \frac{9}{2x} = \frac{27}{36} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{36 \cdot 9}{54} = 6 \text{ cosechadoras}$$

Ejercicio nº 6.-

Calcula el valor de x en cada caso:

a) 5% de $x = 51$

b) El 40% de un número vale 210. ¿Cuál es el número?

Solución:

$$\text{a) } \frac{100}{x} = \frac{5}{51} \rightarrow x = \frac{5100}{5} \rightarrow x = 1020$$

$$\text{b) } \frac{100}{x} = \frac{40}{210} \rightarrow x = \frac{21000}{40} \rightarrow x = 525$$

El número es 525.

Ejercicio nº 7.-

Durante el presente curso, un instituto tiene un 8% menos de alumnos que el curso anterior. El curso anterior tenía 450 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay este curso?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 450 \text{ — } 100 \\ x \text{ — } 92 \end{array} \right\} x = \frac{450 \cdot 92}{100} = \frac{41400}{100} = 414$$

En este curso hay 414 alumnos.

Ejercicio nº 8.-

Un banco ofrece el 4,5% de interés anual. ¿Cuáles serán los beneficios que obtendremos con un capital de 5 200 euros durante dos años?

Solución:

CAPITAL	TIEMPO	INTERÉS
100	1 año	4,5 euros
5 200	2 años	x

$$\frac{100}{5200} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4,5}{x} \rightarrow \frac{100}{10400} = \frac{4,5}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{10400 \cdot 4,5}{100} = 468 \text{ euros}$$

$x = 468$ euros de beneficio

UNIDAD 4: PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

Ejercicio nº 1.-

Calcula el valor de la incógnita:

a) $\frac{18}{4} = \frac{81}{x}$

b) $\frac{14}{56} = \frac{x}{32}$

Solución:

a) $x = \frac{4 \cdot 81}{18} = 18 \rightarrow x = 18$

b) $x = \frac{14 \cdot 32}{56} = 8 \rightarrow x = 8$

Ejercicio nº 2.-

Indica los pares de magnitudes que sean proporcionales y el tipo de proporcionalidad que presentan:

- El número de calzado de una persona y su edad.
- La cantidad de tiempo que permanece abierto un grifo y el agua que arroja.
- La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.
- El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un cántaro.

Solución:

- No presentan ningún tipo de relación de proporcionalidad.
- Presentan proporcionalidad directa.
- Presentan proporcionalidad inversa.
- Presentan proporcionalidad inversa.

Ejercicio nº 3.-

Observa la tabla e indica si la relación de proporcionalidad que une ambas magnitudes es directa o inversa y completa los pares de valores correspondientes que faltan:

CANTIDAD DE FRESAS (kg)	2	8	10	14		
COSTE (€)	5		25		45	

Solución:

CANTIDAD DE FRESAS (kg)	2	8	10	14	18	1
COSTE (€)	5	20	25	35	45	2,5

Proporcionalidad directa. Constante de proporcionalidad = 2'5

Ejercicio nº 4.-

Un tren, a 120 km/h, tarda 4 horas en cubrir la distancia que separa dos ciudades.
¿Cuánto tardará en cubrir la misma distancia si su velocidad es de 80 km/h?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ h} \text{ --- } 120 \text{ km/h} \\ x \text{ --- } 80 \text{ km/h} \end{array} \right\} \frac{x}{4} = \frac{120}{80} \rightarrow x = \frac{120 \cdot 4}{80} = 6 \text{ horas a } 80 \text{ km/h}$$

Ejercicio nº 5.-

Diez obreros han construido 200 metros de valla en cinco días. ¿Cuántos metros de valla harán 15 obreros trabajando 10 días?

Solución:

OBREROS	DIAS	VALLA
10	5	200 m
15	10	x

$$\frac{10 \cdot 5}{15 \cdot 10} = \frac{200}{x} \rightarrow \frac{50}{150} = \frac{200}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{150 \cdot 200}{50} = 600 \text{ m}$$

DIRECTA

Ejercicio nº 6.-

Calcula el valor de x en cada caso:

- a) 75% de $x = 45$
b) El 30% de un número vale 15. ¿Cuál es el número?

Solución:

a) $\frac{100}{x} = \frac{75}{45} \rightarrow x = \frac{4500}{75} \rightarrow x = 60$

b) $\frac{100}{x} = \frac{30}{15} \rightarrow x = \frac{1500}{30} \rightarrow x = 50$

El número es 50.

Ejercicio nº 7.-

Una camisa cuesta 22,5 euros después de un descuento del 10%. ¿Cuál era su precio inicial?

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} 22,5 \text{ --- } 90\% \\ x \text{ --- } 100\% \end{array} \right\} x = \frac{22,5 \cdot 100}{90} = 25$$

Su precio inicial era de 25 euros.

Ejercicio nº 8.-

¿Qué interés producen 12 000 euros, en tres años, colocados al 3% anual?

Solución:

CAPITAL	TIEMPO	INTERÉS
100	1 año	3 euros
12 000	3 años	x

$$\frac{100 \cdot 1}{12 000 \cdot 3} = \frac{3}{x} \rightarrow \frac{100}{36 000} = \frac{3}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{36 000 \cdot 3}{100} = 1080 \text{ euros}$$

$x = 1080$ euros de interés