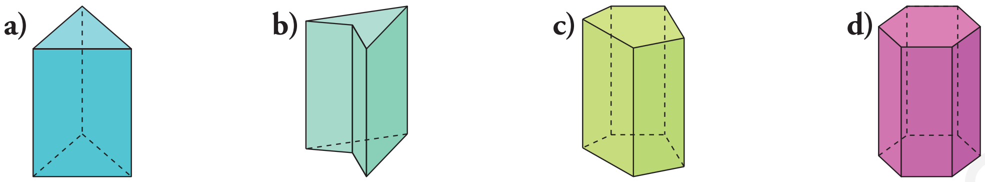
9 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 196

1 **Di qué tipo de prisma es cada uno de los siguientes.**

Indica cuáles son regulares.

Dibuja el desarrollo del primero de ellos.

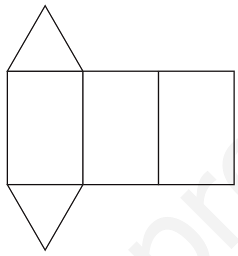


a) Triangular, regular.

b) Cuadrangular, no regular.

c) Pentagonal, no regular.

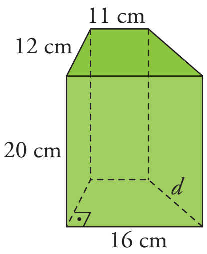
d) Hexagonal, regular.



Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 197

2 La altura de un prisma recto es de 20 cm. Sus bases son trapecios rectángulos con las siguientes características: las bases del trapecio miden 11 cm y 16 cm, y la altura, 12 cm. Halla el área total del prisma.

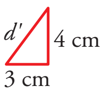


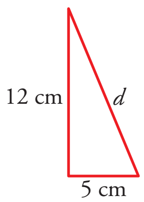
$$\left.\begin{array}{l} A_{LAT} = 1\,040 \text{ cm}^2 \\ A_{BASE} = \ \ 162 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} \rightarrow \text{Su área total es de } 1\,364 \text{ cm}^2$$

3 Halla el área total de un cubo de 10 cm de arista.

Cada cara $A = 100$ cm^2, $A_{TOTAL} = 600$ cm^2.

4 Las dimensiones de un ortoedro son 4 cm, 3 cm y 12 cm. Halla el área total y la longitud de la diagonal.



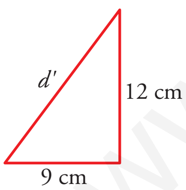


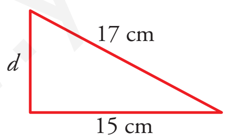
$d' = 5$ cm

$A_{TOTAL} = 2(4 \cdot 3 + 4 \cdot 12 + 3 \cdot 12) = 192$ cm^2

$d = 13$ cm

5 La base de un ortoedro es un rectángulo de lados 9 cm y 12 cm. La diagonal del ortoedro mide 17 cm. Calcula la medida de la altura del ortoedro y su área.





$d' = 15$ cm

$d = 8$ cm

La altura es 8 cm.

$A_{TOTAL} = 2(9 \cdot 12 + 9 \cdot 8 + 8 \cdot 12) = 552$ cm^2

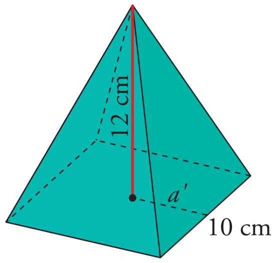
PÁGINA 199

1 **Halla el área total de una pirámide regular cuya base es un cuadrado de 10 cm de lado y cuya altura es de 12 cm.**

$a' = 5$ cm

Apotema de la pirámide, $a = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 100 + \dfrac{40 \cdot 13}{2} = 360 \text{ cm}^2$

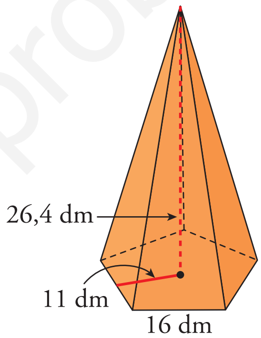


2 **La base de una pirámide regular es un pentágono de 16 dm de lado y 11 dm de apotema. La altura de la pirámide es de 26,4 dm.**

Halla su área total.

Apotema, $a = \sqrt{26{,}4^2 + 11^2} = 28{,}6$ dm

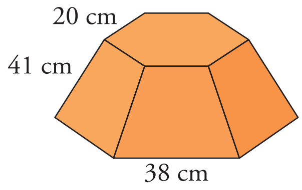
$A_{\text{TOTAL}} = \dfrac{16 \cdot 5 \cdot 11}{2} + \dfrac{16 \cdot 5 \cdot 28{,}6}{2} = 1\,584 \text{ dm}^2$

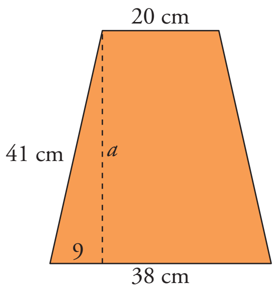


9 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 200

1 **Halla el área lateral de un tronco de pirámide hexagonal regular cuyas dimensiones son las del dibujo.**

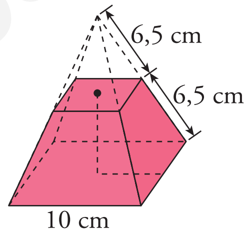


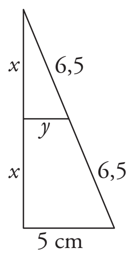


$$a = \sqrt{41^2 - 9^2} = 40 \text{ cm}$$

$$A_{\text{LAT}} = \frac{6 \cdot 20 + 6 \cdot 38}{2} \cdot 40 = 6\,960 \text{ cm}^2$$

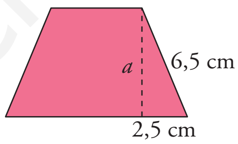
2 **Una pirámide regular de base cuadrada de 10 cm de lado y arista lateral de 13 cm es cortada por un plano a mitad de su altura. Halla el área total del tronco de pirámide resultante.**





$$\frac{5}{y} = \frac{13}{6,5} \rightarrow y = 2,5$$

$$x = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ cm}$$



$$a = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\left.\begin{array}{l} A_{\text{BASE MENOR}} = 25 \text{ cm}^2 \\ A_{\text{BASE MAYOR}} = 100 \text{ cm}^2 \\ A_{\text{LAT}} = 4 \cdot \left(\dfrac{10 + 5}{2}\right) \cdot 6 = 180 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} A_{\text{TOTAL}} = 25 + 100 + 180 = 305 \text{ cm}^2$$

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 201

1 Considerando la suma de los ángulos que coinciden en cada vértice, justifica por qué no se puede construir un poliedro en los siguientes casos:

a) Con 6 triángulos equiláteros en cada vértice.

b) Con 4 cuadrados en cada vértice.

c) Con 4 pentágonos regulares en cada vértice.

d) Con hexágonos regulares o polígonos regulares de más lados.

a) Sumarían 360° y eso es plano, no se puede torcer.

b) También suman 360°, y es plano.

c) Miden 432° y eso es más que un plano. Se superpondrían.

d) Con tres hexágonos suman 360°, es un plano; y con solo dos no se puede formar. Los poliedros regulares de más lados tienen ángulos mayores que 360° y, por tanto, no podemos, puesto que se superpondrían.

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 203

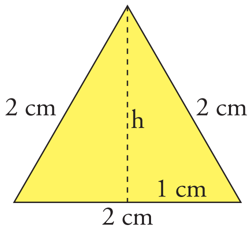
2 **Halla el área de:**

a) Un triángulo equilátero de lado 2 cm.

b) Un cuadrado de lado 2 cm.

c) Un pentágono regular de lado 2 cm y apotema 1,38 cm.

a)



$h = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1,73$ cm

$A = \dfrac{2 \cdot 1,73}{2} = 1,73 \text{ cm}^2$

b) $A = 4 \text{ cm}^2$

c) $A = \dfrac{(5 \cdot 2) \cdot 1,38}{2} = 6,9 \text{ cm}^2$

3 **Halla el área de:**

a) Un tetraedro. **b) Un cubo.** **c) Un octaedro.**

d) Un dodecaedro. **e) Un icosaedro.**

Todos ellos tienen 2 cm de arista.

Tomamos los datos obtenidos en el ejercicio anterior.

a) $A = 4 \cdot 1,73 = 6,9 \text{ cm}^2$

b) $A = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

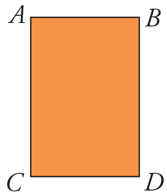
c) $A = 8 \cdot 1,73 = 13,84 \text{ cm}^2$

d) $A = 12 \cdot 6,9 = 82,8 \text{ cm}^2$

e) $A = 20 \cdot 1,73 = 34,6 \text{ cm}^2$

PÁGINA 204

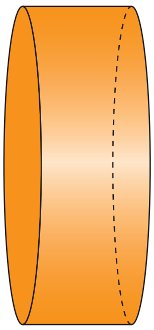
1 **Dibuja en tu cuaderno los cilindros que se generan al hacer girar este rectángulo:**



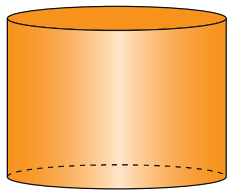
a) Alrededor de *CD*.

b) Alrededor de *BD*.

a)



b)



2 **¿Qué cantidad de chapa se necesita para construir un depósito cilíndrico cerrado de 0,6 m de radio de la base y 1,8 m de altura?**

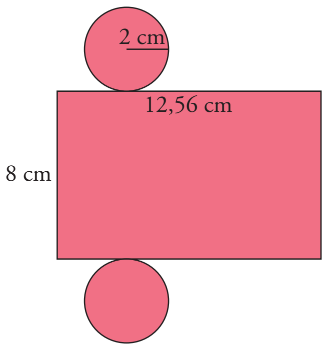
$2 \cdot \pi \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}8 + 2 \cdot \pi \cdot 0{,}6^2 = 2{,}16\pi + 0{,}72\pi = 9{,}0432$ m^2 de chapa.

3 **Se han de impermeabilizar el suelo y las paredes interiores de un aljibe cilíndrico abierto por arriba. El radio de su base mide 4 m, y la altura, 5 m. Si cuesta 18 € impermeabilizar 1 m^2, ¿cuál es el coste de toda la obra?**

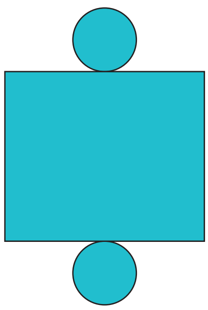
$A_{\text{ALJIBE}} = 2\pi \cdot 4 \cdot 5 + \pi \cdot 16 = 56\pi = 175{,}84$ m^2

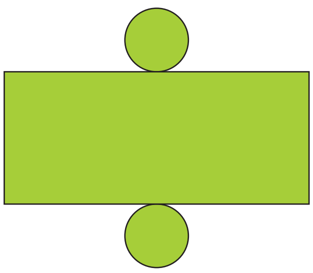
Costará $175{,}84$ m$^2 \cdot 18$ €/m^2 = 3 165,12 €.

4 **Dibuja el desarrollo de un cilindro recto cuya base tiene 2 cm de radio y cuya altura es de 8 cm.**



5 **Toma algunas medidas y decide cuál de los siguientes desarrollos corresponde a un cilindro.**



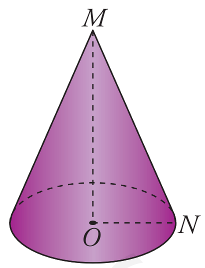


El primero.

PÁGINA 205

1 **Calcula el área lateral y el área total de este cono, sabiendo que:**

$\overline{ON}$ = 13 cm, $\overline{MN}$ = 85 cm



$A_{LAT} = \pi \cdot 13 \cdot 85 = 3\,469{,}7 \text{ cm}^2$

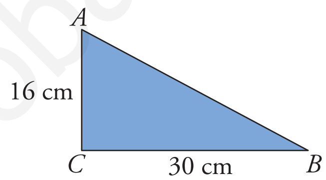
$A_{TOTAL} = 3\,469{,}7 + 530{,}66 = 4\,000{,}36 \text{ cm}^2$

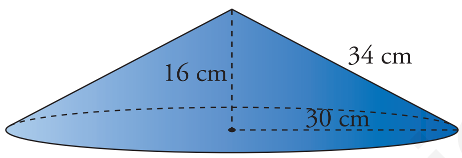
2 **Dibuja los conos que se obtienen al hacer girar este triángulo rectángulo:**

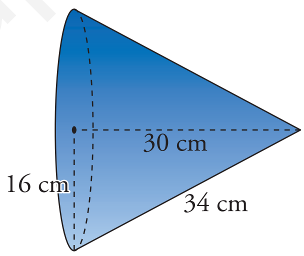
a) Alrededor de *AC*.

b) Alrededor de *BC*.

Halla el área total de ambos.







$A_{LAT} = 30 \cdot \pi \cdot 34 = 3\,202{,}8 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 3\,202{,}8 + 2\,826 = 6\,028{,}8 \text{ cm}^2$

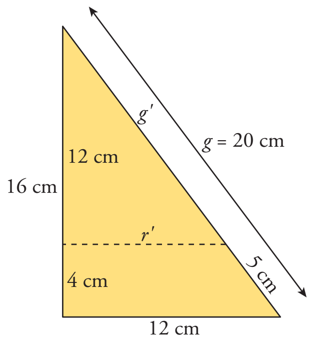
$A_{LAT} = 16 \cdot \pi \cdot 34 = 1\,708{,}16 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 1\,708{,}16 + 803{,}84 = 2\,512 \text{ cm}^2$

PÁGINA 206

1 **El cono cuya base tiene un radio de 12 cm y cuya altura es de 16 cm es cortado por un plano perpendicular a su eje que pasa a 4 cm de la base.**

Halla las dimensiones, el área lateral y el área total del tronco de cono que se forma.



$$\frac{r'}{12} = \frac{12}{16} \rightarrow r' = 9 \text{ cm}$$

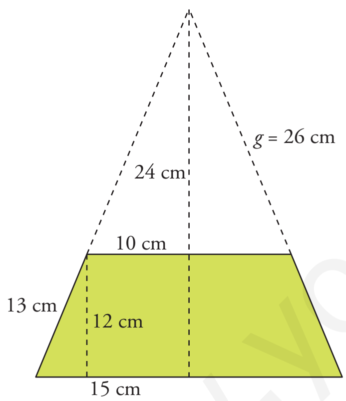
$$\frac{g'}{12} = \frac{20}{16} \rightarrow g' = 15 \text{ cm}$$

$$A_{LAT} = 12 \cdot \pi \cdot 20 - 9 \cdot \pi \cdot 15 = 329{,}7 \text{ cm}^2$$

$$A_{LAT} + B_{INF} = 329{,}7 + \pi \cdot 12^2 = 781{,}86 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = 781{,}86 + \pi \cdot 9^2 = 1\,036{,}2 \text{ cm}^2$$

2 **Halla la superficie de una flanera abierta por arriba, con las siguientes medidas: radio de las bases, 10 cm y 15 cm; generatriz, 13 cm.**



$$\frac{g}{10} = \frac{13 + g}{15} \rightarrow g = 26 \text{ cm}$$

$$A_{LAT} = 15 \cdot \pi \cdot 39 - 10 \cdot \pi \cdot 26 = 1\,020{,}5 \text{ cm}^2$$

$$A_{TOTAL} = 1\,020{,}5 + \pi \cdot 10^2 = 1\,334{,}5 \text{ cm}^2$$

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 207

3 **En nuestro jardín tenemos 32 macetones con forma de tronco de cono. Los radios de sus bases miden 14 cm y 20 cm, respectivamente, y su generatriz, 38 cm.**

Calcula cuánto cuesta pintarlos (solo la parte lateral) a razón de 40 € cada metro cuadrado de pintura y mano de obra.

$A_{\text{LAT}} = \pi \cdot (14 + 20) \cdot 38 = 4\,056{,}88 \text{ cm}^2$

$A_{\text{LAT TODOS}} = 4\,056{,}88 \cdot 32 = 129\,820{,}16 \text{ cm}^2 = 12{,}982016 \text{ m}^2 \approx 13 \text{ m}^2$

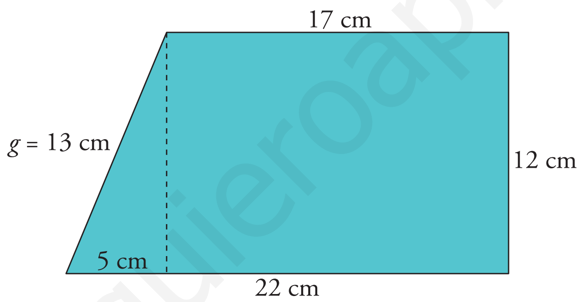
Costará aproximadamente 520 €.

4 **Considera un tronco de cono cuyas bases tienen radios de 17 cm y 22 cm, y cuya altura es de 12 cm.**

a) Halla su generatriz.

b) Halla el área lateral de la figura.

c) Halla el área total de la figura.



a) $g = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm

b) $A_{\text{LAT}} = \pi(r + r') \cdot g = 1\,591{,}98 \text{ cm}^2$

c) $A_{\text{TOTAL}} = 1\,591{,}98 + 907{,}46 + 1\,519{,}76 = 4\,019{,}2 \text{ cm}^2$

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 208

1 **Una esfera de 5 cm de radio es cortada por un plano que pasa a 3 cm de su centro. ¿Cuál es el radio de la circunferencia que determina?**

$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm

2 **Se sabe que al cortar una esfera con un plano que dista 3 cm de su centro, se genera una circunferencia de 4 cm de radio. ¿Cuánto mide el radio de la esfera?**

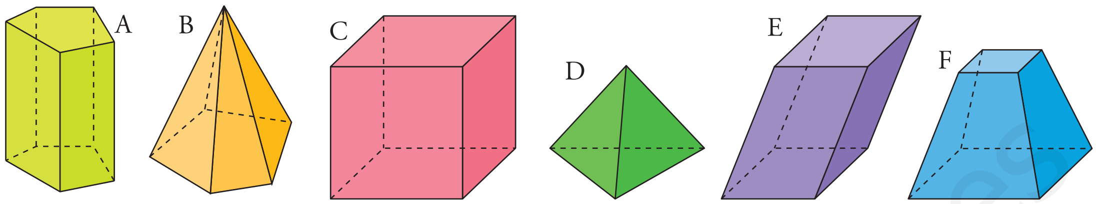
$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ cm mide el radio de la esfera.

9 Soluciones a “Ejercicios y problemas”

PÁGINA 210

Tipos de cuerpos geométricos

1 ▼▽▽ **Di, justificadamente, qué tipo de poliedro es cada uno de los siguientes:**



¿Hay entre ellos algún poliedro regular?

A → Prisma pentagonal recto. Su base es un pentágono.

B → Pirámide pentagonal. Su base es un pentágono.

C → Cubo. Sus caras son cuadrados.

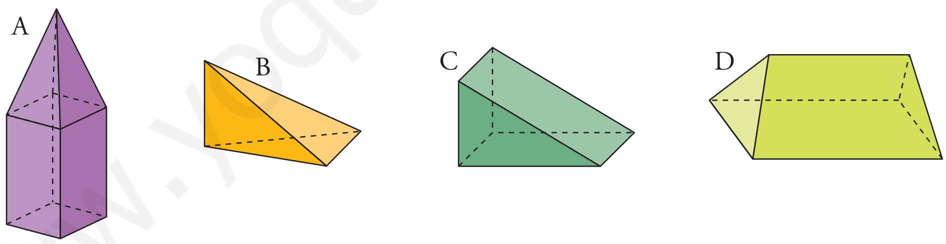
D → Tetraedro. Su caras son triángulos.

E → Paralelepípedo. Su caras son paralelogramos.

F → Tronco de pirámide regular. Sus bases son cuadrados.

El cubo y el tetraedro son poliedros regulares.

2 ▼▽▽ **Algunos de los siguientes poliedros no son catalogables entre los que ya conocemos (prisma, pirámide, tronco de pirámide, poliedro regular). Señálalos y cataloga los demás.**



A → Prisma cuadrangular con una pirámide cuadrangular encima. No catalogable.

B → Pirámide.

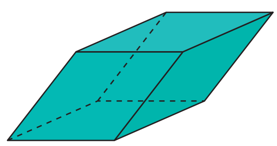
C → Prisma triangular recto.

D → No catalogable.

3 ▼▽▽ **¿Una pirámide cuadrangular regular es un poliedro regular? Explica por qué.**

No, porque no todas sus caras son polígonos regulares iguales.

4 ▼▼▽ **Esta figura está formada por seis rombos idénticos:**

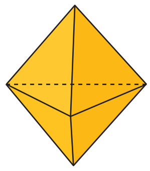


Aunque sus caras son iguales y concurren tres de ellas en cada vértice, no es un poliedro regular. Explica por qué.

Porque sus caras no son polígonos regulares.

Soluciones a “Ejercicios y problemas”

5 ▼▽▽ **Este poliedro está formado por seis triángulos equiláteros iguales. Sin embargo, no es un poliedro regular. Explica por qué.**



Porque en algunos vértices concurren tres caras y en otros, cuatro. Para que fuera regular deberían concurrir el mismo número de caras en todos los vértices.

6 ▼▽▽ **¿Hay algún poliedro regular que sea prisma? ¿Y alguno que sea pirámide?**

Sí, el cubo.

Sí, el tetraedro.

7 ▼▽▽ **¿Cuáles de las siguientes figuras son cuerpos de revolución? Cataloga las que puedas: cilindro, cono, esfera, tronco…**

a)


b)


c)


d)


e)


f)


a) Es cuerpo de revolución. Tronco de cono.

b) No es cuerpo de revolución.

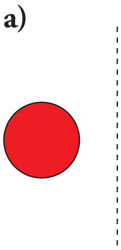
c) Es cuerpo de revolución.

d) Es cuerpo de revolución.

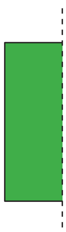
e) Es cuerpo de revolución. Cilindro.

f) Es cuerpo de revolución. Tronco de cono.

8 ▼▼▽ **Al girar cada una de las siguientes figuras planas alrededor del eje que se indica, se genera un cuerpo de revolución. Dibújala en tu cuaderno.**

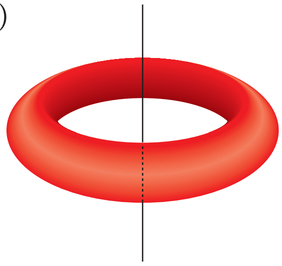
a)


b)

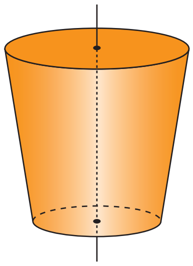

c)


Relaciona cada una de las figuras que has dibujado con una del ejercicio anterior.

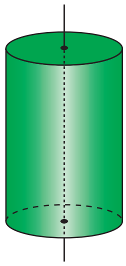
a)



b)



c)



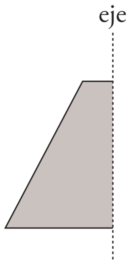
a) $\rightarrow$ apartado c) del anterior.

b) $\rightarrow$ apartado f) del anterior.

c) $\rightarrow$ apartado e) del anterior.

9 ▼▼▽ **Dibuja la figura plana y el eje alrededor del que ha de girar para generar la lámpara (apartado a) del ejercicio 7), la taza (b), suprimiéndole el asa, y el bolo (d).**

Lámpara

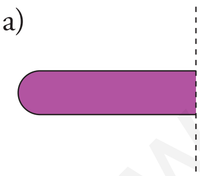


Taza

Bolo

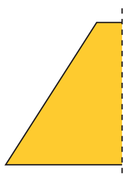
10 ▼▼▽ **Dibuja el cuerpo de revolución que se engendra en cada uno de los siguientes casos:**

a)



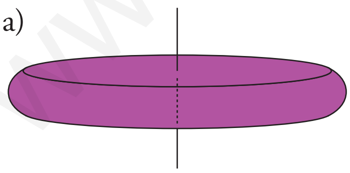
b)

c)

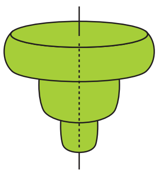


d)

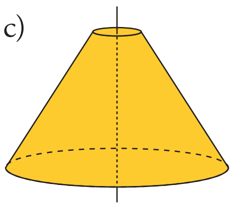
a)



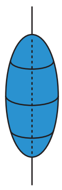
b)



c)



d)

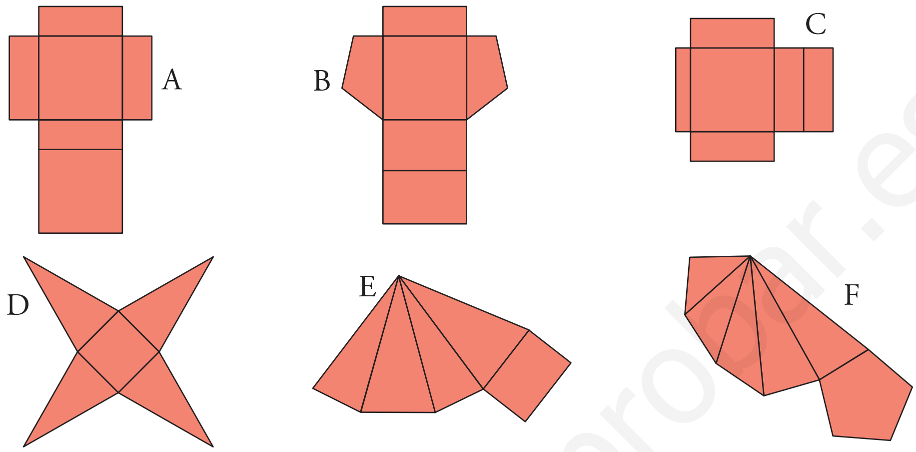


9 Soluciones a “Ejercicios y problemas”

PÁGINA 211

Desarrollo de cuerpos geométricos

11 ▼▼▽ **¿Con cuáles de los siguientes desarrollos se puede completar un poliedro? Contesta razonadamente.**



A → Es un ortoedro.

B → Es un prisma cuadrangular.

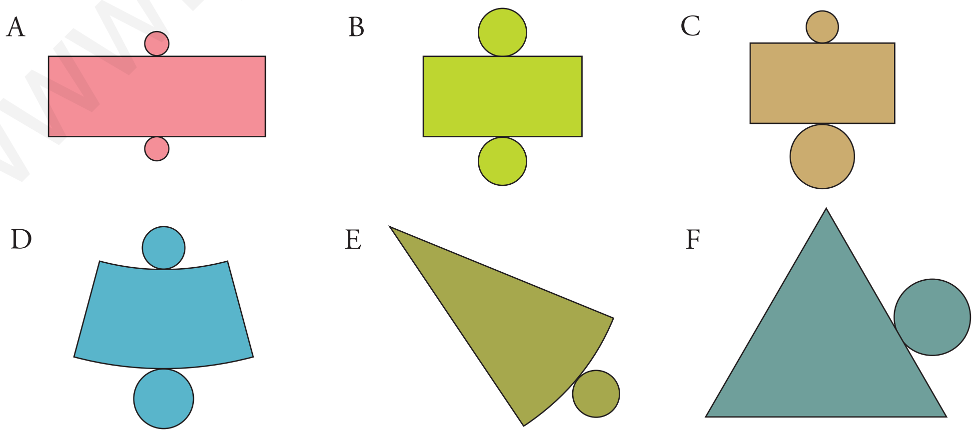
C → No se puede construir un poliedro. La altura del poliedro no tiene la misma longitud que el lado lateral del rectángulo de la izquierda.

D → Es una pirámide cuadrangular regular.

E → Es una pirámide cuadrangular con base rectangular.

F → No se puede. Las caras laterales deberían ser iguales.

12 ▼▼▽ **¿Cuáles de los siguientes desarrollos corresponden a cuerpos de revolución? Dibújalos.**



A: No, la circunferencia es muy pequeña.

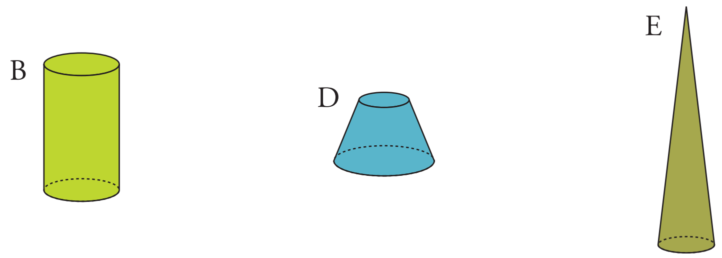
B: Es un cilindro.

C: No. Las dos circunferencias deberían ser iguales.

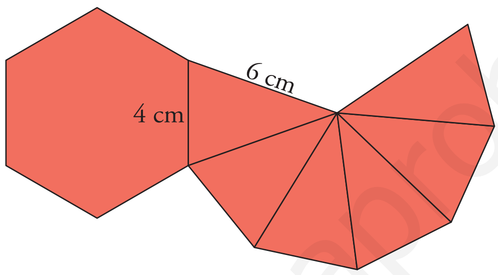
D: Es un tronco de cono.

E: Es un cono.

F: No, el lado en el que se apoya la circunferencia debería estar curvado.



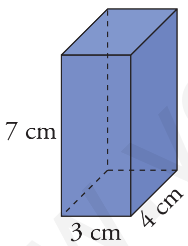
13 ▼▼▽ **Dibuja el desarrollo de una pirámide hexagonal regular cuyas aristas laterales midan 6 cm, y las de la base, 4 cm.**



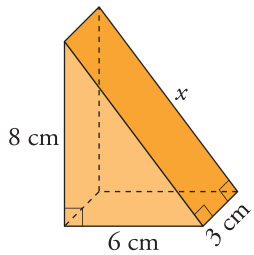
Áreas sencillas

Halla el área total de los siguientes cuerpos geométricos:

14 ▼▽▽ **a)**



b)



a) $A_{TOTAL} = 2 \cdot (7 + 3 + 7 \cdot 4 + 3 + 4) =$

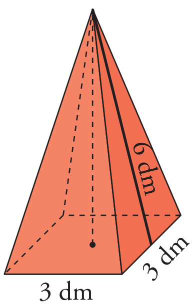
$= 122 \text{ cm}^2$

b) $x = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$

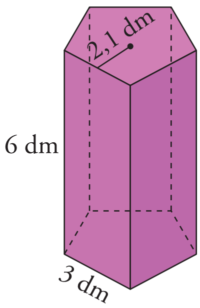
$A_{TOTAL} = 6 \cdot 8 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 3 + 8 \cdot 3 =$

$= 120 \text{ cm}^2$

15 ▼▽▽ **a)**



b)

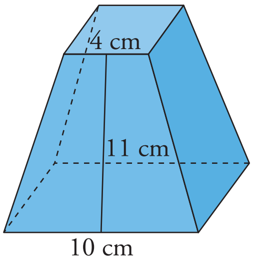


a) $A_{TOTAL} = 2 \cdot 6 \cdot 3 + 3^2 = 45 \text{ dm}^2$

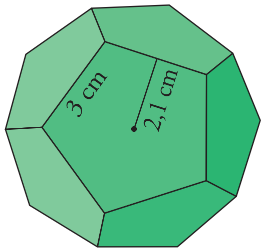
b) $A_{TOTAL} = 2{,}1 \cdot 3 \cdot 5 + 5 \cdot 6 \cdot 3 = 121{,}5 \text{ dm}^2$

9 Soluciones a “Ejercicios y problemas”

16 ▼▽▽ **a)**



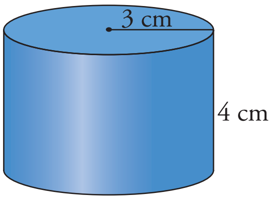
b)



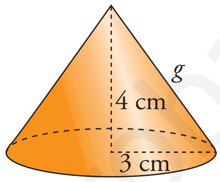
a) $A_{\text{TOTAL}} = \dfrac{10+4}{2} \cdot 11 \cdot 4 + 4^2 + 10^2 =$
$= 424 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{TOTAL}} = \dfrac{3 \cdot 5 \cdot 2{,}1}{2} \cdot 12 = 189 \text{ cm}^2$

17 ▼▽▽ **a)**



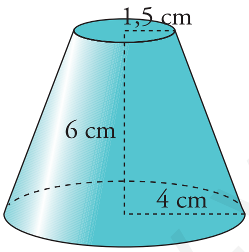
b)

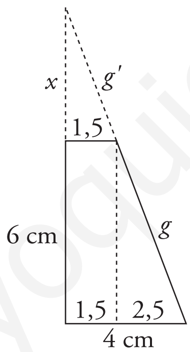


a) $A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 2 + 2\pi \cdot 3 \cdot 4 =$
$= 42\pi = 131{,}88 \text{ cm}^2$

b) $g = 5$ cm
$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2 = 24\pi = 75{,}36 \text{ cm}^2$

c)





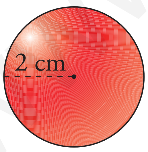
$g = \sqrt{6^2 + 2{,}5^2} = 6{,}5$ cm

$\dfrac{1{,}5}{4} = \dfrac{x}{x+6} \rightarrow 2{,}5x = 9 \rightarrow x = 3{,}6$ cm

$\dfrac{x}{x+6} = \dfrac{g'}{6{,}5+g'} \rightarrow 6g' = 23{,}4 \rightarrow g' = 3{,}9$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot 4 \cdot 10{,}4 - \pi \cdot 1{,}5 \cdot 3{,}9 + \pi \cdot 1{,}5^2 +$
$+ \pi \cdot 4^2 = 41{,}6\pi - 5{,}85\pi + 2{,}25\pi + 16\pi =$
$= 54\pi = 169{,}56 \text{ cm}^2$

d)



$A_{\text{TOTAL}} = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi = 50{,}24 \text{ cm}^2$

Soluciones a “Ejercicios y problemas”

PÁGINA 212

Aplica lo aprendido

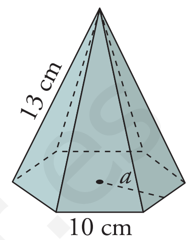
18 ▼▼▽ **Halla el área total de una pirámide hexagonal regular con aristas laterales de 13 cm y aristas de la base de 10 cm.**

Altura de una cara leteral, h = 12 cm

$a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm

$A_{\text{BASE}} = \dfrac{10 \cdot 6 \cdot 8{,}66}{2} = 259{,}8 \text{ cm}^2$

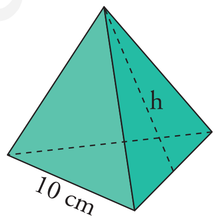
$A_{\text{LAT}} = 10 \cdot 12 \cdot 3 = 360 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{TOTAL}} = 619{,}8 \text{ cm}^2$



19 ▼▼▽ **Halla el área de un tetraedro regular de 10 cm de arista.**

$\text{h} = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm

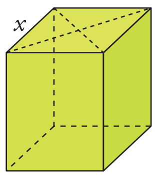
$A_{\text{TOTAL}} = \dfrac{4 \cdot 10 \cdot 8{,}66}{2} = 173{,}2 \text{ cm}^2$



20 ▼▼▽ **Halla el área total de un prisma recto de 15 cm de altura cuyas bases son rombos de diagonales 16 cm y 12 cm.**

$A_{\text{ROMBO}} = \dfrac{16 \cdot 12}{2} = 96 \text{ cm}^2$ $\qquad x = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm

$A_{\text{LAT}} = 10 \cdot 15 \cdot 4 = 600 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{TOTAL}} = 600 + 2 \cdot 96 = 792 \text{ cm}^2$

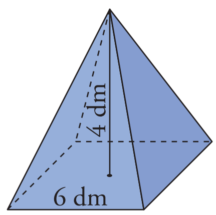


21 ▼▼▽ **La base de una pirámide regular es un cuadrado de 6 dm de lado. Su altura es de 4 dm. Halla su área total.**

Altura de una cara leteral, $\text{h} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ dm

$A_{\text{BASE}} = 36 \text{ dm}^2$

$A_{\text{LAT}} = 5 \cdot 3 \cdot 4 = 60 \text{ dm}^2$ $\qquad A_{\text{TOTAL}} = 36 + 60 = 96 \text{ dm}^2$

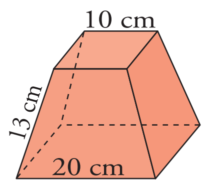


22 ▼▼▽ **Las bases de un tronco de pirámide regular son cuadrados de 10 cm y 20 cm de lado, respectivamente. Las aristas laterales miden 13 cm. Halla su área total.**

Altura de una cara leteral, $\text{h} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm

$A_{\text{BASES}} = 20^2 + 10^2 = 500 \text{ cm}^2$ $\qquad A_{\text{LAT}} = \dfrac{20 + 10}{2} \cdot 12 \cdot 4 = 720 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 720 + 500 = 1\,220 \text{ cm}^2$



23 ▼▼▽ **Halla el área total de un prisma hexagonal regular cuya arista lateral mide 4 cm, y las aristas de la base, 2 cm.**

apotema de la base, $a = \sqrt{3} \approx 1{,}73$ cm

$A_{\text{BASES}} = 6 \cdot 1{,}73 \cdot 2 = 20{,}76 \text{ cm}^2$

$A_{\text{LAT}} = 2 \cdot 4 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$

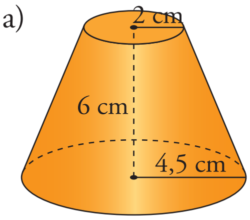
$A_{\text{TOTAL}} = 20{,}76 + 48 = 68{,}76 \text{ cm}^2$

24 ▼▼▽ **Una pirámide regular tiene por base un pentágono regular de 2,5 m de lado. La apotema de la pirámide mide 4,2 m. ¿Cuál es su superficie lateral?**

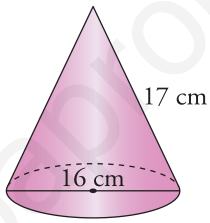
$$A_{\text{LAT}} = \frac{2{,}5 \cdot 4{,}2}{2} \cdot 5 = 26{,}25 \text{ m}^2$$

25 ▼▼▽ **Halla el área total de estos cuerpos:**

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = \pi(4{,}5 + 2) \cdot 6{,}5 + \pi \cdot 2^2 + \pi \cdot 4{,}5^2 = 208{,}81 \text{ cm}^2$

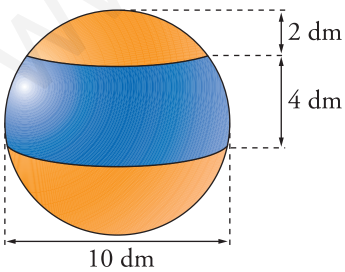
b) $A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot 8 \cdot 17 + 8^2 \cdot \pi = 628 \text{ cm}^2$

26 ▼▼▽ **Calcula el área total de un ortoedro de dimensiones 3 cm, 4 cm y 12 cm. Halla también la longitud de su diagonal.**

$A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 4 \cdot 2 + 12 \cdot 4 \cdot 2 + 12 \cdot 3 \cdot 2 = 192 \text{ cm}^2$

$d = \sqrt{12^2 + 3^2 + 4^2} = 13$ cm

27 ▼▽▽ **Halla las superficies del casquete esférico de 2 dm de altura y de una zona esférica de 4 dm de altura contenidos en una esfera de 10 dm de diámetro.**



$A_{\text{CASQUETE ESFÉRICO}} = 2\pi \cdot 5 \cdot 2 = 62{,}8 \text{ dm}^2$

$A_{\text{ZONA ESFÉRICA}} = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 = 125{,}6 \text{ dm}^2$

28 ▼▼▽ **El área total de un cubo es 150 dm^2. Halla su diagonal.**

$A = l^2 \cdot 6 = 150 \rightarrow l^2 = 25 \rightarrow l = 5$ dm

$d = \sqrt{5^2 + 5^2 + 5^2} = 5\sqrt{3} \approx 8{,}66$ dm

Resuelve problemas

29 ▼▼▽ **Queremos forrar un cajón de embalaje de dimensiones 0,6 m × 0,5 m × 0,4 m con una chapa metálica.**

a) ¿Cuánto costará hacerlo si la chapa está a 18 €/m²?

b) Si queremos cubrir las aristas con un embellecedor de madera de 23 €/m, ¿cuánto dinero hemos de pagar?

a) $A = 2(0,6 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,4) = 1,48 \text{ m}^2$

El precio es $1,48 \cdot 18 = 26,64$ €.

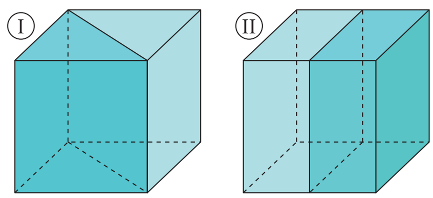
b) La suma de longitudes de todas las aristas es 6 m.

Hemos de pagar $23 \cdot 6 = 138$ €.

30 ▼▼▽ **Deseamos construir con alambres el esqueleto de todos los poliedros regulares, de modo que cada una de las aristas mida 1 dm. ¿Qué cantidad de alambre utilizaremos en cada uno de ellos?**

	TETRAEDRO	CUBO	OCTAEDRO	DODECAEDRO	ICOSAEDRO
NÚMERO DE ARISTAS	6	12	12	30	30
LONGITUD TOTAL	6 dm	12 dm	12 dm	30 dm	30 dm

31 ▼▼▽ **Antonio quiere forrar un cubo de 4 cm de arista con láminas de oro a 5 €/cm². ¿Cuánto le costará? Finalmente, ha decidido cortarlo para hacer dos pisapapeles iguales, pero no sabe de qué forma hacerlo de manera que al forrarlo le salga más barato: como indica la figura Ⓘ o como indica la Ⓘⓘ. ¿Puedes ayudarle?**



El área total del cubo es $6 \cdot 4^2 = 96 \text{ cm}^2$

A Antonio le costará forrar el cubo $96 \cdot 5 = 480$ €.

Ⓘ El área de cada mitad es $48 + 4 \cdot 4\sqrt{2} = 70,63 \text{ cm}^2$

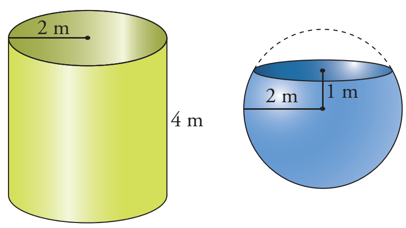
Ⓘⓘ El área de cada mitad es $48 + 4^2 = 64 \text{ cm}^2$

La opción Ⓘⓘ tiene menor superficie. Es, por tanto, la opción más barata.

32 ▼▽▽ **Las paredes de un pozo de 12 m de profundidad y 1,6 m de diámetro han sido encementadas. El precio es de 40 € el metro cuadrado. ¿Cuál ha sido el coste?**

$2\pi r h = 60,288 \text{ m}^2 \rightarrow$ El coste ha sido de 2 411,52 €, aproximadamente.

33 ▼▼▽ **Un pintor ha cobrado 1 000 € por impermeabilizar el interior del depósito sin tapa de la izquierda. ¿Cuánto deberá cobrar por impermeabilizar el depósito de la derecha, también sin tapa?**



El área de la esfera completa es igual que la del cilindro.

El área del depósito de la derecha, de 3 m de altura, es las $\frac{3}{4}$ partes de la del cilindro.

Por tanto, el coste será $\frac{3}{4} \cdot 1\,000 = 750$ €.

PÁGINA 213

34 ▼▽▽ **Una verja se compone de 20 barrotes de hierro de 2,5 m de altura y 1,5 cm de diámetro. Hay que darles una mano de minio a razón de 24 €/m². ¿Cuál es el coste?**

Superficie de un barrote = $2\pi \cdot 0{,}0075 \cdot 2{,}5 = 0{,}11775 \text{ m}^2$

Superficie total = $0{,}11775 \cdot 20 = 2{,}355 \text{ m}^2$

Coste = $2{,}355 \cdot 24 = 56{,}52$ €.

35 ▼▼▽ **Una caja en forma de ortoedro tiene 9 dm de larga y 6 dm de ancha. Su superficie total es 228 dm². Halla su altura y su diagonal.**

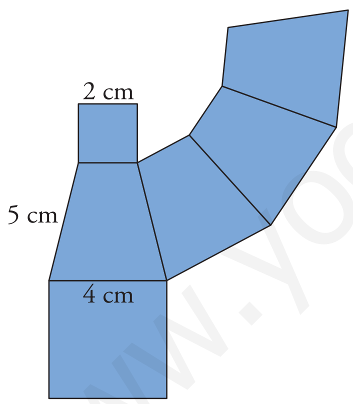
$A_{TOTAL} = 9 \cdot h \cdot 2 + 9 \cdot 6 \cdot 2 + 6 \cdot h \cdot 2 = 108 + 30h = 228 \rightarrow h = 4 \text{ dm}$

$d = \sqrt{4^2 + 6^2 + 9^2} = \sqrt{133} \approx 11{,}53 \text{ dm}$

Problemas “+”

36 ▼▼▽ **Dibuja el desarrollo de un tronco de pirámide cuadrangular regular cuyas aristas miden: las de la base mayor, 4 cm; las de la menor, 2 cm, y las laterales, 5 cm.**

Halla su área total. (Las caras laterales son trapecios. Comprueba que su altura es 4,9 cm).



Altura de una cara lateral, $h = \sqrt{5^2 - 1^2} = 4{,}9 \text{ cm}$

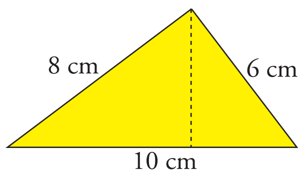
$A_{TOTAL} = 2^2 + 4^2 + 4 \cdot \left(\frac{2 + 4}{2}\right) \cdot 4{,}9 = 78{,}8 \text{ cm}^2$

37 ▼▼▼ **El desarrollo lateral de un cono es un semicírculo de radio 12 cm. Halla el radio de su base y su altura.**

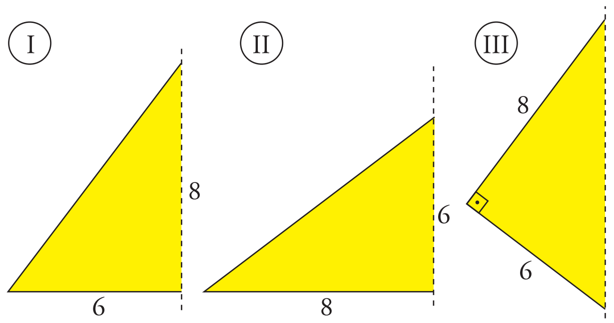
$2\pi r = 12\pi \rightarrow r = 6 \text{ cm}$

$12^2 = 6^2 + h^2 \rightarrow h = \sqrt{108} = 10{,}39 \text{ cm}$

38 ▼▼▼ **a) Comprueba que la altura de este triángulo rectángulo es 4,8 cm. Para ello, ten en cuenta que el producto de los dos catetos es el doble de su área.**



b) Halla la superficie total de las figuras engendradas por estos triángulos al girar alrededor de cada uno de sus lados.



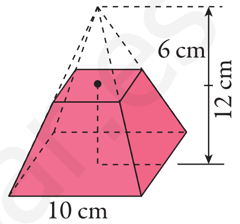
a) $\dfrac{10 \cdot h}{2} = \dfrac{8 \cdot 6}{2} \rightarrow h = 4{,}8$ cm

b) (I) $\pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2 = 301{,}44$

(II) $\pi \cdot 8 \cdot 10 + \pi \cdot 8^2 = 452{,}16$

(III) $\pi \cdot 4{,}8 \cdot 8 + \pi \cdot 4{,}8 \cdot 6 = 211$

39 ▼▼▼ **Una pirámide regular de base cuadrada de 10 cm de lado y altura 12 cm es cortada por un plano a mitad de su altura. Halla el área total del tronco de pirámide resultante.**



Apotema de la pirámide grande, $a = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm

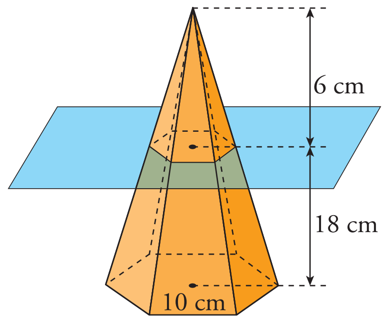
A_{LAT} pirámide grande, $A_1 = 4 \cdot \dfrac{10 \cdot 13}{2} = 260 \text{ cm}^2$

A_{LAT} pirámide pequeña, $A_2 = \dfrac{1}{4} A_1 = \dfrac{1}{4} 260 = 65 \text{ cm}^2$

A_{LAT} tronco, $A = A_1 - A_2 = 260 - 65 = 195 \text{ cm}^2$

A_{TOTAL} tronco $= 195 + 10^2 + 5^2 = 320 \text{ cm}^2$

40 ▼▼▼ **La base de una pirámide regular es un hexágono de 10 cm de lado. Su altura es 24 cm. Se corta por un plano que pasa a 18 cm de la base. Halla el área total del tronco de pirámide que resulta.**



Apotema de la base mayor, $a = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm

Calculamos la apotema de la base menor, a':

$\dfrac{a'}{6} = \dfrac{a}{24} \rightarrow a' = \dfrac{8{,}66 \cdot 6}{24} = 2{,}165$ cm

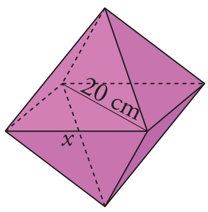
$l_{\text{HEXÁGONO MENOR}} = \dfrac{a' \cdot 2}{\sqrt{3}} = 2{,}5$ cm

Altura de una cara lateral, $h = \sqrt{18^2 + (a - a')^2} = 19{,}13$ cm

$A_{\text{BASES}} = 3 \cdot 10 \cdot a + 3 \cdot 2{,}5 \cdot a' = 259{,}8 + 16{,}238 = 276{,}038 \text{ cm}^2$

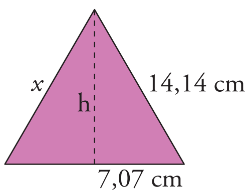
$A_{\text{TOTAL}} = 276{,}038 + (10 + 2{,}5) \cdot 19{,}13 \cdot 3 = 276{,}038 + 717{,}375 = 993{,}413 \text{ cm}^2$

41 ▼▼▼ **Halla el área total de un octaedro en el que la distancia entre los vértices no contiguos es de 20 cm.**



$x^2 + x^2 = 20^2 \rightarrow x^2 = 200 \rightarrow$

$\rightarrow x = \sqrt{200} \approx 14{,}14$ cm



$h = \sqrt{14{,}14^2 - 7{,}07^2} = 12{,}25$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 8 \cdot \dfrac{14{,}14 \cdot 12{,}25}{2} = 692{,}86 \text{ cm}^2$

42 ▼▼▼ **a) En un cubo, en un tetraedro y en un octaedro es fácil contar el número de aristas y el número de vértices. Hazlo.**

Para contar el número de aristas de un dodecaedro, razonamos así:

- **Cada cara tiene 5 aristas y hay 12 caras, 5 · 12 = 60.**
- **Pero cada dos caras tienen una arista común, por lo que el número de aristas es 60 : 2 = 30.**

Para contar el número de vértices del dodecaedro, razonamos así:

- **Cada cara tiene 5 vértices, 5 · 12 = 60.**
- **Pero cada tres caras comparten un mismo vértice, 60 : 3 = 20.**
  El número de vértices es 20.

b) Calcula cuántas aristas y cuántos vértices tiene el icosaedro.

c) Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

	CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
TETRAEDRO	4		
CUBO	6		
OCTAEDRO	8		
DODECAEDRO	12		
ICOSAEDRO	20		

Comprueba que en los cinco poliedros regulares se cumple la relación:

CARAS + VÉRTICES – ARISTAS = 2 ∗

d) Cuenta el número de CARAS, de ARISTAS y de VÉRTICES que tienen una pirámide cuadrangular y un prisma pentagonal.

Comprueba que también se cumple para ellos la fórmula ∗. Realmente, esa fórmula se cumple para cualquier poliedro.

b) • Número de aristas: Cada cara tiene 3 aristas y hay 20 caras → 3 · 20 = 60

Pero cada dos caras tienen una arista común. Por tanto, el número de aristas es 60 : 2 = 30.

• Número de vértices: Cada cara tiene 3 vértices → 3 · 20 = 60

Pero cada 5 caras comparten un mismo vértice, por lo que el número de vértices es 60 : 5 = 12.

c)

	CARAS	ARISTAS	VÉRTICES
TETRAEDRO	4	6	4
CUBO	6	12	8
OCTAEDRO	8	12	6
DODECAEDRO	12	30	20
ICOSAEDRO	20	30	12

C + V = A + 2

d) • Pirámide cuadrangular: 5 caras, 5 vértices y 8 aristas → C + V = A + 2

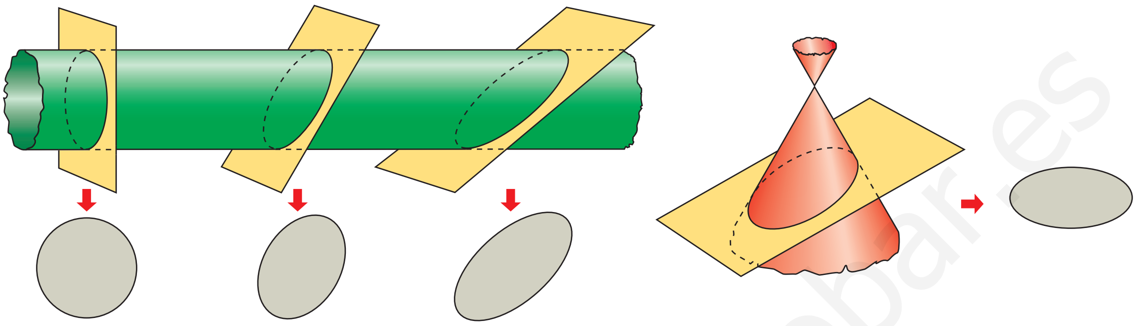
• Prisma pentagonal: 7 caras, 10 vértices y 15 aristas → C + V = A + 2

Soluciones a “Y para terminar…”

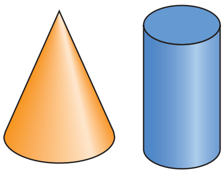
PÁGINA 214

▼ Observa, reflexiona y explica

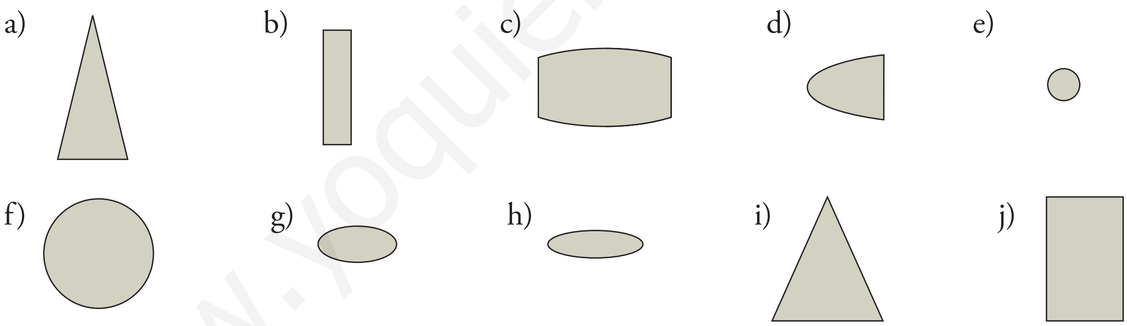
Al cortar una superficie cilíndrica o una superficie cónica por un plano perpendicular al eje, se obtiene una circunferencia. Si el plano las corta no perpendicularmente, se obtiene una elipse.



Observa este cono y este cilindro.



Mediante secciones planas de estos cuerpos geométricos se obtienen las siguientes figuras:



Averigua de qué cuerpo es cada una de las figuras y mediante qué plano se consigue.

Cono $\rightarrow$ a), d), e), f), g), h) e i).

Cilindro $\rightarrow$ b), j) y c).

9 Soluciones a “Y para terminar…”

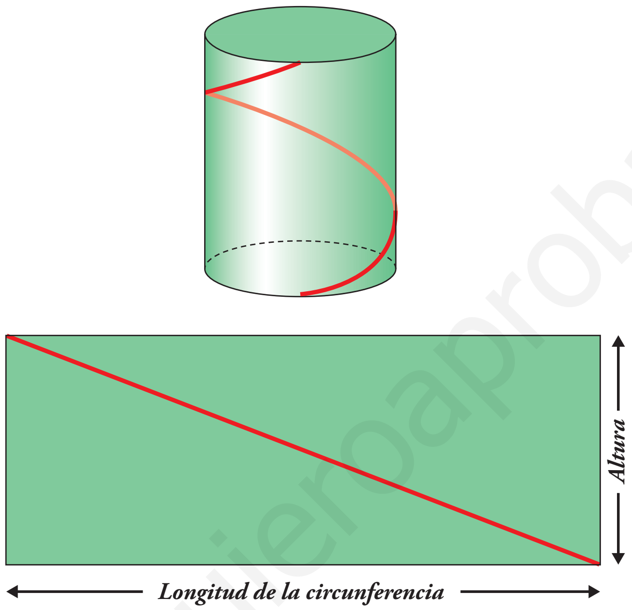
PÁGINA 215

▼ Razona

El teorema de Pitágoras en una escalera de caracol

¿Cuál es la longitud de una escalera de caracol?

Imagínate un cilindro que la envuelve y que lo desenrollamos cortándolo como ves en la figura:



$$l = \sqrt{(2\pi r)^2 + h^2}$$

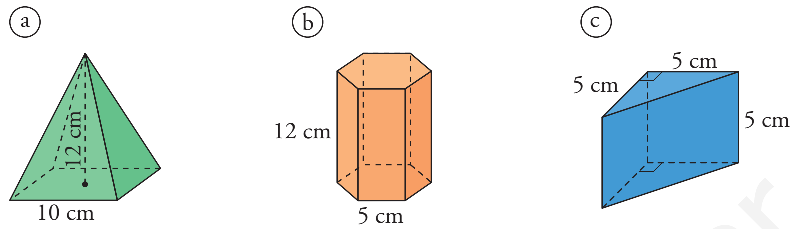
9 Soluciones a la Autoevaluación

PÁGINA 215

¿Sabes hallar la superficie de algunos poliedros y cuerpos de revolución, obteniendo previamente alguno de sus elementos, si fuera necesario?

Halla el área total de los siguientes cuerpos:

1



a) h = 13 cm

$A_{TOTAL} = 100 + 4 \cdot 65 = 360 \text{ cm}^2$

b) $a = \sqrt{18{,}75} \approx 4{,}33$ cm

$A_{BASES} = 6 \cdot 5 \cdot 4{,}33 \approx 130 \text{ cm}^2$

$A_{LAT} = 360 \text{ cm}^2$

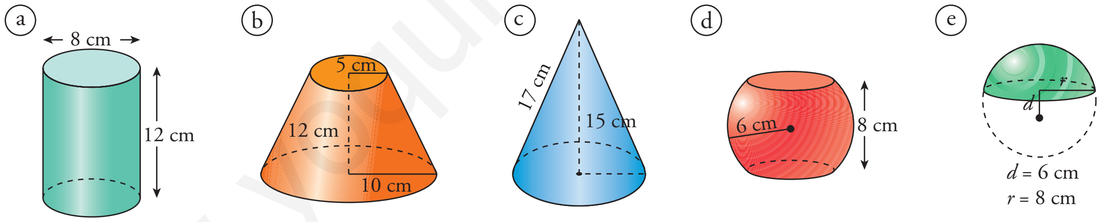
$A_{TOTAL} = 490 \text{ cm}^2$

c) $x = 5\sqrt{2} \approx 7{,}07$ cm

$A_{BASES} = 2 \cdot 12{,}5 = 25 \text{ cm}^2$ $\quad A_{LAT} = 85{,}36 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 110{,}35 \text{ cm}^2$

2



a) $A_{TOTAL} = 4^2 \cdot \pi + 12 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4 = 351{,}68 \text{ cm}^2$

b) $A_{TOTAL} = 1\,004{,}8 \text{ cm}^2$

c) $r = 8$ cm

$A_{LAT} = 427{,}04 \text{ cm}^2$ $\quad A_{BASE} = 200{,}96 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 628 \text{ cm}^2$

d) $A_{TOTAL} = 301{,}44 \text{ cm}^2$

e) $\sqrt{6^2 + 8^2} = R = 10$ cm

h = 4 cm

$A_{TOTAL} = 251{,}2 \text{ cm}^2$