

PÁGINA 156

1 Averigua cuáles de los siguientes pares de valores son soluciones de la ecuación $3x - 4y = 8$.

a) $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x = -4 \\ y = -5 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1/4 \end{cases}$

Son soluciones de la ecuación:

a) $3 \cdot 4 - 4 \cdot 1 = 8$

c) $3 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) = 8$

e) $3 \cdot (-4) - 4 \cdot (-5) = 8$

f) $3 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{1}{4} = 8$

2 Busca tres soluciones diferentes de esta ecuación: $2x - y = 5$

Por ejemplo:

x	0	1	2	3	-1	-2
y	-5	-3	-1	1	-7	-9

3 Copia y completa en tu cuaderno la tabla, con soluciones de la ecuación $3x + y = 12$.

x	0	1	3	4	5	-1	-2	-3
y	12	9	3	0	-3	15	18	21

4 Reduce a la forma general las siguientes ecuaciones:

a) $2x - 5 = y$

b) $y = \frac{x+1}{2}$

c) $x - 3 = 2(x + y)$

d) $\frac{x-y}{3} = \frac{x-1}{5}$

a) $2x - y = 5$

b) $x - 2y = -1$

c) $x + 2y = -3$

d) $2x - 5y = -3$

5 Completa la tabla para cada ecuación y representa la recta correspondiente (hazlo en tu cuaderno).

a) $x - y = 0 \rightarrow y = x$

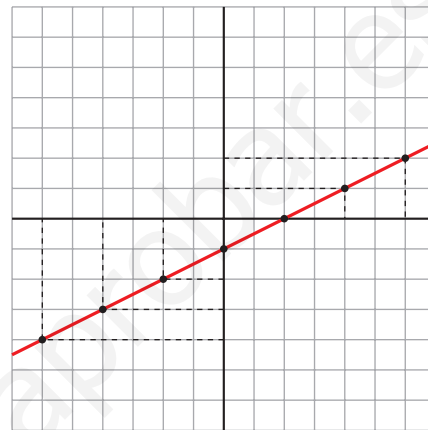
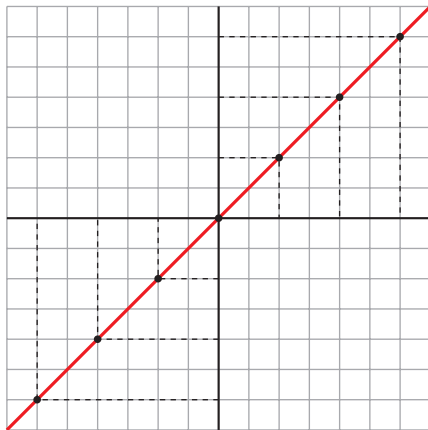
b) $x - 2y = 2 \rightarrow y = \frac{x-2}{2}$

a)

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

b)

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2



6 Representa gráficamente.

a) $2x - y = 1$

b) $2x + y = 1$

c) $y = \frac{x}{2} + 3$

d) $y = \frac{x}{2} - 1$

e) $x + 3y = 3$

f) $2x - 3y - 3 = 0$

a)

x	-2	0	2
y	-5	-1	3

b)

x	-2	0	2
y	5	1	-3

c)

x	-2	0	2
y	2	3	4

d)

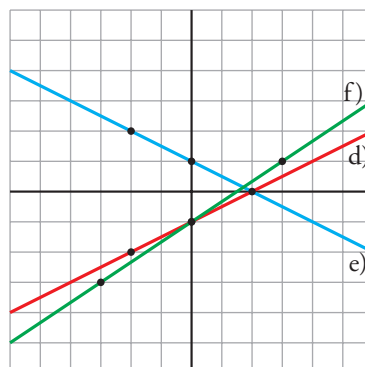
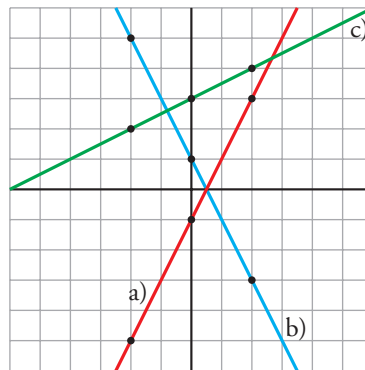
x	-2	0	2
y	-2	-1	0

e)

x	-2	0	2
y	2	1	0

f)

x	-3	0	3
y	-3	-1	1



PÁGINA 158

1 Representa gráficamente y escribe la solución.

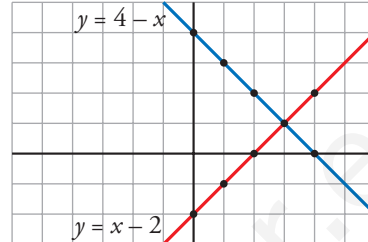
$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y = 2 + x/2 \\ y = 4 - x/2 \end{cases}$$

$$\text{a) } y = 4 - x \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$y = x - 2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

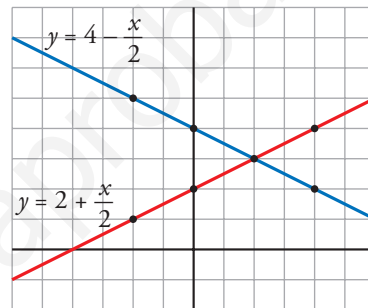
Solución: $x = 3$; $y = 1$



$$\text{b) } y = 2 + \frac{x}{2} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & 0 & 2 & 4 \\ \hline y & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$y = 4 - \frac{x}{2} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & 0 & 2 & 4 \\ \hline y & 5 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Solución: $x = 2$; $y = 3$



2 Representa gráficamente.

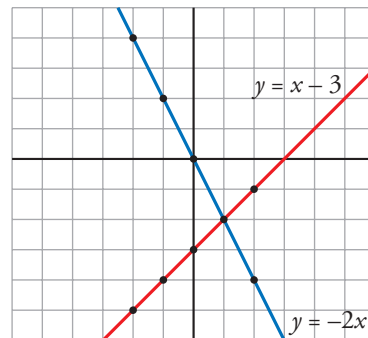
$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y - 6 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } y = x - 3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$y = -2x \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ \hline \end{array}$$

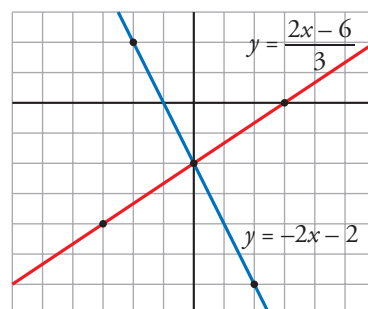
Solución: $x = 1$; $y = -2$



$$\text{b) } y = \frac{2x - 6}{3} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & -3 & 0 & 3 \\ \hline y & -4 & -2 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$y = -2x - 2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & -2 & 0 & 2 \\ \hline y & 2 & -2 & -6 \\ \hline \end{array}$$

Solución: $x = 0$; $y = -2$



PÁGINA 159

1 Resuelve por sustitución y comprueba que obtienes las soluciones que se adjuntan abajo.

$$a) \begin{cases} y = x \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y = x + 1 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} y = 2x - 5 \\ 4x - y = 9 \end{cases}$$

SOLUCIONES

$$a) x = 3, y = 3$$

$$b) x = 4, y = 2$$

$$c) x = 9, y = 10$$

$$d) x = 2, y = -1$$

$$a) 2y - y = 3 \rightarrow y = 3; x = 3$$

$$b) 2y + 3y = 10 \rightarrow y = 2; x = 4$$

$$c) 3x - 2(x + 1) = 7 \rightarrow x = 9 \rightarrow y = 9 + 1 = 10$$

$$d) 4x - (2x - 5) = 9 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 2 \cdot 2 - 5 = -1$$

2 Resuelve por sustitución y comprueba las soluciones que se ofrecen.

$$a) \begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - y = 3 \\ 7x - 3y = 5 \end{cases}$$

SOLUCIONES

$$a) x = 3, y = 4$$

$$b) x = 3, y = 5$$

$$c) x = 5, y = -2$$

$$d) x = -1, y = -4$$

$$a) x = 11 - 2y \rightarrow 3(11 - 2y) - y = 5 \rightarrow y = 4$$

$$x = 11 - 2 \cdot 4 \rightarrow x = 3$$

$$b) y = 2x - 1 \rightarrow 5x - 3(2x - 1) = 0 \rightarrow x = 3$$

$$y = 2 \cdot 3 - 1 \rightarrow y = 5$$

$$c) x = 1 - 2y \rightarrow 2(1 - 2y) + 3y = 4 \rightarrow y = -2$$

$$x = 1 - 2 \cdot (-2) \rightarrow x = 5$$

$$d) x = 3 + y \rightarrow 7 \cdot (3 + y) - 3y = 5 \rightarrow y = -4$$

$$x = 3 + (-4) \rightarrow x = -1$$

PÁGINA 160

3 Resuelve por igualación y comprueba que obtienes las soluciones que se adjuntan abajo.

$$\text{a) } \begin{cases} x = y \\ x = 3y - 10 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y = 3x \\ y = 5x - 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + y + 6 = 0 \\ 5x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

SOLUCIONES

$$\text{a) } x = 5, y = 5$$

$$\text{b) } x = 2, y = 6$$

$$\text{c) } x = 5, y = -1$$

$$\text{d) } x = -1, y = -4$$

$$\text{a) } y = 3y - 10 \rightarrow y = 5; x = 5$$

$$\text{b) } 3x = 5x - 4 \rightarrow x = 2; y = 3 \cdot 2 \rightarrow y = 6$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = 3 - 2y \\ x = 8 + 3y \end{cases} \quad 3 - 2y = 8 + 3y \rightarrow y = -1 \rightarrow x = 3 - 2 \cdot (-1) = 5$$

$$\text{d) } \begin{cases} y = -2x - 6 \\ y = 5x + 1 \end{cases} \quad -2x - 6 = 5x + 1 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = 5 \cdot (-1) + 1 = -4$$

4 Resuelve por igualación y comprueba las soluciones que se ofrecen.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 7 \end{cases}$$

SOLUCIONES

$$\text{a) } x = 4, y = 1$$

$$\text{b) } x = -1, y = -2$$

$$\text{c) } x = -2, y = 5$$

d) Sin solución.

$$\text{a) } \begin{cases} x = \frac{10 + 2y}{3} \\ x = 7 - 3y \end{cases} \quad \frac{10 + 2y}{3} = 7 - 3y \rightarrow y = 1 \rightarrow x = 7 - 3 \cdot 1 = 4$$

$$\text{b) } \begin{cases} x = 1 + y \\ x = \frac{4 + 3y}{2} \end{cases} \quad 1 + y = \frac{4 + 3y}{2} \rightarrow y = -2 \rightarrow x = 1 - 2 = -1$$

$$\text{c) } \begin{cases} y = \frac{-5x}{2} \\ y = 1 - 2x \end{cases} \quad \frac{-5x}{2} = 1 - 2x \rightarrow x = -2 \rightarrow y = 1 - 2 \cdot (-2) = 5$$

$$\text{d) } \begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = \frac{4x - 7}{2} \end{cases} \quad 2x - 3 = \frac{4x - 7}{2} \rightarrow \text{Sin solución.}$$

PÁGINA 161

5 Resuelve por reducción sumando o restando directamente las ecuaciones.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 7 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x &= 8 \rightarrow x = 4 \\ 6y &= 6 \rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x + 4y = 17 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 3y &= 9 \rightarrow y = 3 \\ 5x + 3 &= 8 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

6 Resuelve por reducción siguiendo las instrucciones.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x + y = 1 \\ x - 3y = 10 \end{cases} \text{ (Multiplica la 1.ª ecuación por +3).}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases} \text{ (Multiplica la 1.ª ecuación por +5, y la 2.ª, por +3).}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 12x + 3y = 3 \\ x - 3y = 10 \end{cases} \rightarrow 13x = 13 \rightarrow x = 1; 12 \cdot 1 + 3y = 3 \rightarrow y = -3$$

$$\text{b) } \begin{cases} 10x + 15y = 35 \\ 9x - 15y = 3 \end{cases} \rightarrow 19x = 38 \rightarrow x = 2; 10 \cdot 2 + 15y = 35 \rightarrow y = 1$$

7 Resuelve por el método de reducción y comprueba las soluciones.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = -2 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 5y = -9 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 7y = -8 \\ 5x - 3y = 21 \end{cases}$$

SOLUCIONES

$$\text{a) } x = 2, y = -2$$

$$\text{b) } x = -1, y = 1$$

$$\text{c) } x = 3, y = -1$$

$$\text{d) } x = 3, y = -2$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = -2 \\ 6x - 2y = 16 \end{cases} \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2$$

$$2 + 2y = -2 \rightarrow y = -2$$

$$\text{b) } \begin{cases} -4x - 6y = -2 \\ 4x - 5y = -9 \end{cases} \rightarrow 11y = -11 \rightarrow y = 1$$

$$4x - 5 \cdot 1 = -9 \rightarrow x = -1$$

$$\text{c) } \begin{cases} 10x + 6y = 24 \\ -9x - 6y = -21 \end{cases} \rightarrow x = 3$$

$$10 \cdot 3 + 6y = 24 \rightarrow y = -1$$

$$\text{d) } \begin{cases} 6x + 21y = -24 \\ 35x - 21y = 147 \end{cases} \rightarrow 41x = 123 \rightarrow x = 3$$

$$6 \cdot 3 + 21y = -24 \rightarrow y = -2$$

PÁGINA 162

- 1** En una clase hay 29 alumnos y alumnas, pero el número de chicas supera en tres al de chicos. ¿Cuántos alumnos y cuántas alumnas hay en la clase?

$$\text{CHICOS} \rightarrow x \quad \text{CHICAS} \rightarrow y$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{CHICOS} + \text{CHICAS} = 29 \\ \text{CHICAS} = \text{CHICOS} + 3 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 29 \\ y = x + 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 13 \\ y = 16 \end{array} \rightarrow \text{En la clase hay 13 chicos y 16 chicas.}$$

- 2** La suma de dos números es 12, y el triple del menor supera en una unidad al doble del mayor. ¿Cuáles son esos números?

$$\text{N.º MENOR} \rightarrow x \quad \text{N.º MAYOR} \rightarrow y$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{MENOR} + \text{MAYOR} = 12 \\ \text{TRIPLE DEL MENOR} = \text{DOBLE DEL MAYOR} + 1 \end{array} \right\}$$

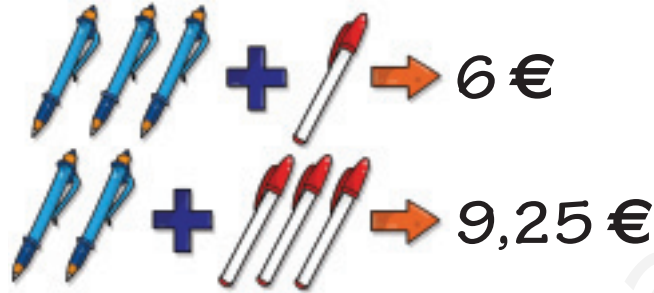
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 3x = 2y + 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 7 \end{array} \rightarrow \text{Los números son 5 y 7.}$$

PÁGINA 163

3 He comprado tres bolígrafos y un rotulador por 6 €.

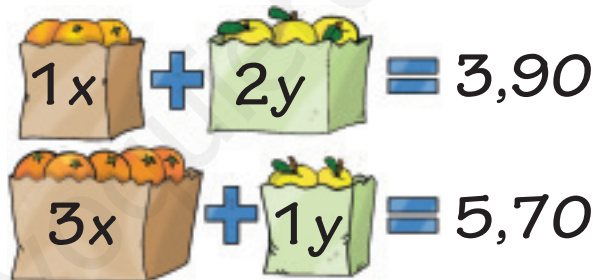
Mi amiga Rosa ha pagado 9,25 € por dos bolígrafos y tres rotuladores.

¿Cuánto cuesta un bolígrafo? ¿Y un rotulador?



$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 2x + 3y = 9,25 \end{cases} \begin{cases} x = 1,25 \\ y = 2,25 \end{cases} \rightarrow \text{Un bolígrafo cuesta } 1,25 \text{ €, y un rotulador, } 2,25 \text{ €}.$$

4 En la frutería, un cliente ha pagado 3,90 € por un kilo de naranjas y dos de manzanas. Otro cliente ha pedido tres kilos de naranjas y uno de manzanas, y ha pagado 5,70 €. ¿Cuánto cuesta un kilo de naranjas? ¿Y uno de manzanas?



$$\begin{cases} x + 2y = 3,9 \\ 3x + y = 5,70 \end{cases} \begin{cases} x = 1,5 \\ y = 1,2 \end{cases} \rightarrow \text{Un kilo de naranjas cuesta } 1,50 \text{ €, y uno de manzanas, } 1,20 \text{ €}.$$

- 5** ¿Qué cantidades de café, uno de calidad superior, a 13 €/kg, y otro de calidad inferior, a 8 €/kg, hay que utilizar para conseguir 30 kg de mezcla que resulte a 10 €/kg?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
C. SUPERIOR	x	13	$13x$
C. INFERIOR	y	8	$8y$
MEZCLA	30	10	300

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ 13x + 8y = 300 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 12 \\ y = 18 \end{array}$$

Se necesitan 12 kg del café de calidad superior y 18 kg del de calidad inferior.

- 6** ¿Qué cantidades de oro, a 8 €/gramo, y de plata, a 1,7 €/gramo, se necesitan para obtener 1 kg de aleación que resulte a 4,22 €/gramo?

	CANTIDAD (g)	PRECIO (€/g)	COSTE (€)
ORO	x	8	$8x$
PLATA	y	1,7	$1,7y$
ALEACIÓN	1 000	4,22	4 220

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1\,000 \\ 8x + 1,7y = 4\,220 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 400 \\ y = 600 \end{array}$$

Se necesitan 400 g de oro y 600 g de plata.

■ Sistemas de ecuaciones. Resolución gráfica

1 ▼▼▼ Resuelve gráficamente.

$$a) \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

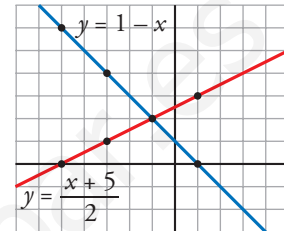
$$b) \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$$

$$a) y = 1 - x$$

$$y = \frac{x+5}{2}$$

x	-5	-3	-1	1
y	6	4	2	0

x	-5	-3	-1	1
y	0	1	2	3



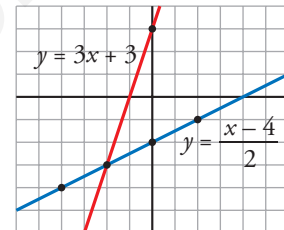
Solución del sistema: $x = -1$, $y = 2$.

$$b) y = \frac{x-4}{2}$$

$$y = 3x + 3$$

x	-4	-2	0	2
y	-4	-3	-2	-1

x	-4	-2	0	2
y	-9	-3	3	9



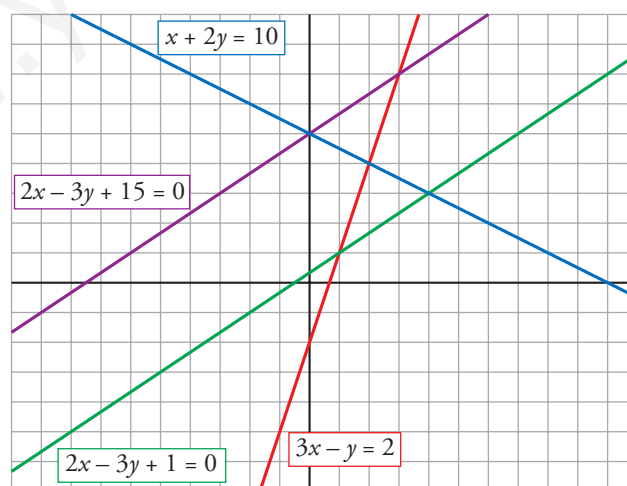
Solución del sistema: $x = -2$, $y = -3$.

2 ▼▼▼ Observa el gráfico y responde.

a) Escribe un sistema cuya solución sea $x = 2$, $y = 4$.

b) Escribe un sistema cuya solución sea $x = 0$, $y = 5$.

c) Escribe un sistema sin solución.



$$a) \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - 3y + 15 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - 3y + 15 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

■ Sistemas de ecuaciones. Resolución algebraica

3 ▼▼▼ Resuelve por sustitución despejando la incógnita más adecuada.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x - y = -7 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 5x - 2y = -5 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} y = 5x - 3 \\ 2x + 3(5x - 3) = 8 \end{array} \right\} \rightarrow x = 1; y = 2 \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x = 7 + 2y \\ 2(7 + 2y) - 3y = 13 \end{array} \right\} \rightarrow y = -1; x = 5$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x = 1 - 4y \\ 2(1 - 4y) - y = -7 \end{array} \right\} \rightarrow y = 1; x = -3 \quad \text{d) } \left. \begin{array}{l} x = \frac{2y - 5}{5} \\ 4 \cdot \frac{2y - 5}{5} - 3y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow x = -5; y = -3$$

4 ▼▼▼ Resuelve por igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = 5x - 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y - 7 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x - 3y = 8 \\ 3x + 5y = 10 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 7x + 3y = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } 3x - 5 = 5x - 1 \rightarrow x = -2; y = -11$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x = 7 - y \\ x = y - 3 \end{array} \right\} \rightarrow 7 - y = y - 3 \rightarrow y = 5; x = 2$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} x = 8 + 3y \\ x = \frac{10 - 5y}{3} \end{array} \right\} \rightarrow 8 + 3y = \frac{10 - 5y}{3} \rightarrow y = -1; x = 5$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} y = \frac{1 - 5x}{2} \\ y = \frac{-7x}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1 - 5x}{2} = \frac{-7x}{3} \rightarrow x = 3; y = -7$$

5 ▼▼▼ Resuelve por reducción.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 5x - y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 3x - y = 11 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - y = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{array}{r} 2x + y = 6 \\ 5x - y = 1 \\ \hline 7x = 7 \end{array} \rightarrow x = 1$$

$$2 \cdot 1 + y = 6 \rightarrow y = 4$$

$$\text{c) } \begin{array}{r} 2x + 3y = 8 \\ 12x - 3y = 6 \\ \hline 14x = 14 \end{array} \rightarrow x = 1$$

$$2 \cdot 1 + 3y = 8 \rightarrow y = 2$$

$$\text{b) } \begin{array}{r} 3x + 4y = 1 \\ -3x + y = -11 \\ \hline 5y = -10 \end{array} \rightarrow y = -2$$

$$3x + 4 \cdot (-2) = 1 \rightarrow x = 3$$

$$\text{d) } \begin{array}{r} 6x - 10y = 18 \\ -6x + 9y = -15 \\ \hline -y = 3 \end{array} \rightarrow y = -3$$

$$6x - 10 \cdot (-3) = 18 \rightarrow x = -2$$

6 ▼▼▼ Resuelve por el método que te parezca más adecuado.

$$\text{a)} \begin{cases} 2y = x + 8 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} x + 2y = -5 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{d)} \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\text{e)} \begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$$

$$\text{f)} \begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$$

a) Sustitución:

$$2(2x + 10) = x + 8 \rightarrow x = -4$$

$$y = 2 \cdot (-4) + 10 \rightarrow y = 2$$

b) Reducción:

$$\begin{array}{r} 2x + y = -1 \\ -x - y = 4 \\ \hline x = 3; \quad 2 \cdot 3 + y = -1 \rightarrow y = -7 \end{array}$$

c) Sustitución:

$$x = -5 - 2y$$

$$(-5 - 2y) - 3y = 5 \rightarrow y = -2$$

$$x = -5 - 2 \cdot (-2) \rightarrow x = -1$$

d) Reducción:

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = 2 \\ 5x + 2y = 9 \\ \hline 11x = 11 \rightarrow x = 1 \\ 5 + 2y = 9 \rightarrow y = 2 \end{array}$$

e) Reducción:

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = 0 \\ -6x + 10y = -24 \\ \hline 8y = -24 \rightarrow y = -3 \\ 6x - 2 \cdot (-3) = 0 \rightarrow x = -1 \end{array}$$

f) Igualación:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{10 + 5y}{7} \\ x = \frac{3y - 5}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{10 + 5y}{7} = \frac{3y - 5}{2} \rightarrow y = 5 \\ x = \frac{10 + 5 \cdot 5}{7} \rightarrow x = 5 \end{array}$$

7 ▼▼▼ Resuelto en el libro del alumno.

8 ▼▼▼ Resuelve los siguientes sistemas:

$$\text{a)} \begin{cases} 2(3x + y) + x = 4(x + 1) \\ 6(x - 2) + y = 2(y - 1) + 3 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 5(2x + 1) = 4(x - y) - 1 \\ \frac{x - y}{2} = \frac{x + 5}{3} \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} \frac{x - 4}{2} - \frac{y - 5}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2x - y \end{cases}$$

$$\text{a)} \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 6x - y = 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\text{b)} \begin{cases} 3x + 2y = -3 \\ x - 3y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\text{c)} \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$$

■ Resuelve problemas con sistemas de ecuaciones

- 9** ▼▼▼ La suma de dos números es 57, y su diferencia, 9. ¿Cuáles son esos números?

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 57 \\ x - y = 9 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 33 \\ y = 24 \end{array} \right\} \text{ Los números son 33 y 24.}$$

- 10** ▼▼▼ Calcula dos números sabiendo que su diferencia es 16 y que el doble del menor sobrepasa en cinco unidades al mayor.

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 16 \\ 2y = x + 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 37 \\ y = 21 \end{array} \right\} \text{ Los números son 37 y 21.}$$

- 11** ▼▼▼ Entre Alejandro y Palmira llevan 15 euros. Si él le diera a ella 1,5 €, ella tendría el doble. ¿Cuánto lleva cada uno?

Alejandro $\rightarrow x$ Palmira $\rightarrow y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 15 \\ 2(x - 1,5) = y + 1,5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 6,5 \\ y = 8,5 \end{array} \right\} \text{ Alejandro tiene 6,50 €, y Palmira, 8,50 €.$$

- 12** ▼▼▼ Un ciclista sube un puerto y, después, desciende por el mismo camino. Sabiendo que en la subida ha tardado 23 minutos más que en la bajada y que la duración total del paseo ha sido de 87 minutos, ¿cuánto ha tardado en subir? ¿Y en bajar?

Tiempo de subida $\rightarrow x$ Tiempo de bajada $\rightarrow y$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 87 \\ x = 23 + y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 55 \\ y = 32 \end{array} \right\} \text{ La subida ha durado 55 minutos, y la bajada, 32 minutos.}$$

- 13** ▼▼▼ En cierta cafetería, por dos cafés y un refresco nos cobraron el otro día 2,70 €. Hoy hemos tomado un café y tres refrescos y nos han cobrado 4,10 €. ¿Cuánto cuesta un café? ¿Y un refresco?

Coste del café $\rightarrow x$ Coste del refresco $\rightarrow y$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 2,70 \\ x + 3y = 4,10 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 0,80 \\ y = 1,10 \end{array} \right\} \text{ Un café cuesta 0,80 €, y un refresco, 1,10 €.$$

- 14** ▼▼▼ Un puesto ambulante vende los melones y las sandías a un tanto fijo la unidad. Andrea se lleva 5 melones y 2 sandías, que le cuestan 13 €. Julián paga 12 € por 3 melones y cuatro sandías. ¿Cuánto cuesta un melón? ¿Y una sandía?

Coste de un melón $\rightarrow x$ Coste de una sandía $\rightarrow y$

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 2y = 13 \\ 3x + 4y = 12 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1,5 \end{array} \right\} \text{ Un melón cuesta 2 € y una sandía 1,5 €.$$

- 15** ▼▼▼ Un fabricante de jabones envasa 550 kg de detergente en 200 paquetes, unos de 2 kg y otros de 5 kg. ¿Cuántos envases de cada clase utiliza?

$$\begin{array}{l} \text{Envases de 2 kg} \rightarrow x \quad \text{Envases de 5 kg} \rightarrow y \\ \left. \begin{array}{l} x + y = 200 \\ 2x + 5y = 550 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 150 \\ y = 50 \end{array} \right\} \text{ Utiliza 150 envases de 2 kg y 50 envases de 5 kg.} \end{array}$$

- 16** ▼▼▼ Una tienda de artículos para el hogar pone a la venta 100 juegos de cama a 70 € el juego. Cuando lleva vendida una buena parte, los rebaja a 50 €, continuando la venta hasta que se agotan. La recaudación total ha sido de 6 600 €. ¿Cuántos juegos ha vendido sin rebajar y cuántos rebajados?

$$\begin{array}{l} \text{Juegos sin rebaja} \rightarrow x \quad \text{Juegos con rebaja} \rightarrow y \\ \left. \begin{array}{l} x + y = 100 \\ 70x + 50y = 6\,600 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 80 \\ y = 20 \end{array} \right\} \text{ Ha vendido 80 juegos de cama sin rebaja} \\ \text{y 20 con rebaja.} \end{array}$$

- 17** ▼▼▼ Un frutero pone a la venta 80 kg de cerezas. Al cabo de unos días ha vendido la mayor parte, pero considera que la mercancía restante no está en buenas condiciones y la retira. Sabiendo que por cada kilo vendido ha ganado 1 €, que por cada kilo retirado ha perdido 2 € y que la ganancia ha sido de 56€, ¿cuántos kilos ha vendido y cuántos ha retirado?

$$\begin{array}{l} \text{Kilos vendidos} \rightarrow x \quad \text{Kilos retirados} \rightarrow y \\ \left. \begin{array}{l} x + y = 80 \\ x - 2y = 56 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 72 \\ y = 8 \end{array} \right\} \text{ Ha vendido 72 kilos y ha retirado 8.} \end{array}$$

- 18** ▼▼▼ En el zoo, entre búfalos y avestruces hay 12 cabezas y 34 patas. ¿Cuántos búfalos son? ¿Y avestruces?

$$\begin{array}{l} \text{Búfalos} \rightarrow x \quad \text{Avestruces} \rightarrow y \quad \text{Patas de búfalo} \rightarrow 4x \quad \text{Patas de avestruz} \rightarrow 2y \\ \left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 4x + 2y = 34 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 7 \end{array} \right\} \text{ Hay 5 búfalos y 7 avestruces.} \end{array}$$

- 19** ▼▼▼ Rosendo tiene en el bolsillo 12 monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. Si en total tiene 3,30 euros, ¿cuántas monedas de cada tipo lleva?

$$\begin{array}{l} \text{Monedas de 20 céntimos} \rightarrow x \quad \text{Monedas de 50 céntimos} \rightarrow y \\ \left. \begin{array}{l} x + y = 12 \\ 20x + 50y = 330 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 20 \\ y = 3 \end{array} \right\} \text{ Tiene 9 monedas de 20 céntimos} \\ \text{y 3 monedas de 50 céntimos.} \end{array}$$

- 20** ▼▼▼ Cristina tiene el triple de edad que su prima María, pero dentro de diez años solo tendrá el doble. ¿Cuál es la edad de cada una?



	HOY	DENTRO DE 10 AÑOS
CRISTINA	x	$x + 10$
MARÍA	y	$y + 10$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3y \\ x + 10 = 2(y + 10) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 30 \\ y = 10 \end{array} \right\} \text{ Cristina tiene 30 años, y María, 10 años.}$$

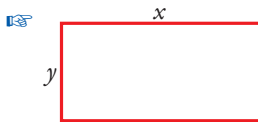
Soluciones a “Ejercicios y problemas”

- 21** ▼▼▼ El doble de la edad de Javier coincide con la mitad de la edad de su padre. Dentro de cinco años, la edad del padre será tres veces la de Javier. ¿Cuántos años tiene hoy cada uno?

	EDAD HOY	EDAD DENTRO DE 5 AÑOS
JAVIER	x	$x + 5$
MARÍA	y	$y + 5$

$$\left. \begin{array}{l} 2x = \frac{y}{2} \\ 3(x + 5) = y + 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 10 \\ y = 40 \end{array} \right\} \text{ Javier tiene 10 años, y su padre, 40.}$$

- 22** ▼▼▼ La base de un rectángulo es 8 cm más larga que la altura, y el perímetro mide 42 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.



Diferencia entre los lados: $x - y = 8$

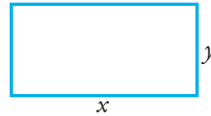
Perímetro: $x + y + x + y = 42$

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 8 \\ x + y + x + y = 42 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 14,5 \\ y = 6,5 \end{array} \right\} \text{ El rectángulo mide } 14,5 \text{ cm} \times 6,5 \text{ cm.}$$

PÁGINA 167

- 23** ▼▼▼ Para cercar una parcela rectangular, 25 metros más larga que ancha, se han necesitado 210 metros de alambrada. Calcula las dimensiones de la parcela.

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 25 \\ 2x + 2y = 210 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 65 \\ y = 40 \end{array} \right\}$$



La parcela tiene unas dimensiones de 65 m de largo \times 40 m de ancho.

- 24** ▼▼▼ Un concurso televisivo está dotado de un premio de 3 000 € para repartir entre dos concursantes, A y B. El reparto se hará en partes proporcionales al número de pruebas superadas. Tras la realización de estas, resulta que el concursante A ha superado cinco pruebas, y el B, siete. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

☞ A se lleva $\rightarrow x$ B se lleva $\rightarrow y$

El premio conseguido es proporcional al número de pruebas superadas $\rightarrow x/5 = y/7$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3\,000 \\ \frac{x}{5} = \frac{y}{7} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1\,250 \\ y = 1\,750 \end{array} \right\} \text{ El concursante A se lleva 1 250 €, y el B, 1 750 €.}$$

- 25** ▼▼▼ ¿Qué cantidades de aceite, uno puro de oliva, a 3 €/litro, y otro de orujo, a 2 €/litro, hay que emplear para conseguir 600 litros de mezcla a 2,40 €/litro?

Aceite de oliva $\rightarrow x$ litros Aceite de orujo $\rightarrow y$ litros

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 600 \\ 3x + 2y = 600 \cdot 2,40 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 240 \\ y = 360 \end{array} \right\} \text{ Hay que emplear 240 litros de aceite de oliva y 360 litros de aceite de orujo.}$$

- 26** ▼▼▼ Dos ciudades, A y B, distan 270 km. En cierto momento, un coche parte de A hacia B a 110 km/h, y, a la vez, sale de B hacia A un camión a 70 km/h. ¿Qué distancia recorre cada uno hasta que se encuentran?

☞ La suma de las distancias es 270 $\rightarrow x + y = 270$. Los tiempos invertidos por el coche y el camión, hasta el encuentro, son iguales $\rightarrow x/110 = y/70$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 270 \\ \frac{x}{110} = \frac{y}{70} \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 165 \\ y = 105 \end{array} \right\} \text{ El coche recorre 165 km, y el camión, 105 km.}$$

- 27** ▼▼▼ Un peatón sale de A hacia B caminando a una velocidad de 4 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un ciclista a 17 km/h. Si la distancia entre A y B es de 7 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse y a qué distancia de A lo hacen?

Distancia desde A del peatón $\rightarrow x$

Distancia desde A del ciclista $\rightarrow 7 - x$

Tiempo $\rightarrow t$

$$\left. \begin{array}{l} x = t \cdot 4 \\ 7 - x = t \cdot 17 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} t = 1/3 \\ x = 4/3 \end{array} \right\} \text{ Tardan } 1/3 \text{ h} = 20 \text{ min en encontrarse.}$$

El encuentro se produce a $4/3$ km \approx 1 km 333 m del punto de partida, A, del peatón.

■ Problemas “+”

- 28** ▼▼▼ Un ciclista sale de paseo y recorre un tramo de carretera, cuesta arriba, a 8 km/h. Después, sigue llaneando, a 20 km/h, hasta que llega a su destino. Si el paseo ha durado 3 h, y la velocidad media resultante ha sido de 16 km/h, ¿cuánto tiempo ha invertido en cada tramo?

☞ TIEMPOS

Subida $\rightarrow x$

En llano $\rightarrow y$

Total $\rightarrow 3 \text{ h}$

DISTANCIAS

Subida $\rightarrow 8x$

En llano $\rightarrow 20y$

Total $\rightarrow 16 \cdot 3 = 48 \text{ km}$

$$\left. \begin{array}{l} 8x + 20y = 48 \\ x + y = 3 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ha subido durante una hora y ha llaneado} \\ \text{durante dos horas.} \end{array}$$

- 29** ▼▼▼ ¿Cuánto cuesta el frasco de zumo? ¿Y el tarro de mermelada? ¿Y la caja de galletas?



$$\left. \begin{array}{l} Z + M = 3 \\ Z + G = 4 \\ M + G = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} Z = 3 - M \\ (3 - M) + G = 4 \\ M + G = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} G - M = 1 \\ G + M = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} G = 3 \\ M = 2 \\ Z = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Galletas: } 3 \text{ €} \\ \text{Mermelada: } 2 \text{ €} \\ \text{Zumos: } 1 \text{ €} \end{array}$$

- 30** ▼▼▼ Un depósito de agua se abastece de dos grifos, que, abiertos simultáneamente, lo llenan en una hora y doce minutos. ¿Cuánto tarda en llenar el depósito cada grifo por separado, sabiendo que en esas condiciones uno invierte una hora más que el otro?

☞ $x = y + 1$; $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{1}{y+1} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \rightarrow 12y + 6 = 5y^2 + 5y$$

$$5y^2 - 7y - 6 = 0 \rightarrow y = 2 \text{ (la solución } y = -3/5 \text{ no es válida)} \rightarrow x = 3$$

Actuando por separado, uno de los grifos tardaría dos horas en llenar el depósito, y el otro grifo, tres horas.

■ Analiza y describe. Exprésate

- 31** ▼▼▼ A continuación tienes un problema resuelto de dos formas. Indica sus diferencias e incluye las explicaciones oportunas para aclarar su desarrollo.

Un camión parte de cierta población a 90 km/h. Diez minutos después sale un coche a 110 km/h. Calcula el tiempo que tarda en alcanzarlo y la distancia recorrida desde el punto de partida.

Solución A

	VELOCIDAD	TIEMPO	DISTANCIA
COCHE	110	x	y
CAMIÓN	90	$x + 10/60$	y

$$\left. \begin{array}{l} y = 110x \\ y = 90(x + 1/6) \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 110x = 90(x + 1/6) \\ x = 3/4 \text{ h} \\ y = 82,5 \text{ km} \end{array} \right\}$$

Solución: Tarda 45 minutos y recorren 82,5 km.

Solución B

Distancia coche $\rightarrow d$

Tiempo coche $\rightarrow \text{distancia/velocidad} = d/110$

Tiempo camión $\rightarrow \text{distancia/velocidad} = d/90$

$$\boxed{\text{TIEMPO CAMIÓN}} = \boxed{\text{T. COCHE} + 1/6 \text{ h}}$$

$$\frac{d}{90} = \frac{d}{110} + \frac{1}{6} \rightarrow d = 82,5 \text{ km}$$

$$\text{T. coche} = \frac{d}{110} = \frac{82,5}{110} = \frac{3}{4} \text{ h} = 45 \text{ min}$$

En A, el problema se resuelve con dos incógnitas, mediante un sistema de dos ecuaciones. En B, se resuelve con una ecuación y una sola incógnita.

Solución A

- Se asigna la incógnita x al tiempo que tarda el coche, en horas.
- El camión tarda en su recorrido diez minutos más que el coche, que son $10/60$ de hora. Así, el tiempo del camión, también en horas, es $x + \frac{10}{60}$.
- Se asigna la incógnita y a la distancia recorrida por el coche hasta el alcance, que es la misma que la recorrida por el camión.
- Aplicando a cada vehículo la relación $\text{distancia} = \text{velocidad} \cdot \text{tiempo}$, se construyen las dos ecuaciones que forman el sistema.

Solución B

- Se asigna la incógnita d a la distancia recorrida tanto por el coche como por el camión.
- Se codifican algebraicamente, en función de la incógnita d , los tiempos del coche y del camión. Para ello se atiende a la relación $\text{tiempo} = \text{distancia} / \text{velocidad}$. Si la velocidad se expresa en km/h, la distancia va en kilómetros y el tiempo, en horas.
- Se construye la ecuación traduciendo a lenguaje algebraico la igualdad:

$$\text{TIEMPO DEL CAMIÓN} = \text{TIEMPO DEL COCHE} + \text{DIEZ MINUTOS}$$

Todos estos tiempos deben ir en horas. Por eso, 10 minutos se expresan como $10/60$ de hora = $1/6$ de hora.

▼ Infórmate e investiga

Un sistema especial

¿Te has preguntado alguna vez cuáles son las ecuaciones de los ejes de coordenadas?

Observa:

— En la ecuación $0x + 1y = 0$, la incógnita y toma el valor *cero* valga lo que valga x .

$$0x + 1y = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	0	0	0	0	0	0	0	...

¡Es la ecuación del eje de abscisas!

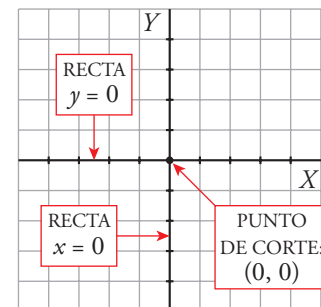
— De igual forma, $1x + 0y = 0 \rightarrow x = 0$ es la ecuación del eje de ordenadas.

$$1x + 0y = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow$$

x	0	0	0	0	0	0	0	...
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	...

- ¿Sabrías decir, ahora, cuál es la solución del sistema formado por ambas ecuaciones?

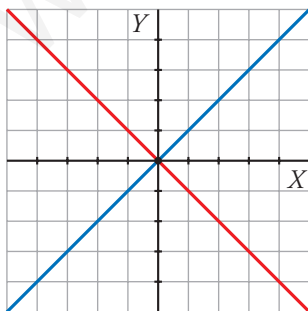
La solución del sistema formado por las ecuaciones de los ejes es $x = 0$, $y = 0$, cuya representación gráfica es el punto de corte, es decir, el origen de coordenadas $(0, 0)$.



- Los sistemas que tienes a continuación también presentan particularidades. Asocia a cada sistema su representación y di cuál es su solución.

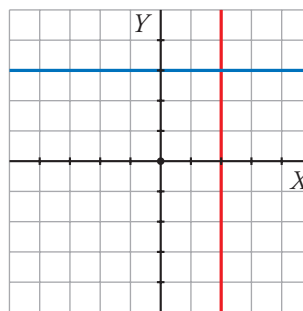
$$\text{a) } \begin{cases} x + 0y = 2 \rightarrow x = 2 \\ 0x + y = 3 \rightarrow y = 3 \end{cases}$$

I



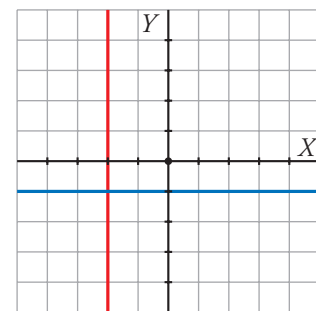
$$\text{b) } \begin{cases} x + 0y = -2 \rightarrow x = -2 \\ 0x + y = -1 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

II



$$\text{c) } \begin{cases} x - y = 0 \rightarrow x = y \\ x + y = 0 \rightarrow x = -y \end{cases}$$

III



- El sistema a) corresponde al gráfico II. Su solución está en el punto $(2, 3)$.
- El sistema b) corresponde al gráfico III. Su solución está en el punto $(-2, -1)$.
- El sistema c) corresponde al gráfico I. Su solución está en el punto $(0, 0)$.

▼ Utiliza tu ingenio

Cada letra, una cifra

Busca al menos tres soluciones a esta suma, teniendo en cuenta que a letras distintas corresponden cifras diferentes:

Se muestran a continuación varias soluciones:

a) uno = 417, seis = 2502

b) uno = 347, seis = 2082

c) uno = 357, seis = 2142

d) uno = 467, seis = 2802

e) uno = 689, seis = 4434

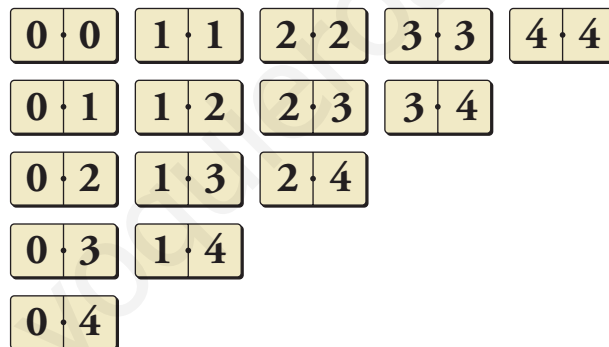
$$\begin{array}{r} \text{uno} \\ \text{uno} \\ \text{uno} \\ \text{uno} \\ \text{uno} \\ + \text{uno} \\ \hline \text{seis} \end{array}$$

PÁGINA 169

▼ Tantea, experimenta, prueba...

Fichas de dominó

Si en un juego de dominó suprimimos las fichas en las que hay un 5 o un 6, quedan las siguientes (complétalas en tu cuaderno):



- Coloca todas las fichas de la izquierda en este tablero, de forma que cada número de la ficha coincida con el correspondiente del tablero.

Señala el contorno de cada ficha, igual que se ha hecho con la blanca doble (0, 0).

0	4	3	3	0	1
2	3	0	4	0	2
0	1	2	2	4	4
4	3	2	4	1	0
3	1	1	2	3	1

- ¿Cuántas quedarían si suprimiésemos solamente las que tienen un 6?

Quedarían $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ fichas.

- ¿Y si suprimiésemos las que tienen un 2 o un 4?

Quedarían $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ fichas.