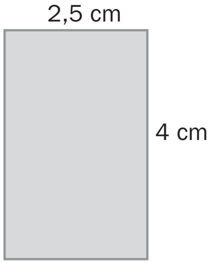
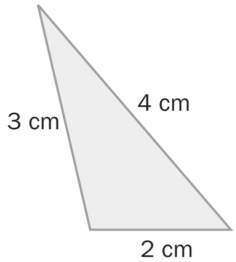
EJERCICIOS PROPUESTOS

13.1 Calcula el perímetro de las siguientes figuras.

a)



b)



a) $p = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2{,}5 = 8 + 5 = 13$ cm

b) $p = 2 + 4 + 3 = 9$ cm

13.2 Halla el perímetro de estas figuras.

a) Un cuadrado de 6 centímetros de lado.
b) Un triángulo isósceles cuya base mide 5 centímetros, y cuyos lados iguales miden 8 centímetros.
c) Un pentágono regular de 4 centímetros de lado.

a) Perímetro $= 4 \cdot 6 = 24$ cm
b) Perímetro $= 5 + 2 \cdot 8 = 5 + 16 = 21$ cm
c) Perímetro $= 5 \cdot 4 = 20$ cm

13.3 Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden lo siguiente.

a) 3 y 4 centímetros, respectivamente.
b) 6 y 8 centímetros, respectivamente.

a) Por el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = \sqrt{25} = 5$ cm
b) Por el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow a^2 = 100 \Rightarrow a = \sqrt{100} = 10$ cm

13.4 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 13 centímetros, y un cateto, 12 centímetros. ¿Cuánto mide el otro?

Por el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 13^2 = 12^2 + c^2 \Rightarrow 169 - 144 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{25} = 5$ cm

13.5 ¿Es posible que en un triángulo rectángulo la hipotenusa mida 2 centímetros, y cada cateto, 1 centímetro?

Si el triángulo es rectángulo, debe cumplir el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.

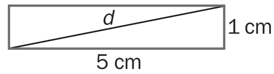
Sustituyendo en la fórmula, se obtiene: $2^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow 4 \neq 2$

Como la igualdad que se obtiene es falsa, es imposible que el triángulo sea rectángulo.

13.6 Calcula la diagonal de estas figuras.

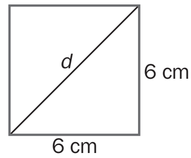
a) Un rectángulo cuyos lados miden 1 y 5 centímetros, respectivamente.

b) Un cuadrado de 6 centímetros de lado.



a) Como la diagonal con los lados forma un triángulo rectángulo, se aplica Pitágoras:

$d^2 = 5^2 + 1^2 \quad \Rightarrow \quad d^2 = 26 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{26} = 5{,}10$ cm



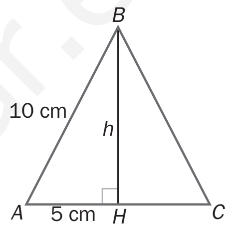
b) Como la diagonal con los lados forma un triángulo rectángulo, se aplica Pitágoras:

$d^2 = 6^2 + 6^2 \quad \Rightarrow \quad d^2 = 72 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{72} = 8{,}49$ cm

13.7 Halla la medida de la altura de estos triángulos.

a) Equilátero, cuyo lado mide 10 centímetros.

b) Isósceles, con la base de 4 centímetros, y lados iguales de 3 centímetros.



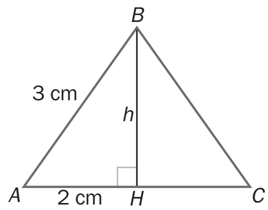
Si se observa la figura:

a) La altura h es BH, cateto del triángulo rectángulo AHB.

Por ser equilátero, AH es el semilado de la base: $\frac{10}{2} = 5$ cm

Utilizando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 10^2 = 5^2 + c^2 \Rightarrow 100 - 25 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{75} = 8{,}66$ cm



b) La altura h es BH, cateto del triángulo rectángulo AHB.

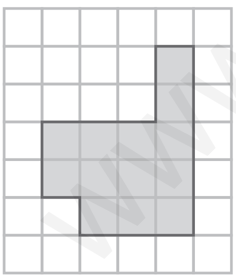
Por ser isósceles, AH es el semilado de la base: $\frac{4}{2} = 2$ cm

Utilizando el teorema de Pitágoras:

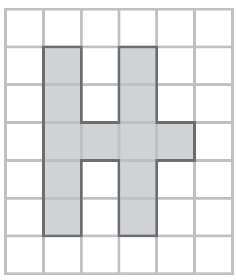
$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 3^2 = 2^2 + c^2 \Rightarrow 9 - 4 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5} = 2{,}24$ cm

13.8 Calcula el área de estas figuras, tomando como unidad de medida el cuadrado de la cuadrícula.

a)



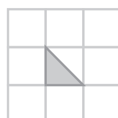
b)



a) La superficie contiene 13 cuadrados. Por tanto, el área es de 13 unidades.

b) La superficie contiene 12 cuadrados. Por tanto, el área es de 12 unidades.

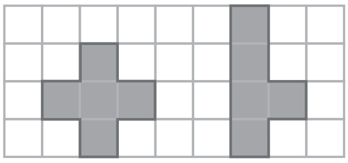
13.9 Halla el área de las figuras del ejercicio 8, usando como unidad de medida el triángulo rectángulo.



a) La superficie contiene 26 triángulos rectángulos. Por tanto, el área es de 26 unidades.

b) La superficie contiene 24 triángulos rectángulos. Por tanto, el área es de 24 unidades.

13.10 **Observa las siguientes figuras.**

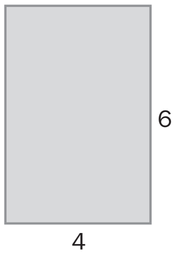


¿Tienen la misma área?

La superficie de ambas figuras contiene 5 cuadrados; por tanto, el área de las dos figuras coincide y es de 5 unidades.

13.11 **Calcula el área de estas figuras en las que las medidas vienen dadas en centímetros.**

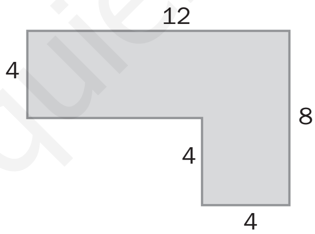
a) 

b) 

a) $A = l^2 \quad \Rightarrow \quad A = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

b) $A = b \cdot h \quad \Rightarrow \quad A = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$

13.12 **Halla el área de la figura cuyas medidas vienen dadas en centímetros, descomponiéndola antes en rectángulos y cuadrados.**

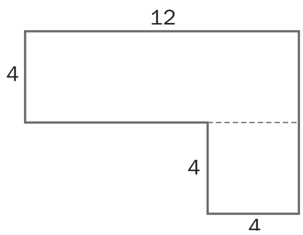


La figura se puede descomponer en un rectángulo y un cuadrado.

$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 12 \cdot 4 = 48 \text{ cm}^2$

$A_{\text{cuadrado}} = l^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$

$A_{\text{figura}} = 48 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2$



13.13 **Halla el área de un paralelogramo de 5 centímetros de base y 30 milímetros de altura.**

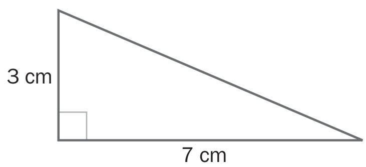
Altura $= h = 30 \text{ mm} = 3 \text{ cm}$

$A = b \cdot h = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$

13.14 **Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 3 y 7 centímetros, respectivamente. Calcula su área.**

La base y la altura del triángulo rectángulo coinciden con sus catetos.

$A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{7 \cdot 3}{2} = 10{,}5 \text{ cm}^2$



13.15 Determina el área de cada triángulo formado a partir de la diagonal de un paralelogramo de 4 metros de base y 3 metros de altura. Expresa el resultado en centímetros cuadrados.

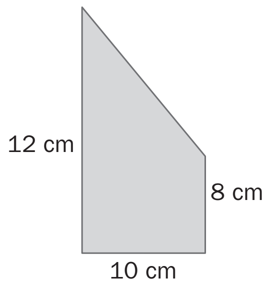
El área de cada triángulo es la mitad del área del paralelogramo.

$$A_{\text{paralelogramo}} = b \cdot h = 4 \cdot 3 = 12 \text{ m}^2 = 120\,000 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_{\text{triángulo}} = \frac{120\,000}{2} = 60\,000 \text{ cm}^2$$

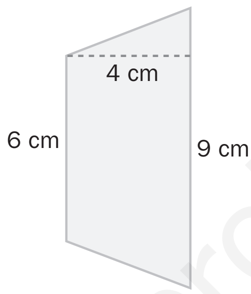
El área de cada triángulo es de 60 000 cm².

13.16 Calcula el área de estos trapecios.

a)



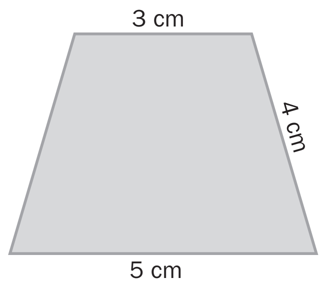
b)



a) $A = \left(\frac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\frac{12 + 8}{2}\right) \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$

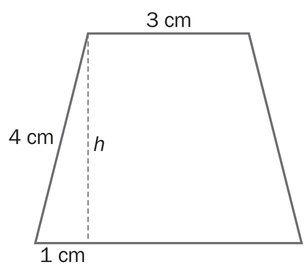
b) $A = \left(\frac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\frac{9 + 6}{2}\right) \cdot 4 = 30 \text{ cm}^2$

13.17 Halla el área del siguiente trapecio.



Se calcula la altura h, utilizando el teorema de Pitágoras en el triángulo señalado:

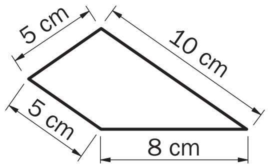
La base es: $\frac{5 - 3}{2} = 1$ cm



Entonces: $h^2 + 1^2 = 4^2 \Rightarrow h^2 = 16 - 1 = 15 \Rightarrow h = \sqrt{15} = 3{,}87$ cm

$$A = \left(\frac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\frac{5 + 3}{2}\right) \cdot 3{,}87 = 15{,}48 \text{ cm}^2$$

13.18 **Halla por triangulación el área del trapezoide.**



Se puede descomponer en dos triángulos: uno isósceles cuyos lados iguales miden 6 cm y otro rectángulo de catetos 8 cm y 2 cm. La hipotenusa de éste último es la base del primero.

Por Pitágoras se calcula la base del triángulo isósceles:

$a^2 = 8^2 + 2^2 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 68 \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{68} = 8{,}25$ cm

Para obtener la altura de este triángulo, se aplica de nuevo Pitágoras en el triángulo que tiene como hipotenusa uno de los lados iguales y como catetos, la mitad de la base y la altura:

$6^2 = 4{,}13^2 + h^2 \quad \Rightarrow \quad 36 - 17{,}06 = h^2 \quad \Rightarrow \quad h = \sqrt{18{,}94} = 4{,}35$ cm

El área del triángulo rectángulo es: $A_r = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{8 \cdot 2}{2} = 8$ cm^2

Y el área del triángulo isósceles es: $A_i = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{8{,}25 \cdot 4{,}35}{2} = 17{,}94$ cm^2

Entonces, el área del trapezoide es: $A = A_i + A_r = 17{,}94 + 8 = 25{,}94$ cm^2

13.19 **Halla el área de un decágono regular de 5 centímetros de lado y 9 centímetros de apotema.**

Se calcula el perímetro: $p = 10 \cdot 5 = 50$ cm

$A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{50 \cdot 9}{2} = 225$ cm^2

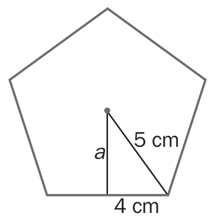
13.20 **¿Cuál es el área del pentágono regular de 8 centímetros de lado y 5 centímetros de radio?**

Se calcula la apotema utilizando el teorema de Pitágoras en el triángulo señalado.

$5^2 = a^2 + 4^2 \Rightarrow a^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow a = \sqrt{9} = 3$ cm

Entonces, $A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{n \cdot l \cdot a}{2} = \dfrac{5 \cdot 8 \cdot 3}{2} = 60$ cm^2

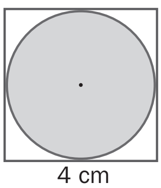
El área del pentágono es de 60 cm^2.



13.21 **¿Cuál es el área de un círculo de 10 metros de radio?**

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 10^2 = 314{,}16$ m^2

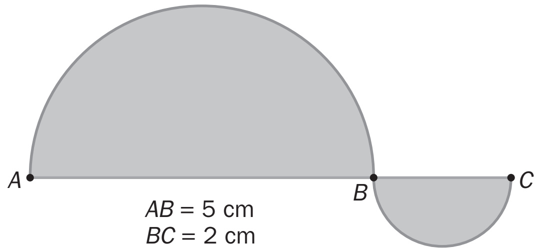
13.22 **Calcula el área del círculo de la figura.**



El diámetro del círculo coincide con el lado del cuadrado, 4 cm. Por tanto, el radio mide: $r = \dfrac{4}{2} = 2$ cm.

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2^2 = 12{,}56$ cm^2

13.23 Determina el área de la siguiente superficie.



La figura está formada por dos semicírculos de 5 y 2 cm de diámetro, respectivamente.

Semicírculo de diámetro *AB*

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2{,}5^2}{2} = 9{,}81 \text{ cm}^2$$

Semicírculo de diámetro *BC*

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 1{,}57 \text{ cm}^2$$

El área de la figura es: $A_{\text{figura}} = 9{,}81 \text{ cm}^2 + 1{,}57 \text{ cm}^2 = 11{,}38 \text{ cm}^2$

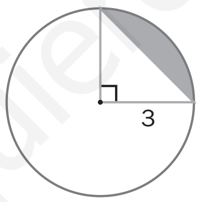
13.24 Calcula el área de una corona circular formada por dos circunferencias concéntricas de radios 1,60 y 1,20 centímetros, respectivamente.

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (1{,}60^2 - 1{,}20^2) = \pi \cdot 1{,}12 = 3{,}52 \text{ cm}^2$

13.25 En un círculo de 2 decímetros de radio se considera un sector circular cuyo ángulo determinado es de 120°. ¿Cuál es su área?

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 120°}{360°} = 4{,}19 \text{ dm}^2$$

13.26 Halla el área del segmento circular de la figura.

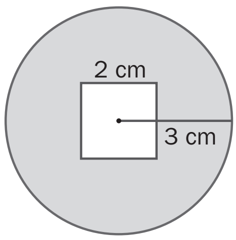


El área del segmento circular se puede obtener restando al área del sector circular correspondiente el área del triángulo formado.

$$A_{\text{sector}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 90°}{360°} = 7{,}07 \text{ cm}^2 \qquad A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot a}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4{,}50 \text{ cm}^2$$

El área del segmento circular es: $A = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}} = 7{,}07 - 4{,}50 = 2{,}57 \text{ cm}^2$

13.27 Calcula el área de la zona coloreada en verde.



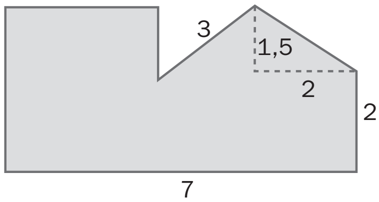
Se observa que se trata de un círculo donde se ha quitado un cuadrado:

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = 28{,}26 \text{ cm}^2$$

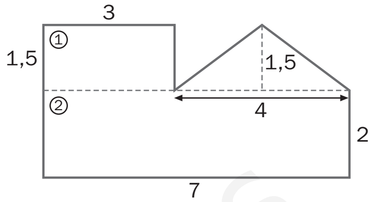
$$A_{\text{cuadrado}} = l^2 = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$$

Entonces, el área de la zona coloreada es: $A = A_{\text{círculo}} - A_{\text{cuadrado}} = 28{,}26 - 4 = 24{,}26 \text{ cm}^2$

13.28 **Halla el área de la siguiente figura; todas las medidas están expresadas en metros.**



La figura se puede descomponer en dos rectángulos y un triángulo.



$A_{\text{rectángulo 1}} = b \cdot h = 3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5\ \text{m}^2$

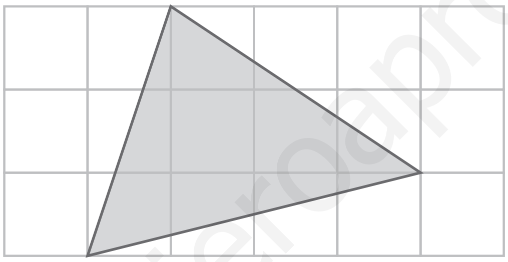
$A_{\text{rectángulo 2}} = b \cdot h = 7 \cdot 2 = 14\ \text{m}^2$

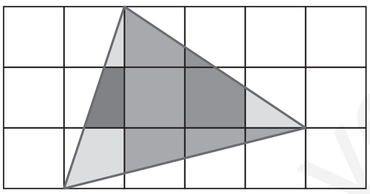
$A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \cdot h}{2} = \dfrac{4 \cdot 1{,}5}{2} = 3\ \text{m}^2$

El área de la figura es: $A = 4{,}5\ \text{m}^2 + 14\ \text{m}^2 + 3\ \text{m}^2 = 21{,}5\ \text{m}^2$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

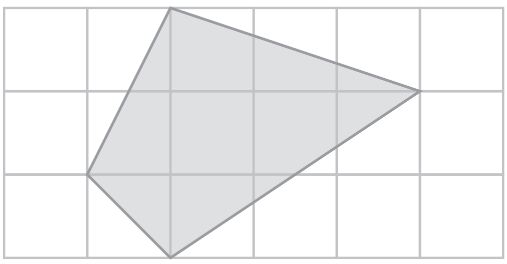
13.29 **Estima el área del triángulo de la figura, sabiendo que el lado de cada uno de los cuadrados de la cuadrícula mide 1 decímetro.**



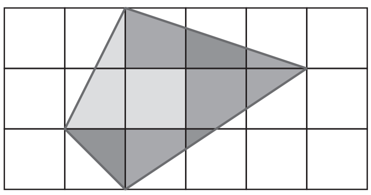


El área se calcula completando cuadrados con las regiones de la cuadrícula que forman el triángulo, pintando del mismo color aquellas regiones d el triángulo que unidas forman un cuadrado. El área es, aproximadamente, de 5,5 dm^2.

13.30 **Determina de forma aproximada el área de este cuadrilátero. Considera que el lado de cada cuadrado de la cuadrícula mide 2 centímetros.**



El área se calcula completando cuadrados con las regiones de la cuadrícula que forman el cuadrilátero, pintando del mismo color aquellas regiones del cuadrilátero que unidas forman un cuadrado. Tenemos 6 cuadrados y cada cuadrado mide 4 cm^2, luego el área es, aproximadamente, de $6 \cdot 4 = 24\ \text{cm}^2$.



13.31 Calcula el lado de estas figuras.

a) Un cuadrado de 36 decímetros de perímetro.

b) Un triángulo equilátero de 42 centímetros de perímetro.

a) $p = 4 \cdot l \Rightarrow 36 = 4 \cdot l \Rightarrow l = \frac{36}{4} = 9$ dm

b) $p = 3 \cdot l \Rightarrow 42 = 3 \cdot l \Rightarrow l = \frac{42}{3} = 14$ cm

13.32 Comprueba cuáles de los siguientes triángulos son rectángulos. Las medidas vienen dadas en centímetros.

a) 3, 4 y 5

b) 5, 8 y 10

c) 6, 8 y 10

d) 5, 12 y 13

Para que el triángulo sea rectángulo debe cumplir el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.

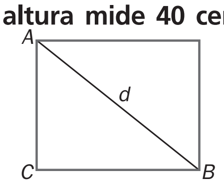
a) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2 \Rightarrow$ Se cumple el teorema de Pitágoras, el triángulo es rectángulo.

b) $5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89 \neq 100 = 10^2 \Rightarrow$ No se cumple el teorema de Pitágoras, el triángulo no es rectángulo.

c) $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2 \Rightarrow$ Se cumple el teorema de Pitágoras, el triángulo es rectángulo.

d) $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 \Rightarrow$ Se cumple el teorema de Pitágoras, el triángulo es rectángulo.

13.33 Calcula la diagonal de un rectángulo cuya base mide 30 centímetros y cuya altura mide 40 centímetros.



Como la diagonal con los lados forma un triángulo rectángulo, se aplica Pitágoras:

$d^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1\,600 = 2\,500 \Rightarrow d = \sqrt{2\,500} = 50$ cm

13.34 ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado si su área es 81 metros cuadrados?

$A = l^2 \Rightarrow 81 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{81} = 9$ m^2

13.35 Halla la base de un rectángulo, sabiendo que su superficie mide 48 centímetros cuadrados, y su altura, 6 centímetros.

$A = b \cdot h \Rightarrow 48 = b \cdot 6 \Rightarrow b = 8$ cm

13.36 Las siguientes cantidades corresponden a triángulos. Averigua los datos que faltan.

Base (cm)	Altura (cm)	Área (cm²)
8	**4**	**16**
6	**4**	
12	**5**	
	24	**60**
18		**36**
	20	**210**

Base (cm)	Altura (cm)	Área (cm²)
8	**4**	**16**
6	**4**	12
12	**5**	30
5	**24**	**60**
18	4	**36**
21	**20**	**210**

13.37 Calcula cuánto vale el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo, si los cuadrados construidos sobre los catetos tienen por área las siguientes medidas dadas en centímetros cuadrados.

a) 9 y 16

b) 5 y 144

c) 36 y 64

d) 4 y 16

Según la interpretación geométrica del teorema de Pitágoras, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma del área de los cuadrados construidos sobre los catetos.

a) $A = 9 + 16 = 25$ cm^2

b) $A = 5 + 144 = 149$ cm^2

c) $A = 36 + 64 = 100$ cm^2

d) $A = 4 + 16 = 20$ cm^2

E J E R C I C I O S P A R A E N T R E N A R S E

Teorema de Pitágoras

13.38 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 y 13 centímetros, respectivamente. Calcula el valor de la hipotenusa.

Utilizando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 5^2 + 13^2 = 194 \Rightarrow a = \sqrt{194} = 13{,}93$ cm.

La hipotenusa vale 13,93 cm.

13.39 Los siguientes datos, en centímetros, corresponden a las medidas de los lados de dos triángulos. ¿Son triángulos rectángulos?

a) 15, 20 y 25

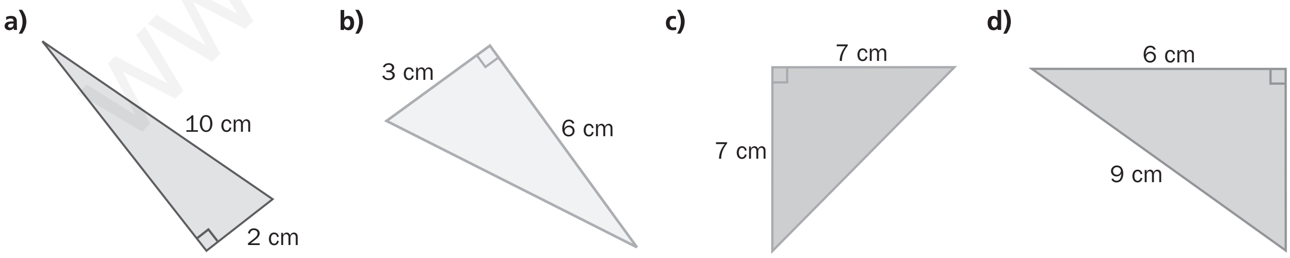
b) 3, 6 y 8

Para que el triángulo sea rectángulo debe cumplir el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$.

a) $15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625 = 25^2 \Rightarrow$ Se cumple el teorema de Pitágoras, luego es un triángulo rectángulo.

b) $3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \neq 8^2 \Rightarrow$ No se cumple el teorema de Pitágoras, luego no es un triángulo rectángulo.

13.40 Halla el lado que falta en cada uno de los siguientes triángulos.



a) Aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 10^2 = 2^2 + c^2 \Rightarrow 100 - 4 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{96} = 9{,}80$ cm.

b) Aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 3^2 + 6^2 \Rightarrow a^2 = 45 \Rightarrow a = \sqrt{45} = 6{,}71$ cm.

c) Aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 7^2 + 7^2 \Rightarrow a^2 = 98 \Rightarrow a = \sqrt{98} = 9{,}90$ cm.

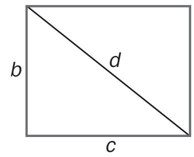
d) Aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9^2 = 6^2 + c^2 \Rightarrow 81 - 36 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{45} = 6{,}71$ cm.

Cálculo de distancias

13.41 Halla la diagonal del rectángulo cuyos lados tienen las siguientes medidas.

a) 5 y 12 centímetros. **b) 21 y 28 centímetros.**

La diagonal con los lados forma un triángulo rectángulo, se aplica Pitágoras:



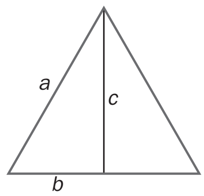
a) $d^2 = 12^2 + 5^2 \quad \Rightarrow \quad d^2 = 169 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{169} = 13$ cm

b) $d^2 = 21^2 + 28^2 \quad \Rightarrow \quad d^2 = 1\,225 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{1\,225} = 35$ cm

13.42 Calcula la altura del triángulo equilátero cuyo lado, en centímetros, mide lo siguiente.

a) 8 **b) 12** **c) 18** **d) 26**

La altura, c, es uno de los catetos del triángulo rectángulo que forma esta junto con un lado del triángulo y la mitad de la base. Utilizando el teorema de Pitágoras:



a) $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 8^2 = 4^2 + c^2 \Rightarrow 64 - 16 = c^2 \Rightarrow$ La altura mide: $c = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

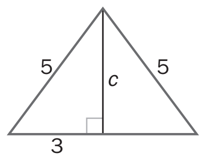
b) $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 12^2 = 6^2 + c^2 \Rightarrow 144 - 36 = c^2 \Rightarrow$ La altura mide: $c = \sqrt{108} = 10{,}39$ cm

c) $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 18^2 = 9^2 + c^2 \Rightarrow 324 - 81 = c^2 \Rightarrow$ La altura mide: $c = \sqrt{243} = 15{,}59$ cm

d) $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 26^2 = 13^2 + c^2 \Rightarrow 676 - 169 = c^2 \Rightarrow$ La altura mide: $c = \sqrt{507} = 22{,}52$ cm

13.43 Determina la altura sobre el lado desigual de un triángulo isósceles, sabiendo que sus lados miden 5,5 y 6 decímetros, respectivamente.

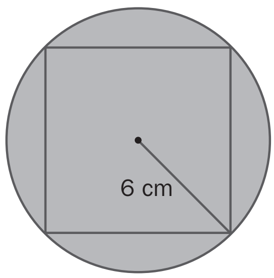
La altura es uno de los catetos del triángulo rectángulo que forma esta junto con un lado del triángulo y la mitad de la base. Utilizando el teorema de Pitágoras:



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 5^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow 25 - 9 = c^2 \Rightarrow c = \sqrt{16} = 4 \text{ dm}$$

La altura mide 4 dm.

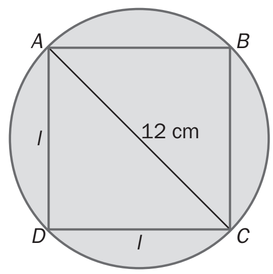
13.44 Con los datos de la figura, calcula el lado del cuadrado.



El diámetro del círculo coincide con la diagonal del cuadrado: $d = 2 \cdot 6 = 12$ cm

Esta forma con los lados del cuadrado un triángulo rectángulo cuyos catetos son iguales.

Utilizando el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$



$$12^2 = l^2 + l^2 \Rightarrow 144 = 2 \cdot l^2 \Rightarrow l^2 = \frac{144}{2} = 72 \Rightarrow l = \sqrt{72} = 8{,}49 \text{ cm}$$

El lado del cuadrado mide 8,49 cm.

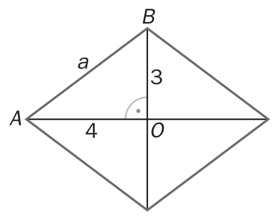
13.45 **Las diagonales de un rombo miden 6 y 8 centímetros, respectivamente. Halla la longitud del lado.**

El triángulo *AOB* del rombo es un triángulo rectángulo.

Los lados *AO* y *OB* son la mitad de las diagonales.

Utilizando el teorema de Pitágoras en el triángulo *AOB* se obtiene el lado del rombo.

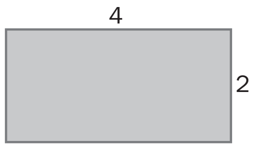
$a^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow a^2 = 9 + 16 \Rightarrow a = \sqrt{25} = 5$ cm



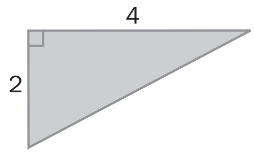
Área de figuras planas

13.46 **Calcula el área de las siguientes figuras, cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.**

a)



b)



a) $A = b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8$ cm^2

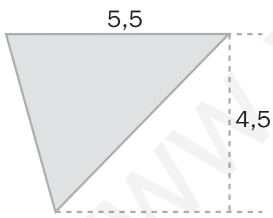
b) $A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{4 \cdot 2}{2} = 4$ cm^2

13.47 **Halla el área de estas figuras.**
a) Un cuadrado de lado 6 decímetros.
b) Un romboide de 5 centímetros de base y 3 centímetros de altura.

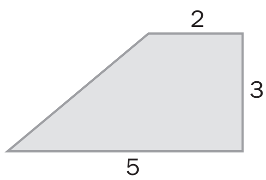
a) $A = l^2 \quad \Rightarrow \quad A = 6^2 \quad \Rightarrow \quad A = 36$ dm^2
b) $A = b \cdot h \quad \Rightarrow \quad A = 5 \cdot 3 \quad \Rightarrow \quad A = 15$ cm^2

13.48 **¿Cuál es el área de las siguientes figuras cuyas medidas vienen expresadas en decímetros?**

a)



b)

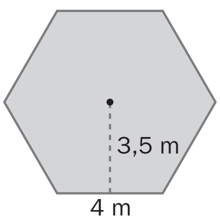


a) $A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{5{,}5 \cdot 4{,}5}{2} = 12{,}38$ dm^2

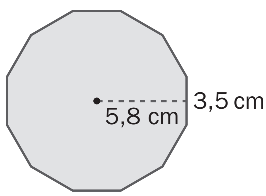
b) $A = \left(\dfrac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\dfrac{5 + 2}{2}\right) \cdot 3 = 10{,}5$ dm^2

13.49 **Halla el área de estos polígonos regulares.**

a)



b)

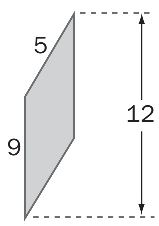


a) $A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{n \cdot l \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 4 \cdot 3{,}5}{2} = 42$ m^2

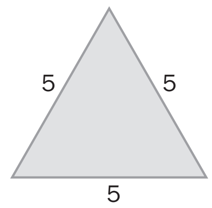
b) $A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{12 \cdot 3{,}5 \cdot 5{,}8}{2} = 121{,}8$ cm^2

13.50 Calcula el área de estas figuras; las medidas vienen dadas en centímetros.

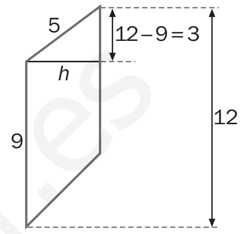
a)



b)



a) Para calcular el área es necesario hallar primero la altura. El romboide se descompone en un trapecio y un triángulo rectángulo del que conocemos la hipotenusa y un cateto. Utilizando el teorema de Pitágoras:



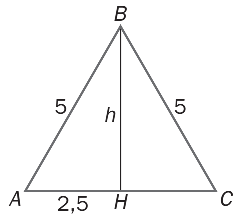
$5^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow h = \sqrt{16} = 4$ cm

El área es: $A = b \cdot h = 9 \cdot 4 = 36$ cm^2

b) Hay que hallar la altura del triángulo. Se observa en la figura que:

La altura h es BH, cateto del triángulo AHB.

AH es la mitad de la base. Utilizando el teorema de Pitágoras:

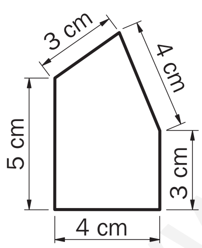


$5^2 = 2{,}5^2 + h^2 \Rightarrow 25 - 6{,}25 = h^2 \Rightarrow h = \sqrt{18{,}75} = 4{,}33$ cm

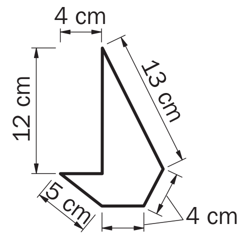
El área del triángulo es: $A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{5 \cdot 4{,}33}{2} = 10{,}83$ cm^2

13.51 Determina el área por triangulación.

a)



b)



a) Dibujando la diagonal de arriba a abajo se obtienen dos triángulos rectángulos:

$A_{T_1} = \dfrac{2 \cdot 4}{2} = 4$ cm^2 $\qquad A_{T_2} = \dfrac{3 \cdot 3{,}32}{2} = 4{,}98$ cm^2

El área de la figura es:

$A = A_{T_1} + A_{T_2} = 4 + 4{,}98$ cm$^2 = 8{,}99$ cm^2

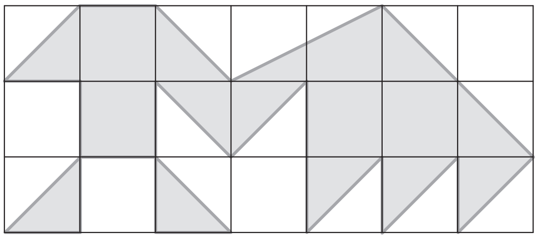
b) Al dibujar la diagonal horizontal, resultan dos triángulos rectángulos:

$A_{T_1} = \dfrac{7{,}49 \cdot 4}{2} = 14{,}98$ cm^2 $\qquad A_{T_2} = \dfrac{6 \cdot 6}{2} = 18$ cm^2

El área de la figura es:

$A = A_{T_1} + A_{T_2} = 4 + 4{,}98$ cm$^2 = 8{,}99$ cm^2

13.52 Calcula el área por cuadriculación.



El área es de 10,5 unidades cuadradas.

Área del círculo y de figuras circulares

13.53 Calcula el área de un círculo, sabiendo que su diámetro mide 8 centímetros.

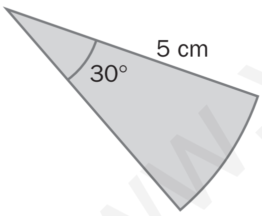
El área mide: $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50{,}24$ cm

13.54 ¿Cuál es el área de una corona circular cuyo radio mayor mide 8,2 centímetros y cuyo radio menor mide 5 centímetros?

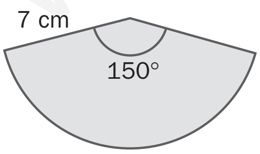
$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (8{,}2^2 - 5^2) = \pi \cdot 42{,}24 = 132{,}63 \text{ cm}^2$

13.55 Halla el área de estos sectores circulares.

a)



b)



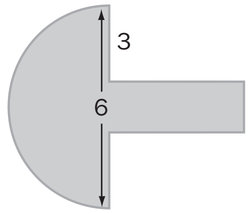
a) $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 30°}{360°} = 6{,}54 \text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \dfrac{\pi \cdot 7^2 \cdot 150°}{360°} = 64{,}11 \text{ cm}^2$

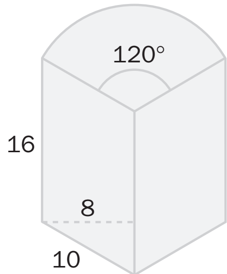
Composición y descomposición de figuras

13.56 **Calcula el área de las siguientes figuras.**

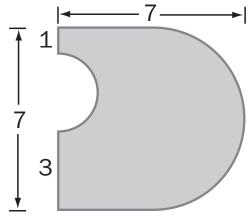
a)



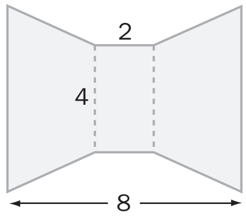
c)



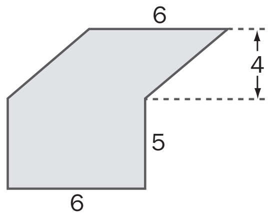
e)



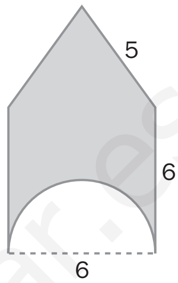
b)



d)



f)

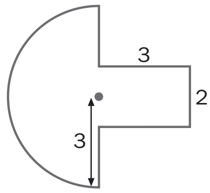


a) La figura se puede descomponer en un rectángulo y un semicírculo.

$A_{\text{semicírculo}} = \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} = \dfrac{\pi \cdot 3^2}{2} = 14{,}13 \text{ cm}^2$

$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^2$

$A_{\text{figura}} = 14{,}13 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 20{,}13 \text{ cm}^2$

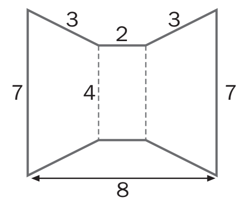


b) La figura se puede descomponer en un rectángulo y dos trapecios iguales.

$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$

$A_{\text{trapecio}} = \left(\dfrac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\dfrac{7 + 4}{2}\right) \cdot 3 = 16{,}5 \text{ cm}^2$

$A_{\text{figura}} = 8 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 16{,}5 \text{ cm}^2 = 41 \text{ cm}^2$



c) La figura se descompone en dos romboides y un sector circular.

$A_{\text{romboide}} = 16 \cdot 8 = 128 \text{ cm}^2$

$A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \dfrac{\pi \cdot 10^2 \cdot 120°}{360°} = 104{,}67 \text{ cm}^2$

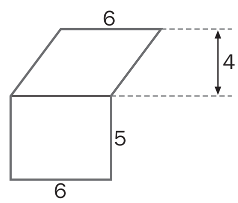
$A_{\text{figura}} = 2 \cdot A_{\text{romboide}} + A_{\text{sector circular}} = 2 \cdot 128 \text{ cm}^2 + 104{,}67 = 360{,}67 \text{ cm}^2$

d) La figura se puede descomponer en un rectángulo y un romboide.

$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^2$

$A_{\text{romboide}} = b \cdot h = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$

$A_{\text{figura}} = 30 \text{ cm}^2 + 24 \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$



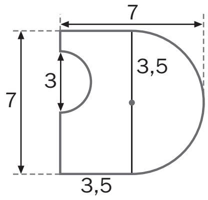
e) La figura se puede descomponer en un semicírculo y un rectángulo menos un semicírculo.

$A_{\text{semicírculo}} = \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} = \dfrac{\pi \cdot 3{,}5^2}{2} = 19{,}23 \text{ cm}^2$

$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 7 \cdot 3{,}5 = 24{,}5 \text{ cm}^2$

$A_{\text{semicírculo}} = \dfrac{\pi \cdot r^2}{2} = \dfrac{\pi \cdot 1{,}5^2}{2} = 3{,}53 \text{ cm}^2$

$A_{\text{figura}} = 19{,}23 \text{ cm}^2 + (24{,}5 \text{ cm}^2 - 3{,}53 \text{ cm}^2) = 40{,}2 \text{ cm}^2$

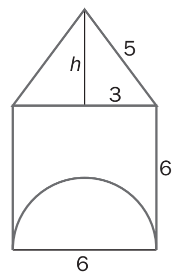


f) La figura está formada por un triángulo isósceles y un cuadrado al que se le ha quitado un semicírculo.
Utilizamos el teorema de Pitágoras para hallar la altura del triángulo.

$5^2 = 3^2 + h^2 \Rightarrow 25 - 9 = h^2 \;\Rightarrow\; h = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

$A_{\text{triángulo}} = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$

$A_{\text{cuadrado}} = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$



13.57 **Iván quiere enmarcar una acuarela que le ha regalado una amiga. El cuadro tiene 32,5 centímetros de largo y 24 centímetros de ancho. Si el metro del marco que ha elegido cuesta 15 euros, ¿cuánto le costará enmarcar la acuarela?**

Se debe calcular la longitud del marco, que es el perímetro de un rectángulo.

$p = 2 \cdot 32{,}5 + 2 \cdot 24 = 113 \text{ cm} = 1{,}13 \text{ m}$

El marco costará: $15 \cdot 1{,}13 = 16{,}95$ €.

13.58 **Un albañil apoya una escalera de 5 metros contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 2 metros del muro. Calcula la altura a la que se encuentra la parte superior de la escalera.**

Utilizando el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo que forma la escalera con el muro y el suelo:

$5^2 = 2^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 25 - 4 = 21 \Rightarrow h = \sqrt{21} = 4{,}58 \text{ m}$

La parte superior de la escalera se encuentra a una altura de 4,58 metros.

13.59 **Un carpintero construye marcos rectangulares de madera para ventanas. Para que no se deformen, clava un travesaño en diagonal. Una de las ventanas mide 1,2 metros de base y 2 metros de altura. El carpintero ha cortado un travesaño de 3 metros. ¿Ha hecho lo correcto?**

El travesaño es la diagonal de un rectángulo. Por tanto, para que sea correcto, se debe cumplir el teorema de Pitágoras:

$3^2 = 1{,}2^2 + 2^2 \Rightarrow 9 \neq 1{,}44 + 4$

Como la igualdad no es cierta, el travesaño que ha cortado no es de la longitud correcta.

13.60 **Para celebrar el "Día de las Matemáticas", Andrea y sus compañeros están haciendo figuras planas y las están rodeando de cintas de colores. Ella tiene que hacer un octógono y decorarlo con 50 centímetros de cinta roja. ¿Cuánto debe medir el lado del octógono?**

Como la cinta debe rodear el octógono, el perímetro de este debe coincidir con los centímetros de cinta que tiene.

Entonces, $50 = 8 \cdot l$, siendo l el lado del octógono.

El lado debe medir: $l = \frac{50}{8} = 6{,}25$ cm.

13.61 **El padre de Carlos ha comprado dos alfombrillas para el ratón del ordenador. Una es cuadrada de 19,5 centímetros de lado, y la otra, circular de 11 centímetros de radio. Carlos cree que es mejor la circular porque ocupa mayor superficie, pero su padre opina que es mejor la cuadrada. ¿Cuál de los dos tiene razón?**

$A_{\text{cuadrada}} = l^2 = 19{,}52 = 380{,}25 \text{ cm}^2$

$A_{\text{circular}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 11^2 = 379{,}94 \text{ cm}^2$

Aunque la diferencia es mínima, tiene razón el padre de Carlos.

13.62 **Un solar cuadrado mide 1600 metros cuadrados. ¿Cuántos metros mide su lado?**

Como $A = l^2 \Rightarrow 1\,600 = l^2$

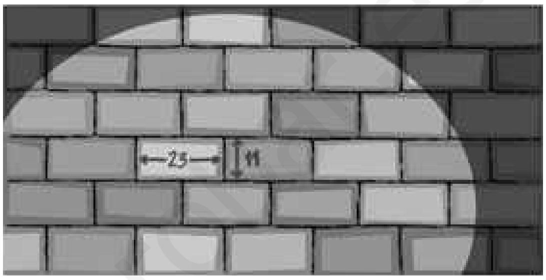
Por tanto, cada lado mide: $l = \sqrt{1\,600} = 40$ m

13.63 **La superficie de un rectángulo mide 20 metros cuadrados, y el ancho, 10 metros. ¿Cuánto mide el largo?**

Como $A = b \cdot h \Rightarrow 20 = b \cdot 10$

El largo mide: $b = \frac{20}{10} = 2$ m

13.64 **Calcula el área de esta pared de ladrillos, sabiendo que las medidas vienen dadas en centímetros.**



El número total de ladrillos que forman la pared son 36.

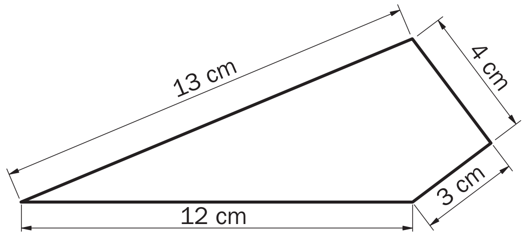
$A_{ladrillo} = b \cdot h = 23 \cdot 11 = 253$ cm^2

$A_{total} = 36 \cdot 253 = 9\,108$ cm^2

El área de la pared es de 9108 cm^2.

13.65 **Julia ha construido una casita de muñecas con unos trozos de madera que ha encontrado. El diseño de la casa no es regular por la forma que tenía la madera.**

Ahora la va a decorar y en el suelo pondrá un papel adhesivo que parece parquet. ¿Cuántos centímetros cuadrados necesita para el suelo del dormitorio si su forma es la del dibujo?



Trazando la diagonal de arriba a abajo el cuadrilátero queda dividido en dos triángulos rectángulos.

$A_{T_1} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$ cm^2 $\qquad$ $A_{T_2} = \frac{7{,}07 \cdot 7{,}07}{2} = 25$ cm^2

El área de la figura es: $A = A_{T_1} + A_{T_2} = 24 + 25$ cm$^2 = 49$ cm^2

Necesita 49 cm^2 de papel adhesivo para el dormitorio.

13.66 **Una fuente circular tiene alrededor un seto. Determina el área del seto si la fuente tiene 4 metros de diámetro, y el seto, 1,45 metros de ancho.**

El área del seto es el de una corona circular.

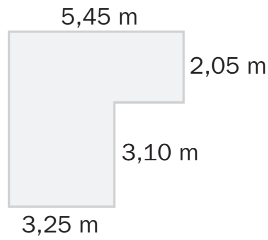
El radio del círculo menor es: $r = \frac{4}{2} = 2$ m

El radio del círculo mayor es: $R = r + 1{,}45 = 3{,}45$ m

$A_{seto} = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (3{,}45^2 - 2^2) = 24{,}81$ m^2

El área del seto mide 24,81 m^2.

13.67 ¿Cuántas baldosas de 30 centímetros de lado se necesitan para solar un salón como el de la figura?



El salón se puede descomponer en dos rectángulos.

$A_{\text{rectángulo 1}} = b \cdot h = 3{,}25 \cdot 3{,}10 = 10{,}075 \text{ m}^2$

$A_{\text{rectángulo 2}} = b \cdot h = 5{,}45 \cdot 2{,}05 = 11{,}1725 \text{ m}^2$

$A_{\text{salón}} = 10{,}075 + 11{,}725 = 21{,}2475 \text{ m}^2 = 212\,475 \text{ cm}^2$

$A_{\text{baldosa}} = l^2 = 30^2 = 900 \text{ cm}^2$

Número de baldosas: $212\,475 : 900 = 236{,}08$

El número de baldosas que se necesitan aproximadamente para el salón es de 236.

REFUERZO

Teorema de Pitágoras. Cálculo de distancias

13.68 ¿Son rectángulos los triángulos cuyos lados, en centímetros tienen estas medidas?
a) 4, 5 y 8
b) 0,5; 12 y 13

a) Para que el triángulo sea rectángulo, debe cumplir el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$
$4^2 + 5^2 = 41 \neq 64 = 8^2 \Rightarrow$ No se verifica el teorema de Pitágoras; por tanto, no es rectángulo.
b) $12^2 + 0{,}5^2 = 144{,}25 \neq 169 = 13^2 \Rightarrow$ No se verifica el teorema de Pitágoras; por tanto, no es rectángulo.

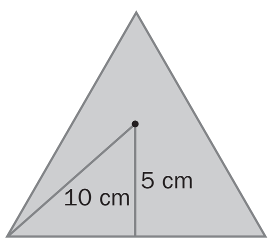
13.69 Halla la diagonal de un cuadrado, sabiendo que el lado mide 8,6 centímetros.

La diagonal forma con los lados un triángulo rectángulo. Utilizando el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 8{,}6^2 + 8{,}6^2 \quad \Rightarrow \quad d^2 = 147{,}92 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{147{,}92} = 12{,}16 \text{ cm}$$

La diagonal del cuadrado mide 12,16 cm.

13.70 Con los datos de la figura, calcula el lado del triángulo equilátero.

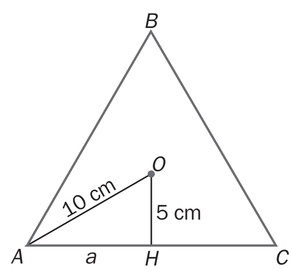


El triángulo *ABC* es equilátero; por tanto, el lado $AC = 2AM = 2a$.

Como el triángulo *AOM* es rectángulo, se aplica el teorema de Pitágoras.

$10^2 = a^2 + 5^2 \Rightarrow a^2 = 100 - 25 = 75 \Rightarrow a = \sqrt{75} = 8{,}66 \text{ cm}$

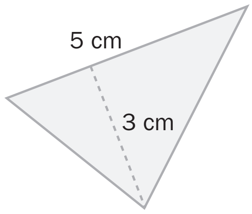
El lado del triángulo es: $2 \cdot 8{,}66 = 17{,}32$ cm.



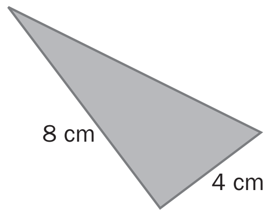
Áreas de figuras planas

13.71 **Calcula el área de estos triángulos.**

a)



b)

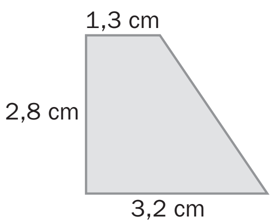


a) $A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{5 \cdot 3}{2} = 7{,}5 \text{ cm}^2$

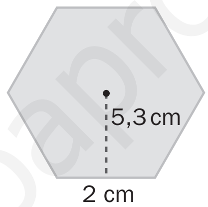
b) $A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ cm}^2$

13.72 **Halla el área de las siguientes figuras planas.**

a)



b)



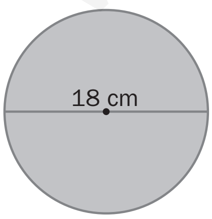
a) $A = \left(\dfrac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\dfrac{3{,}2 + 1{,}3}{2}\right) \cdot 2{,}8 = 6{,}3 \text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{n \cdot l \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 2 \cdot 5{,}3}{2} = 31{,}8 \text{ cm}^2$

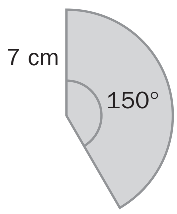
Área del círculo y de figuras circulares

13.73 **Calcula el área de estas figuras circulares.**

a)



b)



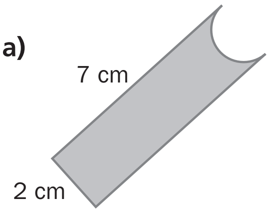
a) $r = \dfrac{d}{2} = 9 \text{ cm} \Rightarrow A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 9^2 = 254{,}34 \text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \dfrac{\pi \cdot 7^2 \cdot 150°}{360°} = 64{,}11 \text{ cm}^2$

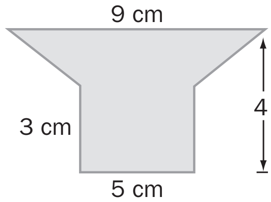
Composición y descomposición de figuras

13.74 Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



b)



a) La figura se descompone en un rectángulo menos un semicírculo.

$$A_{\text{figura}} = A_{\text{rectángulo}} - A_{\text{semicírculo}} = b \cdot h - \frac{\pi \cdot r^2}{2} = 7 \cdot 2 - \frac{\pi \cdot 1^2}{2} = 14 \text{ cm}^2 - 1{,}57 \text{ cm}^2 = 12{,}43 \text{ cm}^2$$

El área de la figura es de 12,43 cm^2.

b) La figura es el resultado de unir un rectángulo y un trapecio isósceles.

$$A_{\text{figura}} = A_{\text{rectángulo}} + A_{\text{trapecio}} = b \cdot h + \left(\frac{B + h}{2}\right) \cdot h = 5 \cdot 3 + \left(\frac{9 + 5}{2}\right) \cdot 1 = 15 \text{ cm}^2 + 7 \text{ cm}^2 = 22 \text{ cm}^2$$

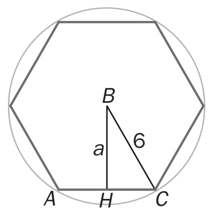
El área de la figura es de 22 cm^2.

AMPLIACIÓN

13.75 Calcula la apotema del hexágono regular cuyo lado mide 6 centímetros.

El radio de la circunferencia coincide con el lado del hexágono.

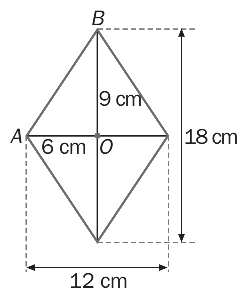
Se observa en la figura que la apotema, junto con uno de los radios *BC* y la mitad de otro lado, *HC*, forma un triángulo rectángulo, del que la apotema es un cateto. Aplicando el teorema de Pitágoras:



$$6^2 = 3^2 + a^2 \Rightarrow 36 - 9 = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{27} = 5{,}20 \text{ cm}$$

13.76 ¿Cuántos centímetros de alambre se necesitan para construir un rombo si sus diagonales miden 18 y 12 centímetros, respectivamente?

Se calcula el lado del rombo que junto con la mitad de las diagonales forma un triángulo rectángulo, *AOB*, en el que el lado *AB* es la hipotenusa.



Utilizando el teorema de Pitágoras:

$$l^2 = 9^2 + 6^2 = 81 + 36 = 117 \quad \Rightarrow \quad l = \sqrt{117} = 10{,}82 \text{ cm}$$

El perímetro del rombo es: $p = 4 \cdot l = 4 \cdot 10{,}82 = 43{,}28$ cm.

Se necesitan 43,28 cm de alambre.

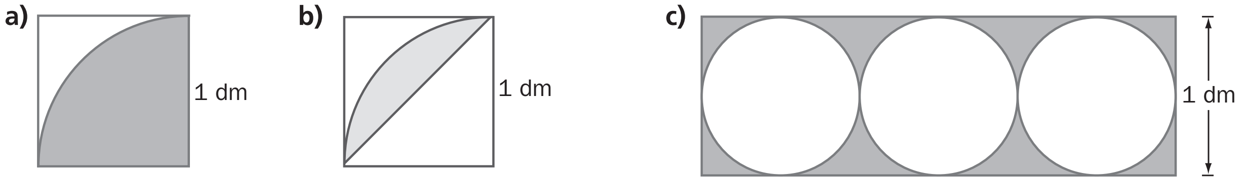
13.77 Halla el lado del cuadrado, sabiendo que su área es igual a la de un círculo de 1 metro de radio.

$$A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1^2 = 3{,}14 \text{ m}^2$$

Como $A_{\text{cuadrado}} = A_{\text{círculo}} \Rightarrow A_{\text{cuadrado}} = l^2 = 3{,}14 \Rightarrow l = \sqrt{3{,}14} = 1{,}77$ m

El lado del cuadrado mide 1,77 m.

13.78 Calcula el área de las superficies coloreadas y exprésala en centímetros cuadrados.



a) La superficie es un sector circular de 90° de ángulo y 1 dm = 10 cm de radio.

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 90°}{360°} = 78{,}50 \text{ cm}^2$$

El área de la superficie coloreada es de 78,50 cm².

b) Esta figura resulta de restar al sector circular del apartado a) un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 1 dm = 10 cm.

$$A = A_{\text{sector circular}} - A_{\text{triángulo}} = 78{,}50 - \frac{b \cdot h}{2} = 78{,}50 - \frac{10 \cdot 10}{2} = 28{,}50 \text{ cm}^2$$

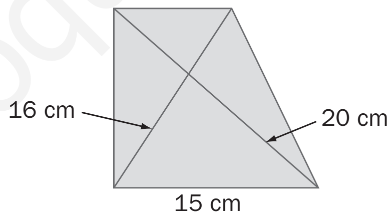
El área de la superficie coloreada es de 28,50 cm².

c) La figura está formada por un rectángulo de base 3 dm = 30 cm y altura 1 dm = 10 cm al que se le han quitado tres círculos de diámetro 1 dm = 10 cm.

Su área es: $A_{\text{figura}} = A_{\text{rectángulo}} - 3 \cdot A_{\text{círculo}} = b \cdot h - 3 \cdot \pi \cdot r^2 = 30 \cdot 10 - 3 \cdot \pi \cdot 5^2 = 64{,}5 \text{ cm}^2$

El área de la superficie coloreada es de 64,5 cm².

13.79 Averigua la medida de los lados de esta figura.

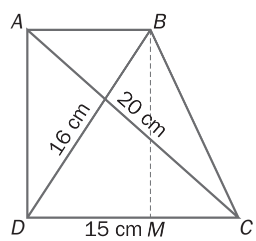


El triángulo ADC es rectángulo.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$AD^2 = 20^2 - 15^2 = 175 \Rightarrow AD = \sqrt{175} = 13{,}23 \text{ cm}$$

El triángulo ABD es rectángulo. Aplicando el teorema de Pitágoras:



$$AB^2 = 16^2 - 13{,}23^2 = 80{,}96 \Rightarrow AB = \sqrt{80{,}96} = 8{,}99 \text{ cm}$$

Si M es el punto de corte de la altura del trapecio, $BM = AD$, el triángulo BMC es rectángulo. Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$BC^2 = BM^2 + MC^2 = AD^2 + MC^2$$

$$BC^2 = 13{,}23^2 + (15 - 8{,}99)^2 = 175{,}03 + 36{,}12 = 211{,}15$$

$$BC = \sqrt{211{,}15} = 14{,}53 \text{ cm}$$

Los lados de la figura miden 13,23, 8,99 y 14,53 cm.

13.80 **Una cancha de baloncesto es rectangular, de 26 metros de largo y 14 metros de ancho.**
a) Calcula la base y la altura de un triángulo acutángulo de la misma superficie.
b) Si la cancha fuera circular y tuviera la misma superficie, ¿cuál sería su radio?

a) $A_{\text{rectángulo}} = A_{\text{triángulo}} \Rightarrow b \cdot h = \dfrac{b \cdot h}{2}$

Puede haber dos soluciones.

La base del triángulo es el doble que la del rectángulo, y las alturas son iguales. Entonces, la base del triángulo mide 52 m, y la altura, 14 m.

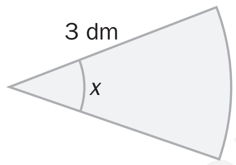
Pero también puede ser que las bases sean iguales y la altura del triángulo sea el doble que la del rectángulo. Entonces, la base mide 26 m, y la altura, 28 m.

b) $A_{\text{rectángulo}} = A_{\text{círculo}}$

$b \cdot h = \pi \cdot r^2 \Rightarrow 26 \cdot 14 = \pi \cdot r^2 \Rightarrow \pi \cdot r^2 = 364 \Rightarrow r^2 = \dfrac{364}{3{,}14} = 115{,}92$

El radio sería: $r = \sqrt{115{,}92} = 10{,}77$ m.

13.81 **Determina la medida del ángulo, *x*, del siguiente sector circular, sabiendo que su área es 3,14 decímetros cuadrados.**

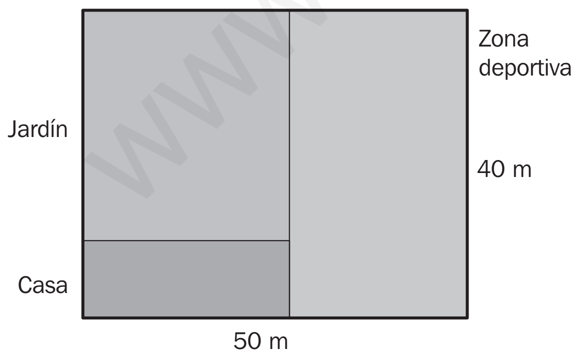


$A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} \Rightarrow 3{,}14 = \dfrac{\pi \cdot 3^2 \cdot x°}{360°} \Rightarrow x° = \dfrac{3{,}14 \cdot 360°}{\pi \cdot 3^2} = 40°$

El ángulo del sector circular mide 40°.

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

13.82 **Reparto de parcelas**



Lola ha comprado una parcela de 40 × 50 metros cuadrados que quiere dividir en tres zonas como muestra la figura: 275 metros cuadrados para la casa, 825 metros cuadrados para el jardín, y el resto para la zona deportiva.

Calcula las dimensiones que ha de tener cada zona.

La extensión de la zona deportiva será: $40 \cdot 50 - 275 - 825 = 900$ m²

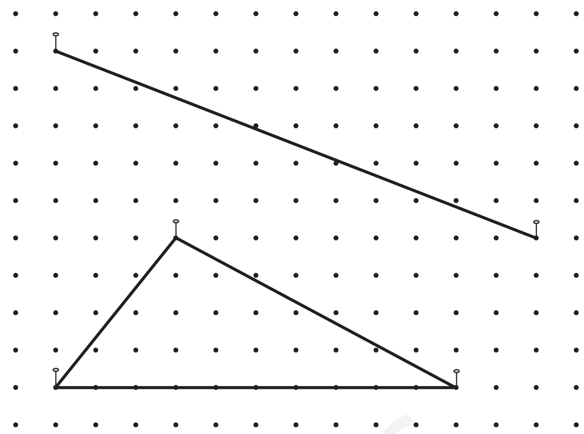
El ancho de la zona deportiva deberá ser: $\dfrac{900}{40} = 22{,}5$ m

El largo de la zona de la casa deberá ser: $\dfrac{275}{50 - 22{,}5} = 10$ m

El largo del jardín deberá ser: $40 - 10 = 30$ m

13.83 En el geoplano

En una trama realizada con un tablero y clavos hemos colocado una cuerda que mide 52 centímetros. Calcula la distancia entre dos puntos consecutivos de la trama y el área del triángulo construido en ella.



Aplicando el teorema de Pitágoras y tomando como unidad la distancia entre dos puntos de la trama:

$L = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$. Por tanto, 13 unidades se corresponden con 52 cm; es decir, cada unidad equivale a 4 cm

La base del triángulo mide 10 unidades es decir 40 cm

La altura del triángulo mide 4 unidades es decir 16 cm

El área del triángulo será: $S = \dfrac{40 \cdot 16}{2} = 320 \text{ cm}^2$

AUTOEVALUACIÓN

13.A1 Un cateto de un triángulo rectángulo mide 5 centímetros, y la hipotenusa, 8 centímetros. ¿Cuánto mide el otro cateto?

Utilizando el teorema de Pitágoras:

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 8^2 = 5^2 + c^2 \quad \Rightarrow \quad 64 - 25 = c^2 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{39} = 6{,}24$ cm

El otro cateto mide 6,24 cm.

13.A2 El perímetro de un decágono regular es 18 metros. ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

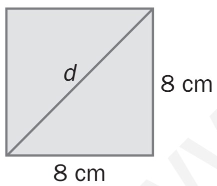
El perímetro es: $p = 10 \cdot l \Rightarrow 18 = 10 \cdot l$

Entonces, cada lado mide: $l = \dfrac{18}{10} = 1{,}8$ m

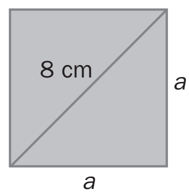
Cada lado del decágono mide 1,8 m.

13.A3 Determina los valores indicados con letras en las siguientes figuras.

a)



b)

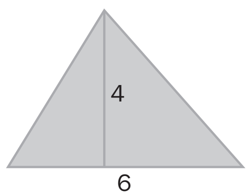


a) Utilizando el teorema de Pitágoras: $d^2 = 8^2 + 8^2 \Rightarrow d^2 = 128 \Rightarrow d = \sqrt{128} = 11{,}31$ cm

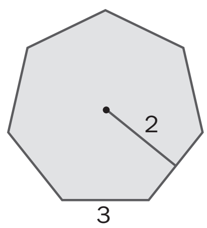
b) Utilizando el teorema de Pitágoras: $8^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow 64 = 2 \cdot a^2 \Rightarrow a^2 = \dfrac{64}{2} = 32 \Rightarrow a = \sqrt{32} = 5{,}66$ cm

13.A4 Calcula el área de estas figuras planas cuyas medidas vienen dadas en centímetros.

a)



b)



a) $A = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$

b) $A = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{n \cdot l \cdot a}{2} = \dfrac{7 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 21 \text{ cm}^2$

13.A5 ¿Qué longitud debe tener una escalera para que alcance la altura de 10 metros, si su base se apoya a 3 metros de la pared?

La escalera forma con el muro y el suelo un triángulo rectángulo en el que ella es la hipotenusa.

Utilizando el teorema de Pitágoras: $e^2 = 3^2 + 10^2 \Rightarrow e^2 = 109 \Rightarrow e = \sqrt{109} = 10{,}44$ m.

La escalera debe tener una longitud de 10,44 m.

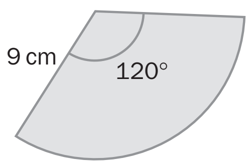
13.A6 Halla el área de una corona circular de 8,2 centímetros de radio mayor y 5 centímetros de radio menor.

$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) = \pi \cdot (8{,}2^2 - 5^2) = \pi \cdot 42{,}24 = 132{,}63\ \text{cm}^2$

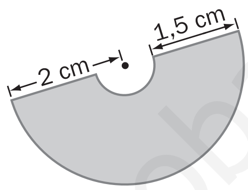
El área de la corona mide 132,63 cm^2.

13.A7 Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



b)



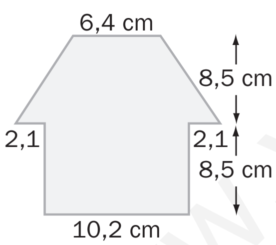
a) $A_{\text{sector circular}} = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot n°}{360°} = \dfrac{\pi \cdot 9^2 \cdot 120°}{360°} = 84{,}78\ \text{cm}^2$

b) La figura es la mitad de una corona circular de radio mayor 2 cm y radio menor $2 - 1{,}5 = 0{,}5$ cm.

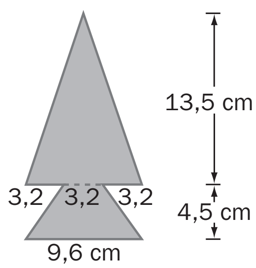
$A = \dfrac{\pi \cdot (R^2 - r^2)}{2} = \dfrac{\pi \cdot (2^2 - 0{,}5^2)}{2} = \dfrac{\pi \cdot 3{,}75}{2} = 5{,}89\ \text{cm}^2$

13.A8 Averigua el área de estas figuras.

a)



b)



a) La figura está formada por un rectángulo y un trapecio isósceles.

$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 10{,}2 \cdot 8{,}5 = 86{,}7\ \text{cm}^2$

$A_{\text{trapecio}} = \left(\dfrac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\dfrac{(2{,}1 + 10{,}2 + 2{,}1) + 6{,}4}{2}\right) \cdot 8{,}5 = 10{,}4 \cdot 8{,}5 = 88{,}4\ \text{cm}^2$

El área de la figura es: $A = A_{\text{rectángulo}} + A_{\text{trapecio}} = 86{,}7 + 88{,}4 = 175{,}10\ \text{cm}^2$

b) Esta figura está formada por un trapecio isósceles y un triángulo.

$A_{\text{trapecio}} = \left(\dfrac{B + b}{2}\right) \cdot h = \left(\dfrac{9{,}6 + 3{,}2}{2}\right) \cdot 4{,}5 = 28{,}8\ \text{cm}^2$

$A_{\text{triángulo}} = \dfrac{b \cdot a}{2} = \dfrac{9{,}6 \cdot 13{,}5}{2} = 64{,}8\ \text{cm}^2$

El área de la figura es: $A = A_{\text{trapecio}} + A_{\text{triángulo}} = 28{,}8 + 64{,}8 = 93{,}6\ \text{cm}^2$

Jugando con las matemáticas

DESCOMPONIENDO FIGURAS

Divide esta figura en otras cuatro que tengan la misma forma.