

Potencias y Raíces

Propiedades de las potencias

Producto

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$$

Cociente

$$a^b : a^c = a^{b-c}$$

$$a^c : b^c = (a : b)^c$$

Potencia

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

Exponente Negativo

$$a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad a^{-\frac{b}{c}} = \frac{1}{\sqrt[c]{a^b}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-c} = \left(\frac{b}{a}\right)^c$$

Propiedades de las Raíces

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

1.- Calcula Aplicando las Propiedades de las potencias:

- a) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3$ b) $5^7 : 5^3$ c) $(5^3)^4$
d) $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4$ e) $(3^4)^4$ f) $[(5^3)^4]^2$
g) $(8^2)^3$ h) $(9^3)^2$ i) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$
j) $2^7 : 2^6$ k) $(2^2)^4$ l) $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4$
m) $(2^5)^4$ n) $[(2^3)^4]^0$ ñ) $(27^2)^5$

a)3⁸; b)5⁴; c)5¹²; d)30⁴; e)3¹⁶; f)5²⁴; g)2¹⁸; h)3¹²; i)2¹⁰; j)2; k)2⁸; l)24⁴; m)2²⁰; n)1; ñ)3³⁰

2.- Calcula, teniendo cuidado con los signos:

- a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$ b) $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$
c) $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^4$ d) $2^2 : 2^3$
e) $2^{-2} : 2^3$ f) $2^2 : 2^{-3}$
g) $2^{-2} \cdot 2^{-3}$ h) $(-2)^3 \cdot (+2)^7$

Sol: a) (-2)⁹; b) (-2)⁵; c) 2⁻¹=1/2; d) 2⁻¹; e) 2⁻⁵; f) 2⁵; g) 2; h) (-2)¹⁰

3.- ¿Qué signo tienen las potencias siguientes?

- a) 6³ b) (-3)¹² c) 3²¹ d) (-3)²¹
e) (-2)⁴ f) 5³² g) (-3)⁵ h) 4⁵¹
i) 3³⁵ j) (-1)¹⁷ k) 3⁻³ l) (-2)⁻³

4.- Calcula las siguientes potencias:

- a) 3⁴ b) (-1)³ c) (-2)³ d) 2⁵
e) (-2)⁴ f) -2² g) (-3)³ h) 5²

Sol: a) 81; b) -1; c) -8; d) 32; e) 16; f) -4; g) -27; h) 25

5.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia:

- a) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3)^3$ b) $(3^2 \cdot 5^3)^3$ c) $(5^3 \cdot 2^2 \cdot 4^3)^2$

Sol: a) 2¹²·3⁶·5⁹; b) 3⁶·5⁹; c) 5⁶·2¹⁶

6.- Reduce a una única potencia:

- a) $x^4 \cdot x^6$ b) $m^3 \cdot m^4$ c) $m^8 : m^6$
d) $x^7 : x^6$ e) $(-4)^7 : (4^2)^2$ f) $(m^4)^3$
g) $(a^{10} : a^6)^2$ h) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$ i) $(x^2)^5$
j) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$ k) $(5^2 \cdot 5^4) : 5^3$ l) $(2^4)^3 : 2^7$
m) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$ n) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

Sol: a) x¹⁰; b) m⁷; c) m²; d) x; e) -4³; f) m¹²; g) a⁸; h) x⁷; i) x¹⁰; j) x³; k) 5³; l) 2⁵; m) 5⁴; n) -3³

7.- Reduce a una única potencia:

a) $(a^2 \cdot a^3 \cdot a)^3 \cdot (a^2 \cdot a^3 \cdot a^0)$ b) $2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$ c) $3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$

Sol: a) a²³; b) 2²; c) 3⁶

8.- Calcula:

- a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$ b) $[(-2^6) \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$
c) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$ d) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

Sol: a) 5²; b) 2³; c) 7; d) 3⁴

9.- Opera y calcula:

- a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$ b) $(-12)^7 : [(-3^5 \cdot 4^5)]$
c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$ d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$
e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$ f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

Sol: a) 10²; b) 12²; c) 18; d) -20³; e) 2³; f) -5

10.- Reduce a una única potencia:

- a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$ b) $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$
c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$ d) $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$

Sol: a) 10³; b) 2²; c) 6; d) 3⁴

11.- Calcula, si es posible, las siguientes raíces:

- a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{8^2}$ c) $\sqrt{-49}$ d) $\sqrt{15^2}$
e) $\sqrt{169}$ f) $\sqrt{-225}$ g) $\sqrt{2500}$ h) $\sqrt{50^2}$
i) $\sqrt{-x^2}$ j) $\sqrt{x^2}$ k) $\sqrt{(-144)^2}$ l) $\sqrt{a^4}$
m) $\sqrt{(-2)^2}$ n) $\sqrt{-a^4}$ ñ) $\sqrt{(-a)^4}$ o) $\sqrt{m^6}$
p) $\sqrt{-81}$ q) $\sqrt{(-m)^6}$ r) $\sqrt{-a^4}$ s) $\sqrt{-m^6}$

Sol: a) 7; b) 8; c) No; d) 15; e) 13; f) No; g) 50; h) 50; i) No; j) x; k) -144; l) a²; m) 2; n) no; ñ) a²; o) m³; p) no; q) m³; r) no; s) no

12.- Calcula si existen estas raíces:

- a) $\sqrt[3]{1}$ b) $\sqrt[3]{-1}$ c) $\sqrt[3]{64}$
d) $\sqrt[4]{625}$ e) $\sqrt[4]{-625}$ f) $\sqrt[4]{10.000}$

Sol: a) 1; b) -1; c) 4; d) 5; e) No; f) 10

13.- Calcula las siguientes raíces exactas:

- a) $\sqrt{0,04}$ b) $\sqrt{0,49}$ c) $\sqrt{0,81}$
d) $\sqrt{0,0001}$ e) $\sqrt{0,0121}$ f) $\sqrt{0,1225}$

Sol: a) 0,2; b) 0,7; c) 0,9; d) 0,01; e) 0,11; f) 0,35

14.- Expresa en forma de potencia y calcula:

a) $\sqrt[3]{a^{12}}$ b) $\sqrt[5]{m^{10}}$ c) $\sqrt{x^{10}}$

Sol: a) a⁴; b) m²; c) x⁵

15.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}$ b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$ c) $\frac{2^{-5} \cdot 4^3}{16}$ d) $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 4^{-1}}{2^3 \cdot 9^{-1}}$

Sol: a) 72; b) 5/2; c) 1/8; d) 81

16.- Simplifica:

a) $\frac{1}{a} : \frac{1}{a^2}$ b) $a : \frac{1}{a}$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \frac{a^3}{b^2}$ d) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} \cdot (a^{-1})^{-2}$ e) $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-2}$

Sol: a) a; b) a²; c) b²/a; d) b³/a; e) a·b²

17.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{5^2 \cdot (-5^2)^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 5^{-5} \cdot (5^2)^2}$ b) $\frac{2^{-1} \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2}{2^7}$ c) $\frac{3^2 \cdot (3^2)^3}{3^3}$ d) $\frac{7^{-3} \cdot 7^{-1} \cdot 7^4}{(7^5 \cdot 7)^2}$

Sol: a) 5; b) 2³; c) 2²²; d) 7⁻¹²