

LOS ÁNGULOS Y SUS MEDIDAS

Introducimos un nuevo sistema de numeración, el sistema sexagesimal (sexagésimo - 60).

Partiendo de los conocimientos de la medida de los ángulos y, especialmente, de las unidades de tiempo: hora, minuto y segundo; explicaremos un nuevo sistema de contar y de medir.

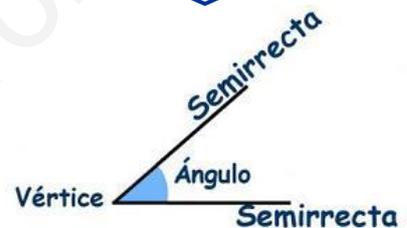
Además, el conocer las equivalencias y convertir las unidades de tiempo en situaciones cotidianas nos ayudarán a la valoración del tiempo en nuestra vida diaria y a la resolución de los problemas en situaciones reales.

1.. LOS ÁNGULOS Y SUS ELEMENTOS.

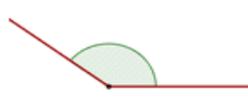
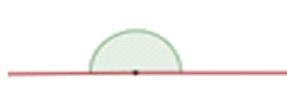
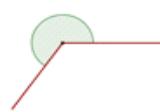
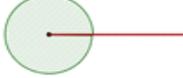
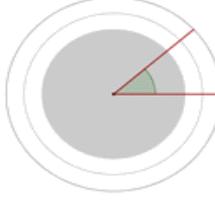
Ángulo: Es la región del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen un mismo origen.



Elementos de un ángulo



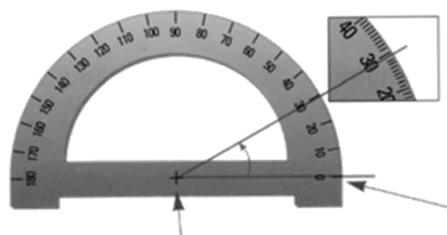
2.. CLASES DE ÁNGULOS.

Agudo < 90°	Recto = 90°	Obtuso > 90°	
			
Convexo < 180°	Llano = 180°	Cóncavo > 180°	
			
Nulo = 0°	Completo = 360°		
			
Negativo < 0°	Mayor de 360°		
			

ÁNGULOS {

- NULO (exactamente 0°)
- CONVEXOS {
 - AGUDOS(entre 0 y 90°)
 - RECTO (exactamente 90°)
 - OBTUSOS(entre 90 y 180°)
- LLANO (exactamente 180°)
- CONCAVOS(ENTRE 180 Y 360°)
- COMPLETOS (exactamente 360°)

3.. MEDICIÓN DE ÁNGULOS.



Haz coincidir el vértice del ángulo con el centro del transportador.

Alinea un lado del ángulo con el cero.

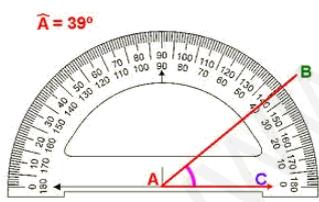
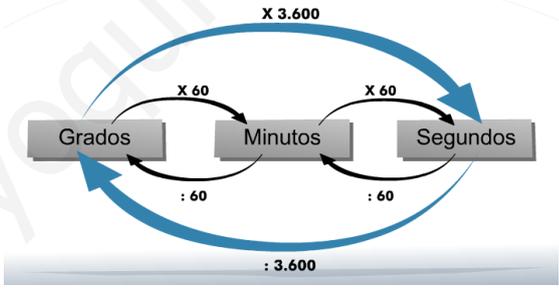
Para medir o dibujar ángulos, utilizamos el transportador y expresamos su medida en grados.

A veces, necesitamos expresar una medida con mayor precisión; entonces, utilizamos dos unidades menores que el grado: el minuto y el segundo.

$1 \text{ grado} = 60 \text{ minutos}$	$1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos}$
$1^\circ = 60'$	$1' = 60''$

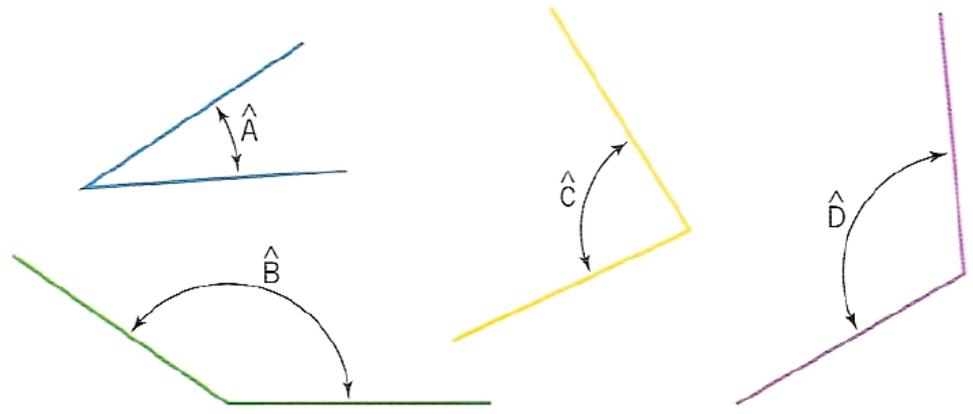
Ejemplo: El ángulo \hat{P} $65^\circ 42' 18''$ está entre 65° y 66°

El grado, el minuto y el segundo forman un sistema sexagesimal: cada unidad es 60 veces mayor que la unidad inmediatamente inferior.



T9A01. Mide y dibuja en tu cuaderno los siguientes ángulos.

Después clasificalos.



T9A02. Dibuja, con ayuda del transportador, los ángulos que tienen las siguientes amplitudes:

A= 20°

B= 45°

C= 52°

D= 76°

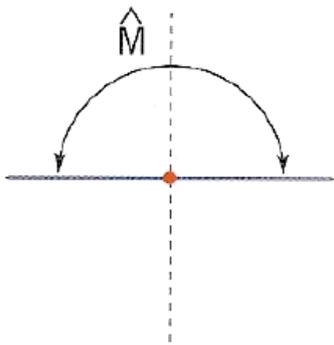
E= 110°

F=135°

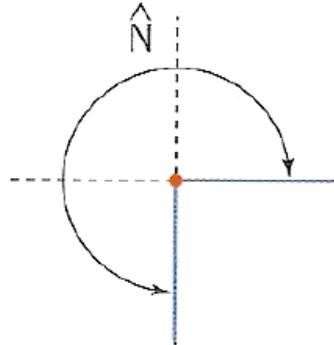
G=160°

H=180°

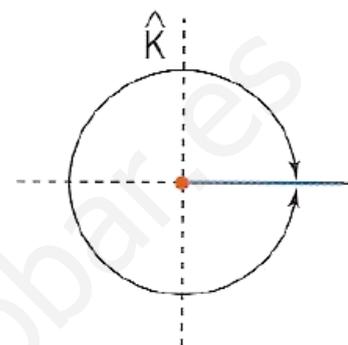
T9A03. Teniendo en cuenta que el ángulo recto mide 90°, calcula las medidas de estos ángulos:



Ángulo llano



Ángulo de tres cuadrantes



Ángulo completo

T9A04. Completa estas igualdades:

A. 60'' = _____ '

B. 2.400' = _____ °

C. 480° = _____ ''

D. 55° = _____ ''

E. 20° = _____ '

F. 3000'' = _____ '

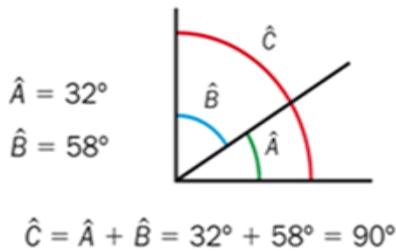
4.. TIPOS DE ÁNGULOS.



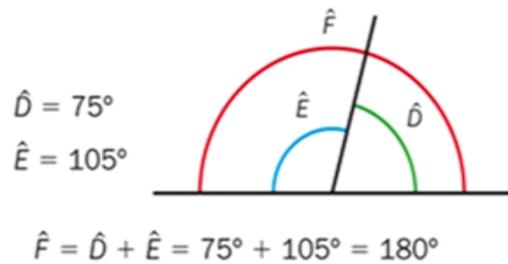
Los ángulos, según el vértice y los lados, pueden ser:

- Dos **ángulos son complementarios** cuando su suma es un ángulo recto (90°).
- Dos **ángulos son suplementarios** cuando su suma es un ángulo llano (180°).

Observa en cada caso cuánto mide el ángulo suma.

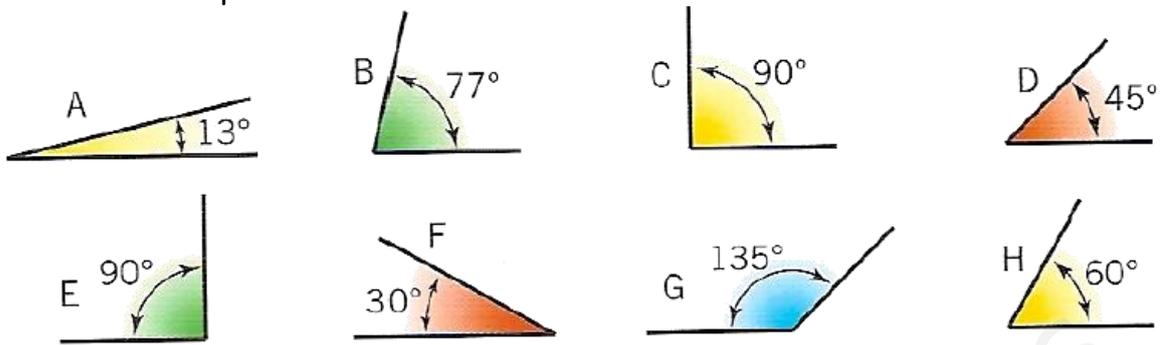


El ángulo suma \hat{C} es un ángulo recto.
 \hat{A} y \hat{B} son ángulos complementarios.

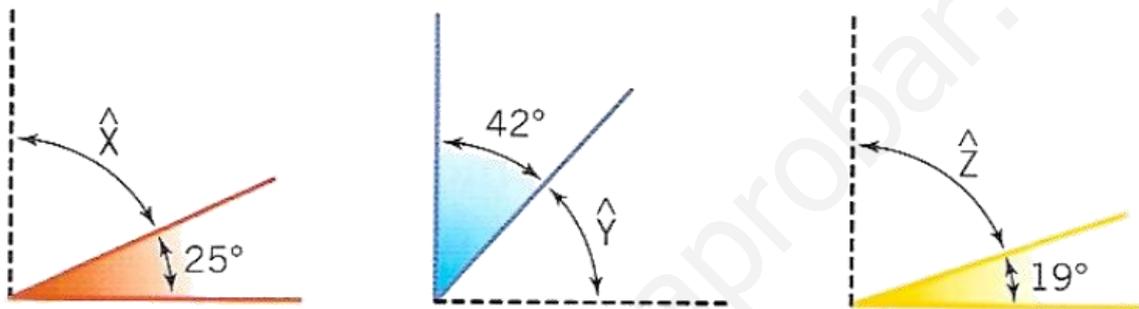


El ángulo suma \hat{F} es un ángulo llano.
 \hat{D} y \hat{E} son ángulos suplementarios.

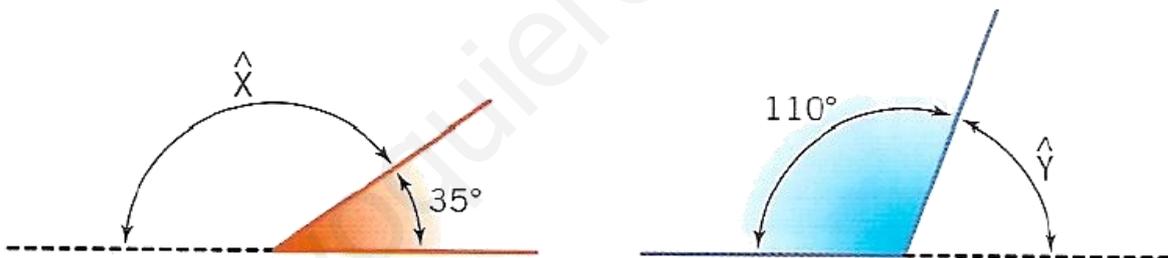
T9A05. Encuentra, entre estos ángulos, dos parejas de complementarios y otras dos de suplementarios.



T9A06. Calcula la medida del ángulo complementario en cada:



T9A07. Calcula la medida de los ángulos suplementarios a estos:



T9A08. Copia, calcula y completa:

ángulo	complementario	suplementario
$A = 16^\circ$		164°
$B = 59^\circ$		
$C = \quad^\circ$	45°	

T9A09. Dibuja un triángulo rectángulo que tenga de base 80 milímetros y de altura 0,5 decímetros. Nombra y mide los ángulos interiores.

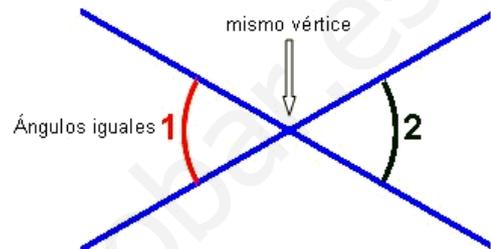
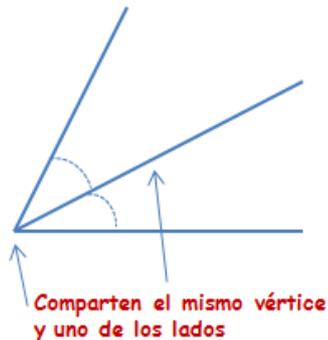
T9A10. Dibuja dos ángulos cualesquiera entre 10° y 170° , y después indica el complementario y el suplementario de cada uno. Comenta el resultado obtenido

T9A11. Escribe "verdadero" o "falso":

- a) Los ángulos complementarios suman 90°
- b) Los ángulos consecutivos son complementarios
- c) Los ángulos adyacentes son suplementarios

Los ángulos, según el resultado de su suma, pueden ser:

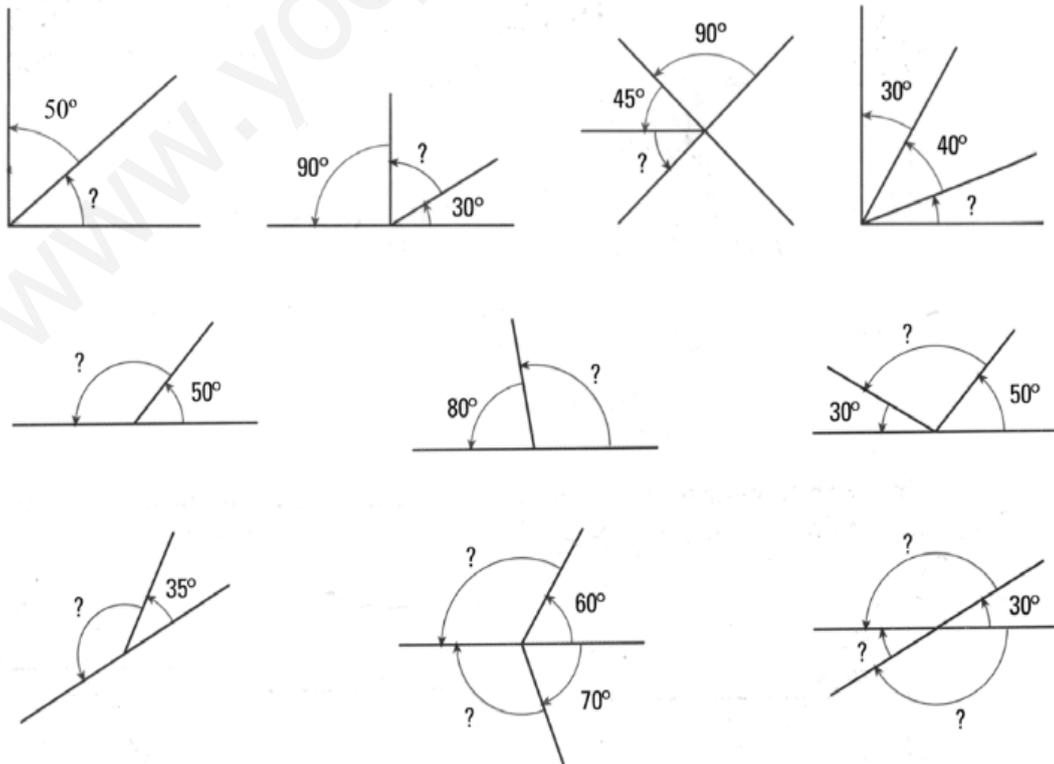
- **Dos ángulos son consecutivos** si comparten un mismo lado y un mismo vértice. La medida del ángulo que forman es la suma de los dos ángulos.
- **Dos ángulos son opuestos por el vértice** si comparten ese vértice y los lados de uno son prolongación de los del otro.



T9A12. Indica qué ángulos son complementarios y cuáles suplementarios. Después puedes dibujarlos utilizando transportador y escuadra:

a) 14° y 76°	b) 79° y 11°	c) 174° y 6°	d) 10° y 80°
----------------------------	----------------------------	----------------------------	----------------------------

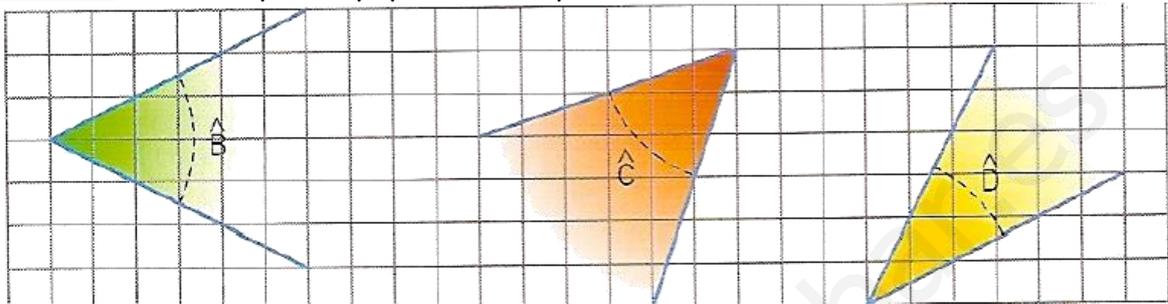
T9A13. Sin usar el transportador averigua el valor de todos los ángulos que hay. Después dibuja en tu cuaderno los siguientes los ángulos y señala cuáles son consecutivos y cuales opuestos por el vértice.



Recuerda lo trabajado en quinto curso:

- La **bisectriz** de un ángulo es la recta que pasa por su vértice y lo divide en dos ángulos iguales.
- La **mediatriz** de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio.

T9A014. Mide, copia en papel Din A4 y traza las bisectrices



T9A15. Dibuja en una hoja DIN A4 dos segmentos, AB de 0,08 metros y CD de 95 milímetros. Después traza la mediatriz de cada segmento.

T9A16. Escribe "verdadero" o "falso":

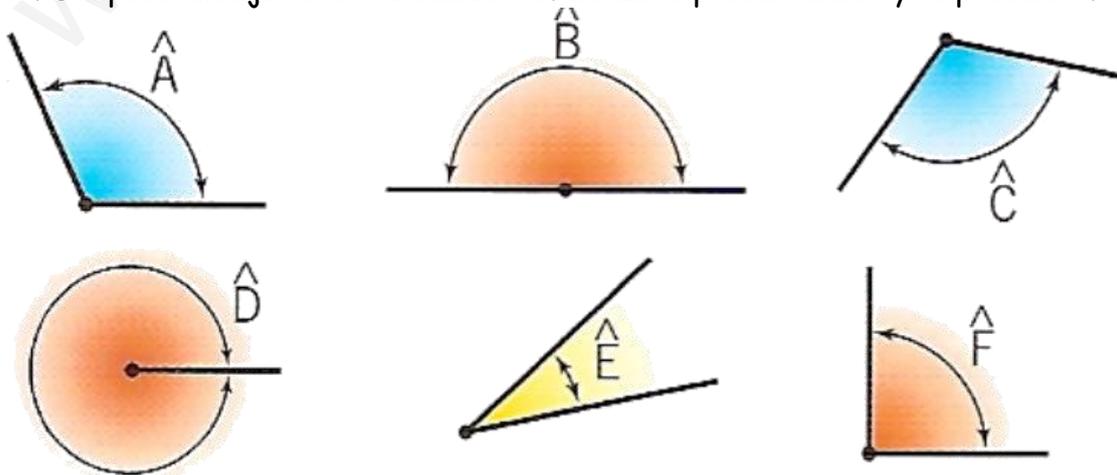
- Dado un ángulo cualquiera podemos dividirlo en cuatro partes iguales mediante el trazado de bisectrices.
- Para dividir un segmento dado en tres partes iguales no podemos utilizar el método de la mediatriz.
- Dos ángulos complementarios, al sumarlos obtenemos un ángulo obtuso.

T9A17. La distancia desde uno de los extremos de un segmento a su mediatriz es de 2,5 cm. ¿Cuál es la longitud del segmento?

T9A18. Dibuja un ángulo de 40° y otro de 130° . Traza sus bisectrices

T9A19. Dibuja un segmento de 6 cm y otro de 10 cm, y traza sus mediatrices

T9A20. Nombra estos ángulos según su abertura y mídelos con el transportador. Después dibújalos en tu cuaderno. Cuida la presentación y la precisión.



5.. SISTEMA SEXAGESIMAL.

Sexagésimo hace referencia a cada una de las 60 partes en las que se puede dividir un total.

En el sistema sexagesimal, 60 unidades de un orden forman una unidad de orden superior. Este sistema sirve para medir los ángulos y tiempo.

La unidad fundamental para medir ángulos es el grado. El grado sexagesimal es la nonagésima (1/90) parte de un ángulo recto.

Para medir ángulos con precisión se utilizan unidades menores que el grado: el minuto y el segundo.

$$1 \text{ grado} = 60 \text{ minutos } (1^\circ = 60) \text{ y } 1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos } (1' = 60'')$$

La medida de los ángulos pueden expresarse de:

- forma incompleja: 127.048 segundos
- o en forma compleja: 35 grados 17 minutos 28 segundos

Expresión incompleja	Expresión compleja
127.048"	35° 17' 28"

Vamos a ver cómo pasamos de forma incompleja a forma compleja.

Dividimos los segundos entre 60 para transformarlos en minutos

$$127.048 : 60 = 2.117' \text{ (resto=28'')}$$

Ahora dividimos los 2117 minutos entre 60 para transformarlos en grados

$$2.117' : 60 = 35^\circ \text{ (resto= 17')}$$

$$\text{Luego } 127.048'' = 35^\circ 17' 28''$$

Vamos a ver cómo pasamos de forma compleja a forma incompleja.

Multiplicamos los grados por 60 para transformarlos en minutos

$$35^\circ 17' 28''$$

$$35^\circ * 60 = 2100' \text{ minutos}$$

$$\text{Entonces } 2100' + 17' = 2.117'$$

Ahora pasamos los minutos a segundos

$$2.117' * 60 =$$

$$\text{Luego } 35^\circ 17' = 28'' \text{ } 127.048''$$

T9A21. Pasar a minutos las siguientes medidas de ángulos

- a) $7^\circ = 7 * 60 = 420'$
b) $35^\circ =$
c) $19^\circ =$

- d) $34^\circ 12' = (34 * 60) + 12' = 2040 + 12' = 2052'$
e) $42^\circ 54' =$
f) $21^\circ 21' =$

T9A22. Pasa a segundos las siguientes medidas de ángulos.

- a) $12' = 12 * 60 = 720'$
b) $38' =$
c) $19^\circ =$

- d) $5^\circ =$
e) $4^\circ 54' =$
f) $2^\circ 21' =$

T9A23. Pasa a segundos las siguientes medidas de ángulos.

- a) $4^\circ 35' 17'' = 4 \times 60 \times 60 + 35 \times 60 + 17 = 14.400 + 2.100 + 17 =$
- b) $6^\circ 9' 52'' =$
- c) $18^\circ 20' 41'' =$
- d) $22^\circ 35' 19'' =$

T9A24. Pasa a minutos las siguientes medidas de ángulos.

- a) $180'' = 180 : 60 =$
- b) $720'' =$
- c) $300'' =$
- d) $960'' =$

T9A25. Expresa en grados, minutos y segundos.

- a) $24.983'' = 6^\circ 56' 23''$.Observa cómo lo hemos realizado:



- b) $35.470'' =$
- c) $51.092'' =$
- d) $73.268'' =$

6.. SUMAS Y RESTA DE ÁNGULOS.

Para sumar datos de medida de ángulos, primero colocamos los sumandos haciendo coincidir grados, minutos y segundos, después sumamos. Si los segundos sobrepasan 60, los transformamos en minutos; si los minutos sobrepasan 60, los transformamos en grados.

$$\begin{array}{r}
 35^\circ 48' 12'' \\
 + 45^\circ 39' 23'' \\
 \hline
 80^\circ 87' 35'' \\
 + 1^\circ 60' \\
 \hline
 81^\circ 27'
 \end{array}$$

60, los transformamos en grados.

Al realizar esta suma vemos que los minutos sobrepasan los 60 por lo que a los 87' les restamos 60', es decir el equivalente a 1° que posteriormente lo sumamos a los 80°.

Resultado: **81° 27' 35''**

En el caso de que los minutos hubieran sobrepasado los 120' restaríamos esta cantidad que equivale a 2° para luego sumarlos a los grados.

Para restar datos de medida de ángulos, primero colocamos el minuendo y el sustraendo haciendo coincidir grados, minutos y segundos, después restamos. Si en alguna columna el minuendo es menor que el sustraendo, hacemos transformaciones para que la resta sea posible.

$$\begin{array}{r}
 52^{\circ} \ 45' \ 87'' \\
 - 37^{\circ} \ 12' \ 45'' \\
 \hline
 15^{\circ} \ 33' \ 42''
 \end{array}$$

Ejemplo: $52^{\circ} \ 46' \ 27'' - 37^{\circ} \ 12' \ 45''$

En esta resta comprobamos que a $27''$ no le podemos quitar $45''$ así que de los $46'$ del minuendo cogemos uno y lo transformamos en $60''$ que se los sumamos a los $27''$ iniciales ($27''+60''=87''$) quedando la resta de esta manera ($52^{\circ} \ 45' \ 87'' - 37^{\circ} \ 12' \ 45''$) que si se puede realizar.

T9A26. Realiza las siguientes operaciones con ángulos:

- a) $52^{\circ} \ 26' \ 12'' + 3^{\circ} \ 57' \ 34'' =$
- b) $44' \ 56'' + 3^{\circ} \ 5' \ 54'' =$
- c) $23^{\circ} \ 42' \ 39'' + 20^{\circ} \ 30' \ 50'' =$
- d) $147^{\circ} \ 25' \ 12'' - 22^{\circ} \ 11' \ 40'' =$
- e) $21^{\circ} \ 3' \ 26'' - 1^{\circ} \ 43' \ 11'' =$
- f) $25^{\circ} \ 14'' - 7' \ 10'' =$

T9A27. Calcula cuánto mide el ángulo complementario y el suplementario de $\hat{\alpha}=16^{\circ} \ 11' \ 23''$

Son muchas las unidades de tiempo que se pueden utilizar. Vamos a distinguir entre periodos de tiempo con duración hasta 1 día y periodos mayores.

1. - Periodos hasta un día

- El **día** tiene 24 horas; 1 **hora** (h) tiene 60 **minutos** (min); 1 cuarto de hora: 15 minutos; media hora: 30 minutos; 3 cuartos de hora: 45 minutos; 1 minuto tiene 60 **segundos** (s).

2. - Periodos superiores al día

Para periodos superiores al día se utilizan las siguientes unidades de medida:

- 1 **semana** son 7 días; 1 **quincena** son 15 días; 1 **mes** son 30 / 31 días (febrero tiene 28 días, y cada 4 años tiene 29 días); 1 **año** tiene 12 meses/ 365 días (cada 4 años tiene un día más en febrero, con lo que son 366 días; se le llama **año bisiesto**).
- El año también se conforma de 4 **trimestres** (cada trimestre son 3 meses)
- 1 **lustro** son 5 años; 1 **década** son 10 años; 1 **siglo** son 100 años; **milenio** son 1000 años

[Visita esta web](#) para repasar las horas digitales y analógicas

T9A28.

- a) ¿Cuántos minutos son 7 horas? 7×60
- b) ¿Cuántos segundos son 3 horas?
- c) ¿Cuántos segundos son 22 minutos?

Sol.:420 minutos
Sol.:10.800 segundos
Sol.: 1.320 segundos

T9A29. Clicka [aquí](#) y accede a más actividades ya resultas.

REPASO DE LOS CONTENIDOS CON ACTIVIDADES Y PROBLEMAS DE LA VIDA COTIDIANA.

Actividades para practicar



T9A30. Calcular los minutos que hay en tres días y medio.

T9A31. [Calcular](#) los días, horas, minutos y segundos que hay en 35×10^5

T9A32. ¿Cuánto son 3 h 45 min 55 s más 5 h 32 min 50 s ? Sol.: 9 h 18 min 55 s

T9A33. ¿Cuántas horas son 1.400 segundos? Sol.: 0,39 horas

T9A34. Si una bomba extrae de un pozo 16 litros de agua por minuto, ¿cuánto tardará en llenar un depósito de 2.400 litros?

T9A35. Una prueba ciclista consiste en dar 12 vueltas a un circuito de 15,8 km de longitud. Si un corredor ya ha dado tres vueltas y media, ¿qué distancia le queda por recorrer?

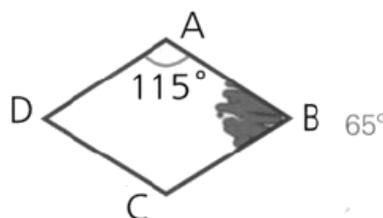
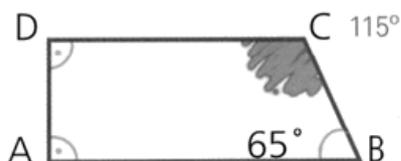
T9A36. Para hacer un lazo, se necesitan 40 centímetros de cinta. ¿Cuántos lazos se pueden hacer con un rollo de 12 metros de cinta?

T9A37. Maza ha pagado 48,6€ por tres cintas de música y dos CD. Si cada cinta cuesta 7,80€, ¿cuánto cuesta cada CD?

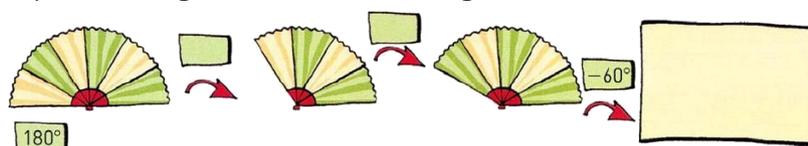
T9A38. Andrés entra en la carnicería con 30€ y compra 1,850 kilos de filetes a 12 euros el kilo. ¿Cuánto le sobra?

T9A39. Un mayorista compra 3.700 kg de patatas por 1.800€. Las envasa en bolsas de 4 kg y las vende a 2,80€ la bolsa. ¿Qué ganancia obtiene?

T9A40. Calcula en valor de todos los ángulos interiores de estos cuadriláteros. ¿Sabrías calcular cada ángulo interior?



T9A41. Completa la siguiente serie de ángulos:



T9A41. Trabajamos la atención haciendo unos laberintos

T9A42. Expresa en segundos.

- a) 3 h y 45 min
- b) un cuarto de hora
- c) 2 h y 20 min
- d) 1 h y 23 min

T9A43. Calcula los segundos que hay en:

- a) 3 h 19 min 26 s
- b) 4 h 58 min 40 s
- c) 1 h 42 min 33 s
- d) 59 min 59 s

T9A44. Expresa en horas, minutos y segundos.

- a) 2.300 s
- b) 6.400 s
- c) 4.042 s
- d) 16.579 s

T9A45. Un grifo llena dos botellas de 1 litro de capacidad en un minuto.

- a) ¿Cuántas botellas se pueden llenar en 20 minutos?
- b) ¿Y en tres cuartos de hora?

T9A46. Resuelve.

- a) ¿Cuántos minutos hay en un día? ¿Y cuántas horas hay en una semana?

T9A47. Un ciclista ha empleado, en las dos etapas de contrarreloj, los siguientes tiempos.

- 1.ª etapa: 2 horas, 41 minutos y 44 segundos.
 - 2.ª etapa: 1 hora, 20 minutos y 18 segundos.
- ¿Cuánto tiempo ha empleado en total?

T9A48. Elena utiliza un bono telefónico para hablar con su hijo Andrés, que está en Inglaterra. Hablan a diario 25 minutos y 30 segundos. ¿Cuánto tiempo habla por teléfono Elena de lunes a viernes? Explica cómo lo has resuelto.

T9A49. Por 50 cristales que en total costaban 1.350 €, a una persona le han cobrado sólo 1.275 €. ¿Cuánto le han descontado en cada cristal?

T9A50. Juan ha comprado 5 sacos de harina de 36,2 kg. cada uno y otros 7 sacos de 42,5 kg cada uno. ¿Cuántas bolsas de kilo y medio podrá llenar con toda la harina?

T9A51. Si triplico el número 4.789 y le sumo los $\frac{2}{5}$ del número 79.865, ¿cuál será el número que resulte?

T9A52. ¿Cuántas horas hay en los $\frac{2}{3}$ de un mes de 30 días?

T9A53. Un avión pueden transportar 26.568 kg.; la tercera parte se destina a mercancía y equipaje, y el resto a pasajeros. ¿Cuántas personas podrán viajar en él, si el peso medio por persona es 72 kg.?