Unidad 1

Números y operaciones

La unidad de medida de la memoria de un computador corresponde a la cantidad de bytes que tenga capacidad de almacenar. La unidad más pequeña que existe es el bit, y 8 bits equivalen a 1 byte. A partir de estos datos se obtienen las siguientes equivalencias:

1 kilobyte (Kb) equivale a 1.024 bytes
1 megabyte (Mb) equivale a 1.024 Kb
1 gigabyte (Gb) equivale a 1.024 Mb
1 terabyte (Tb) equivale a 1.024 Gb

Presentación multimedia

Planificaciones

En esta unidad aprenderás a:

- Resolver ejercicios y problemas utilizando las cuatro operaciones.
- Utilizar la calculadora en diversas situaciones con números superiores al 10.000.
- Determinar los múltiplos y los factores de un número.
- Identificar números primos y números compuestos.
- Descomponer números utilizando la descomposición en factores primos.
- Determinar el mínimo común múltiplo (mcm) entre distintos números.
- Comprender el concepto de potencia de base natural y exponente natural.
- Representar un número utilizando la descomposición aditiva en potencias de base 10.
- Abordar de manera flexible y creativa soluciones de diferentes problemas matemáticos.

¿Qué sabes?

A partir de la información anterior, responde.

1. Un archivo tiene un tamaño de 120 Mb. Al utilizar un programa para comprimir archivos, este queda con un tamaño de 98 Mb. Remarca la opción que representa la diferencia entre el tamaño inicial y el que se obtiene al comprimir dicho archivo.

12 Mb　　22 Mb　　32 Mb

2. Se necesita saber la cantidad de bytes que tiene un archivo de un tamaño de 10 Kb. Marca con un ✔ la expresión que permite realizar dicho cálculo; y con una ✖, las que no.

☐ 1.024 + 10　　☐ 1.024 • 10　　☐ 1.024 – 10　　☐ 1.024 : 10

3. Encierra la equivalencia correcta.

- 3 Kb equivale a 3 Mb
- 4 bits equivale a 1.024 Mb
- 2 Tb equivale a 2.048 Gb

4. Calcula a cuántos megabytes equivalen 500 gigabytes.

5. En informática se utilizan multiplicaciones iteradas del número 2 para realizar las equivalencias entre las distintas medidas de memoria. ¿Cuántas veces se debe multiplicar el número 2 para obtener el número 1.024 como resultado? Explica el procedimiento utilizado.

Explicación: _____

_____

_____

Adición y sustracción

Lee y responde

El río Copiapó tiene una longitud de 162.000 metros, mientras que el río Huasco tiene una longitud de 230.000 metros. ¿Cuál es la diferencia entre las longitudes de ambos ríos?

- Para calcular la longitud pedida, completa con la cantidad que corresponda.

Longitud río Huasco		Longitud río Copiapó		Longitud pedida
232.000	–	162.000	=	

- Comprueba tu resultado.

Longitud río Copiapó		Longitud pedida		Longitud río Huasco
162.000	+		=	232.000

- Remarca la operación que permite encontrar el sumando que falta en la adición anterior.

+ – • :

- La diferencia entre las longitudes de ambos ríos es de: _____.

Aprende

Una **sustracción** se puede utilizar para encontrar el sumando que falta en una **adición**. Además, permite comprobar si una adición se realizó correctamente.

Ejemplo: en una campaña solidaria se reúnen $ 1.210.547. Si los organizadores se han puesto como meta reunir $ 1.500.000, ¿cuánto dinero les falta para cumplirla?

1.500.000 ← Meta
– 1.210.547 ← Dinero reunido
289.453 ← Dinero que falta reunir

Por lo tanto, para cumplir la meta les falta reunir $ 289.453.

Practica

1. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones. Aplicar

a.
$$\begin{array}{r} 27.890.210 \\ +\ 2.145.210 \\ \hline \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 9.547.210 \\ -\ 8.952.330 \\ \hline \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 1.215.254.100 \\ +\ 2.689.210.980 \\ \hline \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 1.451.987.320 \\ -\ 1.120.184.216 \\ \hline \end{array}$$

2. Completa cada recuadro con el número que falta. Aplicar

a.
$$\begin{array}{r} 17.547.100 \\ -\ \square \\ \hline 2.254.100 \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} \square \\ +\ 210.254.124 \\ \hline 911.450.100 \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} \square \\ -\ 41.012.789 \\ \hline 14.110.890 \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 8.547.410.900 \\ -\ \square \\ \hline 1.100.000.900 \end{array}$$

3. Resuelve los siguientes problemas. Aplicar

a. Si en una sustracción, el sustraendo es 87.547.100 y la diferencia es 7.574.100, ¿cuál es el número que corresponde al minuendo?

b. La ciudad de Santiago de Chile fue fundada el 12 de febrero de 1541. Al 12 de febrero del año 2013, ¿cuántos años han transcurrido?

Recuerda que...

Los términos de una adición y sustracción son:

$$\begin{array}{rl} 25.210 & \blacktriangleright \text{ Sumando} \\ +\ 32.450 & \blacktriangleright \text{ Sumando} \\ \hline 57.660 & \blacktriangleright \text{ Suma} \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 47.854 & \blacktriangleright \text{ Minuendo} \\ -\ 12.325 & \blacktriangleright \text{ Sustraendo} \\ \hline 35.529 & \blacktriangleright \text{ Diferencia} \end{array}$$

4. Completa los cuadrados mágicos. La suma de cada fila, cada columna y cada diagonal es la misma y ningún número puede repetirse. Analizar

a.

11		
	8	
7		5

La suma es 24.

b.

16	2	3	13
	11	10	
9			
4		15	1

La suma es 34.

c.

17	24	1		15
23	5		14	
	6	13		
10		19	21	
11	18	25		9

La suma es 65.

Multiplicación

Observa y responde

El valor energético de los alimentos se mide en calorías. Cuando una persona ingiere más calorías de las que necesita, aumenta su masa corporal.
A continuación se muestra la cantidad de calorías que se reducen con la práctica del trote.

- Un hombre trota 1 hora diaria durante una semana. Completa con los números que faltan según esta condición.

Cantidad de horas de trote al día		Días de una semana de trote		Calorías reducidas en una hora		Total de calorías reducidas en una semana
☐	•	☐	•	☐	=	☐

- Calcula el total de calorías que reduce una mujer trotando 3 horas diarias durante cuatro días.

Aprende

Al resolver un problema utilizando una **multiplicación**, los datos numéricos involucrados se pueden relacionar con los términos de esta operación, para luego resolverla.

Los términos de una multiplicación son:

factores **producto**

a • b = **c**

Ejemplo: todos los días llegan 12 camiones que transportan ladrillos a una obra en construcción. Si cada camión transporta 1.100 ladrillos, ¿cuántos ladrillos llegan diariamente a la obra en construcción?

Ladrillos transportados por cada camión (factor) ← 1.100 • 12 → Cantidad de camiones cargados con ladrillos (factor)

2.200 → 1.100 • 2
+ 11.000 → 1.100 • 10
13.200

↓
Total de ladrillos (producto)

Por lo tanto, 13.200 ladrillos en total llegan cada día a la construcción.

Practica

1. Calcula el producto de las siguientes multiplicaciones. Aplicar

a. 3.290 • 20 =

b. 7.500 • 92 =

c. 21.200 • 135 =

2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. En una imprenta se imprimirán 3.550 libros de 230 páginas cada uno. ¿Cuántas páginas se imprimirán en total en la imprenta?

b. En un curso de 45 estudiantes realizan una campaña solidaria durante 5 días. Si cada estudiante aporta diariamente $ 1.250, ¿cuánto dinero reunirán en esos 5 días?

3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera y **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

a. ☐ El producto de 123 • 321 es igual al producto de 321 • 123.

Justificación: _____

b. ☐ Si en una multiplicación uno de los factores es 45 y su producto es 90, entonces el otro factor es 3.

Justificación: _____

c. ☐ El producto entre dos números es 135; entonces uno de sus factores es 15 y el otro factor es 7.

Justificación: _____

División

Lee y responde

Una empresa que está mejorando su logística necesita adquirir 12 vehículos del mismo modelo en una automotora. Si la cotización de menor costo asciende a $ 71.880.000 en total, ¿cuál será el precio de cada uno de los vehículos?

- Marca con un ✔ la afirmación en la que se relacionen correctamente los datos del problema con los términos de una división.

☐ El cociente es el precio que debe pagarse y el resto corresponde al total de vehículos comprados.

☐ El dividendo es el precio que debe pagarse y el divisor corresponde al total de vehículos comprados.

☐ El cociente es el precio que debe pagarse por un vehículo y el dividendo corresponde al total de vehículos comprados.

- Encierra la división que representa el cálculo del precio que se pagará por cada vehículo.

▸ 71.880.000 : 12 = 5.990.000
0

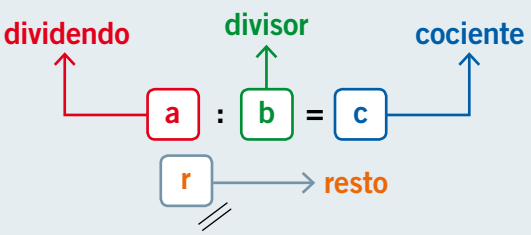
▸ 71.880.000 : 12 = 6.990.000
0

- El precio que se pagará por cada vehículo es de $ _____.

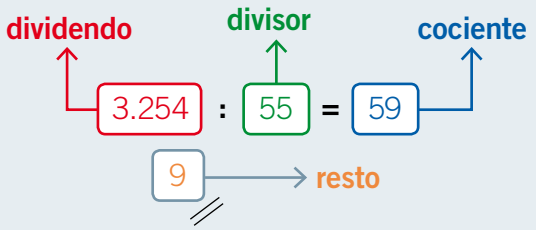
Aprende

Para resolver problemas que involucren una **división**, se pueden relacionar los datos entregados con los términos de esta operación y luego resolverla.

Los términos de una división son:



Ejemplo: en una empresa se empaquetarán 3.254 paquetes de galletas en cajas cuya capacidad máxima es de 55 paquetes cada una. ¿Cuántos paquetes sobrarán?



Al resolver la división, se puede inferir que el resto corresponde al total de paquetes de galletas que sobrarán.

Practica

1. Dados los términos de la división, escribe la expresión que los relaciona. Interpretar

a. Dividendo ▸ 45.342
Divisor ▸ 13
Cociente ▸ 3.487
Resto ▸ 11

b. Dividendo ▸ 237.100
Divisor ▸ 15
Cociente ▸ 15.806
Resto ▸ 10

c. Dividendo ▸ 8.245.500
Divisor ▸ 4
Cociente ▸ 2.061.375
Resto ▸ 0

2. Resuelve las siguientes divisiones. Aplicar

a. 540.200 : 5 =

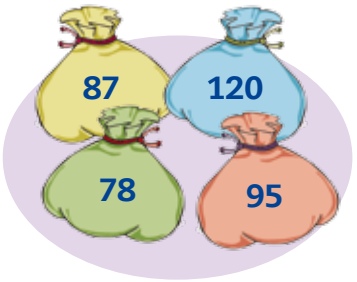
b. 2.100.900 : 10 =

c. 43.176 : 11 =

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Durante un año Ignacia ahorró $ 304.200. Si Ignacia ha ahorrado todos los meses la misma cantidad de dinero, ¿cuánto dinero ahorró mensualmente?

b. Mónica repartió una de las bolsas de chocolate que se muestran en la figura en un grupo en el que había entre 5 y 10 niños. Le dio 8 chocolates a cada uno y sobraron 6. Mónica comprobó que, si hubiese agregado 3 chocolates más a su bolsa, a cada niño le habrían correspondido 9 chocolates y no habría sobrado ninguno.



- ¿Qué bolsa de chocolate repartió?
- ¿Entre cuántos niños la repartió?

Operatoria combinada

Lee y responde

Además del valor fijo de $ 200 al comenzar el viaje, en un taxi se pagan $ 120 por cada 200 metros recorridos. Si Elena utiliza este medio de transporte para hacer un trayecto de 10.200 metros, ¿cuánto dinero pagará al finalizar el viaje?

- Remarca la operación que te permita calcular el monto que pagará Elena por la distancia recorrida.

200 + 120 • 10.200	200 + 120 • (10.200 : 200)	120 + 200 • (10.200 : 200)

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta y con una ✖, si es incorrecta.

☐ Elena pagará $ 10.200 por la distancia recorrida.

☐ Elena pagará $ 6.120 por la distancia recorrida.

☐ Elena pagará $ 6.320 por la distancia recorrida.

Aprende

Una expresión numérica que contiene más de una operación matemática (**+, –,** • o **:**) se conoce como **operación combinada**. Esta puede tener o no tener paréntesis.
Para calcular el resultado de cada expresión, es necesario considerar la prioridad en las operaciones.

Ejemplo: al resolver {[(52.321.210 : 5) + 45.218] : [361.680 – (36.167 • 10)]} + 982 se tiene:

{[(52.321.210 : 5) + 45.218] : [361.680 – (36.167 • 10)]} + 982

= {[10.464.242 + 45.218] : [361.680 – 361.670]} + 982

= {10.509.460 : 10} + 982

= 1.050.946 + 982

= 1.051.928

1º **Paréntesis** ( ), [ ], { } desde el más interno hasta el externo, de izquierda a derecha.

2º **Multiplicación y/o división**, de izquierda a derecha.

3º **Adición y/o sustracción**, de izquierda a derecha.

Practica

1. Calcula el valor de cada expresión. Aplicar

a. [(245.875 : 5) + 9.291] • 125 =

b. {1.252 : (154.210 – 154.206)} • 32 – 15 =

2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Una camioneta transporta 25 cajas de plátanos. En 12 de las cajas hay 50 plátanos y en las restantes hay 60 plátanos. ¿Cuántos plátanos hay en total?

b. De un barril con 300 litros de aceite se extrae la cantidad necesaria para llenar 4 envases de 5 litros cada uno y 28 botellas de 2 litros cada una. ¿Cuánto aceite queda en el barril?

c. Miguel y Mateo han realizado la misma operación, pero obtuvieron resultados distintos. ¿Qué procedimiento es correcto? Explica.

Miguel

$$21 + 3 \cdot 45 - 12 : 4$$
$$= 21 + 135 - 3$$
$$= 156 - 3$$
$$= 153$$

Mateo

$$21 + 3 \cdot 45 - 12 : 4$$
$$= 24 \cdot 33 : 4$$
$$= 792 : 4$$
$$= 198$$

Utilización de la calculadora

Lee y responde

Una empresa está realizando la instalación de líneas eléctricas en un condominio de 15 edificios, cada uno de 23 pisos. En cada piso utilizan 337 metros de cable y llevan una bobina con 10.000 metros para cada edificio. El encargado de supervisar la instalación eléctrica afirma que al terminar el trabajo en el condominio sobrarán más de 33.000 metros de cable.

- Comprueba con una calculadora si la persona encargada de las obras eléctricas está en lo correcto. Para ello, realiza lo siguiente:

Paso 1: digita [1] [0] [0] [0] [0] [×] [1] [5] → Corresponde a la cantidad total de cable.

Paso 2: digita [−] [(] → Se restará con la cantidad de cable utilizado.

Paso 3: digita [1] [5] → Corresponde a la cantidad de edificios del condominio.

Paso 4: digita [×] [2] [3] → Se multiplica por la cantidad de pisos.

Paso 5: digita [×] [3] [3] [7] [)] → Se multiplica por la cantidad de cable utilizado por piso.

Paso 6: presiona [=]

- ¿Está en lo correcto la persona que realizará la instalación eléctrica? Explica.

Aprende

La **calculadora** tiene las 4 operaciones: adición [+], sustracción [−], multiplicación [×] y división [÷]. Además, algunas calculadoras incorporan teclas con paréntesis [(], [)], los que son de gran utilidad para resolver ejercicios que tengan varias operaciones. Para utilizar la calculadora, es necesario tener en cuenta la prioridad en la operatoria con y sin paréntesis.

Practica

1. Utiliza la calculadora para obtener el resultado en cada caso. Aplicar

a. (2 3 4 5 9 1 9 ÷ 3) − (5 4 2 3 0 × 2) ▸ _____

b. 7 0 4 8 0 5 1 4 ÷ 1 3 + 3 2 4 5 − 1 2 0 0 ▸ _____

c. 3 2 5 × (9 4 8 − 9 4 6) + 1 2 1 3 0 ▸ _____

d. 1 0 6 1 6 3 2 0 4 ÷ (1 2 0 0 − 8 7 4) ▸ _____

2. Utiliza la calculadora para resolver los siguientes ejercicios. Analizar

a. Calcula la diferencia entre el número mayor y el número menor que se pueden formar con los dígitos 9, 8, 3, 0, 5, 6, 7, 1, 3, 7.

b. Si a 393.458.410 se le resta un número, se obtiene el mismo resultado que al multiplicar 124.540 con 987. ¿Cuál es ese número?

Ponte a prueba

Paulina olvidó dejar registro de la cantidad de vestidos que ha vendido este día, solo sabe que por la venta total de camisetas, pantalones y vestidos ha obtenido $ 1.135.637. ¿Cuántos vestidos ha vendido hoy? Comprueba tu resultado utilizando la calculadora.

	Se han vendido	Precio por cada venta
Camisetas	53	$ 9.980
Pantalones	29	$ 15.990
Vestidos	?	$ 10.999

Múltiplos y factores

Múltiplos

Lee y responde

En una carrera de relevos, los 4 atletas de un mismo equipo se ubicarán cada 100 metros para recibir un tubo rígido llamado "testigo", que entrega un atleta a otro. El primer atleta se encuentra ubicado en el punto 0.

- Marca en la recta numérica los puntos de partida que representan la ubicación de cada atleta del equipo.

- Completa con los números que faltan de manera que se obtenga la ubicación de cada atleta.

Atleta 1 ▸ 100 • _____ = _____ Atleta 3 ▸ 100 • _____ = _____

Atleta 2 ▸ 100 • _____ = _____ Atleta 4 ▸ 100 • _____ = _____

- Escribe las distancias, respecto del cero, en las que se ubica cada atleta.

_____, _____, _____, _____

Aprende

Los **múltiplos** de un número cualquiera se obtienen al multiplicarlo por cualquier otro número natural.

Ejemplo: los primeros 9 múltiplos del número 12(M(12)) son:

	12 • 1	12 • 2	12 • 3	12 • 4	12 • 5	12 • 6	12 • 7	12 • 8	12 • 9		
M(12) = {	12,	24,	36,	48,	60,	72,	84,	96,	108,	…	}

Practica

1. Calcula los 5 primeros múltiplos mayores que 0 de cada número. Aplicar

a. M(5) = {_____, _____, _____, _____, _____}

b. M(7) = {_____, _____, _____, _____, _____}

c. M(17) = {_____, _____, _____, _____, _____}

d. M(40) = {_____, _____, _____, _____, _____}

2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Si se considera el 0 como el primer múltiplo de un número, ¿cuál sería la suma del octavo múltiplo de 7 y el décimo múltiplo de 10?

b. Calcula el producto entre el mayor número de dos cifras que es múltiplo de 9 y el menor múltiplo que tenga dos cifras.

c. Laura ayuda a recoger piñas en la finca de su padre. Cada minuto recoge 4 piñas. ¿Cuántas piñas recoge en 15 minutos?

Ojo con...

En algunos casos el número cero (0) se considera múltiplo de un número.

Ejemplo: los primeros múltiplos del número 3 son:

M(3) = { 0 , 3 , 6 , … }

(3 • 0) (3 • 1) (3 • 2)

Recuerda que...

El conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$), se puede representar por:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$

3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Verificar

a. [F] Uno de los múltiplos comunes entre 16 y 8 es 32.

Justificación: _____

b. [F] Todos los múltiplos de un número impar son siempre números impares.

Justificación: _____

Factores

Lee y responde

Un tren de 8 vagones realizó 30 viajes en un día; y en cada vagón transportó a 20 personas. El inspector afirma que en el primer viaje ha transportado 160 pasajeros.

- Encierra la expresión que relaciona correctamente los términos de una multiplicación.

  ▸ factor • producto = factor ▸ factor • factor = producto ▸ producto • factor = factor

- Respecto del primer viaje de la situación anterior, marca con un ✔ la afirmación que se relacione correctamente con los términos de una multiplicación. En caso contrario, marca con una ✖.

  ☐ Los factores son 8 y 20, obteniéndose 160 como producto.

  ☐ Los factores son 8 y 30, obteniéndose 160 como producto.

  ☐ Los factores son 30 y 20, obteniéndose 160 como producto.

- Si el tren transporta diariamente la misma cantidad de pasajeros y se quiere saber la cantidad de personas transportadas en un día, ¿cuáles serían los factores que es necesario considerar? Justifica tu respuesta.

Aprende

Los **factores** de un número corresponden a todos los números naturales que, multiplicados entre sí, resultan el mismo número. Equivalentemente, los factores de un número natural representan los **divisores** de dicho número.

Ejemplo: los factores del número 100 son: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 y 100, ya que:

$100 \cdot 1 = 100$	$2 \cdot 50 = 100$	$10 \cdot 10 = 100$	$25 \cdot 4 = 100$	$5 \cdot 20 = 100$

En este caso, los divisores del número 100 son: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 y 100, ya que:

$100 : 100 = 1$ 0 //	$100 : 2 = 50$ 0 //	$100 : 10 = 10$ 0 //	$100 : 25 = 4$ 0 //	$100 : 5 = 20$ 0 //

Practica

1. Escribe todos los factores de cada número. Luego, realiza la operación correspondiente para justificar tu elección. Observa el ejemplo. Aplicar

	Número	Factores	Justificación
	92	1, 2, 4, 23, 46 y 92	1 • 92 = 92; 2 • 46 = 92; 4 • 23 = 92
a.	55		
b.	38		
c.	44		
d.	90		
e.	94		
f.	97		

2. Determina el factor que falta para que se cumpla la igualdad. Analizar

a. 5 • _____ = 15

b. _____ • 7 = 7

c. 9 • _____ = 108

d. _____ • 24 = 240

e. 15 • _____ = 105

f. _____ • 45 = 225

g. 1 • _____ = 1.000

h. _____ • 37 = 37.000

i. 99 • _____ = 9.900

3. Resuelve los siguientes problemas. Evaluar

a. Un estudiante afirma que todos los números tienen como factor el número 0. ¿Es correcta esta afirmación? Explica.

b. Elena afirma que todos los números tienen como mínimo 3 factores; Patricio, en cambio, asevera que no siempre es así. ¿Quién está en lo correcto? Explica.

Números primos y compuestos

Observa y responde

Eratóstenes fue un antiguo matemático griego del siglo III a. C. que ideó una forma fácil y sencilla de identificar los números primos, conocida como "criba de Eratóstenes".

	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45
46	47	48	49	50

- En la tabla, tacha todos los múltiplos del número 2, exceptuando el mismo número.
- Repite el mismo procedimiento con los múltiplos de los números 3, 5 y 7.
- Escribe los números descritos en cada caso.
  - 10 primeros números tachados: _____
  - 10 primeros números no tachados: _____
- Si consideras la cantidad de factores de los números anteriores, ¿qué diferencia ambas listas? Explica.

_____

_____

Aprende

Un **número primo** es aquel número mayor que 1, cuyos únicos factores son el número 1 y el mismo número.

Equivalentemente, un número primo es aquel que tiene **solo dos divisores**, el 1 y el mismo número.

Los números que tienen más de dos factores se llaman **números compuestos**.

El número 1 no es primo ni compuesto, ya que solo tiene un factor que es él mismo.

Ejemplo:

- el número 53 es primo, ya que los únicos factores que tiene son el número 1 y el número 53.
- el número 78 es compuesto, ya que tiene más de 2 factores; luego, este número se puede escribir como:

$2 \cdot 39 = 78$ $\quad 3 \cdot 26 = 78$ $\quad 6 \cdot 13 = 78$

Practica

1. Clasifica cada número como primo o compuesto. Clasificar

a. 61 ▸ _____

b. 64 ▸ _____

c. 53 ▸ _____

d. 58 ▸ _____

e. 99 ▸ _____

f. 83 ▸ _____

g. 100 ▸ _____

h. 101 ▸ _____

i. 110 ▸ _____

2. Escribe cada número como la adición de 2 números primos. Aplicar

a. 10 = _____

b. 16 = _____

c. 50 = _____

d. 64 = _____

e. 68 = _____

f. 70 = _____

g. 80 = _____

h. 82 = _____

i. 84 = _____

j. 90 = _____

¿Sabías que...?

La llamada "conjetura de Goldbach" fue formulada en 1742 por el matemático alemán Christian Goldbach (1690-1764) y establece que:
"Todo número par mayor que 2 puede escribirse como la suma de 2 números primos."

Ejemplo: 14 = 11 + 3

3. Identifica y explica el error cometido en cada caso. Luego, corrígelo. Verificar

a. Un estudiante afirma que el número 83 es compuesto, ya que tiene como factores a 1 y 83, además de 83 y 1.

Error: _____

Corrección: _____

b. Los números cuya cifra ubicada en la unidad corresponde al número 1 son siempre números primos.

Error: _____

Corrección: _____

c. Si hay un grupo de 97 personas, se afirma que se pueden formar grupos con igual cantidad de integrantes.

Error: _____

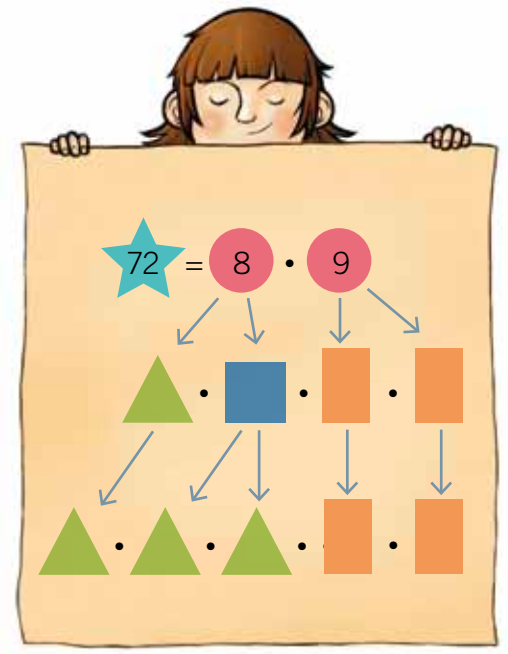
Corrección: _____

d. Todos los números impares tienen solo dos divisores.

Error: _____

Corrección: _____

Descomposición en factores primos



Observa y responde

Luisa dibuja en una cartulina 1 estrella, 2 círculos, 1 cuadrado, 4 triángulos y 4 rectángulos. En la estrella escribe el número 72 y en los círculos, los números 8 y 9.

- En la siguiente representación: 72 = 8 • 9, ¿qué función cumplen los números 8 y 9? Enciérrala.

  ▸ sumandos ▸ factores ▸ múltiplos

- Luego, Luisa descompone los números 8 y 9 utilizando triángulos, cuadrados y rectángulos. Completa con los números que faltan.

  8 = ▲ • 4 9 = ▮ • ▮

- Marca con un ✔ la descomposición con números primos que se representa finalmente en la cartulina de Luisa; y en caso contrario, marca con una ✖.

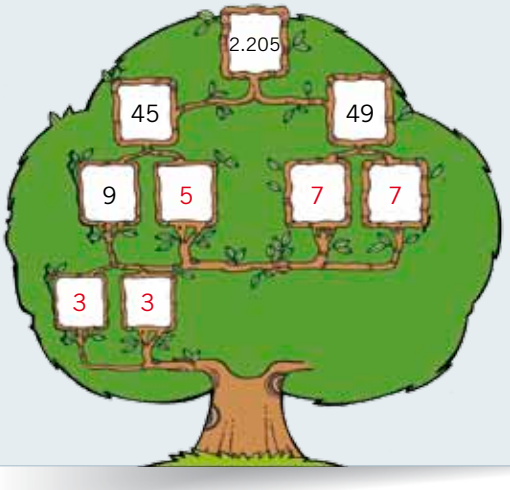
  ☐ 72 = 2 • 4 • 3 • 3 ☐ 72 = 2 • 2 • 3 • 3 ☐ 72 = 2 • 2 • 2 • 3 • 3

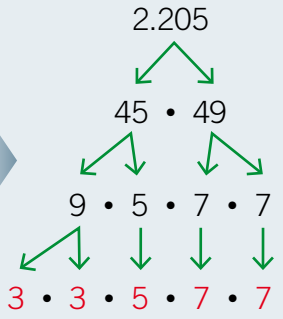
Aprende

Todo número **compuesto** se puede escribir como un producto de **factores primos**.

Se puede representar un número como producto de factores primos mediante un **diagrama de árbol**.

Ejemplo: en el árbol el número 2.205 se descompuso en 5 factores que son números primos.





2.205 = 3 • 3 • 5 • 7 • 7
factores primos

Practica

1. Descompón en factores primos cada uno de estos números. Aplicar

a. 8 = ____

b. 88 = ____

c. 950 = ____

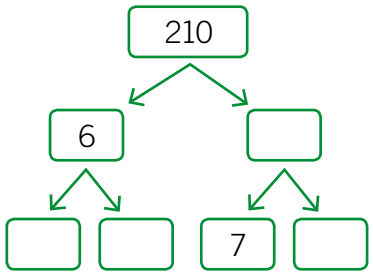
d. 1.400 = ____

e. 20.000 = ____

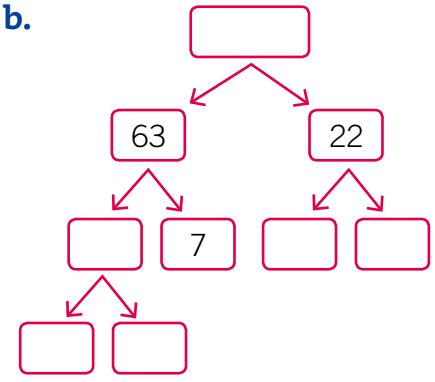
f. 72.900 = ____

2. Completa con los factores que faltan en cada descomposición. Aplicar

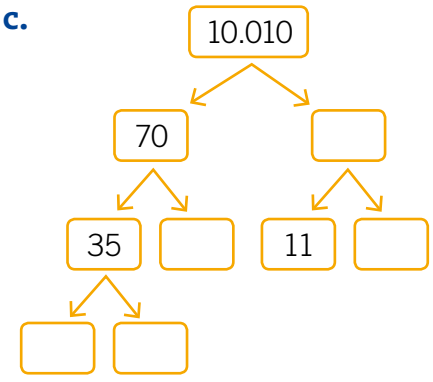
a.



b.



c.



3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, en el caso contrario. Justifica tus respuestas. Evaluar

a. ☐ El número 13 no se puede descomponer en factores primos.

Justificación: _____

b. ☐ La descomposición de 200 en factores primos es 5 • 5 • 4 • 2.

Justificación: _____

c. ☐ 3 • 5 • 11 corresponde a la descomposición en factores primos del número 165.

Justificación: _____

Mínimo común múltiplo

Lee y responde

Un gimnasta asiste cada 30 días a un control médico y cada 42 días participa en una competencia. Si hoy coinciden su control médico y su competición, ¿luego de cuántos días coincidirán nuevamente?

- Completa con los números que representan cada cuántos días el gimnasta asistió al control médico y cada cuántos días compitió. Luego, encierra el número menor que se repite.

Control médico ▸ ____, 60, ____, ____, 150, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____

Competencia ▸ ____, 84, ____, ____, ____, ____, ____, 336, ____, ____, ____, ____

- Completa.

30	42	: 6	⟶ Factor común a 30 y 42.
5	7	: 5	⟶ Factor del número 5.
1	7	: 7	⟶ Factor del número 7.
	1		

Calcula la multiplicación de los números de color rojo.

_____

- El control médico y la competencia coincidirán después de _____ días.

Aprende

El **mínimo común múltiplo** (mcm) entre dos o más números corresponde al menor de sus múltiplos comunes.

Ejemplo: para calcular el mcm(15, 20, 10) se puede realizar lo siguiente.

- Al escribir los múltiplos de cada número, se destacan los múltiplos comunes.

  M(15) = {15, 30, 45, **60**, 75, ...}

  M(20) = {20, 40, **60**, 80, 100, ...}

  M(10) = {10, 20, 30, 40, 50, **60**, ...}

  El menor de los múltiplos comunes es el número **60**.
  Por lo tanto, mcm(15, 20, 10) = 60.

- Se escriben los números en una tabla y se completa dividiendo por los factores comunes de los números. Si no hay factores comunes se continúa dividiendo hasta que el resultado sea 1. Luego, el mcm es el producto de los factores.

15	20	10	: 5	⟶ Factor común a 15, 20 y 10.
3	4	2	: 2	⟶ Factor común a 4 y 2.
3	2	1	: 2	⟶ Factor del número 2.
3	1		: 3	⟶ Factor del número 3.
1				

El mcm(15, 20, 10) = 5 • 2 • 2 • 3 = 60.

Practica

1. Calcula el mínimo común múltiplo entre los siguientes números. Aplicar

a. 15 y 35

b. 12, 24 y 50

Conectad@s

Ingresa a:
www.casadelsaber.cl/mat/600
y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

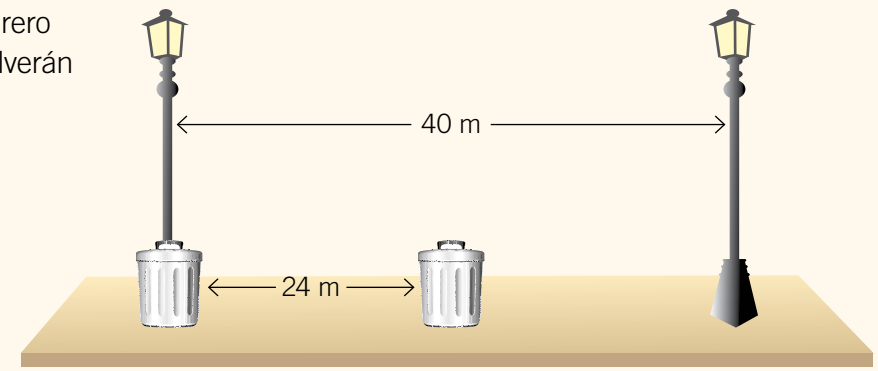
2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Mariana quiere comprar la misma cantidad de lápices rojos y azules. Si los rojos vienen en cajas de 12 unidades y los azules en cajas de 8, ¿cuál es la menor cantidad de lápices de ambos colores que puede comprar?

b. Teresa visita a su abuela cada 15 días; su hermana Cecilia lo hace cada 20 días. Si ambas la visitaron hoy, ¿en cuántos días volverán a coincidir en su visita?

Ponte a prueba

Una municipalidad instalará basureros y faroles a lo largo de una calle. Los basureros se colocarán cada 24 m y los faroles, cada 40 m. Si se empieza instalando un basurero y un farol juntos, ¿cuántos metros después volverán a coincidir ambos elementos urbanos?



¿Cómo vas?

Adición y sustracción

1. Lee la siguiente información, luego responde.

puntos 4

Nuestro planeta Tierra tiene aproximadamente 510.072.000 km^2 de superficie total; de estos, 165.000.000 km^2 pertenecen al océano Pacífico, 80.000.000 km^2 al océano Atlántico, 70.600.000 km^2 al océano Índico, 14.100.000 km^2 al océano Ártico y 31.000.000 km^2, al océano Antártico.

a. ¿Cuántos km^2 más tiene el océano Pacífico que el océano Índico?

b. ¿En cuántos km^2 es menor la superficie del océano Ártico que el Antártico?

Multiplicación y división

2. Completa el siguiente crucinúmero. Luego, escribe el derecho que tienen los niños y niñas.

puntos 6

a. 116 : 4

b. 125 : 5

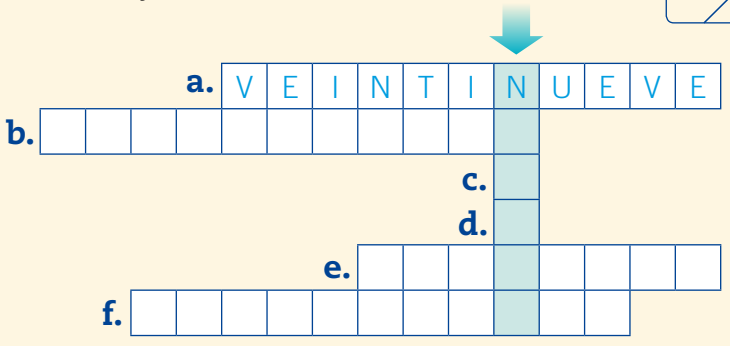
c. Primera letra del resultado de 100 • 10.

d. Segunda letra del abecedario.

e. 10 • 4

f. 189 : 7

Las niñas y niños tenemos derecho a un:



Operatoria combinada

3. Resuelve el siguiente problema.

puntos 2

En una biblioteca hay 12 estantes que tienen 90 libros de literatura cada uno. Además, hay 10 estantes, y cada uno tiene 90 libros de tecnología y 60 de ficción. ¿Cuántos libros hay en la biblioteca?

Múltiplos y factores

4. Considerando el número 0 como primer múltiplo, completa con los 11 primeros múltiplos de estos números.

puntos 2

a. M(19) = {____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____}

b. M(23) = {____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____}

Números primos y compuestos

5. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si no lo es. Justifica tus respuestas.

puntos 4

a. ☐ La multiplicación entre dos números primos es siempre un número primo.

Justificación: _____

b. ☐ El único número que divide a un número primo es el número 1 y el propio número.

Justificación: _____

Descomposición en factores primos

6. Relaciona el número de la columna A con su descomposición en factores primos de la columna B. Para ello, escribe la letra correspondiente en la columna B.

puntos 4

Columna A	Columna B
a. 66	____ 3 • 11 • 13
b. 715	____ 2 • 2 • 3 • 5 • 11 • 13
c. 429	____ 2 • 3 • 11
d. 8.580	____ 5 • 11 • 13

Mínimo común múltiplo

7. Calcula el mcm en cada caso.

puntos 3

a. mcm(3, 8) = ____

b. mcm(12, 9) = ____

c. mcm(3, 4, 8) = ____

d. mcm(14, 28) = ____

e. mcm(12, 16) = ____

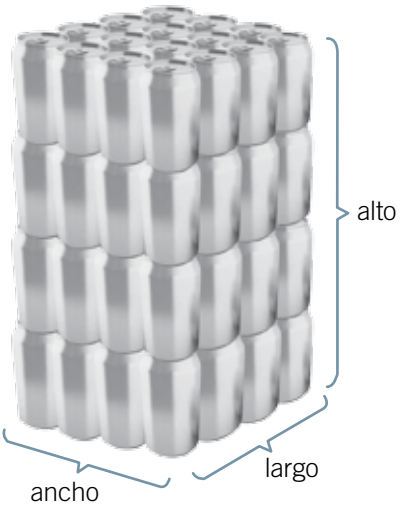
f. mcm(30, 70, 50) = ____

Potencias

Interpretación de potencias

Observa y responde

Para una campaña de reciclaje, los estudiantes de sexto año básico reunieron latas de bebidas que apilaron como se muestra en la imagen.



- Escribe la cantidad de latas según corresponda y resuelve.

largo · ancho · alto = ☐ · ☐ · ☐ = ☐

- Completa con los números pedidos.

Número de veces que se repite el factor.

Factor que se repite. → ☐^☐ = ☐ ← Resultado.

- Marca con un ✔ la expresión que representa lo anteriormente descrito y con una ✖, en caso contrario.

☐ $3^4 = 64$ ☐ $4^3 = 64$ ☐ $3 \cdot 4 = 64$

- Escribe la cantidad de latas apiladas. ▸ _____

Aprende

Una **potencia** representa una multiplicación de un mismo factor que se repite una cierta cantidad de veces. Es decir:

$$\text{Potencia} \longrightarrow a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ veces}} \qquad a, n \in \mathbb{N}$$

La potencia a^n se lee "a elevado a n".

El factor **a** es la **base** y **n** representa la cantidad de veces que se repite el factor, que se conoce como **exponente**. El resultado obtenido se denomina **valor de la potencia**.

Ejemplo: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

La potencia es 2^3, que se lee "dos elevado a tres" o, en forma equivalente, "dos al cubo". La base es el número 2, el exponente es el número 3 y el valor de la potencia es el número 8.

Practica

1. Escribe cada una de las potencias, según sea la condición. Identificar

a. base 4, exponente 7, potencia ▸ _____

b. base 7, exponente 4, potencia ▸ _____

c. base 6, exponente 6, potencia ▸ _____

d. base 12, exponente 9, potencia ▸ _____

e. base 11, exponente 3, potencia ▸ _____

f. base 24, exponente 4, potencia ▸ _____

2. Expresa como potencia cada una de las expresiones. Aplicar

a. $3 \cdot 3 \cdot 3 =$ _____

b. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ _____

c. $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$ _____

d. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 =$ _____

e. $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$ _____

f. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ _____

3. Calcula el valor de cada potencia. Aplicar

a. $2^4 =$ _____

b. $3^5 =$ _____

c. $1^3 =$ _____

d. $7^3 =$ _____

e. $4^4 =$ _____

f. $5^5 =$ _____

g. $8^3 =$ _____

h. $9^2 =$ _____

i. $10^4 =$ _____

j. $12^0 =$ _____

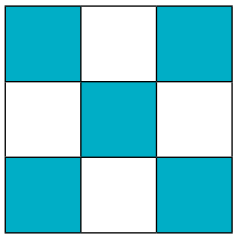
Ojo con...

Toda potencia cuya base sea distinta de 0 y su exponente sea igual a 0, tiene como valor de la potencia el número 1.

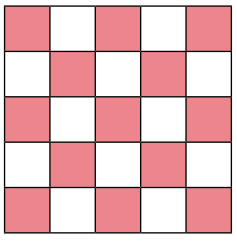
Ejemplo: $24^0 = 1$

4. Calcula, mediante una potencia, la cantidad de cuadritos de cada tablero y la de cubitos de cada cubo. Analizar

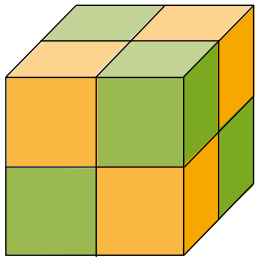
a.



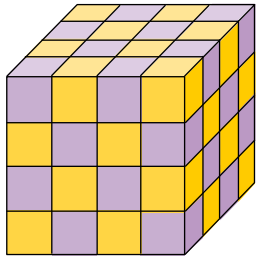
b.



c.



d.



Potencias de base 10 y exponente natural

Lee y responde

Un edificio tiene 10 pisos y en cada piso hay 10 salones. En cada salón hay 10 escritorios con 10 libros cada uno.

- Encierra la potencia que representa la cantidad de libros que hay en un salón.

  ▸ 10^2 ▸ 10^3 ▸ 10^4

- Remarca el casillero con la expresión que representa la cantidad de libros que hay en cada piso.

10 • 10	10 • 10 • 10	10 • 10 • 10 • 10

- Marca con un ✔ la igualdad que muestra la cantidad de libros que hay en el edificio; en caso contrario, marca con una ✖.

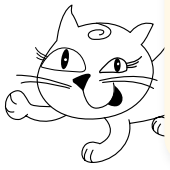
  ☐ $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

  ☐ $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1.000$

  ☐ $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10.000$

- En total, ¿cuántos libros hay en el edificio?

  _____



Educando en valores

La lectura sistemática de diferentes tipos de textos te ayudará a comprender de mejor manera los distintos problemas matemáticos que se te presentan. Recuerda aplicar las estrategias de comprensión lectora que necesites para poder resolver un problema.

Aprende

El valor de una **potencia de base 10** se puede calcular utilizando la relación entre el exponente y la cantidad de "ceros" que tendrá el valor de la potencia.

Ejemplo:

$$10^8 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100.000.000$$

Por otro lado, 10^8.

$$10^8 = 1\underbrace{00.000.000}_{\text{8 "ceros"}}$$

Practica

1. Relaciona cada producto de factores igual a 10 en la columna A con la potencia correspondiente en la columna B. Para ello, escribe la letra en la columna B. Relacionar

Columna A		Columna B
a.	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	____ 10^6
b.	10	____ 10^2
c.	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	____ 10^5
d.	$10 \cdot 10$	____ 10^3
e.	$10 \cdot 10 \cdot 10$	____ 10^4
f.	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	____ 10^1

Ojo con...

Si no se anota en forma explícita el exponente en una potencia, este es 1.

Ejemplo: $7 = 7^1$

2. Calcula el valor de cada potencia de base 10. Aplicar

a. $10^5 =$ _____ **c.** $10^3 =$ _____

b. $10^7 =$ _____ **d.** $10^0 =$ _____

3. Completa cada una de las potencias con su exponente. Aplicar

a. $10^{\square} = 10.000$ **d.** $10^{\square} = 10.000.000$

b. $10^{\square} = 100.000$ **e.** $10^{\square} = 1.000.000.000$

c. $10^{\square} = 1.000.000$ **f.** $10^{\square} = 100.000.000$

4. Calcula el número que corresponde al desarrollo de cada potencia. Observa el ejemplo. Analizar

$5 \cdot 10^6 = 5 \cdot 1.000.000 = 5.000.000$

a. $7 \cdot 10^6 =$ _____

b. $9 \cdot 10^3 =$ _____

c. $1 \cdot 10^7 =$ _____

d. $2 \cdot 10^9 =$ _____

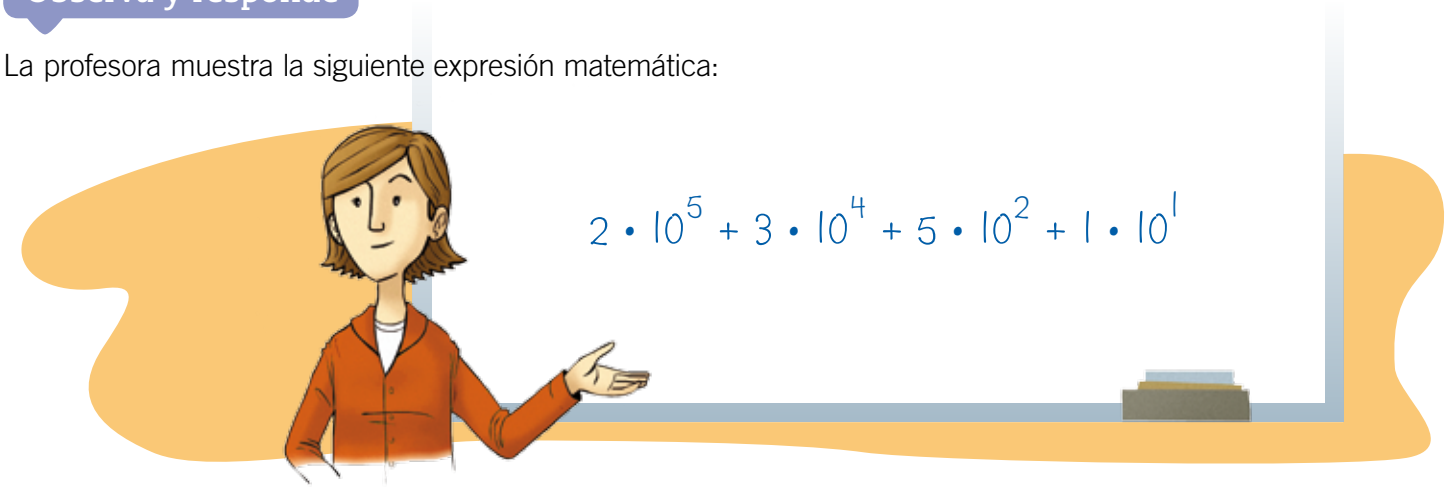
e. $4 \cdot 10^4 =$ _____

f. $10 \cdot 10^5 =$ _____

Descomposición de números naturales en potencias de base 10

Observa y responde

La profesora muestra la siguiente expresión matemática:



Un estudiante pide la palabra y afirma que el resultado es 230.510. ¿Es correcta su afirmación?

- Une cada potencia con su respectivo resultado.

Potencia	Valor de la potencia
$3 \cdot 10^4$	200.000
$5 \cdot 10^2$	30.000
$1 \cdot 10^1$	500
$2 \cdot 10^5$	10

- Explica si la respuesta del estudiante es correcta o errónea.

Aprende

Todo número natural se puede **descomponer aditivamente** según los valores posicionales utilizando adiciones en las que a cada sumando le corresponde una multiplicación entre un número natural con una potencia de base 10.

Ejemplo: $8.967.000 = 8.000.000 + 900.000 + 60.000 + 7.000$

$= 8 \cdot 1.000.000 + 9 \cdot 100.000 + 6 \cdot 10.000 + 7 \cdot 1.000$

$= 8 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3$

Practica

1. Relaciona cada número de la columna A con su descomposición en factores utilizando potencias de base 10 en la columna B. Para ello, anota la letra en la columna B. Relacionar

	Columna A	Columna B
a.	5.472	____ $5 \cdot 10^8 + 4 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^3$
b.	54.702	____ $5 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1$
c.	540.720	____ $5 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3$
d.	504.720	____ $5 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^0$
e.	5.472.000	____ $5 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$
f.	547.002.000	____ $5 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1$

2. Expresa cada número como una descomposición de potencias de base 10. Aplicar

a. 308.980 = _____

b. 129.007 = _____

c. 920.500 = _____

d. 110.011 = _____

e. 9.400.200 = _____

f. 60.200.403 = _____

g. 870.000.012 = _____

h. 3.900.040.005 = _____

3. Escribe el número que corresponde a cada descomposición en potencias de base 10. Analizar

a. $2 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^2 =$ _____

b. $7 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^0 =$ _____

c. $6 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^1 =$ _____

d. $1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 =$ _____

e. $5 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 =$ _____

f. $4 \cdot 10^8 + 9 \cdot 10^7 + 3 \cdot 10^6 =$ _____

g. $9 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^0 =$ _____

h. $3 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 =$ _____

Ponte a prueba

En una tienda hay 10 estantes con 10 cajas de pañuelos cada uno. Cada caja tiene 10 paquetes y cada paquete contiene 10 pañuelos. ¿Cuántos pañuelos tiene la tienda en total?

Método Singapur

Problemas de dos pasos

Observa la resolución del siguiente problema

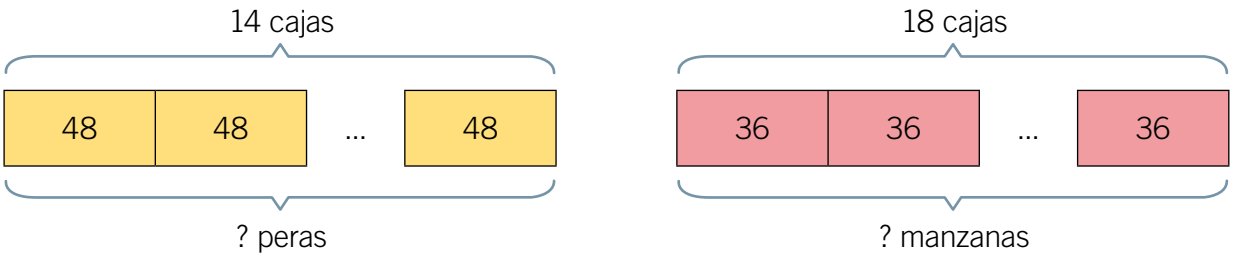
Carlos compró cajas de peras y cajas de manzanas. Compró 14 cajas con 48 peras en cada caja. Compró 18 cajas con 36 manzanas en cada caja. ¿Cuánta fruta compró en total?

PASO 1 Identifica los datos y la pregunta del problema.

Datos: 14 cajas con 48 peras cada una.
18 cajas con 36 manzanas cada una.

Pregunta: ¿Cuántas frutas compró en total?

PASO 2 Representa en un esquema los datos.



PASO 3 Escribe los cálculos para obtener la respuesta.

$14 \cdot 48 =$ ☐

$18 \cdot 36 =$ ☐

☐ + ☐ = ☐

PASO 4 Responde la pregunta.

Respuesta: Carlos compró 1.320 frutas en total.

Ahora hazlo tú

Un día, en una tienda se vendieron 5 abrigos en $ 48.000 cada uno y 7 pantalones en $ 18.000 cada uno. ¿Cuánto dinero recaudó la tienda ese día por la venta de pantalones y abrigos?

PASO 1 Identifica los datos y la pregunta del problema.

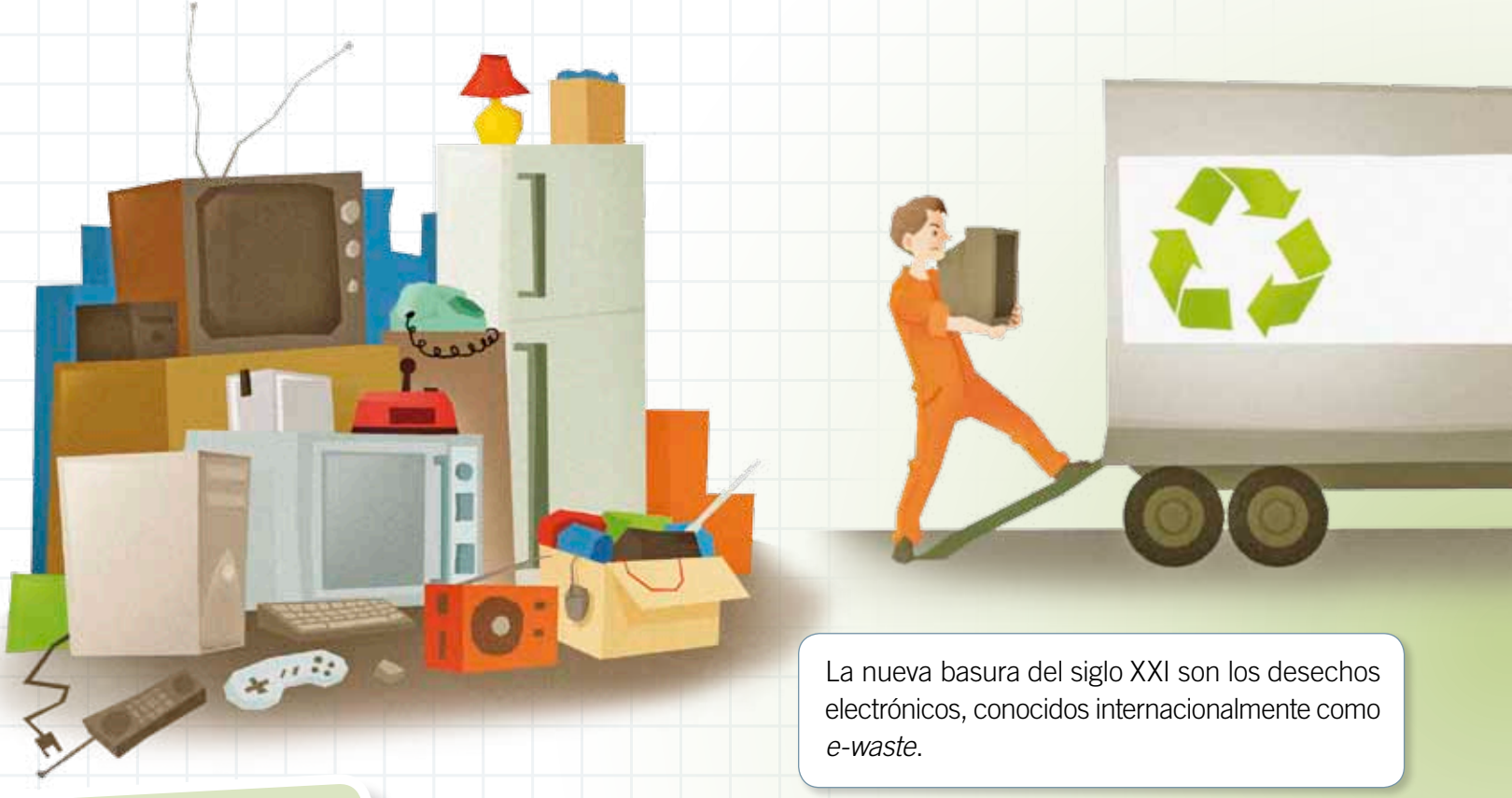
PASO 2 Representa en un esquema los datos.

PASO 3 Escribe los cálculos para obtener la respuesta.

PASO 4 Responde la pregunta.

Competencias para la vida

Estudiar **matemática** me permite comprender de mejor forma el cuidado del medioambiente



La nueva basura del siglo XXI son los desechos electrónicos, conocidos internacionalmente como *e-waste*.

Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

- ¿Qué cantidad de desechos de celulares y computadores **no** tiene un destino conocido?

- Suponiendo que durante 4 años los desechos de computadores aumentan al doble, triple y cuádruple con respecto al primer año de medición, completa la cantidad de residuos producidos en los años que se indican.

Años	1er año	2º año	3er año	4º año
Desechos	500.000			

Los equipos electrónicos en desuso contienen elementos dañinos para la salud de las personas y el medioambiente.
En Chile, por ejemplo, se desechan 3.000.000 de celulares y 500.000 computadores al año, y de estos aproximadamente 3.325.000 residuos tiene un destino desconocido.

METALES

cobre, aluminio, acero inoxidable

PLÁSTICOS

VIDRIO

OTROS

Fuente: www.recycla.cl/main/servicio/15
Recuperado el 15 de julio de 2012.

Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico

Reflexiona y comenta.

- ¿Qué haces con los artículos antiguos cuando adquieres un nuevo producto tecnológico?
- Nombra algún lugar de reciclaje donde puedas depositar tus desechos tecnológicos.
- Nombra otros tipos de desechos tecnológicos que conozcas.
- ¿Qué medidas propondrías para no dañar al medioambiente con los desechos electrónicos?

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

1. En una mesa hay 9 bandejas, con 10 vasos en cada una. En cada bandeja hay 6 vasos llenos. ¿Cuántos vasos están vacíos?

A. 13
B. 36
C. 84
D. 90

Análisis de las alternativas

A. Al resolver el problema, se plantea el ejercicio combinado 9 + 10 – 6 y, al calcular el valor de la expresión, se obtiene 13.

B. Debido a que se pregunta por la cantidad de vasos vacíos, se resuelve la diferencia entre la cantidad de vasos en cada bandeja con los vasos llenos, obteniendo 4 vasos vacíos. Luego, como hay 9 bandejas, se calcula el producto entre los 4 vasos vacíos por el total de cada bandeja, obteniéndose finalmente 36 vasos. Esto se resume en el ejercicio combinado:

$$9 \cdot (10 - 6)$$

C. Calcula el total de vasos que hay en las 9 bandejas por medio del producto entre 9 y 10, que corresponde al total de vasos en cada bandeja y los vasos en ellas; luego, al producto le resta 6 vasos llenos, es decir, resuelve la operatoria combinada.

$$9 \cdot 10 - 6$$

D. En este caso, se calcula el total de vasos en las 9 bandejas, es decir, $9 \cdot 10 = 90$.

▸ Por lo tanto, la alternativa **B** es la correcta.

1. A — B — C — D

¿Qué aprendiste?

Evaluación final

1. Calcula el resultado en cada caso.

puntos 2

a. (23.456 – 3.456) : (105.340 – 105.240) =

b. 45.240 + 2.350 • 32 – 2.532 : 4 =

2. Resuelve los siguientes problemas.

puntos 4

a. Se envasarán 876 tornillos en cajas de igual tamaño. Si en cada caja caben 9 tornillos, ¿cuántas cajas se necesitarán y cuántos tornillos quedaran sueltos?

b. A un parque de entretenciones llegaron 5 autobuses con 24 pasajeros cada uno; además, 36 personas fueron en sus vehículos propios. ¿Cuántas personas asistieron al parque de entretenciones, en total?

3. Dibuja los paréntesis necesarios para que se cumpla la igualdad en cada caso. Observa el ejemplo.

puntos 4

7 • 5 + 2 • 9 – 3 = 294 ▸ 7 • **(**5 + 2**)** • **(**9 – 3**)** = 294

a. 9 • 8 – 6 + 4 = 22 ▸

b. 4 • 9 + 3 • 8 + 5 = 75 ▸

c. 5 + 5 • 9 – 3 = 60 ▸

d. 12 + 4 • 8 – 6 = 122 ▸

4. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

puntos 3

a. V ☐ Los factores de un número compuesto son siempre más de 2 números.

Justificación: _____

b. V ☐ El mínimo común múltiplo entre 5, 7 y 11 es el número 23.

Justificación: _____

c. V ☐ Algunos múltiplos del número 18 son también múltiplos de 6.

Justificación: _____

5. Descompón utilizando los factores primos de los siguientes números.

puntos 6

a. 3.450 = _____

b. 1.024 = _____

c. 6.561 = _____

d. 10.000 = _____

e. 15.000 = _____

f. 21.000 = _____

6. Analiza la siguiente situación. Luego, responde.

puntos 4

Un supervisor comercial visita una tienda de ropa cada 4 días y una tienda de computadores cada 5 días. Hoy visitó ambas tiendas. ¿Dentro de cuántos días volverá a coincidir su visita a estas tiendas?

a. Escribe los primeros 10 múltiplos de 4. ▸ _____

b. Escribe los primeros 10 múltiplos de 5. ▸ _____

c. Escribe 5 múltiplos comunes de 4 y 5. ▸ _____

d. Responde la pregunta planteada inicialmente. ▸ _____

7. Resuelve los siguientes problemas.

puntos 4

a. En una caja se empaquetan envases de jugo, de forma que quedan 10 paquetes a lo largo de cada arista de la caja. ¿Cuantos cartones de jugo caben en la caja?

b. Al calcular $(3 + 5)^2$, ¿se obtiene el mismo resultado que $3^2 + 5^2$? Explica.

puntos 4

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

8. En una tienda comercial se han comprado 2 pantalones en $ 16.990 cada uno. Si se ha dado un avance de $ 30.000 y el resto se paga en 2 cuotas de igual valor, ¿cuál es el valor de cada cuota?

A. $ 1.990
B. $ 3.980
C. $ 8.495
D. $ 15.000

9. ¿Cuál es el resultado de la siguiente expresión?

98.400 + 645.213 : 3 – 345 • 12

A. 309.331
B. 312.436
C. 2.970.312
D. 3.757.512

10. Don Fernando está surtiendo su acuario con nuevos peces. Compró 30 peces ángeles en $ 1.000 cada uno y 28 peces dorados en $ 1.100 cada uno. ¿Cuánto dinero canceló por el total de peces?

A. $ 30.000
B. $ 30.800
C. $ 60.800
D. $ 70.000

11. ¿Qué número es compuesto?

A. 2
B. 91
C. 89
D. 73

puntos 5

12. ¿Qué número **no** es un múltiplo del número 23?

A. 23
B. 46
C. 89
D. 115

13. ¿Qué afirmación es **verdadera**?

A. Los números primos no tienen factores.
B. Los factores del número 4 son 1, 2 y 4.
C. El número 2 es múltiplo solo de los números pares.
D. Los números compuestos tienen solamente 4 factores.

14. ¿A qué alternativa corresponde la descomposición en factores primos del número 840?

A. 2 • 4 • 3 • 5 • 7
B. 2 • 2 • 3 • 5 • 7
C. 2 • 2 • 3 • 10 • 7
D. 2 • 2 • 2 • 3 • 5 • 7

15. ¿Cuál es el valor de mcm(7, 5, 10)?

A. 14
B. 35
C. 70
D. 350

16. En un restaurante sirven crema de espárragos cada 6 días y papas rellenas cada 4 días. Si un día coinciden ambos platos, ¿en cuántos días coincidirán la próxima vez?

A. 4 días.
B. 8 días.
C. 12 días.
D. 24 días.

puntos 5

17. Si en una potencia su base es 5, su exponente 4 y el resultado de la potencia es 625, ¿qué alternativa representa la expresión descrita?

A. $5^4 = 625$
B. $4^5 = 625$
C. $625^4 = 5$
D. $625^5 = 4$

18. ¿Cuál es el valor de la potencia 7^5?

A. 35
B. 343
C. 2.401
D. 16.807

19. Según la teoría del Big Bang, el universo inició su formación hace aproximadamente 10.000.000.000 de años. ¿Qué potencia representa ese momento?

A. 10^9
B. 10^{10}
C. 10^{11}
D. 10^{12}

20. ¿Cuál es el valor de la potencia 10^{10}?

A. 100
B. 100.000
C. 1.000.000.000
D. 10.000.000.000

21. ¿Qué alternativa corresponde a la descomposición del número 405.709 en potencias de base 10?

A. $4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^0$
B. $4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1$
C. $4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^0$
D. $4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^1$

Hogar Fichas complementarias

Busca Prepara la prueba 1

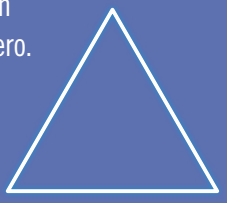
Unidad 2

Fracciones y números decimales

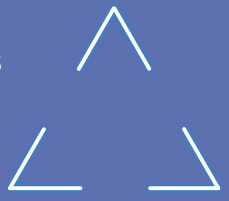
A inicios del siglo XX, el matemático sueco Helge von Koch (1870-1924) desarrolló un modelo de construcción matemático que actualmente se conoce como el copo de nieve de Koch.

Pasos para construir el copo de nieve de Koch

Paso 1: Dibuja un triángulo equilátero.

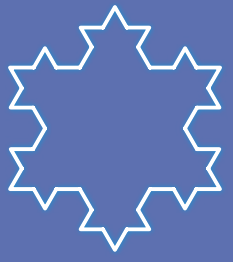


Paso 2: Divide cada lado del triángulo en tres partes de igual medida, luego retira la parte central de cada lado.



Paso 3: En cada segmento retirado construye dos segmentos de igual medida que este segmento, como si fueran los dos lados de un triángulo.

Paso 4: Los pasos 2 y 3 se repiten sucesivamente en cada lado de la figura formada.



En esta unidad aprenderás a:

- Comprender las fracciones propias e impropias y las equivalentes a la unidad.
- Relacionar las fracciones impropias con los números mixtos.
- Determinar equivalencias entre fracciones y números mixtos.
- Comparar y ubicar fracciones en la recta numérica.
- Resolver adiciones y sustracciones entre números decimales.
- Resolver operatoria combinada con fracciones y números decimales.
- Comprender la multiplicación y la división entre un número natural y un número decimal.
- Comprender la multiplicación y la división entre números decimales.
- Representar fracciones como números decimales y viceversa.
- Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia.

¿Qué sabes?

A partir de la información anterior, responde.

1. Remarca la opción correcta, según corresponda.

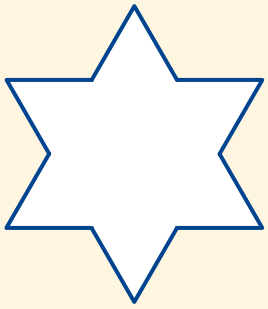
a. En el paso 2, ¿qué fracción de cada lado representa la parte retirada?

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$

b. ¿Cuántas partes de cada lado fueron retiradas?

1 2 3 5

2. Suponiendo que en el paso 1 cada lado del triángulo equilátero mide 1 cm, marca con un ✔ la expresión que representa la suma de todos los lados dibujados en el paso 3. En caso contrario, marca ✖.



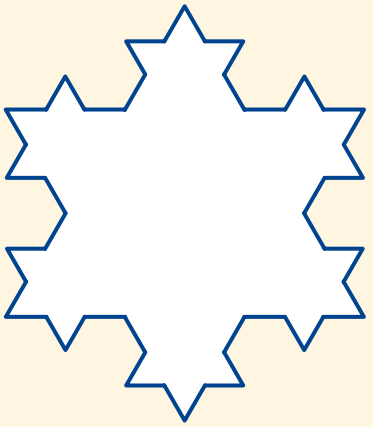
☐ $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)$ cm

☐ $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)$ cm

☐ $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right)$ cm

3. Respecto a la figura dibujada en el paso 4, encierra la opción que representa la medida del lado que fue retirado. Considera que cada lado originalmente mide 1 cm.

- La medida del lado que fue retirado es $\frac{1}{6}$ cm.
- La medida del lado que fue retirado es $\frac{1}{9}$ cm.
- La medida del lado que fue retirado es $\frac{1}{12}$ cm.
- La medida del lado que fue retirado es $\frac{1}{27}$ cm.



Fracciones

Fracciones propias y equivalentes a la unidad

Observa y responde

Lucas quiere determinar la medida de un lápiz considerando como entero la longitud de la palma de su mano (figura 1). Para esto, dividió la longitud de la palma de su mano en 4 partes iguales (figura 2).

Figura 1

Figura 2

- Remarca la opción que corresponde a la fracción que representa la longitud del lápiz respecto del total, en la figura 2.

$\frac{4}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$

- Respecto a la fracción que representa la medida del lápiz, escribe los números que corresponden al numerador y al denominador.

Numerador ▸ _____ Denominador ▸ _____

- ¿La fracción que representa la longitud del lápiz es mayor o menor que la unidad? Explica.

_____

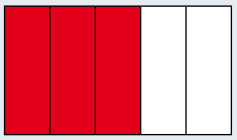
Aprende

Una **fracción** es una representación de una o varias partes de la unidad o un todo. Una fracción se expresa de la forma $\frac{a}{b}$, donde **a** y **b** pertenecen a $\mathbb{N}_0$, con $b \neq 0$. Sus términos son:

a ⟶ numerador
b ⟶ denominador

Fracciones propias: representan una parte del entero. En este tipo de fracciones, el **numerador es menor que el denominador.**

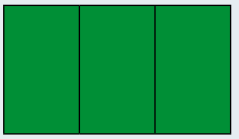
Ejemplo: la fracción $\frac{3}{5}$ es propia, ya que $3 < 5$, y al representarlo gráficamente se tiene:



3 representa las partes pintadas de color rojo y 5 representa las partes en que se dividió el todo.

Fracciones equivalentes a la unidad: son fracciones que representan un entero, es decir, el **numerador es igual al denominador.**

Ejemplo: la fracción $\frac{3}{3}$ es equivalente a un entero, ya que: $3 = 3$. Al representarlo gráficamente se tiene:



3 partes pintadas de un total de 3.

Practica

1. Escribe si las fracciones son propias o equivalentes a la unidad. Clasificar

a. $\frac{36}{42}$ ▸ _____

b. $\frac{15}{25}$ ▸ _____

c. $\frac{14}{14}$ ▸ _____

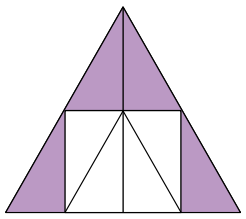
d. $\frac{5}{6}$ ▸ _____

e. $\frac{1}{9}$ ▸ _____

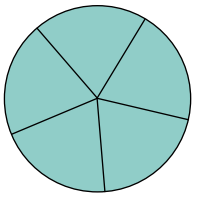
f. $\frac{7}{7}$ ▸ _____

2. Escribe la fracción que corresponde a la parte pintada de la figura. Representar

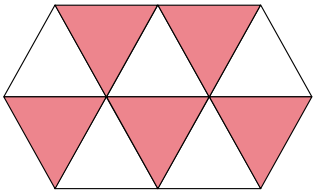
a.



b.



c.



3. Completa cada fracción con el término que falta para que se cumpla la clasificación pedida. Aplicar

a. Fracciones propias. ▸ $\frac{5}{\square}$ $\frac{\square}{12}$ $\frac{\square}{17}$ $\frac{45}{\square}$ $\frac{28}{\square}$

b. Fracciones equivalentes a la unidad. ▸ $\frac{17}{\square}$ $\frac{\square}{7}$ $\frac{\square}{29}$ $\frac{35}{\square}$ $\frac{\square}{200}$

4. Observa la recta numérica. Luego, responde. Analizar

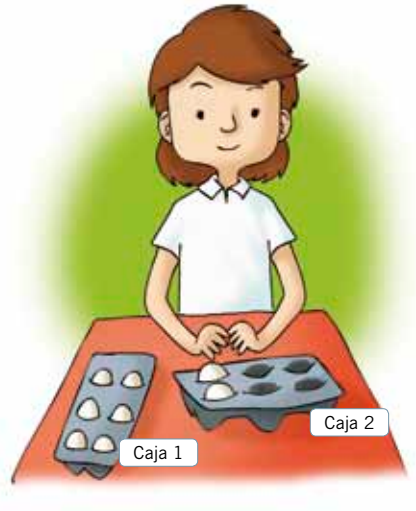
a. Escribe las fracciones que representan las letras **A**, **B** y **C**.

A ▸ ☐ **B** ▸ ☐ **C** ▸ ☐

b. Si se ubica una fracción que esté a la misma distancia de la letra **A** y de la letra **C**, ¿cuál sería? Explica.

_____

Fracciones impropias y números mixtos



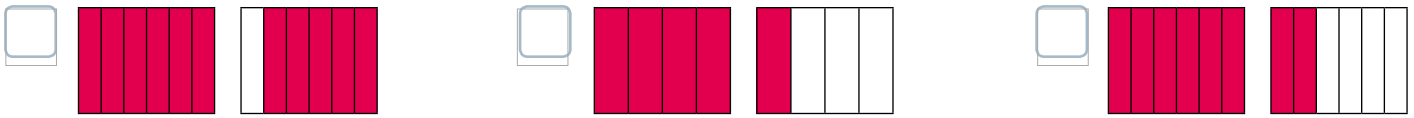
Observa y responde

Marcela está distribuyendo huevos en cajas de cartón. En cada caja caben 6 huevos y, hasta ahora, Marcela ha llenado una caja y ha puesto 2 huevos en otra.

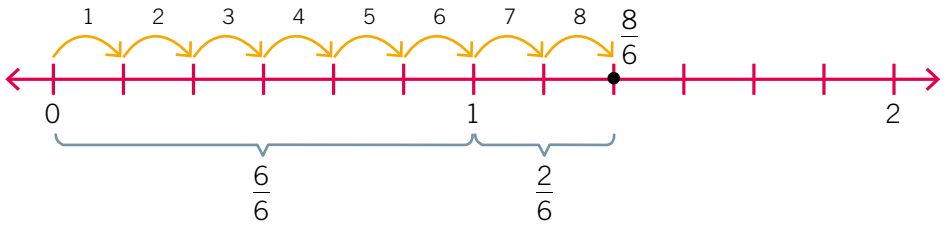
- Completa con los números que faltan en cada caso.

Caja 1		Caja 2	
Huevos en la caja	$\frac{\square}{}$	Huevos en la caja	$\frac{\square}{}$
Capacidad de la caja	$\frac{\square}{}$	Capacidad de la caja	$\frac{\square}{}$

- Marca con un ✔ la representación gráfica que represente la situación.



- Al representar lo anterior en la recta numérica, se tiene:



$\frac{8}{6}$ ▸ $8 : 6 = 1$ ▸ $1\frac{2}{6}$ (2)

Aprende

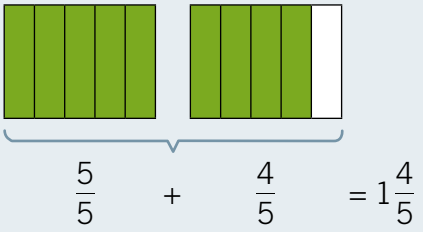
En las **fracciones impropias**, el **numerador** es **mayor que el denominador**. Estas fracciones se pueden representar como **números mixtos**, que son números compuestos por una parte entera y otra fraccionaria.

Ejemplo: la fracción impropia $\frac{9}{5}$ se puede representar como un número mixto: $\frac{9}{5} = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = 1 + \frac{4}{5}$ ▸ $1\frac{4}{5}$,

a su vez el número mixto $1\frac{4}{5}$, se puede representar como una fracción impropia de la siguiente manera:

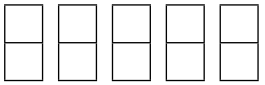
$1\frac{4}{5} = \frac{1 \cdot 5 + 4}{5} = \frac{5+4}{5} = \frac{9}{5}$.

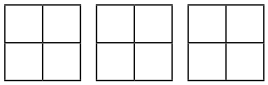
Representación gráfica:



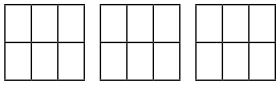
Practica

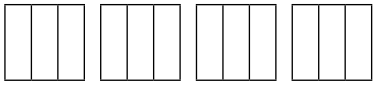
1. Representa de manera gráfica cada fracción y luego escríbela como un número mixto. Representar

a. $\frac{9}{2}$ ▸  ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

b. $\frac{10}{4}$ ▸  ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

2. Representa de manera gráfica cada número mixto y luego escríbelo como una fracción. Representar

a. $2\frac{5}{6}$ ▸  ▸ $\frac{\square}{\square}$

b. $3\frac{1}{3}$ ▸  ▸ $\frac{\square}{\square}$

3. Representa cada número mixto como una fracción. Aplicar

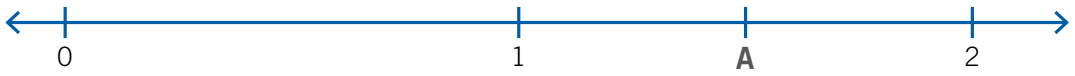
a. $2\frac{3}{7}$ ▸

c. $6\frac{7}{8}$ ▸

b. $9\frac{2}{5}$ ▸

d. $10\frac{8}{9}$ ▸

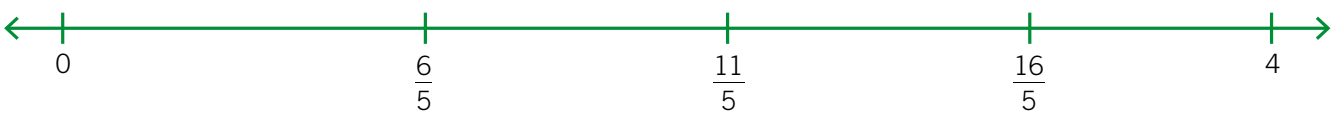
4. Observa la siguiente recta numérica y luego responde. Analizar



a. Si la distancia que hay entre 1 y **A** es igual a la distancia que hay entre **A** y 2, ¿qué fracción se ubica en **A**? Explica.

b. Escribe 3 fracciones que pueden ubicarse entre 1 y **A**.

5. Ubica en la recta numérica los números 1, 2 y 3. Analizar

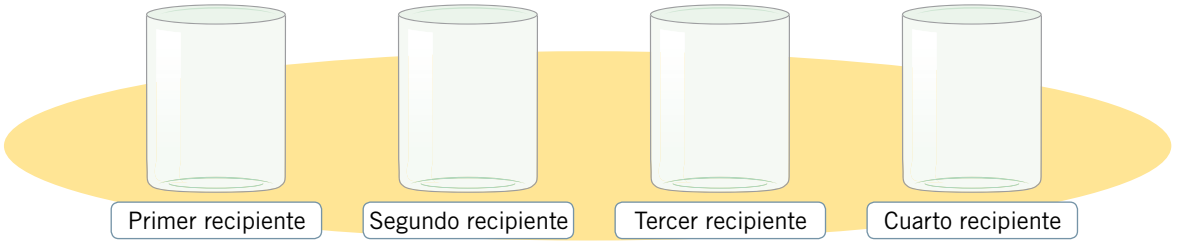


Equivalencia de fracciones

Lee y responde

Ximena necesita reunir agua en 4 recipientes iguales. El primero lo llena con $\frac{2}{3}$ de su capacidad, el segundo con $\frac{3}{4}$ de su capacidad, el tercero con $\frac{6}{8}$ de su capacidad y el cuarto con $\frac{4}{6}$ de su capacidad.

- Representa en los recipientes la cantidad de agua que tiene cada uno.



- Marca con un ✔ la afirmación correcta.

☐ Los recipientes que tienen las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{8}$ de su capacidad representan la misma cantidad.

☐ Los recipientes que tienen las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ de su capacidad representan la misma cantidad.

Aprende

Las **fracciones equivalentes** corresponden a un mismo número; es por ello que en un mismo punto de la recta numérica se pueden representar distintas fracciones. Para encontrar fracciones equivalentes a otra, se debe **amplificar** o **simplificar** una misma fracción. Cuando se escribe un número mixto como fracción, también se considera como una equivalencia. Por ejemplo, $\frac{9}{4}$ es equivalente a $2\frac{1}{4}$.

Amplificación: se multiplican el numerador y el denominador por un mismo número natural mayor que 1.

Ejemplo: $\frac{6}{9} = \frac{6 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{12}{18}$, es decir, las fracciones $\frac{6}{9}$ y $\frac{12}{18}$ son equivalentes.

Simplificación: se dividen el numerador y el denominador por un mismo número natural mayor que 1.

Ejemplo: $\frac{6}{9} = \frac{6 : 3}{9 : 3} = \frac{2}{3}$, es decir, las fracciones $\frac{6}{9}$ y $\frac{2}{3}$ son equivalentes.

Una fracción es **irreductible** cuando no se puede simplificar.

Ejemplo: $\frac{20}{28} = \frac{20 : 4}{28 : 4} = \frac{5}{7}$, de lo anterior se obtiene que $\frac{5}{7}$ es una fracción irreductible.

Practica

1. Encierra las fracciones o números mixtos equivalentes a la fracción dada en cada caso. Interpretar

a. $\frac{4}{8}$

$\frac{2}{6}$ $\frac{2}{16}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{20}{40}$ $\frac{5}{24}$ $\frac{16}{32}$

b. $\frac{7}{2}$

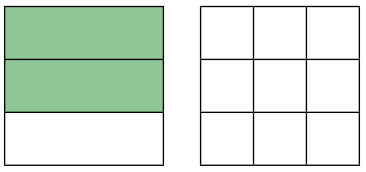
$3\frac{2}{6}$ $\frac{9}{27}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{21}{6}$ $\frac{14}{4}$ $3\frac{1}{2}$

c. $\frac{2}{3}$

$\frac{4}{6}$ $\frac{8}{12}$ $\frac{20}{30}$ $\frac{14}{15}$ $\frac{18}{27}$ $\frac{16}{18}$

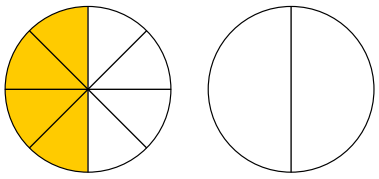
2. Amplifica o simplifica las siguientes fracciones. Luego, representa gráficamente el resultado. Representar

a.



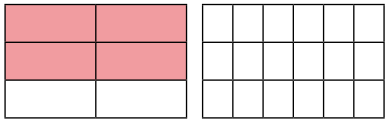
$\frac{2}{3} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

b.



$\frac{4}{8} : \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

c.



$\frac{4}{6} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

3. Encierra una fracción irreductible que sea equivalente a la fracción dada en cada caso. Aplicar

a. $\frac{36}{48}$ ▸ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{3}$

b. $\frac{75}{45}$ ▸ $\frac{5}{3}$ $1\frac{2}{3}$ $\frac{15}{9}$

c. $\frac{70}{140}$ ▸ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$

d. $\frac{15}{135}$ ▸ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{6}$

4. Resuelve el siguiente problema. Analizar

Sara y Ernesto comenzaron un juego. Ernesto anotó el número que está justo en la mitad entre los números 0 y 1. Sara anotó el número que está en la mitad entre 0 y el que puso Ernesto. Y así, cada uno va anotando el número que está en la mitad entre 0 y el anterior. Pierde el primero que anota una fracción cuyo denominador sea mayor o igual que 100. ¿Quién ganará el juego? Explica.

Explicación: _____

_____

_____

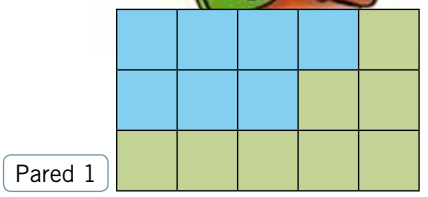
_____

Comparación de fracciones

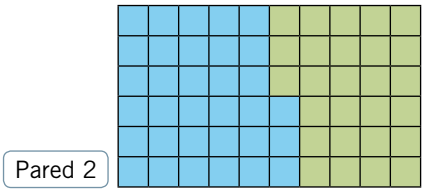
Observa y responde

Carlos instala varias cerámicas en dos paredes rectangulares.

- Observa la distribución de las cerámicas puestas en la pared 1 y encierra la afirmación correcta.
  - La parte de la pared cubierta con cerámicas verdes es $\frac{8}{15}$.
  - La parte de la pared cubierta con cerámicas celestes es $\frac{5}{15}$.



- Escribe la fracción que representa el color en la pared 2.



- Marca con un ✔ la afirmación correcta.

☐ En la pared 1, la fracción que representa el color es mayor que la fracción que representa el color .

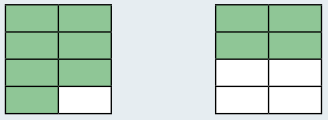
☐ En la pared 2, la fracción que representa el color es mayor que la fracción que representa el color .

Aprende

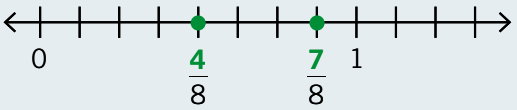
Entre dos o más **fracciones con igual denominador**, será mayor la que tiene el numerador mayor.

Ejemplo: al comparar $\frac{7}{8}$ y $\frac{4}{8}$ se tiene:

$\frac{7}{8} > \frac{4}{8}$, ya que $7 > 4$

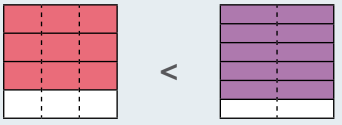


En la recta numérica se representa:



Para comparar **fracciones con distinto denominador**, se pueden igualar sus denominadores y obtener fracciones equivalentes, para luego comparar los numeradores.

Ejemplo: $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$, ya que $\frac{3}{4}$ es equivalente a $\frac{9}{12}$ y $\frac{5}{6}$ es equivalente a $\frac{10}{12}$. Luego, $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$.

$\frac{3}{4}$ o $\frac{9}{12}$  $\frac{5}{6}$ o $\frac{10}{12}$

En la recta numérica se representa: $\frac{5}{6}$ o $\frac{10}{12}$

Practica

1. Ordena cada grupo de fracciones, según corresponda. Luego, ubícalas en la recta numérica. Aplicar

a. De menor a mayor: $\frac{7}{7}, \frac{4}{7}, \frac{8}{7}, \frac{1}{7}, \frac{0}{7}$.

b. De mayor a menor: $\frac{4}{5}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{20}, \frac{2}{10}$.

2. Completa cada fracción con el término que falta, de manera que se cumpla cada comparación. Aplicar

a. $\frac{2}{\square} < 1$ **b.** $\frac{3}{5} > \frac{2}{\square}$ **c.** $\frac{1}{4} > \frac{\square}{5}$ **d.** $\frac{1}{10} < \frac{\square}{10} < \frac{3}{10}$

3. Lee lo siguiente y luego responde. Analizar

Una estrategia para verificar si dos fracciones son equivalentes se conoce como "multiplicación cruzada". Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, con a, b, c, d $\in \mathbb{N}_0$, con b, d $\neq 0$, se cumple que a • d = b • c. Por ejemplo, $\frac{4}{10}$ y $\frac{2}{5}$ son equivalentes, ya que 4 • 5 = 10 • 2.

Marca con un ✔ si las fracciones son equivalentes.

a. $\frac{1}{7}$ y $\frac{7}{1}$ ☐ **b.** $\frac{3}{5}$ y $\frac{18}{5}$ ☐ **c.** $\frac{9}{2}$ y $\frac{27}{6}$ ☐ **d.** $\frac{7}{5}$ y $\frac{28}{20}$ ☐

4. Analiza la siguiente información. Luego, responde. Analizar

Para ubicar una fracción que esté entre dosfracciones dadas, puedes guiarte por lo siguiente:

$$\frac{3}{7} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{9}$$

1º Amplificar ambas fracciones para igualar los denominadores.

$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot \mathbf{9}}{7 \cdot \mathbf{9}} = \frac{27}{63}$ y $\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot \mathbf{7}}{9 \cdot \mathbf{7}} = \frac{35}{63}$, es decir, $\frac{3}{7} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{9}$ se puede expresar como: $\frac{27}{63} < \frac{\square}{\square} < \frac{35}{63}$.

2º El denominador de la fracción buscada es el denominador común, 63; y el numerador es cualquier número entre 27 y 35, por ejemplo, 32.

$$\frac{27}{63} < \frac{\mathbf{32}}{\mathbf{63}} < \frac{35}{63} \text{ o de manera equivalente, } \frac{3}{7} < \frac{\mathbf{32}}{\mathbf{63}} < \frac{5}{9}$$

a. $\frac{1}{7} < \frac{\square}{\square} < \frac{1}{3}$ **b.** $\frac{2}{5} < \frac{\square}{\square} < \frac{3}{4}$ **c.** $\frac{5}{8} < \frac{\square}{\square} < \frac{7}{10}$ **d.** $\frac{7}{12} < \frac{\square}{\square} < \frac{11}{15}$

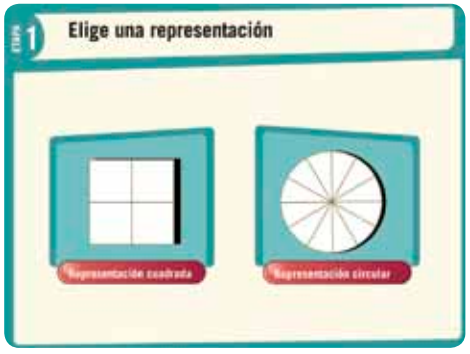
Uso de *software*

Ingresa al sitio web: www.casadelsaber.cl/mat/601 y realiza la siguiente actividad.

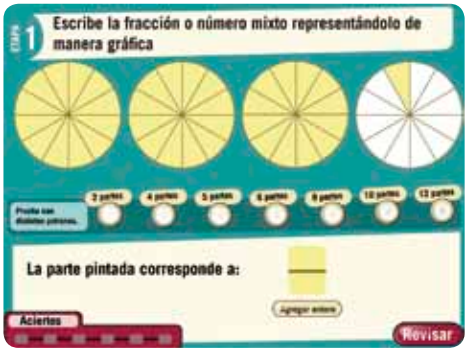
Al ingresar al sitio recibirás las instrucciones que debes seguir para realizar las actividades.

Luego, se muestran dos etapas para que complementes el contenido estudiado. En este caso, la representación y la equivalencia de fracciones.

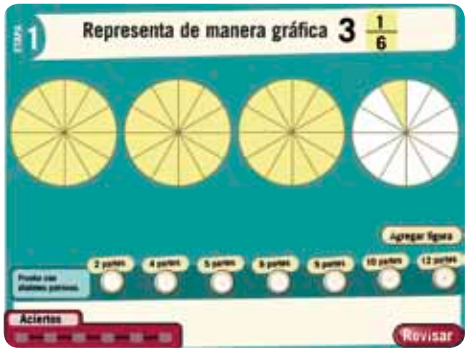
Al seleccionar **Representaciones 1** podrás realizar lo siguiente:



Selecciona el tipo de representación que usarás. Esta puede tener forma cuadrada o circular.



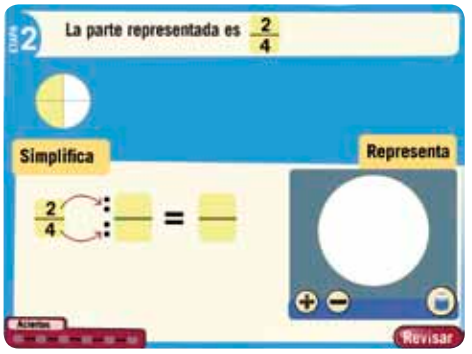
Se muestra la representación gráfica. Debes escribir a qué fracción o número mixto corresponde dicha representación.



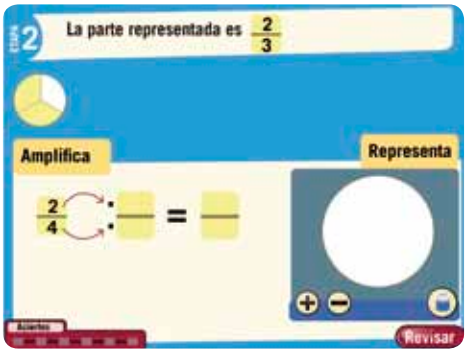
Se presenta la fracción o número mixto. Debes representarlo de manera gráfica.

Si seleccionas **Equivalencias 2** podrás realizar lo siguiente:

Escribes la fracción equivalente a la mostrada. Para ello, selecciona la cantidad de partes en que dividirás el entero.



Simplifica hasta obtener una fracción irreductible. Luego, representa la fracción simplificada en forma gráfica.



Amplifica la fracción por un número entre 2 y 10. Luego, representa la fracción amplificada en forma gráfica.

Luego de realizar las actividades, responde lo siguiente:

a. Explica si al momento de representar una misma fracción, en cuadrado o un círculo, cambia la cantidad de partes pintadas.

b. En equivalencia de fracciones, explica por qué no se amplifica ni se simplifica por el número 1.

Ponte a prueba

Eugenio le comenta a Ignacia que la fracción $\frac{7}{10}$ se ubica entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$. Ignacia le responde que eso es imposible, porque $\frac{7}{10}$ es mayor que $\frac{4}{5}$. ¿Quién está en lo correcto? Explica.

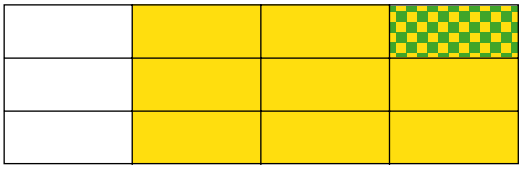
Operatoria con fracciones

Adición y sustracción de fracciones

Observa y responde

Las $\frac{3}{4}$ partes de un cerro se encuentran deforestadas. Mediante un programa de reforestación, el área deforestada disminuyó en $\frac{1}{9}$.

- Escribe lo que representa cada color.



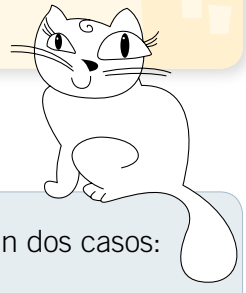
- Encierra la operación que permite determinar la superficie del cerro que aún se mantiene deforestada.

$\frac{9}{12} + \frac{1}{12}$ $\frac{9}{12} - \frac{1}{12}$ $\frac{1}{9} + \frac{3}{12}$

- Si luego se decide reforestar $\frac{3}{9}$ del terreno deforestado, ¿cuánto terreno, en total, sería reforestado?

Educando en valores

La deforestación es la desaparición de los bosques, principalmente por acción del ser humano. Actualmente, en nuestro país, diversas campañas buscan reforestar nuestros bosques para recuperar las áreas verdes que se han perdido.



Aprende

Para resolver **adiciones** o **sustracciones** de fracciones con o sin números mixtos, se consideran dos casos:

- Si tienen **igual denominador**, se conservan los denominadores y se resuelve la operación en sus numeradores.

Ejemplos:

$\frac{6}{7} + \frac{5}{7} = \frac{6+5}{7} = \frac{11}{7}$

$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4-2}{5} = \frac{2}{5}$

- Si tienen **distinto denominador**, es conveniente conocer el mínimo común múltiplo (mcm) entre los denominadores, para luego obtener fracciones equivalentes con denominador igual al mcm obtenido.

Ejemplos: $2\frac{2}{5} + 1\frac{1}{4} =$ $2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{4} =$

mcm(5, 4) = 20 $2\frac{2}{5} = \frac{12}{5} = \frac{12 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{48}{20}$ $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{25}{20}$

$2\frac{2}{5} + 1\frac{1}{4} = \frac{48}{20} + \frac{25}{20} = \frac{73}{20} = 3\frac{13}{20}$ $2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{4} = \frac{48}{20} - \frac{25}{20} = \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$

Practica

1. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones. Aplicar

a. $\frac{8}{9} + \frac{4}{9} =$

b. $1\frac{2}{3} - \frac{5}{3} =$

c. $2\frac{4}{7} + 2\frac{1}{7} =$

d. $\frac{10}{4} - \frac{9}{12} =$

e. $\frac{12}{5} + 1\frac{3}{8} =$

f. $3\frac{5}{6} - 1\frac{4}{9} =$

2. Determina la fracción irreductible que falta en cada caso. Analizar

a. $\frac{1}{4} + \square = \frac{7}{12}$

b. $\square + \frac{3}{5} = \frac{31}{35}$

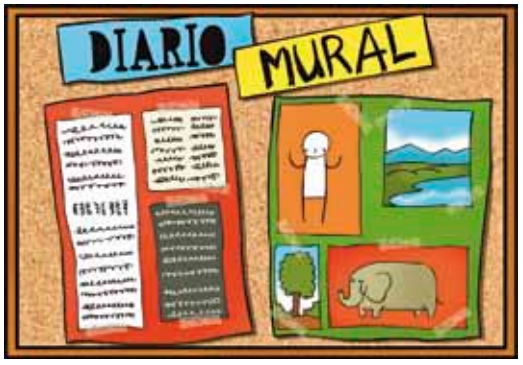
c. $\frac{4}{9} - \square = \frac{5}{18}$

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Un granjero vende $\frac{1}{4}$ del terreno de su granja, alquila $\frac{1}{8}$ y cultiva lo que le queda. ¿Qué parte de la granja cultiva?

b. En la casa de Claudia, la boleta por consumo de agua subió considerablemente. El técnico encargado asegura que $\frac{2}{5}$ del agua se pierde por fugas causadas por tuberías en mal estado y $\frac{1}{4}$, por el goteo de llaves que no fueron cerradas completamente. ¿Qué parte del consumo de agua no se desperdició?

Multiplicación de fracciones

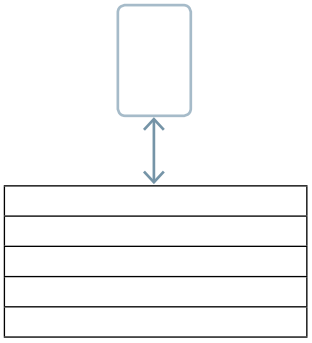


Lee y responde

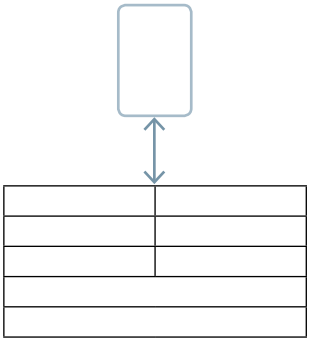
En la sala de clases del 6º básico se ha puesto un diario mural que cubre $\frac{3}{5}$ partes de una pared. Se han dispuesto varios dibujos de los estudiantes que cubren la mitad del diario mural. ¿Qué fracción de la pared ocupan los dibujos del diario mural?

- Escribe la fracción representada en cada caso. Luego, completa la representación gráfica.

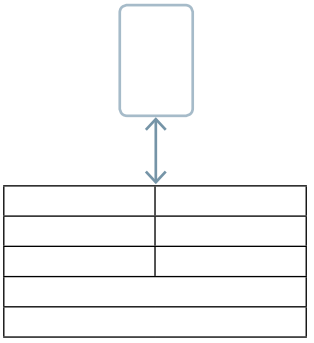
Diario mural con respecto a la pared



Dibujos en el diario mural



Dibujos con respecto a la pared



- Remarca la fracción que representa la fracción de la pared que ocuparán los dibujos.

$\frac{1}{2}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{3}{5}$

Aprende

Para resolver una **multiplicación de fracciones**, se multiplica numerador con numerador y denominador con denominador. Luego, si es el caso, se simplifica hasta obtener una fracción irreductible.

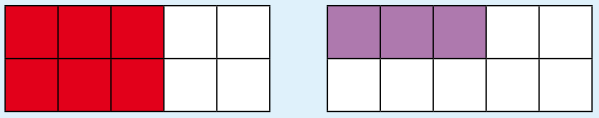
Ejemplos: $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{1\cdot3}{2\cdot5}=\frac{3}{10}$ $\frac{2}{9}\cdot\frac{4}{8}\cdot\frac{9}{2}=\frac{2\cdot4\cdot9}{9\cdot8\cdot2}=\frac{72}{144}=\frac{72:72}{144:72}=\frac{1}{2}$

Para multiplicar un **número natural por una fracción** (o viceversa), se multiplica el número natural por el numerador y se conserva el denominador.

Ejemplo: $2\cdot\frac{3}{7}=\frac{2\cdot3}{7}=\frac{6}{7}$ o equivalentemente $2\cdot\frac{3}{7}=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{7}=\frac{2\cdot3}{1\cdot7}=\frac{6}{7}$

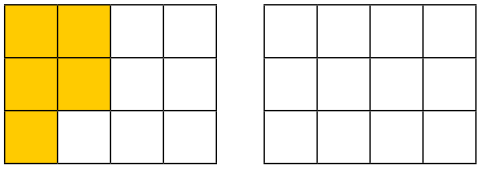
Practica

1. Observa la siguiente representación. Luego, resuelve. Interpretar



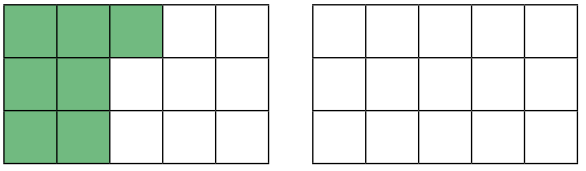
$\frac{6}{10} \cdot \frac{1}{2}$ → $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

a.



$\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{5}$ → ☐

b.



$\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{7}$ → ☐

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones. Aplicar

a. $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{4} =$ ☐

b. $\frac{12}{5} \cdot \frac{10}{4} =$ ☐

c. $\frac{9}{4} \cdot \frac{16}{3} =$ ☐

d. $\frac{4}{1} \cdot \frac{2}{3} =$ ☐

e. $5 \cdot \frac{4}{35} \cdot \frac{3}{1} =$ ☐

f. $\frac{6}{8} \cdot \frac{11}{1} \cdot \frac{4}{11} =$ ☐

3. Lee las siguientes situaciones y luego responde. Analizar

a. Tres quintos de los pasteles de una bandeja son de chocolate. Cuatro séptimos de los pasteles de chocolate tienen, además, crema. ¿Qué fracción de los pasteles tienen chocolate y crema?

b. Un postre tiene una masa de tres cuartos de kilógramo. Sara ya ha repartido la mitad del postre. ¿Qué fracción del total le queda a Sara?

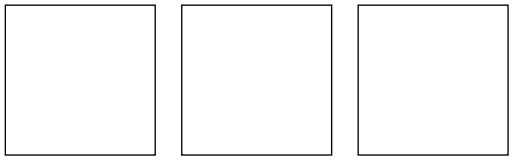
División de fracciones

Lee y responde

Martina ha recolectado 2 kilógramos y medio de almendras y las ha repartido en bolsas de un cuarto de kilógramo cada una.

- Representa la cantidad de almendras que recolectó Martina.

Representación gráfica | **Fracción** | **Número mixto**



- Encierra la cantidad de bolsas necesarias para guardar el total de almendras recolectadas por Martina.

- Escribe la cantidad total de bolsas que usará Martina. _____

Aprende

Para resolver una **división de fracciones**, es necesario utilizar el **inverso multiplicativo**.

El **inverso multiplicativo** de un número **a** es un número **b**, con la condición de que el producto entre ellos sea 1, es decir, **a** • **b** = 1.

Ejemplo: el inverso multiplicativo de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$, ya que: $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$.

Para calcular el cociente entre fracciones se multiplica el dividendo con el inverso multiplicativo del divisor.

Ejemplo: en la división $\frac{5}{6} : \frac{7}{8}$, el dividendo es $\frac{5}{6}$ y el divisor es $\frac{7}{8}$. El inverso multiplicativo de $\frac{7}{8}$ es $\frac{8}{7}$, ya que $\frac{7}{8} \cdot \frac{8}{7} = \frac{56}{56} = 1$. Luego, se tiene que:

$$\frac{5}{6} : \frac{7}{8} = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{7} = \frac{40}{42} = \frac{40 : 2}{42 : 2} = \frac{20}{21}$$

Practica

1. Escribe la fracción que resulta al dividir la parte coloreada de cada región, según cada condición. Observa el ejemplo. Representar

Dividir la parte coloreada en 2 partes iguales.

La parte coloreada representa la fracción $\frac{1}{10}$. Al dividirlo por $\frac{1}{2}$, se obtiene ▶ $\frac{1}{10} : \frac{1}{2} = \frac{1}{10} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

a.

Dividir la parte coloreada en 4 partes iguales.

b.

Dividir la parte coloreada en 7 partes iguales.

2. Resuelve las siguientes divisiones. Si es posible, simplifica y escribe el número mixto correspondiente. Aplicar

a. $\frac{2}{9} : \frac{3}{5} =$

b. $\frac{7}{6} : \frac{1}{8} =$

c. $3\frac{4}{6} : \frac{2}{3} =$

d. $2\frac{5}{3} : 1\frac{1}{2} =$

3. Lee cada situación y luego responde. Analizar

a. Un albañil terminó las ocho novenas partes de una obra en cuatro días. Si todos los días hizo la misma cantidad de trabajo, ¿qué parte de la obra terminó cada día?

b. Ernesto tiene que enviar 4 encomiendas, que tienen una masa total de ocho décimos de kg. ¿Qué fracción de kg tiene cada una?

Operatoria combinada

Observa y responde

Teresa y Luis utilizan distintos procedimientos para resolver la siguiente operación.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$$
$$= \frac{13}{12} \cdot \frac{1}{4}$$
$$= \frac{13}{24}$$

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{12}$$
$$= \frac{8}{12}$$
$$= \frac{2}{3}$$

- Marca con un ✔ la opción correcta.

  ☐ En la operatoria combinada, primero se resuelve la multiplicación.

  ☐ En la operatoria combinada, primero se resuelve la sustracción.

- Justifica si Teresa o Luis están en lo correcto.

Aprende

En las **operaciones combinadas**, es necesario mantener la prioridad al resolverlas.

1° Resolver los paréntesis, en caso de que existan.
2° Multiplicación y división.
3° Adición y sustracción.

Una vez que se resuelvan las operaciones, si es posible, se simplifica y expresa el resultado como número mixto.

Ejemplo:

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \frac{1}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{3}$$ ▸ Se resuelve la división entre fracciones.

$$= \frac{1}{4} + \frac{20}{15}$$ ▸ Se resuelve la adición entre fracciones.

$$= \frac{95 : 5}{60 : 5}$$ ▸ Se simplifica la fracción resultante.

$$= \frac{19}{12}$$ ▸ Se expresa la fracción impropia como un número mixto.

$$= 1\frac{7}{12}$$

Practica

1. Resuelve las siguientes operaciones combinadas. Si es posible, simplifica hasta obtener una fracción irreductible. Aplicar

a. $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}=$

c. $3\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}-2\frac{5}{6}=$

e. $\left(5\frac{2}{3}-1\frac{1}{5}\right)\cdot\left(1-\frac{2}{15}\right)=$

b. $2\frac{1}{2}-\frac{2}{3}:\frac{5}{6}=$

d. $\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{3}:\frac{1}{3}=$

f. $\left(4\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right):\frac{2}{3}+\frac{9}{2}=$

2. Completa los siguientes esquemas, resolviendo las operaciones correspondientes. Aplicar

a.

$\frac{2}{3}$ → $+2\frac{1}{4}$ → ☐ → $-1\frac{5}{6}$ → ☐ → $\cdot\frac{5}{6}$ → ☐ → $:\frac{5}{6}$ → ☐

b.

$1\frac{1}{7}$ → $+3\frac{1}{5}$ → ☐ → $-1\frac{2}{7}$ → ☐ → $\cdot1\frac{1}{2}$ → ☐ → $:\frac{2}{15}$ → ☐

Ponte a prueba

Un estanque de agua contiene $\frac{1}{5}$ de su capacidad, pero si se agregan 126 litros, se llena hasta la mitad. ¿Cuál es la capacidad del estanque?

¿Cómo vas?

Clasificación de fracciones

1. Escribe si cada fracción es propia, equivalente a la unidad o impropia.

puntos 3

a. $\frac{2}{3}$ ▸ _____ **c.** $\frac{14}{14}$ ▸ _____ **e.** $\frac{19}{18}$ ▸ _____

b. $\frac{5}{7}$ ▸ _____ **d.** $\frac{38}{49}$ ▸ _____ **f.** $\frac{37}{37}$ ▸ _____

2. Escribe cada número mixto como una fracción impropia.

puntos 3

a. $2\frac{3}{4}$ ▸ ☐ **b.** $3\frac{1}{6}$ ▸ ☐ **c.** $1\frac{5}{11}$ ▸ ☐

Equivalencia de fracciones

3. Remarca cada opción para que la afirmación sea verdadera. Luego, complétala.

puntos 4

a. Al (amplificar / simplificar) $\frac{13}{5}$ por $\frac{5}{3}$ resulta $\frac{39}{15}$, que corresponde al número mixto $\square\frac{\square}{\square}$.

b. Al (amplificar / simplificar) $\frac{60}{18}$ por $\frac{5}{6}$ resulta $\frac{10}{3}$, que corresponde al número mixto $\square\frac{\square}{\square}$.

Comparación de fracciones

4. Escribe una fracción que sea mayor y una que sea menor que cada fracción del grupo.

puntos 4

a.

$\frac{2}{7}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{32}{31}$ $\frac{12}{12}$

Mayor ▸ ☐

Menor ▸ ☐

b.

$\frac{18}{3}$ $\frac{14}{19}$ $\frac{22}{11}$ $\frac{38}{14}$ $\frac{15}{17}$

Mayor ▸ ☐

Menor ▸ ☐

SANTILLANA

Adición y sustracción de fracciones

puntos 2

5. Calcula el resultado en cada caso. Si es posible, simplifica hasta obtener una fracción irreductible y escríbela como un número mixto.

a. $2\frac{7}{8} + 3\frac{1}{5} =$

b. $3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4} =$

puntos 2

6. Resuelve el siguiente problema.

Paola utiliza $\frac{5}{14}$ de un trozo de cinta. Del resto que le queda, ocupa $\frac{1}{5}$. ¿Cuánta cinta le queda a Paola?

Multiplicación y división de fracciones

puntos 4

7. Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones. Si es posible, simplifica hasta obtener una fracción irreductible y escríbela como un número mixto.

a. $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{3} =$

b. $\frac{4}{8} : \frac{6}{4} =$

c. $1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{6} =$

d. $3\frac{2}{7} : 2\frac{4}{14} =$

Operatoria combinada

puntos 4

8. Resuelve.

a. $1\frac{3}{5} + \frac{1}{10} - \frac{2}{5} =$

b. $3\frac{1}{4} - \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{2} =$

c. $4\frac{2}{7} \cdot 1\frac{2}{14} + \frac{3}{8} : \frac{2}{6} =$

d. $\left(4\frac{8}{9} : \frac{4}{3} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{4} =$

Números decimales

Adición y sustracción de números decimales

Observa y responde

Los movimientos sísmicos se pueden categorizar según su intensidad (escala de intensidades modificada de Mercalli) o según su magnitud (escala de Richter). A continuación, se presentan algunos sismos que han tenido distintos epicentros en nuestro país.

Fecha	Magnitud	Epicentro
16 de agosto de 1906	8,2	Región de Valparaíso
22 de mayo de 1960	9,5	Región de Los Ríos
30 de julio de 1995	8,0	Región de Antofagasta
13 de junio de 2005	7,8	Región de Tarapacá
27 de febrero de 2010	8,8	Región del Biobío

Fuente: Servicio Sismológico de la Universidad de Chile, en www.sismología.cl. Recuperado el 15 de agosto de 2012.

- Ordena de menor a mayor las magnitudes de los terremotos registrados en la tabla.

- Marca con un ✔ la expresión que represente, por medio de una sustracción y de una adición, la relación entre el sismo de mayor y el de menor magnitud.

☐ $\begin{array}{r} 9{,}5 \\ -\ 7{,}8 \\ \hline 2{,}7 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2{,}7 \\ +\ 7{,}8 \\ \hline 9{,}5 \end{array}$

☐ $\begin{array}{r} 9{,}5 \\ -\ 7{,}8 \\ \hline 1{,}7 \end{array}$ $\begin{array}{r} 1{,}7 \\ +\ 7{,}8 \\ \hline 9{,}5 \end{array}$

☐ $\begin{array}{r} 9{,}5 \\ -\ 7{,}8 \\ \hline 2{,}3 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2{,}3 \\ +\ 7{,}8 \\ \hline 9{,}5 \end{array}$

Aprende

Para resolver una **adición** o una **sustracción de números decimales**, estos se pueden ordenar de manera vertical, con la condición de que la coma quede alineada verticalmente. Si la cantidad de cifras decimales no es igual, se completa con ceros y se realiza el cálculo.

Ejemplos:

$52{,}35 + 1{,}289 = 53{,}639$

$\begin{array}{r} 52{,}350 \\ +\ 1{,}289 \\ \hline 53{,}639 \end{array}$

$2{,}1 - 0{,}927 = 1{,}173$

$\begin{array}{r} 2{,}100 \\ -\ 0{,}927 \\ \hline 1{,}173 \end{array}$

Practica

1. Calcula el resultado en cada caso. Aplicar

a. 3,45 + 15,871 =

b. 96,5 – 9,154 =

c. 36,154 + 1,587 =

2. En la siguiente tabla se han representado las principales exportaciones mineras en Chile el año 2009. Analizar

Mineral	Exportación Millones US$
Cobre	27.453,8
Hierro	554,9
Salitre y yodo	490,3
Plata metálica	313,5
Óxido y ferro-molibdeno	1.330,5
Carbonato de litio	115,1
Sal marina y de mesa	121,9
Oro no monetario	906,8
Total	?

Fuente: www.ine.cl. Recuperado el 15 de julio 2012.

a. ¿Cuál es la diferencia entre los números destacados en la tabla? ¿Cómo interpretarías esta diferencia?

b. ¿Cuál es el total de dinero reunido por las principales exportaciones mineras de nuestro país?

3. Lee la siguiente información sobre los tipos de aproximación de números decimales. Analizar

Truncamiento: consiste en considerar solamente las cifras decimales, hasta una posición determinada.

Redondeo: se debe fijar en el valor de la cifra siguiente. Si es mayor o igual que 5, se aumenta en 1 unidad a la cifra que se redondeará; si es menor que 5, entonces se conserva la cifra decimal.

Ejemplo: 12,567 truncado a la centésima es 12,56; redondeado a la centésima es 12,57.

Escribe el resultado truncado y redondeado a la décima en cada caso.

a. 1,561 + 0,349 ▸ Truncado ____ Redondeado ____

b. 9,045 – 1,711 ▸ Truncado ____ Redondeado ____

Multiplicación de un número natural por un número decimal

Lee y responde

La araucaria es un árbol nativo de Chile, de lento crecimiento y gran longevidad, ya que puede alcanzar más de 1.000 años de vida. En un año crece como mínimo 5 centímetros y como máximo 8,2 centímetros.

Fuente: http://www.chilebosque.cl. Recuperado el 15 de agosto de 2012.

- Suponiendo que una araucaria crece 8,2 cm durante cada uno de sus primeros 7 años. Para calcular lo que ha crecido en este tiempo se puede resolver una adición iterada, en la que cada sumando es igual a 8,2 cm.

$$\underbrace{8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2 + 8{,}2}_{7 \text{ veces}}$$

- Remarca la opción que represente la altura que ha crecido en estos 7 años.

41 cm	57,2 cm	57,4 cm

- Si la operación se expresa por medio de una multiplicación, remarca el o los productos que lo representan.

8,2 • 7	6 • 8,2	7 • 8,2	8,2 • 6

- Supón que una araucaria crece durante los primeros 10 años de vida 7,9 cm anuales. Explica cómo calcularías la altura que ha crecido en ese tiempo.

Aprende

Para multiplicar **un número decimal por un número natural**, se realiza la operación como si ambos números fueran números naturales. La coma en el producto se desplaza, de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales tenga el factor decimal.

Ejemplos:

2 cifras decimales

$$\begin{array}{r} 1{,}76 \cdot 13 \\ \hline 528 \\ +\,176 \\ \hline 22{,}88 \end{array}$$

2 cifras decimales

3 cifras decimales

$$\begin{array}{r} 92 \cdot 3{,}155 \\ \hline 460 \\ 460 \\ 92 \\ 276 \\ \hline 290{,}260 \end{array}$$

3 cifras decimales

Practica

1. Remarca el número que falta en cada multiplicación. Identificar

a. 6,21 • 3 = _____

176,3 | 18,63 | 196,3

b. _____ • 10 = 134,3

13,23 | 13,33 | 13,43

c. _____ • 20,7 = 186,3

8 | 9 | 10

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones. Aplicar

a. 128,471 • 90 =

b. 36 • 258,71 =

c. 36,54 • 14.700 =

3. Lee cada situación y luego responde. Analizar

a. Si la bencina tiene un precio de $ 642,5 por litro, ¿cuánto dinero se deberá cancelar por 26 litros?

b. La velocidad media de un automóvil es de 105,4 km/h. Si recorre todo el trayecto en 4 horas, ¿cuántos kilómetros mide el trayecto?

4. Lee la siguiente información. Luego, calcula cada multiplicación. Analizar

Al multiplicar un número decimal por un número que sea una potencia de 10, se "corre la coma decimal" a la derecha tantas cifras como ceros existan en la potencia de 10. Si faltan cifras, se completa con ceros. Observa el ejemplo:

46,35 • 1.000 = 46.350

a. 3,14 • 10 = _____

b. 100 • 12,4 = _____

c. 9,7 • 100 = _____

d. 82,567 • 100 = _____

e. 9,43 • 1.000 = _____

f. 7,458 • 10.000 = _____

g. 0,035 • 100 = _____

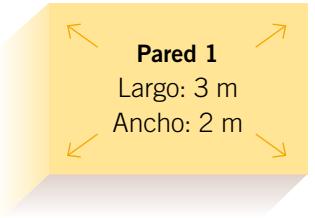
h. 0,29 • 1.000 = _____

i. 0,002 • 10.000 = _____

Multiplicación de números decimales

Observa y responde

El taller de artes de un colegio dispone de dos paredes en las que se realizará un mural artístico para el aniversario del establecimiento.



- Para calcular el área de cada pared se multiplican las medidas de su ancho y largo. Remarca la expresión que representa el área de la pared 1.

$5\ m^2$ $6\ m^2$ $7\ m^2$

- Marca con un ✔ la expresión que permite calcular el área de la pared 2.

☐ $(2 \cdot 4{,}2 + 2 \cdot 1{,}7)\ m^2 = 11{,}6\ m^2$ ☐ $(4{,}2 \cdot 1{,}7)\ m^2 = 7{,}14\ m^2$ ☐ $(4{,}2 + 1{,}7)\ m^2 = 5{,}9\ m^2$

- Explica qué pared tendrá un área mayor para realizar el mural artístico.

Aprende

Para calcular una **multiplicación de dos números decimales**, se realiza la operación como si los decimales fueran números naturales. La posición de la coma se desplaza, de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales tenga cada número decimal.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 5{,}15 \cdot 6{,}23 \\ \hline 1545 \\ 1030 \\ +\ 3090 \\ \hline 32{,}0845 \end{array}$$

Se multiplican los factores como si fueran números naturales.

En el producto, se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras decimales como tengan en total los factores. En este caso, se tienen 4 cifras decimales: dos de 5,15 y dos de 6,23.

Practica

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones. Aplicar

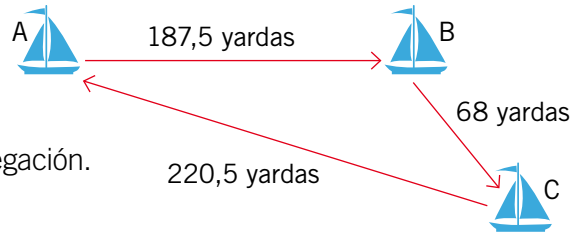
a. 1,3 • 2,1 =

b. 7,02 • 3,8 =

c. 0,6 • 14,98 =

2. Lee la siguiente situación y luego responde. Aplicar

En países como Estados Unidos y el Reino Unido se utiliza la yarda como una unidad de longitud, que equivale a 0,914 metros. El siguiente esquema representa el recorrido que debe realizar una navegación.



Calcula la medida, en metros, según corresponda.

a. La distancia entre A y B.

b. La distancia entre C y A.

c. La distancia total del recorrido.

3. Lee la siguiente información. Luego, calcula cada multiplicación. Analizar

Para multiplicar un número decimal por 0,1; 0,01 o 0,001, se desplaza la coma del producto a la izquierda 1, 2 o 3 lugares, según la cantidad de ceros que tenga el segundo factor.
Observa el ejemplo:

2 ceros

$$53{,}4 \cdot 0{,}01 = 0{,}534$$

La coma se "mueve" 2 lugares a la izquierda.

a. 4,12 • 0,01 = _____

b. 100 • 0,1 = _____

c. 0,97 • 0,01 = _____

d. 8,267 • 0,001 = _____

e. 9,05 • 0,01 = _____

f. 7,508 • 0,1 = _____

g. 0,05 • 0,001 = _____

h. 0,0009 • 0,1 = _____

i. 0,00003 • 0,01 = _____

División de un número decimal por un número natural

Lee y responde

Nuestro país es conocido mundialmente por la producción y calidad de sus uvas, con las cuales se obtienen grandes ganancias por la exportación de esta fruta. En una viña se cosecharon en 5 meses 42,65 toneladas de uvas. Si la producción mes a mes fue la misma, ¿cuántas toneladas de uva se cosecharon mensualmente?

- Para calcular la cantidad de toneladas que se cosecharon mensualmente es necesario plantear una división. Completa cada recuadro, según corresponda.

  - Divide la parte entera del dividendo (42) entre el divisor (5).

    42,65 : 5 = ☐
    2

  - Baja la siguiente cifra del dividendo y agrega una coma en el cociente.

    42,65 : 5 = ☐,
    2☐

  - Continúa dividiendo normalmente.

    42,65 : 5 = ☐,☐☐
    2☐

- Responde la pregunta del problema.

Aprende

Para **dividir** un **número decimal por un número natural**, se realiza la división como si el dividendo y el divisor fueran números naturales. Al "bajar" la primera cifra decimal del dividendo, se pone una coma en el cociente, y después se continúa dividiendo.

Ejemplos:

34,5 : 4 = 8,625
2 5
10
20
0

0,0578 : 2 = 0,0289
005
17
18
0

2,45 : 4 = 0,6125
2 4
05
10
20
0

Practica

1. Anota la coma en el cociente de cada división. Identificar

a. 28,7 : 7 = 4 1

b. 9,27 : 9 = 1 0 3

c. 297,6 : 8 = 3 7 2

2. Resuelve las siguientes divisiones. Aplicar

a. 100,80 : 8 =

b. 485,2 : 20 =

c. 9,148 : 3 =

3. Calcula el factor desconocido en cada caso. Analizar

a. 3 • ☐ = 23,4

b. ☐ • 15 = 1,35

c. 4 • ☐ = 1,08

4. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Un deportista de alto rendimiento trota en una pista de 25,75 km todas las mañanas. Si necesita hacer 5 paradas que están a la misma distancia una de la otra, ¿cada cuántos kilómetros deberá detenerse?

b. Un bidón tiene 3,75 litros de agua. Si con ese bidón pueden llenarse 15 vasos de igual capacidad, ¿cuál es la capacidad de cada vaso?

c. En un colegio se realizó una campaña de recolección de alimentos para ayudar a un hogar de ancianos. Entre otros alimentos, se recolectaron 138 bolsas de leche de 0,95 litros cada una. Si esta leche está destinada a 30 ancianos, ¿cuántos litros recibirá cada uno?

División de números decimales

Lee y responde

Un camión transporta 406,35 litros de agua destinados al riego de los árboles de las calles de una comuna. Se utilizan 2,7 litros de agua por cada árbol, de modo que con el agua de un camión se riegan 150,5 árboles.

- ¿Qué operación permite calcular la cantidad de árboles que se riegan con agua de un camión? Explica.

- Completa con los datos que representan el dividendo, el divisor y el cociente de la situación.

Dividendo ▸ ☐ Divisor ▸ ☐ Cociente ▸ ☐

- ¿Qué representa la cifra ubicada en la parte decimal?

Aprende

Para resolver una **división de números decimales**, es necesario considerar las comas tanto en el dividendo como en el divisor. A continuación, se presentan 2 estrategias que permiten resolver estas operaciones.

Estrategia 1

Para dividir dos números decimales se multiplica el divisor por potencias de 10, cuantas veces sea necesario, hasta convertirlo en un número natural. Luego, se multiplica el dividendo por la misma potencia de 10 que el divisor y se realiza la división.

Ejemplo:

$$31{,}875 : 2{,}5 =$$
$$\downarrow \cdot 10 \quad \downarrow \cdot 10$$
$$318{,}75 : 25 = 12{,}75$$
$$0$$

Estrategia 2

Para dividir dos números decimales, se suprime la coma del divisor y se desplaza la coma del dividendo tantos lugares a la derecha como cifras decimales tenga el divisor. Si es necesario, se añaden ceros.

Ejemplo:

$$31{,}875 : 2{,}5 =$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$318{,}75 : 25 = 12{,}75$$
$$0$$

Practica

1. Relaciona cada división de la columna A con una división que tenga el mismo cociente en la columna B. Para ello, anota en la columna B la letra correspondiente. Relacionar

	Columna A	Columna B
a.	8,75 : 0,03	_____ 8,75 : 3
b.	0,875 : 0,03	_____ 87,5 : 3
c.	87,5 : 0,003	_____ 875 : 3
d.	87,5 : 0,03	_____ 8.750 : 3
e.	0,875 : 0,3	_____ 87.500 : 3

2. Resuelve las siguientes divisiones. Aplicar

a. 6,48 : 1,5 =

b. 22,62 : 2,9 =

c. 3,691 : 0,05 =

3. Completa con el término desconocido en cada caso. Analizar

a. 7,56 : ☐ = 1,8

b. ☐ : 5,3 = 9,08

c. ☐ : 2,1 = 3,4

d. 98,64 : ☐ = 21,92

e. 7,75 : ☐ = 3,1

f. ☐ : 82,5 = 0,04

Ponte a prueba

Pedro está jugando con sus amigos. Ha escrito en un papel tres fracciones menores que la unidad y con denominador 7. Sus numeradores son números consecutivos y su suma es 12. ¿Qué fracciones ha escrito Pedro?

Módulo 4

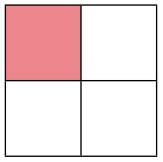
Relación entre decimales y fracciones

Representación de una fracción como un número decimal

Observa y responde

Rodolfo compra frutas para la colación de sus hijos.
La lista muestra las compras realizadas.

- Escribe a qué fruta de la lista de compras corresponde la siguiente representación gráfica.



▸ _____

Lista de compras

- $\frac{1}{2}$ kg de frutillas.
- $\frac{1}{4}$ kg de naranjas.
- $\frac{1}{8}$ kg de kiwis.
- $1\frac{1}{2}$ kg de manzana.
- $3\frac{3}{4}$ kg de plátanos.

- Marca con un ✔ la relación correcta entre la fracción que representa la cantidad de naranjas y su número decimal.

☐ $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0{,}25$
10
20
0

☐ $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0{,}025$
10
20
0

- Une cada fruta con la balanza digital que marca su correspondiente masa.

Aprende

Para **expresar una fracción** de la forma $\frac{a}{b}$, con $a, b \in \mathbb{N}_0$, $b \neq 0$ **como un número decimal**, se resuelve una división entre el numerador y el denominador.

$$\frac{a}{b} = a : b$$

Ejemplos:

$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6$
30
0

$\frac{4}{10} = 4 : 10 = 0{,}4$
40
0

Practica

1. Escribe la operación que permite calcular el número decimal. Interpretar

a. $\frac{1}{4}$ ▸ _____

b. $\frac{7}{5}$ ▸ _____

c. $\frac{11}{10}$ ▸ _____

d. $\frac{47}{25}$ ▸ _____

e. $\frac{110}{98}$ ▸ _____

f. $\frac{30}{20}$ ▸ _____

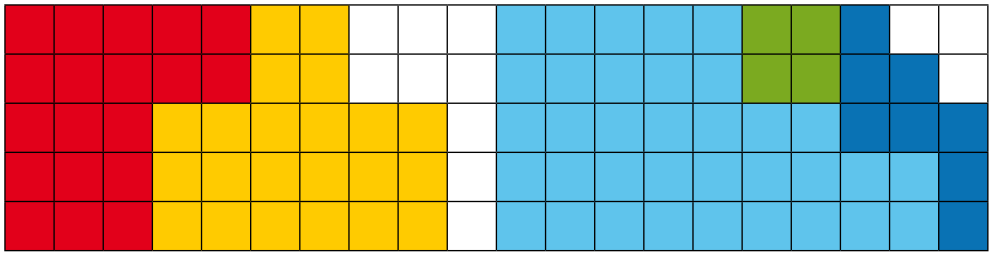
¿Sabías que...?

Una fracción tiene una única expresión como número decimal; en cambio, un número decimal tiene diferentes representaciones como fracción.

Ejemplo:

$0{,}2 = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = \ldots$

2. Escribe como fracción y número decimal cada región presentada. Aplicar



a. Región roja ▸ $\frac{\square}{\square} = \square$

b. Región azul ▸ $\frac{\square}{\square} = \square$

c. Región celeste ▸ $\frac{\square}{\square} = \square$

d. Región verde ▸ $\frac{\square}{\square} = \square$

3. Representa cada fracción como un número decimal. Aplicar

a. $\frac{18}{15}$ ▸ _____

b. $\frac{17}{4}$ ▸ _____

c. $\frac{121}{10}$ ▸ _____

d. $\frac{18}{15}$ ▸ _____

4. Determina el valor que falta, de manera que se conserve la igualdad. Analizar

a. $\frac{\square}{40} = 2{,}6$

b. $\frac{3}{\square} = 0{,}6$

c. $\frac{195}{\square} = 2{,}6$

d. $\frac{\square}{25} = 2{,}72$

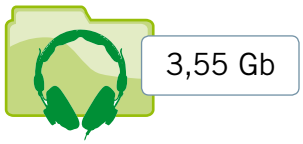
e. $\frac{213}{\square} = 42{,}6$

f. $\frac{41}{1.000} = \square$

Representación de un número decimal finito como una fracción

Observa y responde

Los siguientes íconos presentan la memoria utilizada por algunos archivos en un computador.



- Remarca la opción que corresponde a la cantidad de cifras decimales de las memorias anteriores.

1 2 3 4

- Marca con un ✔ el número menor por el que se puede multiplicar cada número decimal para que resulte un número natural.

☐ 1 ☐ 10 ☐ 100 ☐ 1.000

- Une cada número decimal con su representación como fracción.

Número decimal	3,55	1,35	2,15
Fracción	$\frac{215}{100}$	$\frac{355}{100}$	$\frac{135}{100}$

Aprende

Para **representar un número decimal como una fracción**, es importante considerar los siguientes casos: número decimal finito, número decimal infinito que puede ser periódico o semiperiódico.
Los **números decimales finitos** tienen una cantidad finita de cifras decimales.

Para expresar un **número decimal finito como una fracción**, el numerador corresponde a todo el número decimal sin la coma y el denominador a una potencia de 10, con tantos ceros como cifras tenga la parte decimal del número.

Ejemplos:

$1{,}7 = \frac{17}{10}$

Con 1 cifra decimal, se relacionan con el número 10.

$0{,}75 = \frac{75}{100}$

Con 2 cifras decimales, se relacionan con el número 100.

$0{,}008 = \frac{8}{1.000}$

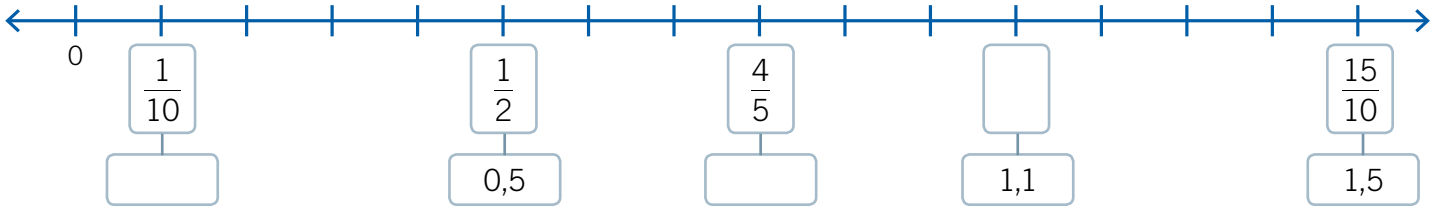
Con 3 cifras decimales, se relacionan con el número 1.000.

Practica

1. Relaciona cada número decimal de la columna A con la fracción correspondiente de la columna B. Para ello, escribe en la columna B la letra correspondiente. Relacionar

	Columna A	Columna B
a.	1,7	____ $\frac{98}{1.000}$
b.	0,17	____ $\frac{17}{100}$
c.	9,8	____ $\frac{17}{1.000}$
d.	0,017	____ $\frac{17}{10}$
e.	0,098	____ $\frac{98}{10}$

2. Completa con las fracciones o números decimales que corresponden en la siguiente recta numérica. Interpretar



3. Escribe como una fracción los siguientes números decimales. Si es posible, simplifícala. Aplicar

a. 0,85 = ____ **c.** 1,25 = ____ **e.** 5,75 = ____

b. 0,602 = ____ **d.** 2,398 = ____ **f.** 130,09 = ____

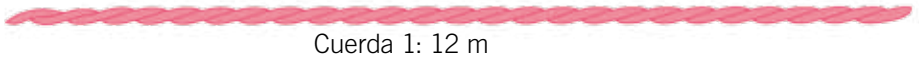
4. Expresa los resultados de las siguientes adiciones de números decimales como una fracción irreductible. Aplicar

a. 1,34 + 6,75 = **b.** 3,871 + 6,41 = **c.** 9,17 + 0,83 =

Relación entre números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos, y fracciones

Observa y responde

Alberto tiene dos cuerdas de diferentes longitudes y necesita dividir cada una en 3 partes iguales.



Cuerda 1: 12 m

Cuerda 2: 10 m

- Calcula la longitud de cada uno de los trozos en los que se dividirá la cuerda.

Cuerda 1	**Cuerda 2**

- Explica lo que ocurre con el resto en cada una de las divisiones anteriores.

Aprende

En los números **decimales infinitos periódicos**, inmediatamente después de la coma hay una o más cifras que se repiten infinitamente (período).

Ejemplo: $\frac{5}{3} = 5 : 3 = 1{,}66666666\ldots$ que también se expresa como $\frac{5}{3} = 1,\overline{6}$ (parte entera 1, período 6).

Para expresarlos como fracción, en el numerador se calcula la diferencia entre el número decimal, sin la coma, y el número que aparece en la parte entera; y en el denominador se escriben tantos 9 como cifras tenga el período.

Ejemplo: $1,\overline{6} = \frac{16 - 1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$

En los números **decimales infinitos semiperiódicos**, después de la coma hay una o más cifras que se repiten una cantidad finita de veces (anteperíodo), y luego una o más cifras que se repiten infinitamente (período).

Ejemplo: $\frac{19}{90} = 19 : 90 = 0{,}2111111\ldots$ que también se expresa como $\frac{19}{90} = 0,2\overline{1}$ (parte entera 0, anteperíodo 2, período 1).

Para expresarlos como fracción, en el numerador se escribe la diferencia entre el número decimal, sin la coma, y el número que aparece antes del período; y, en el denominador se escriben tantos 9 como cifras tenga el período y tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo.

Ejemplo: $0,2\overline{3} = \frac{23 - 2}{90} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$

Practica

1. Escribe **P** si el número decimal infinito es periódico o **S**, si es un número decimal semiperiódico. Identificar

a. ☐ $1,5\overline{47}$

b. ☐ $3,\overline{26}$

c. ☐ $0,\overline{19}$

d. ☐ $0,07\overline{5}$

e. ☐ $3,\overline{3}$

f. ☐ $107,10\overline{7}$

2. Expresa como fracción los siguientes números decimales. Si es posible, simplifica hasta obtener una fracción irreductible. Aplicar

a. $32,2\overline{9}$

b. $0,\overline{365}$

c. $0,\overline{23}$

d. $18,4\overline{12}$

3. Expresa como un número decimal en cada caso. Analizar

a. $\frac{32-3}{90}=\frac{29}{90}$ ▸ ☐

b. $\frac{92-0}{99}=\frac{92}{99}$ ▸ ☐

c. $\frac{147-0}{999}=\frac{147}{999}$ ▸ ☐

d. $\frac{1.075-107}{90}=\frac{968}{90}$ ▸ ☐

Ponte a prueba

Al resolver $\dfrac{\frac{147}{999}-0,\overline{147}+\frac{1}{3}}{0,\overline{3}}$, Patricio afirma que el resultado es 1, mientras que Andrea asegura que el resultado es 0. Explica quién está en lo correcto.

Método Singapur

Problemas de dos pasos

Observa la resolución del siguiente problema

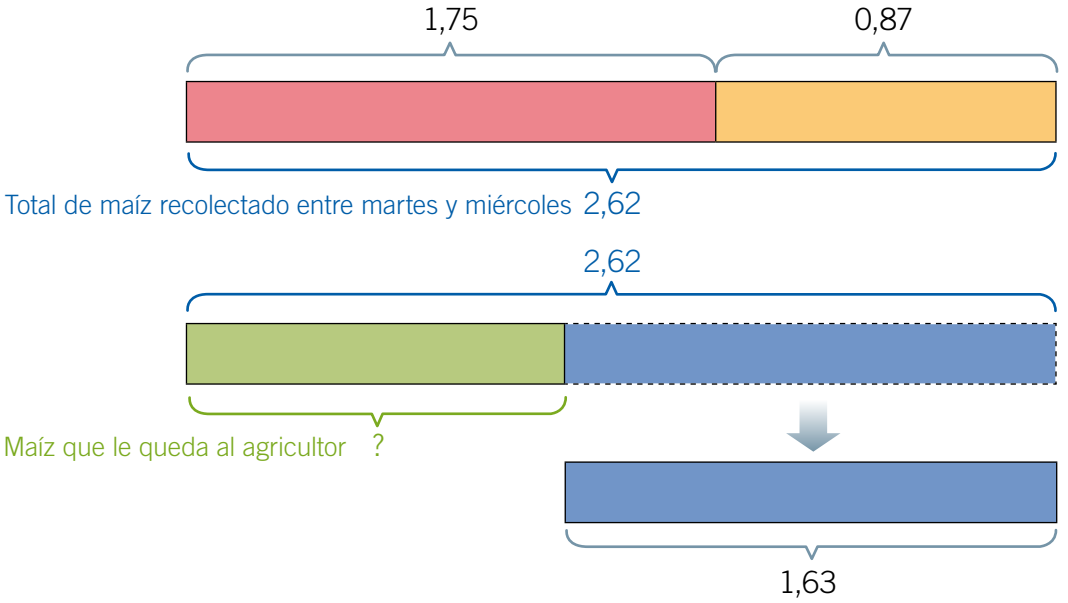
Un agricultor comienza la cosecha de maíz un día martes recolectando 1,75 toneladas al día siguiente recolecta 0,87 tonelada. Si el día jueves vende 1,63 toneladas del maíz recolectado, ¿cuánto maíz le queda al agricultor?

PASO 1 Identifica los datos y la pregunta del problema.

Datos: 1,75 toneladas de maíz se recolectaron el día martes.
0,87 tonelada de maíz se recolectó el día miércoles.
1,63 toneladas de maíz se vendieron el día jueves.

Pregunta: ¿Cuánto maíz le queda al agricultor?

PASO 2 Representa en un esquema los datos.



PASO 3 Escribe los cálculos para obtener la respuesta.

$$\begin{array}{r} 1{,}75 \\ +\ 0{,}87 \\ \hline \square \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}62 \\ -\ 1{,}63 \\ \hline \square \end{array}$$

PASO 4 Responde la pregunta.

Respuesta: quedan por vender 0,99 toneladas de maíz.

Ahora hazlo tú

Un líquido tiene una temperatura inicial de 14,75 °C. Luego de someterlo a calor, la temperatura aumenta en 54,6 °C respecto del estado inicial. Al dejar reposar el líquido, su temperatura disminuye en 52,6 °C. ¿Cuál es la temperatura final del elemento?

PASO 1 Identifica los datos y la pregunta del problema.

PASO 2 Representa en un esquema los datos.

PASO 3 Escribe los cálculos para obtener la respuesta.

PASO 4 Responde la pregunta.

Competencias para la vida

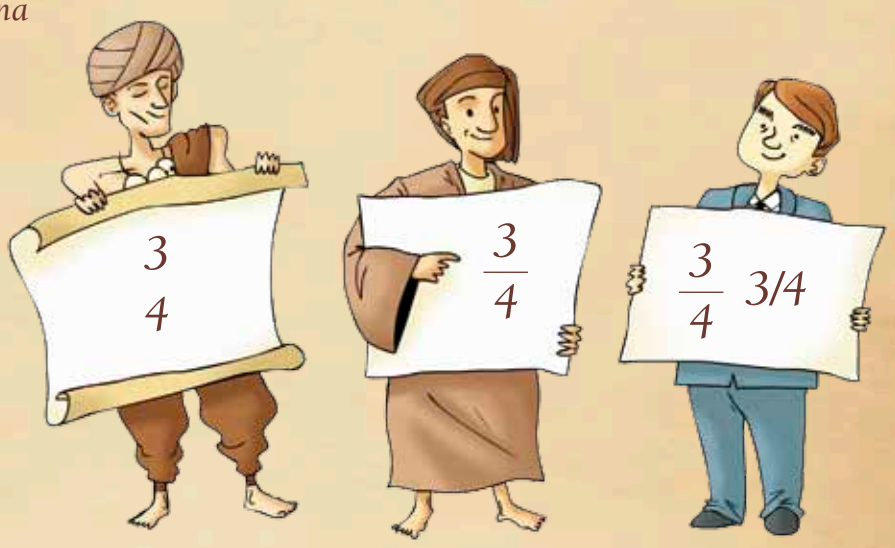
La **historia** nos ayuda a comprender la escritura numérica

La historia de las fracciones

A lo largo de la historia, las fracciones se han escrito con formas variadas, muchas de ellas distintas de las que utilizamos en la actualidad. Los matemáticos hindúes, por ejemplo, escribían las fracciones tal como lo hacemos actualmente, pero sin la "raya" entre el numerador y el denominador.

Los primeros que usaron la "raya horizontal" fueron los matemáticos árabes. De ellos la aprendió el primer matemático europeo que la utilizó, el italiano Leonardo de Pisa (también llamado Fibonacci).

En la actualidad utilizamos la forma árabe, con la raya horizontal $\left(\frac{1}{2}\right)$*. Asimismo, para que ocupen menos espacio, al escribirlos, se suelen colocar el numerador y el denominador a la misma altura separados por una barra inclinada (1/2).*



Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

- Remarca la opción que represente el número 1,75 escrito como fracción.

$\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{7}{4}$

- Marca con un ✔ la opción que represente la fracción $\frac{3}{8}$ como número decimal.

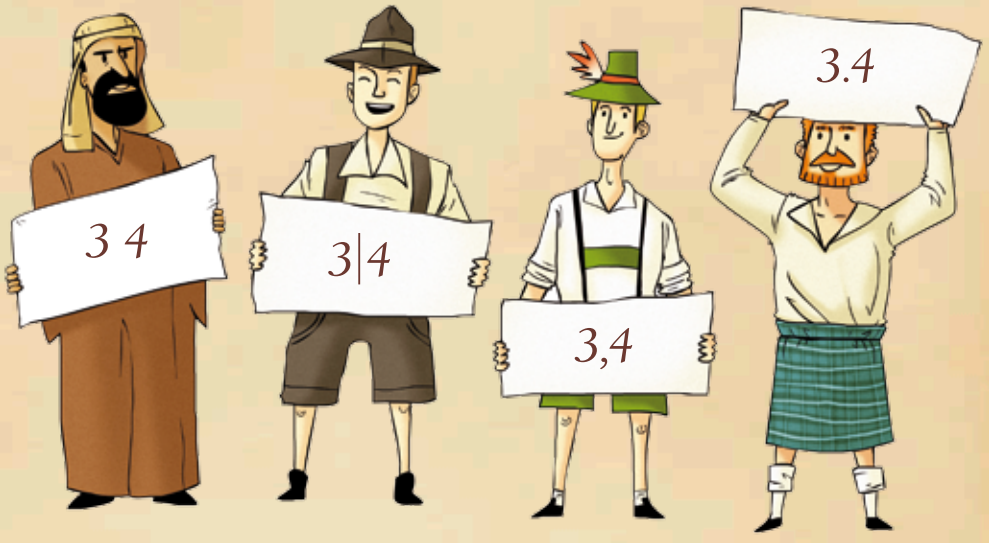
☐ 3,8 ☐ 0,38 ☐ 0,375 ☐ 3,75

Los números decimales: puntos y comas

Los números decimales se conocen y utilizan desde hace muchos años. En este tiempo ha variado la forma de representarlos. Los matemáticos árabes escribían la parte entera del número separada de la parte decimal con un espacio. En el siglo XVI aparecieron varias formas de escribir los decimales.

Un matemático austríaco, Christoff Rudolff, comenzó a utilizar una barra vertical para separar las dos partes de un número decimal. Por otro lado, el alemán Joost Bürgi usó la coma para separar ambas partes, mientras que el escocés John Napier empleaba el punto.

Desde entonces, en diferentes países y situaciones, se utilizan la coma o el punto para escribir los números decimales.



Competencia lingüística

Reflexiona y comenta.

- Comenta con tus compañeras y compañeros la idea principal de cada texto.
- Subraya en el texto los nombres de las personas que se mencionan y describe su importancia.
- ¿Cuál es la cultura que más influyó en la forma de escribir las fracciones en la actualidad?
- ¿Qué culturas han hecho más aportes a la forma en la cual se escriben las fraccionesy los números decimales? Investiga si es necesario.

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

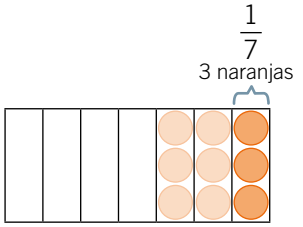
Hogar Video tutorial

1. Sara ha comido $\frac{4}{7}$ del total de naranjas que hay en una caja. Si quedan 9 naranjas en la caja, ¿cuántas había inicialmente?

A. 3
B. 9
C. 12
D. 21

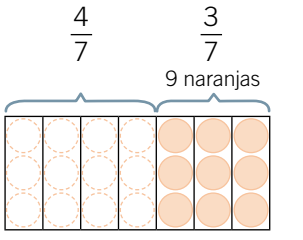
Análisis de las alternativas

A. Se calcula que en $\frac{1}{7}$ de la caja hay 3 naranjas, creyendo que corresponde a las que había inicialmente en la caja.

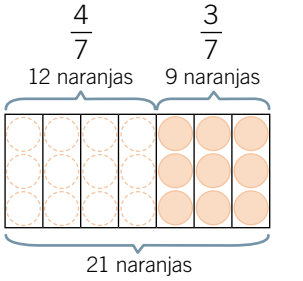


B. Relaciona la expresión "Si quedan 9 naranjas" con la cantidad de naranjas que hay en la caja inicialmente.

C. En esta alternativa, se presenta la cantidad de naranjas que se comió Sara, ya que en $\frac{1}{7}$ de la caja hay 3 naranjas y Sara se comió las $\frac{4}{7}$ partes de las naranjas de la caja, es decir, 12 naranjas.



D. En esta alternativa, se relacionan las 9 naranjas que quedan en la caja con los $\frac{3}{7}$ de la caja, y las 12 naranjas con los $\frac{4}{7}$ de la caja, que corresponde a la parte que comió Sara. Luego, al sumar la cantidad de naranjas que quedan en la caja y las que comió Sara, se obtienen 21.



▸ Por lo tanto, la alternativa **D** es la correcta.

1. A B C D

SANTILLANA

¿Qué aprendiste?

Evaluación final

puntos 4

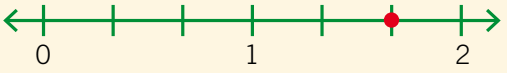
1. Escribe la fracción que representa el punto ubicado en la recta numérica. Luego, clasifícala.

a.

c.

b.

d.



puntos 4

2. Completa con el término que falta para conservar la igualdad.

a. $\frac{\square}{3} = 4$ **b.** $\frac{20}{\square} = 5$ **c.** $\frac{4}{7} = \frac{\square}{35}$ **d.** $\frac{120}{\square} = \frac{12}{5}$

puntos 4

3. Completa los casilleros, según corresponda. Observa el ejemplo.

a	b	c	a + b	a − c	a • b	a : c
$\frac{5}{3}$	$3\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$5\frac{1}{6}$	$\frac{13}{15}$	$5\frac{5}{6}$	$\frac{25}{12}$
3	$\frac{8}{3}$	$1\frac{1}{2}$				
4	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{5}$				

puntos 2

4. Resuelve el siguiente problema.

Un ciclista debe recorrer 105 km. El primer día recorrió la tercera parte del trayecto y el segundo día, dos quintos, dejando el resto para el tercer día. ¿Cuántos km recorrió cada día?

5. Calcula el valor que representa cada letra y encuentra una acción que nunca debes olvidar.

puntos 4

C 0,24 + 0,17	**R** 9,183 + 3,471	**E** 6,18 – 2,6	**L** 2,07 – 1,092
R 3,65 • 4	**C** 2,17 • 0,9	**I** 2,68 : 4	**A** 54,6 : 2,1

12,654	3,58	1,953	0,67	0,41	0,978	26	14,6

6. Representa como fracción los siguientes números decimales.

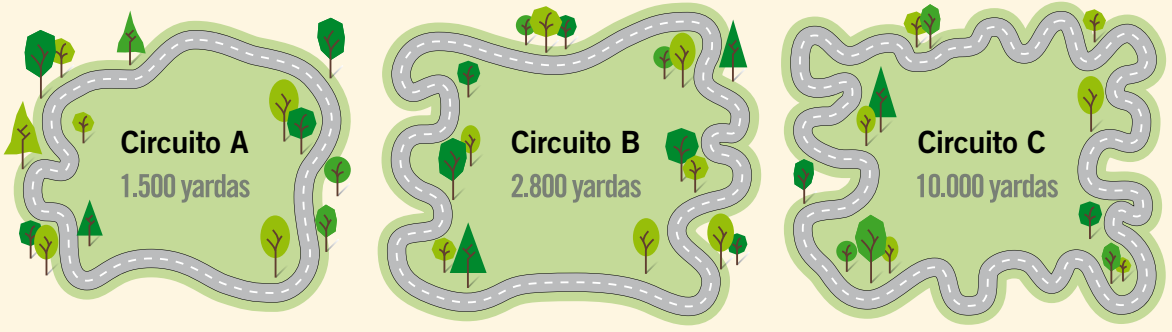
puntos 3

a. 6,17 = ☐ **b.** $1,\overline{4}$ = ☐ **c.** $0,25\overline{4}$ = ☐

7. Lee la siguiente situación. Luego, responde.

puntos 2

La yarda es una unidad inglesa de longitud que equivale a 0,914 metros. Las siguientes imágenes presentan 3 circuitos que recorrerán ciclistas en las próximas competencias comunales.



a. ¿Cuántos metros mide el circuito B más que el circuito A?

b. Mónica recorrió en bicicleta 3 veces el circuito C. ¿Cuántos metros recorrió?

puntos 3

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

8. ¿Qué alternativa muestra en orden una fracción impropia, una fracción equivalente a la unidad, un número mixto y una fracción propia?

A. $\frac{3}{2}; \frac{14}{14}; 2\frac{1}{5}; \frac{1}{2}$

B. $\frac{4}{5}; \frac{100}{100}; 1\frac{1}{3}; \frac{8}{7}$

C. $\frac{27}{27}; 2\frac{8}{3}; \frac{1}{2}; \frac{9}{5}$

D. $1\frac{2}{3}; \frac{4}{4}; \frac{2}{5}; \frac{17}{3}$

9. Al amplificar por 2 la fracción $\frac{4}{8}$, ¿qué fracción resulta?

A. $\frac{2}{4}$

B. $\frac{6}{10}$

C. $\frac{8}{8}$

D. $\frac{8}{16}$

10. ¿Cuál de las siguientes fracciones es irreductible?

A. $\frac{13}{169}$

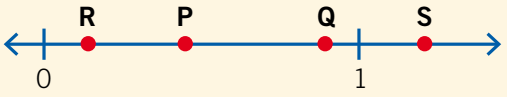
B. $\frac{119}{51}$

C. $\frac{31}{29}$

D. $\frac{18}{36}$

puntos 4

11. Considerando la siguiente recta numérica, ¿qué relación es **verdadera**?



A. $P > S$

B. $Q < 1$

C. $S < R$

D. $R < 0$

12. En la adición $\frac{4}{6} + \square = \frac{9}{12}$, ¿qué fracción debe ir en el casillero?

A. $\frac{5}{6}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{13}{28}$

D. $\frac{1}{12}$

13. ¿Cuál es el producto al multiplicar $1\frac{3}{5}$ con $\frac{6}{4}$?

A. $1\frac{2}{5}$

B. $2\frac{1}{5}$

C. $2\frac{2}{5}$

D. $1\frac{18}{20}$

14. Matilde debe repartir 5 kilógramos de galletas en cajas de $\frac{1}{5}$ de kilógramo. ¿Cuántas cajas utilizará?

A. 1

B. 5

C. 25

D. 50

puntos 4

15. De una cantidad de árboles, $\frac{5}{6}$ son frutales y, de estos, $\frac{2}{3}$ son naranjos. ¿Qué operación permite calcular la cantidad de árboles que son naranjos?

A. $\frac{5}{6} : \frac{2}{3}$

B. $\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$

C. $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$

D. $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{2}$

16. ¿Cuál de las expresiones resulta 0,71?

A. 0,1 + 0,7

B. 13,47 – 12,76

C. 0,321 + 1,032

D. 78,57 – 77,87

17. ¿Cuál es el producto entre 32 y 3,52?

A. 102,64

B. 112,64

C. 122,64

D. 132,64

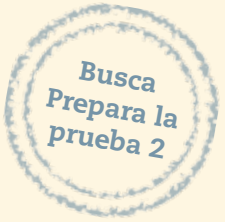
18. En un campamento *scout* se han preparado 92 litros de jugo de naranja. Si se vierte todo el jugo en vasos cuya capacidad es de 0,33 litro sobran 0,26 litro de jugo. ¿Cuántos vasos de jugo se han utilizado?

A. 270

B. 274

C. 278

D. 282



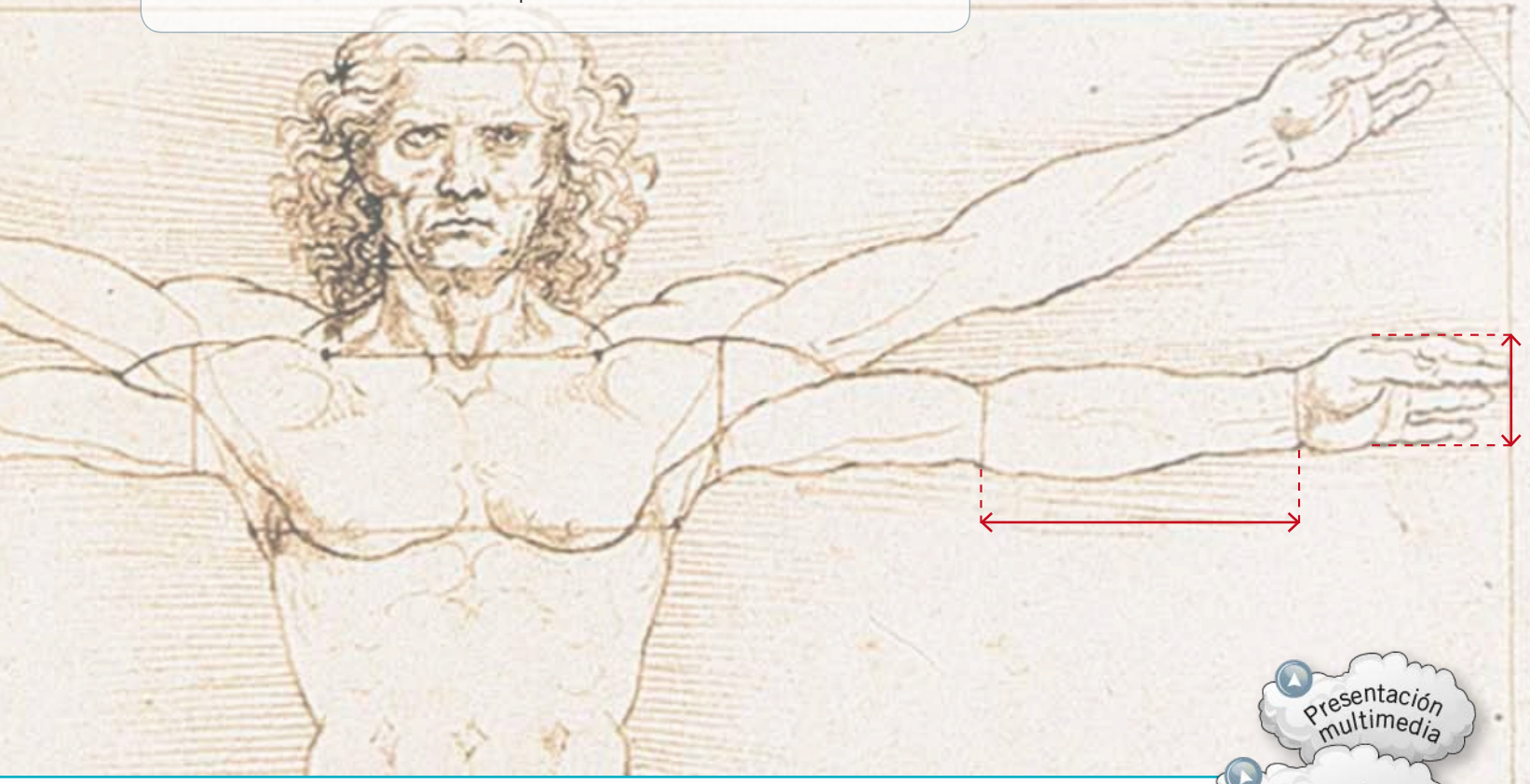
Unidad 3

Razones y porcentajes

El hombre de Vitruvio es una obra creada por Leonardo Da Vinci (1452-1519), alrededor del año 1490, resultado de su estudio de las proporciones en el cuerpo humano.

Algunas relaciones descritas por Leonardo Da Vinci son:

- La medida de una palma equivale al ancho de cuatro dedos.
- La medida del pie equivale al ancho de cuatro palmas.
- La altura de un hombre corresponde a la medida de cuatro antebrazos.



Presentación multimedia

Planificaciones

En esta unidad aprenderás a:

- Comprender los conceptos de razón, proporción y porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica.
- Establecer relaciones entre las fracciones, los números decimales y las razones.
- Comprender la relación entre una razón y una proporción.
- Relacionar el concepto de proporción con el de porcentaje.
- Calcular el porcentaje en distintas situaciones.
- Utilizar un *software* para comprender los conceptos de razón y porcentaje.
- Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades.

SANTILLANA

¿Qué sabes?

A partir de la información anterior, responde.

1. La medida del pie, ¿al ancho de cuántos dedos equivale?

2. Según Leonardo Da Vinci, el antebrazo corresponde a la medida de seis palmas. ¿Cuántas palmas completarían la altura de un hombre?

3. Si se miden longitudes utilizando el ancho de los dedos y las palmas, ¿con cuántos dedos se tendría la misma longitud que con 6 palmas?

4. Completa las afirmaciones con la información de los casilleros.

3		altura	
	palmas		4

a. 12 dedos corresponden a _____ palmas.

b. Si se mide la longitud de 24 _____ se obtiene la _____ de una persona.

c. Noventa y seis dedos equivalen a la medida de _____ antebrazos.

5. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

a. ☐ Por cada 16 palmas de longitud hay 4 pies.

Justificación: _____

b. ☐ Doce dedos corresponden a 4 palmas.

Justificación: _____

c. ☐ La longitud de 20 antebrazos de una persona corresponde a 5 veces su altura.

Justificación: _____

Razones y proporciones

Concepto de razón

Observa y responde

Karina tiene una caja con pelotitas. La cantidad de pelotitas rojas es el doble de la cantidad de pelotitas azules.

- Pinta las pelotitas según la condición y completa con la cantidad que habría de cada color.

  Rojas ▸ _____ Azules ▸ _____

- Completa cada afirmación.

  ▸ _____ de cada _____ son pelotitas de color rojo. ▸ _____ de cada _____ son pelotitas de color azul.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta. Si no lo es, márcala con una ✖.

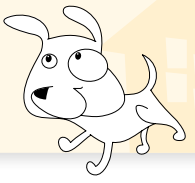
  ☐ Hay 1 pelotita azul por cada 2 rojas.

  ☐ Hay 4 pelotitas rojas por cada 2 azules.

  ☐ Por cada 3 pelotitas azules hay 5 pelotitas rojas.

Educando en valores

Para lograr nuestros objetivos, es necesario realizar las labores con esfuerzo y perseverancia.



Aprende

Una **razón** es una comparación entre dos cantidades mediante una división. La razón entre **a** y **b**, se puede escribir: $a : b$ o $\frac{a}{b}$, con la condición de que $b \neq 0$. En ambos casos se lee "**a** es a **b**".

Los **términos** de una razón son:

$\frac{a}{b}$ → antecedente
$\frac{a}{b}$ → consecuente

Toda razón tiene un valor asociado, que corresponde al cociente entre el antecedente y el consecuente, lo que se conoce como **valor de la razón**.

Ejemplo: en la razón "5 es a 2" el antecedente es 5 y el consecuente es 2.

Al calcular el valor de la razón, se tiene que:

$$\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2{,}5$$

5 → antecedente; 2 → consecuente; 2,5 → valor de la razón

Practica

1. Escribe cada razón como una fracción. Representar

a. 4 es a 21 ▸ ☐ **b.** 7 es a 15 ▸ ☐ **c.** 8 es a 9 ▸ ☐

2. Completa con los términos de la razón que se relacionan con cada situación. Interpretar

a. En una familia, por cada niño hay 3 adultos.

Antecedente ▸ 3 Consecuente ▸ _____

b. De 10 personas que caminan por cierta calle, 6 son mujeres.

Antecedente ▸ _____ Consecuente ▸ 10

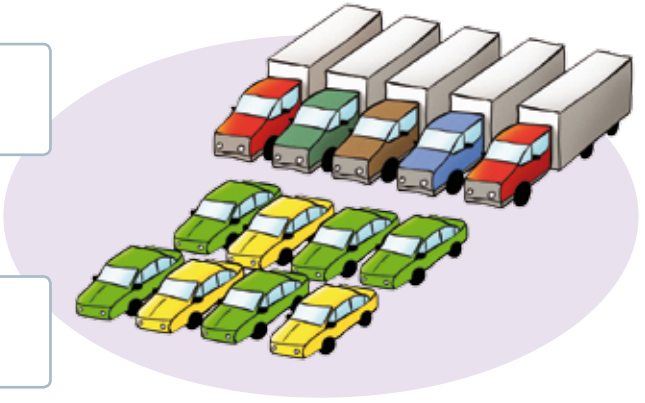
3. Observa la siguiente imagen y completa cada afirmación. Luego, escribe la razón y calcula su valor. Aplicar

a. _____ de cada _____ vehículos son camiones.

Razón ▸ ☐ Valor de la razón ▸ ☐

b. _____ de cada _____ autos son amarillos.

Razón ▸ ☐ Valor de la razón ▸ ☐



4. Lee la siguiente situación y luego responde. Analizar

Los estudiantes de un colegio escogen entre fútbol, básquetbol y vóleibol el deporte preferido que practican.

Deporte preferido	
Deportes	**Cantidad de estudiantes**
Fútbol	180
Básquetbol	135
Vóleibol	55

a. Escribe la razón entre la cantidad de estudiantes que practican fútbol y los que practican básquetbol.

_____

b. Escribe la razón entre los estudiantes que prefieren vóleibol y el total de estudiantes encuestados.

_____

Representación de una razón

Lee y responde

La empresa A, que fabrica alimentos para perros, realizó pruebas de calidad de sus productos, llegando a la conclusión de que 8 de cada 10 perros prefieren sus alimentos.

- Completa con los términos correspondientes.

$\frac{\square}{\square}$ → Cantidad de perros que prefiere los alimentos de la empresa A.

$\frac{\square}{\square}$ → Cantidad total de perros.

- Escribe qué representan las siguientes razones.

$\frac{8}{10}$ ▸ _____ $\frac{2}{10}$ ▸ _____

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta; y con una ✖, si es incorrecta.

☐ La razón "8 es a 10" se puede representar gráficamente como:

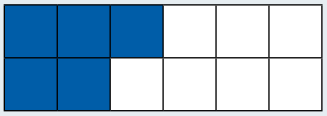
☐ La razón "3 es a 10" se puede representar gráficamente como:

☐ La razón "2 es a 10" se puede representar gráficamente como:

Aprende

Las razones expresadas de la forma $\frac{a}{b}$, siendo **a** y **b** números naturales, se pueden **representar de manera gráfica**.

Ejemplo: la razón entre los autos de color azul y el total es $\frac{5}{12}$, en la que el antecedente corresponde a la cantidad de autos de color azul, y el consecuente, al total de autos.

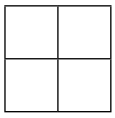


Ejemplo: la razón entre los autos de color verde y los autos de color rojo es $\frac{5}{3}$, en la que el antecedente corresponde a la cantidad de autos de color rojo, y el consecuente, a la cantidad de autos de color verde.

Practica

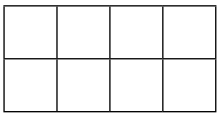
1. Representa gráficamente cada razón. Para ello, considera el número destacado como el total. Representar

a. 3 es a 4



b. 8 es a 12

c. 8 : 8



2. Completa cada razón. Luego, represéntala gráficamente. Representar

a. Sandra ha regalado 20 flores de un total de 50.

Flores regaladas → $\frac{\square}{\square}$

Total de flores →

b. Cristián ha seleccionado 3 juguetes de un total de 4.

Juguetes seleccionados → $\frac{\square}{\square}$

Total de juguetes →

3. A partir del siguiente conjunto de elementos, escribe qué representaría cada razón. Analizar

a. $\frac{5}{8}$ ▸ _____

b. $\frac{7}{3}$ ▸ _____

c. $\frac{8}{23}$ ▸ _____

d. $\frac{23}{7}$ ▸ _____

4. Lee la siguiente situación. Analizar

David afirma que la razón 3 : 4 es distinta de la razón 4 : 3, ya que al expresarlas de manera gráfica se obtienen distintas representaciones. Natalia dice que son distintas porque el valor de la razón es distinto. Explica quién está en lo correcto.

_____

Concepto de proporción

Lee y responde

En las prácticas de básquetbol de un colegio, se organiza a los estudiantes en equipos de 6 integrantes y, además, a cada equipo se le entrega un balón.

- Expresa como una fracción la razón entre la cantidad de balones y la cantidad de estudiantes.

- Completa la tabla.

Cantidad de balones		2		4
Cantidad de estudiantes	6		18	

- Completa cada razón y calcula su valor.

$\frac{1}{6}$ ▸ ☐ $\frac{2}{\square}$ ▸ ☐ $\frac{\square}{18}$ ▸ ☐ $\frac{4}{\square}$ ▸ ☐

- ¿Qué relación existe entre los valores de las razones?

Aprende

Una **proporción** es una igualdad entre dos o más razones. Si las razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ tienen el mismo valor, forman una proporción y se tiene que:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad a : b = c : d$$

(extremos: a y d; medios: b y c)

La proporción se lee: "**a** es a **b** como **c** es a **d**".

La **propiedad fundamental de las proporciones** establece que: "En toda proporción se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos."

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces: $a \cdot d = b \cdot c$.

Ejemplo: las razones $\frac{3}{5}$ y $\frac{21}{35}$ forman una proporción, ya que se cumple la propiedad fundamental.

$$3 \cdot 35 = 5 \cdot 21$$
$$105 = 105$$

Practica

1. Marca con un ✔ si las razones forman una proporción. En caso contrario, marca con una ✖. Interpretar

a. $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{6}$ ☐ **b.** $\frac{3}{15}$ y $\frac{4}{90}$ ☐ **c.** $\frac{40}{8}$ y $\frac{5}{1}$ ☐

2. Escribe una razón que forme una proporción con la razón dada. Aplicar

a. $\frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$ **b.** $\frac{\square}{\square} = \frac{9}{7}$ **c.** $\frac{12}{66} = \frac{\square}{\square}$

3. Completa con el término que falta en cada proporción. Aplicar

a. $\frac{1}{\square} = \frac{5}{10}$ **b.** $\frac{81}{27} = \frac{\square}{3}$ **c.** $\frac{\square}{17} = \frac{102}{51}$

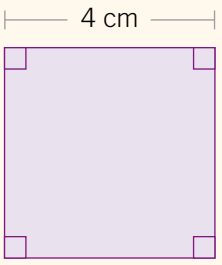
4. Resuelve los siguientes problemas. Aplicar

a. En una ciudad hay 3 automóviles por cada 120 personas. ¿Cuántos automóviles hay por cada 160 personas de esa misma ciudad?

b. En 4 buses interprovinciales viajan 192 personas. ¿En cuántos de estos mismos buses viajarán 384 personas?

Ponte a prueba

Observa el siguiente cuadrado y responde.



a. ¿Cuál es la razón entre la medida de su lado y su perímetro?

b. ¿Se puede afirmar que la razón anterior forma una proporción con la razón "1 es a 4"?

Módulo 2

Porcentajes

Concepto de porcentaje

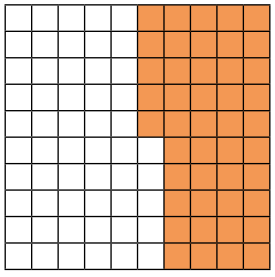
Lee y responde

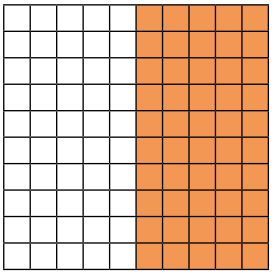
En un bus interurbano, de cada 100 pasajeros transportados 55 son mujeres y el resto, hombres.

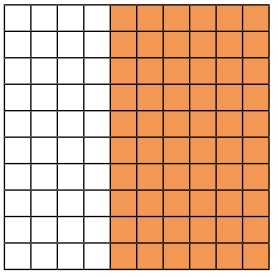
- Remarca la opción que representa la razón entre la cantidad de mujeres transportadas y el total de pasajeros.

100 : 55 | 55 : 100 | 45 : 100

- Encierra la opción que relaciona el total de pasajeros transportados con el total de hombres.
  - De cada 100 pasajeros transportados, 55 son hombres.
  - De cada 100 pasajeros transportados, 45 son hombres.
- Marca con un ✔ donde se muestra gráficamente la relación entre la cantidad de hombres transportados y el total de pasajeros. En caso contrario, marca con una ✖. Considera que cada ☐ corresponde a 1 pasajero.

☐ 

☐ 

☐ 

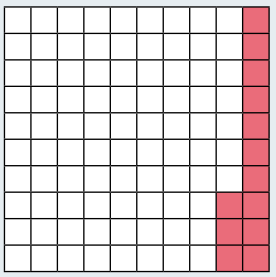
Aprende

Un **porcentaje** corresponde a una razón en la que el consecuente es el número **100**. Se representa con el signo **%** y se lee "**por ciento**". El **b%** corresponde a **b** partes iguales de un total de **100**.

Ejemplo: 13% se lee "trece por ciento" y es equivalente a la razón $\frac{13}{100}$, que significa "13 de cada 100".

En este caso, el número 13 corresponde al antecedente y el número 100 es el consecuente.

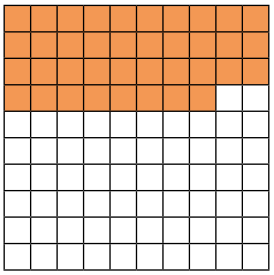
El 13% se puede representar como:



Practica

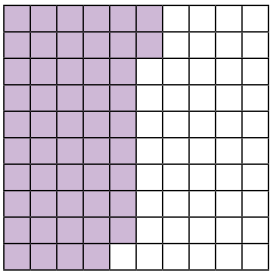
1. Expresa cada representación gráfica como una razón entre los ☐ pintados y el total de ☐. Luego, escribe el porcentaje correspondiente. Representar

a.



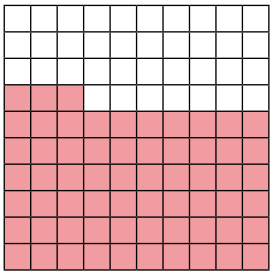
Razón ▸ ☐ Porcentaje ▸ ☐

b.



Razón ▸ ☐ Porcentaje ▸ ☐

c.



Razón ▸ ☐ Porcentaje ▸ ☐

2. Escribe como una razón cada porcentaje. Representar

a. 17% ▸ ☐ **b.** 49% ▸ ☐ **c.** 81% ▸ ☐

3. Escribe el porcentaje que representa a cada razón. Representar

a. 7 : 100 ▸ ☐ **b.** 6 : 50 ▸ ☐ **c.** 3 : 60 ▸ ☐

4. Lee cada situación y reescríbela utilizando porcentajes. Observa el ejemplo. Representar

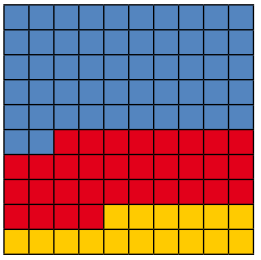
68 de cada 100 personas hacen deportes. ▸ El 68% de las personas practica deportes.

a. En un parque, 34 de cada 100 árboles son pinos. ▸ _____

b. De cada 100 DVD vendidos en una tienda, 52 son musicales. ▸ _____

5. Lee la situación y responde. Analizar

La siguiente figura representa los resultados de una encuesta que se realizó a 4.500 personas respecto al medio de transporte que utilizan.



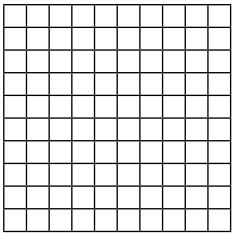
Escribe el porcentaje correspondiente a cada opción.

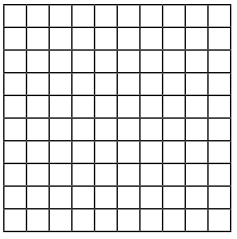
a. Bicicleta ▸ _____ **b.** Transporte público ▸ _____ **c.** Automóvil ▸ _____

Representación del porcentaje como una fracción

Observa y responde

- Representa gráficamente las cargas de batería de los celulares de Mariana y Eduardo.

Mariana ▸ 

Eduardo ▸ 

- Escribe como una fracción los porcentajes que representan las cargas de la batería de los celulares.

Mariana ▸ ☐

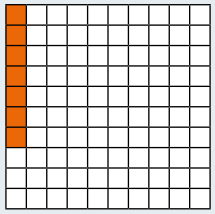
Eduardo ▸ ☐

Aprende

Todo porcentaje se puede representar como una **fracción con denominador 100**.

Ejemplo: 7% se puede representar como $\frac{7}{100}$.

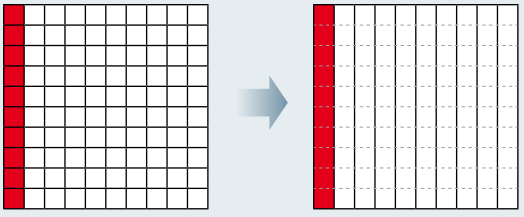
Además, gráficamente se representa:



El 7% representa 7 partes iguales de un total de 100.

Algunas fracciones que representan un porcentaje se pueden **simplificar** hasta obtener una fracción irreductible.

10% ▸ $\frac{10}{100} = \frac{10 : 10}{100 : 10} = \frac{1}{10}$. Gráficamente se tiene:



Practica

1. Completa cada término de la fracción respecto al porcentaje que representa. Interpretar

a. 18% ▶ $\frac{\square}{50}$ **b.** 61% ▶ $\frac{61}{\square}$ **c.** 53% ▶ $\frac{\square}{100}$

2. Representa cada porcentaje como una fracción irreductible. Aplicar

a. 5% ▶ **c.** 35% ▶

b. 8% ▶ **d.** 54% ▶

¿Sabías que...?

Los porcentajes tienen diversos usos. Por ejemplo, el impuesto al valor agregado (IVA) corresponde al 19% de un cierto producto o servicio.

3. Lee la siguiente información. Analizar

Para representar una fracción como porcentaje, se puede buscar una fracción que sea equivalente a dicha fracción, de manera que su denominador sea igual a 100.

Ejemplo:

amplifica por 5

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{45}{100} = 45\%$$

denominador 100

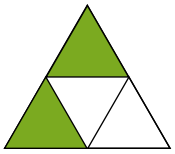
Representa cada fracción como un porcentaje.

a. $\frac{8}{10}$ ▶ **c.** $\frac{9}{25}$ ▶ **e.** $\frac{10}{1.000}$ ▶

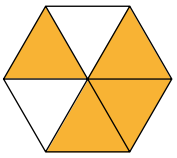
b. $\frac{24}{50}$ ▶ **d.** $\frac{1}{2}$ ▶ **f.** $\frac{500}{1.000}$ ▶

4. Escribe qué porcentaje de cada figura está pintado. Analizar

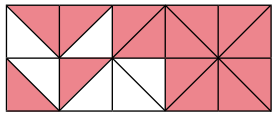
a.



b.



c.



Representación del porcentaje como número decimal

Observa y responde

Una juguetería tiene a la venta una caja de 100 cubos de 3 colores: rojo, verde y azul.

- Escribe como una fracción la razón que representan los cubos de cada color respecto del total de cubos en la caja.

Rojo ▸ ☐ Azul ▸ ☐ Verde ▸ ☐

- Encierra si la afirmación es falsa.
  - Los cubos de color azul son el 28% del total de cubos de la caja.
  - Los cubos de color verde son el 40% del total de cubos de la caja.
  - Los cubos de color rojo son el 32% del total de cubos de la caja.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✖.

☐ El valor de la razón que representan los cubos de color rojo es 0,40.

☐ El valor de la razón que representan los cubos de color verde es 0,28.

☐ El valor de la razón que representan los cubos de color azul es 0,32.

Aprende

Todo **porcentaje** se puede representar como una fracción. A su vez, al dividir el numerador con el denominador de esta fracción, se obtiene una representación del porcentaje como **número decimal**.

Ejemplos: $64\% \blacktriangleright \frac{64}{100} = 0{,}64$ $12\% \blacktriangleright \frac{12}{100} = 0{,}12$

Practica

1. Completa la siguiente tabla. Aplicar

Porcentaje	Fracción	Fracción irreductible	Número decimal
2%			
15%			
18%			
55%			
80%			
90%			

2. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

a. ☐ El 5% se representa con el número decimal 0,5.

Justificación: _____

b. ☐ El número decimal 0,34, representado como porcentaje, corresponde al 34%.

Justificación: _____

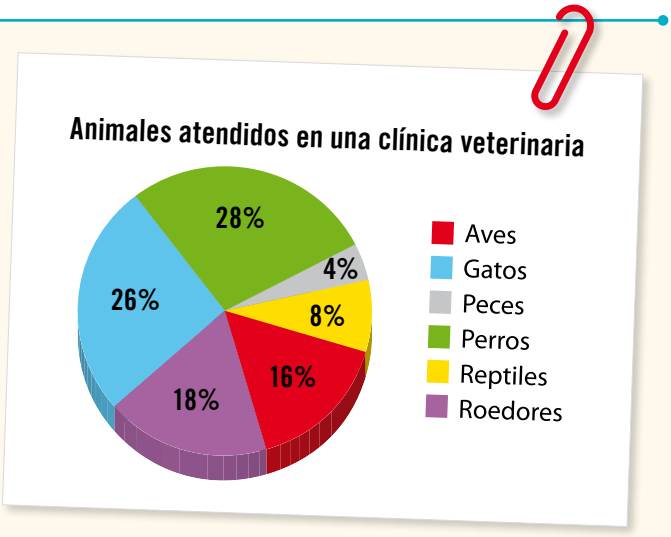
c. ☐ El número decimal 0,2 se puede representar con la fracción $\frac{2}{100}$, que a su vez representa el 2%.

Justificación: _____

Ponte a prueba

Analiza el siguiente gráfico y responde.

- ¿Qué fracción representa el porcentaje de gatos atendidos en la clínica veterinaria?
- ¿A qué animales atendidos corresponde el 0,04 del total?
- ¿Qué número decimal representa el porcentaje de los animales más atendidos en la clínica veterinaria?



¿Cómo vas?

Concepto de razón

1. Lee la siguiente situación. Luego, completa con lo pedido.

puntos 3

El estacionamiento de un parque tiene cabida para 160 automóviles y 80 motocicletas.

a. La razón entre la cantidad de motocicletas y la cantidad de automóviles. ▸ ☐

b. La razón entre la cantidad de motocicletas y la cantidad total de vehículos. ▸ ☐

c. El valor de la razón entre cantidad de automóviles y la cantidad total de vehículos. ▸ ☐

Representación de razones

2. Representa gráficamente cada razón. Considera el número destacado como el total.

puntos 3

a. El antecedente es 4 y el consecuente es 9.

b. $\frac{3}{5}$

c. 5 es a 10.

Concepto de proporción

3. Determina el valor que falta para formar una proporción.

puntos 6

a. $\frac{\square}{2} = \frac{15}{10}$

b. $\frac{9}{10} = \frac{\square}{100}$

c. $\frac{\square}{7} = \frac{18}{21}$

d. $\frac{39}{27} = \frac{\square}{18}$

e. $\frac{\square}{16} = \frac{30}{20}$

f. $\frac{\square}{120} = \frac{1.440}{2.400}$

SANTILLANA

Concepto de porcentaje

4. Representa cada porcentaje como una razón.

puntos 3

a. 23% ▸ ☐ **b.** 11% ▸ ☐ **c.** 40% ▸ ☐

5. A partir de la siguiente información, responde.

puntos 2

45 años

28 años

80 años

15 años

a. ¿Qué porcentaje de personas es mayor de 60 años? ▸ _____

b. ¿Qué porcentaje de personas es menor de 30 años? ▸ _____

Representación del porcentaje como una fracción

6. Escribe la letra que relaciona la situación descrita en la columna A con el porcentaje en la columna B.

puntos 4

Columna A	Columna B
a. $\frac{2}{5}$ de las pelotas son azules.	_____ 60%
b. Todos los lápices son amarillos.	_____ 40%
c. $\frac{3}{5}$ de las manzanas son rojas.	_____ 50%
d. $\frac{5}{10}$ de los de los deportistas son atletas.	_____ 100%

Representación del porcentaje como un número decimal

7. Representa los siguientes porcentajes como un número decimal.

puntos 3

a. 78% ▸ ☐ **b.** 0,4% ▸ ☐ **c.** 0,02% ▸ ☐

Cálculo de porcentajes

Cálculo del 10%, 25% y 50%

Lee y responde

En una exposición artística se han exhibido 32 pinturas de diferentes niñas y niños de Chile y sus países vecinos. El 50% de las obras son de pintores chilenos; el 25%, de argentinos; el 12,5%, de bolivianos y el 12,5%, de peruanos.

- Escribe la razón que se relaciona con el porcentaje de los niños artistas de cada país.

Chile ▸ ☐ Argentina ▸ ☐ Bolivia ▸ ☐ Perú ▸ ☐

- Representa en el recuadro la cantidad de pinturas por país.

Chile ▸ Bolivia ▸

Argentina ▸ Perú ▸

- Escribe la cantidad de obras artísticas que corresponden a cada país.

Chile ▸ _____ Argentina ▸ _____ Bolivia ▸ _____ Perú ▸ _____

Aprende

Para **calcular el porcentaje de cierta cantidad**, es conveniente considerar los siguientes porcentajes y sus distintas representaciones:

$10\% \blacktriangleright \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$ $\quad 25\% \blacktriangleright \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0,25$ $\quad 50\% \blacktriangleright \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$

Ejemplo: el 10% de 27.000, representa la décima parte de 27.000, es decir:

27.000 : 10 = 2.700
o
27.000 • 0,1 = 2.700

Por lo tanto, el 10% de 27.000 es 2.700.

Ejemplo: el 25% de 1.500 representa la cuarta parte de 1.500, es decir:

1.500 : 4 = 375
o
1.500 • 0,25 = 375

Por lo tanto, el 25% de 1.500 es 375.

Ejemplo: el 50% de 380 representa la mitad de 380, es decir:

380 : 2 = 190
o
380 • 0,5 = 190

Por lo tanto, el 50% de 380 es 190.

Practica

1. Une los casilleros correspondientes en cada caso. Observa el ejemplo. Relacionar

50% de 45	10% de 780	10% de 45	25% de 780	50% de 780	25% de 45
780 : 2	780 • 0,25	45 : 4	780 • 0,1	45 • 0,5	45 : 10

2. Observa los siguientes trozos de cuerda y determina la medida que representa el porcentaje indicado. Aplicar

a.

18 m

10% ▸ ☐

25% ▸ ☐

50% ▸ ☐

b.

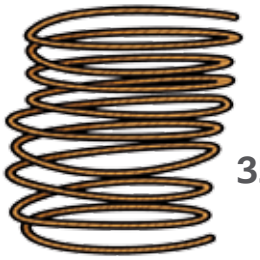
95 m

10% ▸ ☐

25% ▸ ☐

50% ▸ ☐

c.



350 m

10% ▸ ☐

25% ▸ ☐

50% ▸ ☐

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Un celular tiene un precio de $ 57.000. Si se le aplica un descuento del 50%, ¿cuál es el nuevo valor del celular?

b. Por la compra de 2 poleras, a la segunda se le aplica un 25% de descuento. Si cada polera tiene un precio de $ 12.000, ¿cuánto pagará una persona que compra 2 poleras?

Porcentaje que representa una cantidad de otra

Lee y responde

Un colegio ha decidido lanzar una campaña para fomentar la vida saludable entre sus 880 estudiantes. Para ello, se ofrece una gran cantidad de talleres deportivos para que los estudiantes se inscriban.

- Encierra la expresión que permite calcular la cantidad de estudiantes que están inscritos en los talleres.

▸ $\frac{1}{2} \cdot 880$ ▸ $880 : \frac{1}{2}$ ▸ $880 \cdot 50$ ▸ $880 : 50$

- ¿Cuántos estudiantes están inscritos en los talleres y cuántos aún no lo hacen?

Inscritos ▸ ☐ No inscritos ▸ ☐

- Luego de reforzar la campaña de vida saludable, el 80% de los estudiantes se inscriben en los talleres deportivos. Marca con un ✔ el número de estudiantes que están inscritos.

☐ 704 ☐ 110 ☐ 176 ☐ 770

Aprende

Para calcular el **p%** de un número **n**, se multiplica el número **n** por $\frac{p}{100}$.

$$\textbf{p\% de n} \blacktriangleright \frac{p}{100} \cdot n$$

Ejemplo: al calcular el 30% de 200, se tiene que:

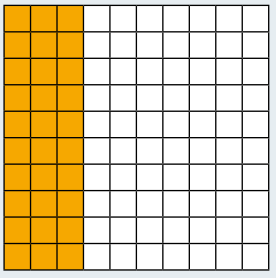
$$\frac{30}{100} \cdot 200 = \frac{30 \cdot 200}{100} = \frac{6.000}{100} = 60$$

Luego, el 30% de 200 es 60.

Equivalentemente, el 30% se puede representar con el número decimal 0,3. Luego, el 30% de 200 se calcula como:

$$0{,}3 \cdot 200 = 60$$

Representación gráfica.



Cada ☐ corresponde a 2 unidades.

Practica

1. Calcula el valor de cada porcentaje. Aplicar

a. El 1% de 85.

b. El 55% de 462.

c. El 60% de 390.

2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Un camión se carga con 1.200 kg de frutas y verduras. Si el 35% de la carga es verdura y el resto fruta, ¿cuántos kg de fruta carga el camión?

b. El 35% los pasajeros de un avión son hombres, el 42% son mujeres y el resto, niños. Si en el avión viajan 300 pasajeros, ¿cuántos niños van en el avión?

3. Lee los siguientes extractos de periódicos y luego responde. Analizar

a. Patricio afirma que este año se venderán 130.000 viviendas en la ciudad. ¿Está en lo correcto Patricio? Explica.

b. Andrea afirma que de los 10.000 habitantes de su barrio, 900 personas votaron a favor de la extensión de las áreas verdes. ¿Está en lo correcto Andrea? Explica.

Relación entre números y porcentajes

Observa y responde

Se encuestó a un grupo de personas para conocer sus destinos en las próximas vacaciones.

Destino preferido de las próximas vacaciones	
Destino	**Preferencias**
Sur	72
Playa	28
Otro país	82
No saldrán de vacaciones	18

- Escribe la razón expresada como fracción, con la condición de que su denominador sea 100.

Sur ▸ $\frac{72}{200} = \frac{36}{100}$ Playa ▸ ____

Otro país ▸ ____ No saldrán de vacaciones ▸ ____

- Marca con un ✔ la o las afirmaciones correctas; en caso contrario, marca con una ✘.

☐ 72 personas corresponden al 36% del total de encuestados..

☐ El 14% de las personas prefiere ir a la playa.

☐ 18 personas corresponden al 9% del total de encuestados.

Aprende

Para calcular a qué **porcentaje corresponde una cantidad n de otra cantidad m**, se puede utilizar la expresión:

$$100 \cdot \frac{n}{m}$$

Ejemplo: al calcular qué porcentaje es 18 de 300, se tiene que:

$$100 \cdot \frac{18}{300} = \frac{100 \cdot 18}{300} = \frac{1.800}{300} = 6$$

Luego, 18 es el **6%** de 300.

Si se quiere conocer el **total de un porcentaje dado**, si se sabe que **a** es el **b%** de una cantidad, entonces se utiliza la expresión:

$$100 \cdot \frac{a}{b}$$

Ejemplo: si el 8% de un número es 260, ¿cuál es ese número?

Para responderla, se puede realizar lo siguiente:

$$100 \cdot \frac{260}{8} = \frac{100 \cdot 260}{8} = \frac{26.000}{8} = \mathbf{3.250}$$

Luego, el 8% de **3.250** es 260.

Practica

1. Calcula qué porcentaje es el número de color azul respecto del número de color verde. Aplicar

a. **2** de **10**.

b. **100** de **200**.

c. **189** de **630**.

2. Dado cierto porcentaje, calcula el total. Aplicar

a. El 25% de una cantidad es 350.

b. El 50% de una cantidad es 784.

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. A un artículo que cuesta $ 34.000 se le aplicó un descuento y su nuevo precio es $ 21.760. ¿Qué porcentaje de descuento se le aplicó al artículo?

b. Una familia gasta el 20% de sus ingresos mensuales en pagar cuentas que suman $ 284.000. ¿Cuál es el ingreso mensual de esta familia?

4. Observa la siguiente oferta y luego responde. Analizar

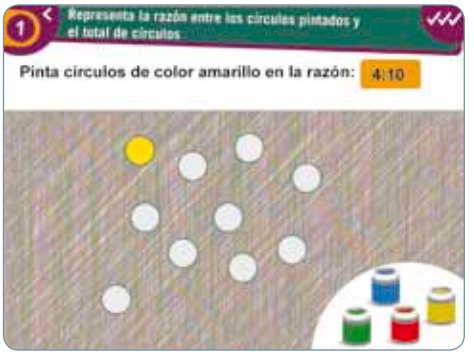
Si después de unos días se decide aumentar en un 10% el valor de la polera, ¿cuál es su nuevo precio?

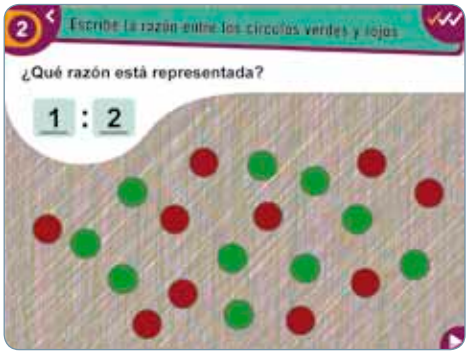
Uso de *software*

Ingresa al sitio web: www.casadelsaber.cl/mat/602 y podrás realizar dos actividades. En la primera de ellas encontrarás lo siguiente:

Al ingresar al sitio recibirás las instrucciones que debes seguir para realizar las actividades.

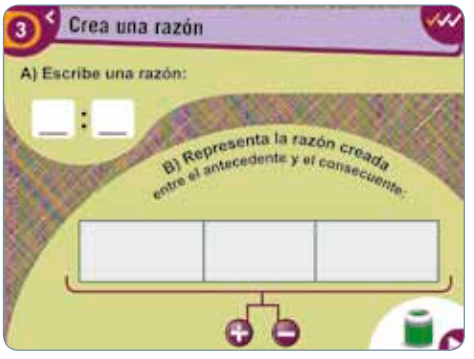
En la primera actividad debes **representar** la razón pedida.





En la segunda actividad debes escribir la razón representada con los círculos según su color.

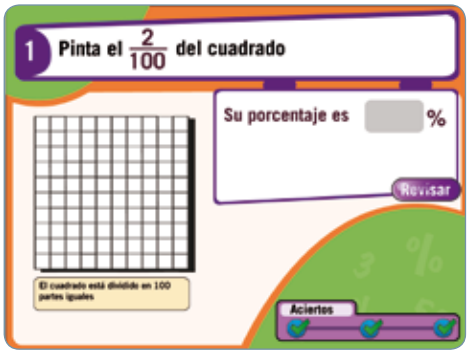
En la tercera actividad debes **crear** una razón, para luego representarla de manera gráfica.



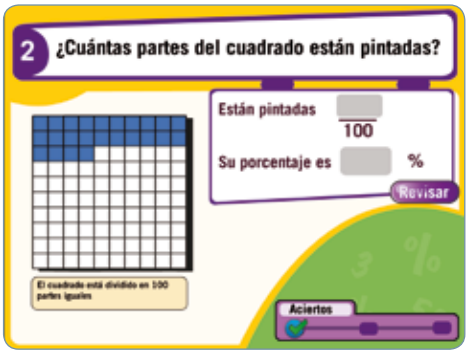
Actividad digital

En la actividad de porcentajes, se presentan las instrucciones:

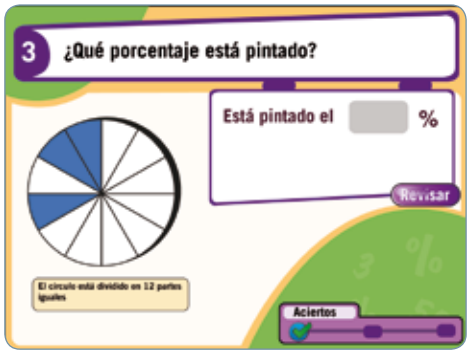
Luego aparecerán las etapas en las que podrás repasar el contenido trabajado en la unidad.



En la primera etapa debes representar el porcentaje como una razón de manera gráfica.



En la segunda etapa debes escribir el antecedente en la razón, para luego completar el porcentaje correspondiente.



En la tercera etapa debes calcular el porcentaje representado de manera gráfica.

Ponte a prueba

Lee la siguiente situación y responde.

En un supermercado, se anuncia que los productos que muestra la imagen traen más cantidad por el mismo precio. ¿Qué cantidad traía cada producto antes de la promoción? Explica.

Observa la resolución del siguiente problema

En el sexto año básico hay 30 estudiantes, que corresponden al 5% del total de los estudiantes del colegio. ¿Cuántos estudiantes hay en el colegio?

PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Se quiere saber la cantidad de estudiantes que hay en un colegio.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

En el sexto año básico hay 30 estudiantes. Esta cantidad equivale al 5% del total de estudiantes del colegio.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

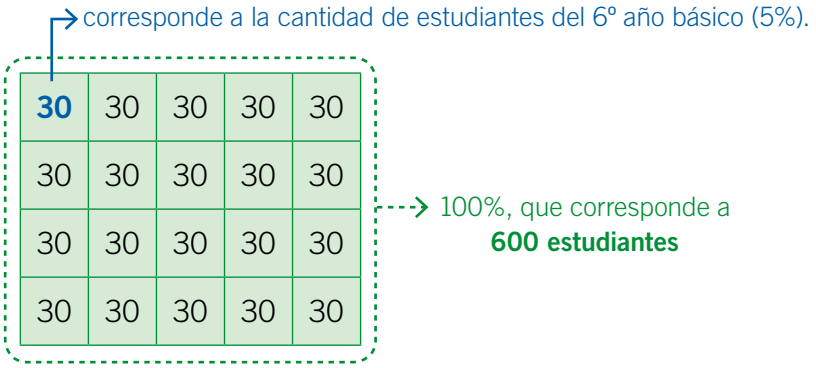
Debido a que el 5% corresponde a 30 estudiantes, se relaciona con el total, dada una parte. Luego, se puede calcular el total como:

$$\text{Total de estudiantes} \rightarrow 100 \cdot \frac{30}{5} = \frac{100 \cdot 30}{5} = \frac{3.000}{5} = 600$$

Es decir, el colegio tiene 600 estudiantes.

PASO 4 Revisa la solución.

Lo anterior se puede representar gráficamente de este modo:



Por lo tanto, el colegio tiene en total 600 estudiantes, que corresponde al 100%.

Ahora hazlo tú

En una plantación de maíz, el 20% del terreno equivale a una cosecha de 450 kilógramos. ¿Cuántos kilógramos de maíz se cosechan en total en el terreno?

PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

PASO 4 Revisa la solución.

Competencias para la vida

Los **porcentajes** me ayudan a comprender de mejor manera la distribución del agua en el planeta

Los estudios muestran que, para el año 2025, las extracciones de agua se incrementarán en un 50% en los países en vías de desarrollo y en un 18% en los países desarrollados, debido a que el crecimiento demográfico conlleva un aumento de la demanda de agua.

Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

- Marca con un ✔ la expresión que te permita calcular el porcentaje total de agua dulce.

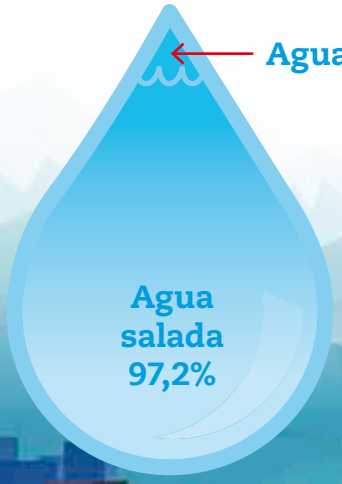
  ☐ (100 – 77)% ☐ (100 – 18)% ☐ (100 – 97,2)%

- Si el agua dulce utilizable en forma directa para el consumo humano se localiza en las aguas superficiales y subterráneas del planeta, ¿a qué porcentaje corresponden estas aguas?

  _____

- ¿Qué porcentaje corresponde al agua de casquetes polares y glaciares? Complétalo en la tabla.

De la cantidad total de agua de nuestro planeta, aproximadamente el 97,2% es agua salada; y del porcentaje restante, que corresponde al agua dulce, el 77% está congelada en los casquetes polares y glaciares.



Distribución del agua en el planeta	
Localización	**Porcentaje del total**
Aguas superficiales	0,017%
Aguas subterráneas	0,632%
Casquetes polares y glaciares	
Atmósfera	0,001%
Océanos	97, 2%
TOTAL	100%

Competencia social y ciudadana

Reflexiona y comenta.

- ¿Cuál es la importancia del agua para el planeta Tierra?
- ¿Por qué se cree que para el año 2025 la demanda de agua aumentará en el mundo?
- ¿Qué medidas recomendarías para evitar que se desperdicie el agua?

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

1. A una fiesta asisten 60 invitados. Si de ellos el 40% son hombres, ¿cuántos invitados son mujeres?

A. 20
B. 24
C. 30
D. 36

Análisis de las alternativas

A. En este caso, se cometió un error, ya que se calculó la diferencia entre el total de invitados con el porcentaje, es decir: 60 – 40 = 20.

B. En esta alternativa, se calculó la cantidad de hombres, que corresponde al 40% de los invitados, es decir:

$$60 \cdot \frac{40}{100} = \frac{60 \cdot 40}{100} = \frac{2.400}{100} = 24$$

Pero se pregunta por la cantidad de mujeres y no por la cantidad de hombres que asisten a la fiesta.

C. Esta alternativa representa la mitad de los invitados a la fiesta, pero la pregunta se refiere a la cantidad de hombres y mujeres que asisten. La de hombres corresponde al 40% del total, y la cantidad de mujeres, al 60% restante.

D. En este caso, se calcula la cantidad de mujeres invitadas a la fiesta, teniendo presente que el 40% de los invitados corresponde a 24 hombres. Es decir, se calcula la diferencia entre el total de invitados y los hombres invitados, como se muestra a continuación:

Hombres invitados ↓

Total de invitados → **60 – 24 = 36** ← Mujeres invitadas

▸ Por lo tanto, la alternativa **D** es la correcta.

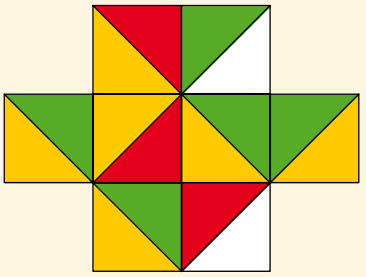
1. A B C D

¿Qué aprendiste?

Evaluación final

puntos 2

1. Observa la siguiente figura y completa.



a. Razón entre los triángulos rojos y los verdes.

b. Razón entre los triángulos amarillos y el total de triángulos.

puntos 6

2. Marca con un ✔ si cada par de razones forma una proporción. En caso contrario, marca con una ✖.

a. ☐ $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{10}$

b. ☐ $\frac{6}{16}$ y $\frac{15}{40}$

c. ☐ $\frac{21}{30}$ y $\frac{35}{60}$

d. ☐ $\frac{900}{1.200}$ y $\frac{30}{40}$

e. ☐ $\frac{14}{15}$ y $\frac{16}{17}$

f. ☐ $\frac{10}{55}$ y $\frac{12}{66}$

puntos 5

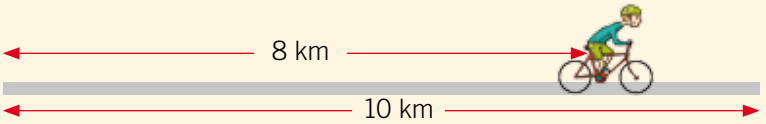
3. Relaciona cada porcentaje con su representación como fracción y como número decimal.

	Porcentaje	Fracción	Número decimal
a.	65%	$\frac{7}{50}$	0,008
b.	6%	$\frac{3}{50}$	0,14
c.	0,8%	$\frac{9}{10}$	0,06
d.	14%	$\frac{13}{20}$	0,9
e.	90%	$\frac{1}{125}$	0,65

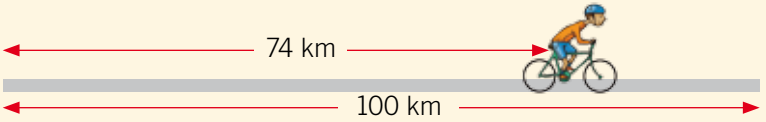
4. Escribe el porcentaje que representa la parte del camino que lleva recorrido cada ciclista respecto del total del trayecto.

puntos 3

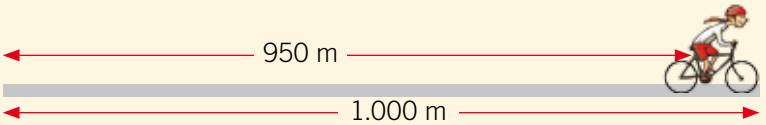
a.



b.



c.



5. Calcula el porcentaje pedido en cada caso.

puntos 3

a. 23% de 540

b. 52% de 1.230

c. 68% de 5.220

6. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

puntos 4

a. ☐ Si el 42% de una cantidad es 27.552, entonces dicha cantidad es 65.600.

Justificación: _____

b. ☐ Para calcular el 3% de 97.600, se multiplica 97.600 por 0,3.

Justificación: _____

7. Resuelve los siguientes problemas.

puntos 4

a. Dieciocho mil personas, que representan el 40% del total de asistentes a un concierto, se ubicó en la galería. ¿Cuánta gente asistió en total al concierto?

Respuesta: _____

b. En un tren hay 150 hombres entre los 480 pasajeros que viajan desde Santiago a Chillán. Si el resto son mujeres, ¿cuál es el porcentaje de mujeres que viajan en el tren?

Respuesta: _____

puntos 4

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

8. ¿Cuál de las siguientes situaciones se relaciona con la razón 2 : 1?

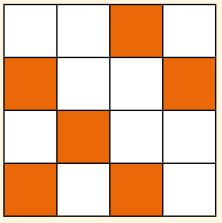
A. Jaime tiene 3 juguetes y Francisco, 2.
B. Luis tiene 2 manzanas más que José.
C. Roberto tiene la cuarta parte de la edad de su padre.
D. Esteban tiene el doble de láminas que Juan.

9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

A. Una razón está formada por dos números, el antecedente y el consecuente.
B. Una razón representa una comparación de dos magnitudes por el cociente.
C. Las razones se pueden representar como fracciones.
D. Las razones son igualdades de dos fracciones.

10. ¿Cuál es la razón entre los cuadros pintados y los cuadros sin pintar?

A. $\frac{6}{16}$
B. $\frac{10}{16}$
C. $\frac{6}{10}$
D. $\frac{10}{6}$



11. ¿Qué número falta para que se forme una proporción?

$$\frac{\square}{8} = \frac{81}{24}$$

A. 3
B. 17
C. 24
D. 27

puntos 5

12. ¿Cuál de las siguientes razones forma una proporción con 5 : 3?

A. 6 : 10
B. 3 : 5
C. 15 : 9
D. 9 : 15

13. ¿Qué porcentaje se puede representar con la razón 2 : 10?

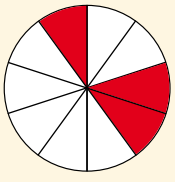
A. 2%
B. 5%
C. 10%
D. 20%

14. ¿Qué fracción representa el 60%?

A. $\frac{3}{5}$
B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{7}{9}$
D. $\frac{30}{100}$

15. ¿Qué porcentaje del total representa la región pintada del dibujo?

A. 3%
B. 6%
C. 30%
D. 60%



16. ¿Qué porcentaje representa el número decimal 0,07?

A. 3%
B. 7%
C. 30%
D. 70%

puntos 4

17. ¿Qué afirmación es **verdadera**?

A. El número decimal 0,02 se relaciona con el 20%.

B. La fracción $\frac{1}{4}$ se relaciona con el 40%.

C. El número decimal 0,5 se relaciona con el 5%.

D. La fracción $\frac{3}{4}$ se relaciona con el 75%.

18. Algunos elementos radiactivos pierden masa debido a la liberación de partículas subatómicas a medida que pasa el tiempo. Si hay 300 gramos de un elemento radiactivo X y después de media hora se registra una perdida del 15% de su masa inicial, ¿cuántos gramos se perdieron transcurrida media hora?

A. 45 gramos.

B. 90 gramos.

C. 210 gramos.

D. 255 gramos.

19. En una tienda se vende un LCD en $ 240.000. Después de un mes, el mismo producto tiene un precio de $ 180.000. ¿Cuál fue el porcentaje de disminución del precio del LCD?

A. 5%

B. 25%

C. 50%

D. 75%

20. Una pizzería está de aniversario y ofrece todas las pizzas con un 70% de descuento. Si la pizza familiar tiene un precio de $ 11.350 y la mediana de $ 8.490, ¿cuánto dinero pagará una persona que compre una pizza familiar y dos medianas?

A. $ 5.952

B. $ 8.499

C. $ 13.888

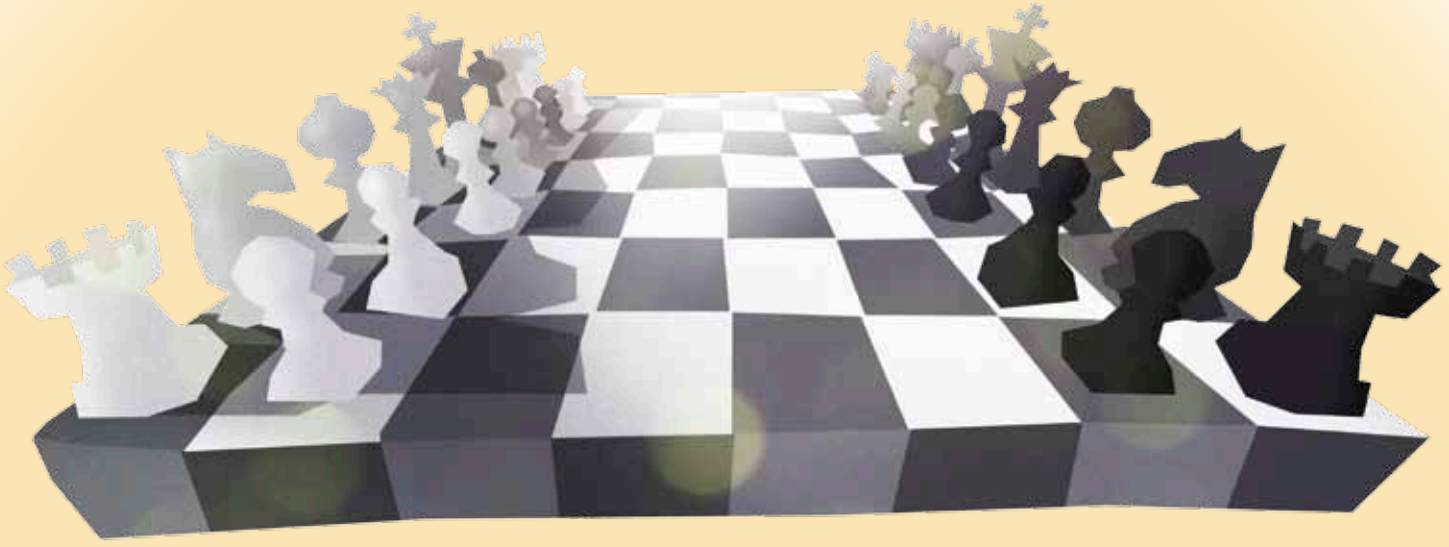
D. $ 19.831

Busca Prepara la prueba 3

Unidad 4

Álgebra y ecuaciones

Cuenta la leyenda que el joven Lahur Sessa inventó el ajedrez para la distracción del rey Ladava, quien había perdido a su hijo en una batalla. El ajedrez resultó ser todo un éxito y el rey le ofreció al inventor la recompensa que quisiera: oro, joyas, un palacio, entre otras.



Pero el inventor le pidió: "Solo quiero granos de trigo: dame un grano de trigo por la primera casilla del tablero, luego dos granos por la segunda casilla, cuatro por la tercera, ocho por la cuarta, y así duplicando sucesivamente esta cantidad, hasta completar las 64 casillas del tablero".

El rey soltó una carcajada y le dijo: "¿Por qué has pedido tan poco?, ¿acaso desprecias mi generosidad? Mandaré a mis visires que te den inmediatamente lo que has pedido".

En esta unidad aprenderás a:

Presentación multimedia

Planificaciones

- Identificar patrones numéricos en una secuencia numérica y en tablas.
- Valorizar numéricamente una expresión algebraica.
- Reconocer y representar generalizaciones entre números naturales.
- Comprender el concepto de ecuación.
- Resolver ecuaciones de primer grado, utilizando diferentes estrategias.
- Utilizar ecuaciones para resolver problemas.
- Analizar la solución de una ecuación en situaciones problema.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

¿Qué sabes?

A partir de la información anterior, responde.

1. Remarca el casillero que responda cada pregunta.

a. ¿Qué operación permite calcular los granos de trigo en cada casilla del tablero de ajedrez?

Adición | Sustracción | Multiplicación

b. ¿De qué depende la cantidad de trigo que se debe entregar?

De la cantidad de casillas | De la pieza del juego de ajedrez | De la cantidad de casillas negras

2. Completa la siguiente tabla y responde.

Casilla	Cantidad de granos en esa casilla	Total de granos hasta esa casilla
1	1	1
2	2	1 + 2 = 3
3	4	1 + 2 + 4 = 7
4	8	
5	16	
6		
7		
8		

a. ¿En cuántos granos aumentó la cantidad de trigo entregada en la octava casilla, respecto de la quinta?

b. ¿Cuál es la cantidad de granos que hay solo en la octava casilla?

c. El total de granos que pidió Lahur Sessa, ¿crees que cabe en un saco de trigo?, ¿y en un granero?, ¿por qué?

Expresiones algebraicas

Expresiones algebraicas

Observa y responde

Traza con color rojo todas las diagonales de cada uno de los siguientes polígonos.

- Completa la tabla, según corresponda.

Polígono	Cantidad de lados	Cantidad de diagonales desde un vértice	Total de diagonales
Triángulo	3		
Cuadrado	4		
Pentágono	5		
Hexágono	6		

- ¿Qué relación hay entre la cantidad de diagonales trazadas desde un vértice y la cantidad total de diagonales de un polígono? Explica.

_____

_____

- Si un polígono tiene **n** lados, marca con un ✔ la expresión que representa la cantidad total de diagonales trazadas desde un vértice.

☐ n + 3 ☐ n – 1 ☐ n – 3

Aprende

Una **expresión algebraica** está formada por letras y números, con operaciones que las relacionan. Estas expresiones se usan generalmente para representar distintas situaciones o relaciones numéricas.

Ejemplo: la expresión $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ permite calcular la suma de los **n** primeros números naturales. La suma de los **10** primeros números naturales (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) es:

$$\frac{10 \cdot (10+1)}{2} = \frac{10 \cdot 11}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

Practica

1. Responde cada pregunta. Representar

a. Si "2x" representa el doble de tu edad, ¿qué representa "x"?

b. Si "xy" representa el área del piso rectangular de una sala, ¿qué representan "x" e "y"?

c. Si "M" representa la cantidad de manzanas que había en una frutera y luego Juan se come 3 manzanas, ¿cómo podrías representar el total de manzanas que quedó en la frutera?

d. Pedro tiene "x" años y Paula tiene el quíntuple de la edad de Pedro más dos años. ¿Cómo podrías representar la edad que tiene Paula?

Ojo con...

Si no se anota el **símbolo por** "•", se asume que se **multiplica**.

$7m = 7 \cdot m$

2. Completa el siguiente cuadro. Observa el ejemplo. Representar

Lenguaje natural	Lenguaje algebraico
El triple de un número.	3x
El triple de un número disminuido en cinco.	
El doble de un número aumentado en tres.	
El perímetro de un cuadrado de lado L.	
La edad de Andrea hace tres años.	
La edad que tendrá Luis en 10 años.	
La cuarta parte de mi dinero más $ 7.000.	
La mitad de un número.	
La suma del cuarto de un número y el doble de otro número.	
La octava parte de un número disminuido en 8.	
El cuádruple de un número aumentado en otro número.	

Generalización de relaciones entre números naturales

Analiza y responde

En la siguiente tabla, se han escrito ejemplos para algunas de las propiedades en el conjunto numérico $\mathbb{N}_0$. Completa la tabla, según corresponda:

Propiedad (con a, b, c $\in \mathbb{N}_0$)	**Asignar un número a cada letra**	**Ejemplo**
$a + 1 \in \mathbb{N}_0$	$a = 4$	$4 + 1 = 5 \in \mathbb{N}_0$
$a + b = b + a$	$a = 2$ y $b = 3$	$2 + 3 = 3 + 2$
$a \cdot b = b \cdot a$		
$a + (b + c) = (a + b) + c$		
$a + 0 = 0 + a = a$		
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$		
$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$		
$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$		

Considerando la información de la tabla anterior, responde:

- ¿Al sumar dos números naturales su resultado pertenece al conjunto numérico $\mathbb{N}_0$? Explica.

- ¿Al restar dos números naturales su resultado pertenece al conjunto numérico $\mathbb{N}_0$? Explica.

Aprende

Los **números naturales** ($\mathbb{N}$) son aquellos números que se utilizan para contar.
Se expresan por extensión $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ y cuando se agrega el número 0, se tiene que: $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.
Las propiedades se cumplen con las operaciones de **adición** y **multiplicación**. Por ejemplo, aunque se pueda restar o dividir en el conjunto numérico $\mathbb{N}_0$, el resultado no siempre pertenecerá a dicho conjunto.

Ejemplo:

Si a, b $\in \mathbb{N}_0$, considerando a = 3 y b = 15, se tiene:

$$a - b = 3 - 15 \notin \mathbb{N}_0$$
$$a : b = 3 : 15 \notin \mathbb{N}_0$$

Practica

1. Marca con una ✖ la opción que sea **falsa**. Considera que a, b y c $\in \mathbb{N}_0$. Analizar

☐ a – b = b – a ☐ ab = ba ☐ a > b > c, entonces ac > b

2. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Verificar

a. ☐ Al multiplicar un número por 0, el resultado es el mismo número.

Justificación: _____

b. ☐ Al sumar dos números naturales, su resultado es un número natural.

Justificación: _____

c. ☐ Al dividir dos números naturales, su resultado siempre es un número natural.

Justificación: _____

3. Completa la siguiente tabla. Aplicar

a	b	c	c • (b – a)	(a + b) • (c + b)	(c – a) : (b – 5)
5	10	15			
2	15	12			

4. Explica si cada situación se puede responder utilizando números naturales. Analizar

a. Tomás tiene $ 15.000 y quiere dividir este monto en partes iguales con sus 9 amigos. ¿Cuánto dinero recibirá cada uno?

_____

_____

b. Si una deuda de $ 32.990 se cancela con $ 35.000, con el vuelto recibido, ¿se puede comprar una polera que vale $ 2.990?

_____

_____

Valorización de expresiones algebraicas

Lee y responde

Doña Anita prepara empanadas (E) y pasteles de choclo (P) para vender cada fin de semana. En una pizarra va anotando los pedidos para asegurarse de tener suficientes productos. Ella vende cada empanada en $ 1.000 y cada pastel de choclo en $ 2.400.

- Según lo anotado en la pizarra, marca con un ✔ la opción correcta.

  ¿Cuánto pagará don Jorge por su pedido?

  ☐ $ 9.600 ☐ $ 12.000 ☐ $ 21.600

- Si Francisca pagará su pedido con $ 20.000, ¿cuánto recibirá de vuelto?

  ☐ $ 6.400 ☐ $ 11.200 ☐ $ 13.600

- Remarca la opción que representa el total de empanadas y pasteles que debe tener doña Anita.

  51 empanadas y 22 pasteles | 54 empanadas y 20 pasteles | 54 empanadas y 23 pasteles

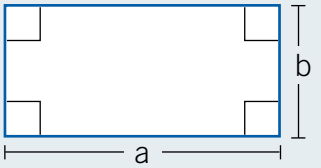
- Encierra la cantidad de dinero que recibirá doña Anita por la venta de todos los pedidos.

  ▸ $ 99.000 ▸ $ 100.000 ▸ $ 103.800 ▸ $ 109.200

Aprende

Valorizar una expresión algebraica consiste en remplazar un valor numérico específico en dicha expresión algebraica.

Ejemplo: la expresión algebraica que representa el área de un rectángulo de largo **a** y ancho **b** es "A = a • b".



Si el largo del rectángulo mide 124 cm y el ancho, 84 cm, entonces el área es:

$$A = (124 \cdot 84)\ cm^2 = 10.416\ cm^2$$

Practica

1. Si x = 3, y = 7 y z = 11, calcula el valor de cada expresión algebraica. Aplicar

a. 2x ▶ ____

b. x + y ▶ ____

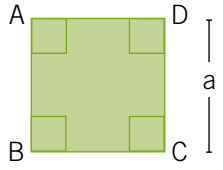
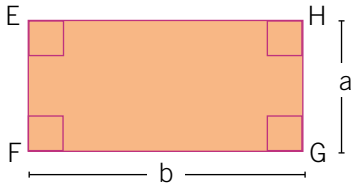
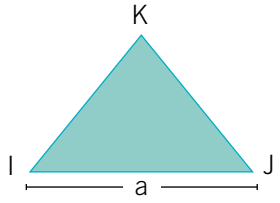
c. 5 + 2x ▶ ____

d. 2z – 2x ▶ ____

e. 3y – x + 2z ▶ ____

f. (5y + z) : (x – 2) ▶ ____

2. En Geometría se utilizan las siguientes expresiones algebraicas para calcular el perímetro (P) de ciertas figuras geométricas. Calcula el perímetro en cada caso, si a = 25 cm y b = 45 cm. Aplicar

Figura	Perímetro (P)
Cuadrado ABCD 	P = 4 • a
Rectángulo EFGH 	P = 2 • a + 2 • b
Triángulo equilátero IJK 	P = 3 • a

Ponte a prueba

Si y = 2x, con **x** en los números naturales.

- Completa la tabla.
- Si y = 14, ¿cuál es el valor de **x**?
- Si el valor de **x** aumenta en dos unidades, ¿cuál es el efecto sobre **y**?

x	y = 2x
1	2 = 2 • 1
2	
3	
4	
5	

Secuencias

Secuencias numéricas

Lee y responde

Los años bisiestos son aquellos que tienen un día más, es decir, un año bisiesto tiene 366 días. El día extra se agrega siempre en febrero.

Los años 2004, 2008 y 2012 fueron años bisiestos.

Febrero 2012						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29				

- Diego nació un 29 de febrero del año 2008. Según este dato, ¿cuáles serían sus próximos 6 cumpleaños?

2008 - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta y con una ✘, si es incorrecta.

☐ El 2010 fue un año bisiesto.

☐ El 2020 será un año bisiesto.

☐ La diferencia entre dos años bisiestos consecutivos es cero.

- ¿Existe algún patrón de formación para encontrar los años bisiestos? Explica.

_____

¿Sabías que...?

Los últimos años de cada siglo no se consideran bisiestos, excepto si son múltiplos de 400. Así, el año 1900 no fue bisiesto, pero el año 2000, sí.

Aprende

Una **secuencia numérica** es un grupo de números, que pueden seguir un **patrón** de formación. En algunos casos, se puede relacionar la posición de un término en la secuencia numérica con su valor, utilizando un **término general**.

Ejemplo: en la siguiente secuencia numérica: 4, 7, 10, 13, …

Primer término	$4 = 1 + 3 \cdot 1$	
Segundo término	$7 = 1 + 3 \cdot 2$	+ 3
Tercer término	$10 = 1 + 3 \cdot 3$	+ 3
Cuarto término	$13 = 1 + 3 \cdot 4$	+ 3

Si observas cada término, se deduce que aumentó tres unidades de un término a otro. Su patrón de formación es sumar 3.

De esta manera, el enésimo témino (lugar **n**) o término general será $1 + 3 \cdot \mathbf{n}$, donde **n** es un número natural ($n \in \mathbb{N}$).

Practica

1. En cada secuencia numérica, determina cuál es el patrón de formación respectivo y, luego, completa los términos que faltan. Comprender

a.

7	10	13			22	

b.

9	14		24			

c.

12	22	32	42			

2. Une cada término general con la secuencia numérica correspondiente. Considera que $n \in \mathbb{N}$. Relacionar

Término general	Secuencia numérica
n + 11	0, 1, 2, 3, …
n – 1	1, 2, 3, 4, …
n	6, 7, 8, 9, …
n + 5	11, 12, 13, 14, …

3. Observa cada secuencia numérica, luego remarca el término general correspondiente. Analizar

a. 2, 4, 6, 8, 10,... 2n, $n \in \mathbb{N}$ 2n + 2, $n \in \mathbb{N}$

b. 3, 6, 9, 12,... 3n, $n \in \mathbb{N}$ 3n + 1, $n \in \mathbb{N}$

c. 9, 14, 19, 24,... 5n, $n \in \mathbb{N}$ 5n + 4, $n \in \mathbb{N}$

4. Observa la siguiente secuencia numérica y luego responde. Analizar

12	19	26	33				

a. ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos? _____

b. ¿Qué número ocupa el octavo lugar? _____

c. Si el término general de esta secuencia es 5 + 7n, ¿qué representa la letra **n**? ¿Qué representa el número 5 en el término general? Explica.

_____

Secuencias de figuras

Observa y responde

Se tiene la siguiente secuencia de figuras formada con palitos de fósforo. Cada figura tiene un cuadrado más que la anterior.

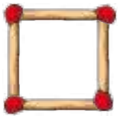


Figura 1

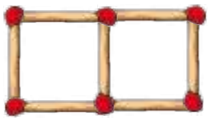


Figura 2

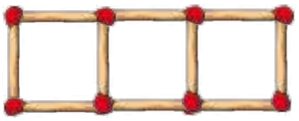


Figura 3

- Remarca la cantidad de palitos de fósforo que se necesitan agregar a la figura 3 para formar la figura 4.

2 3 4 5

- Encierra la afirmación correcta.

  - Para formar la figura 8 se necesitan 22 palos de fósforo.
  - Para formar la figura 8 se necesitan 25 palos de fósforo.
  - Para formar la figura 8 se necesitan 28 palos de fósforo.

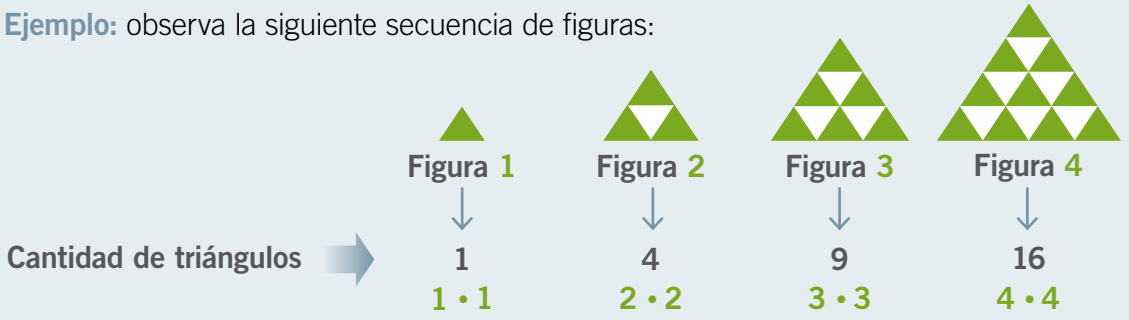
- Marca con un ✔ la expresión que representa la cantidad de palos de fósforo necesaria para formar la figura **n**.

$3n + 1$, $n \in \mathbb{N}$ ☐ $4n + 3$, $n \in \mathbb{N}$ ☐ $4n + 4$, $n \in \mathbb{N}_0$

Aprende

En un **grupo de figuras** que presenten alguna regularidad entre ellas, es posible identificar el **patrón de formación**, esto es, una regla que las relacione.

Ejemplo: observa la siguiente secuencia de figuras:



El patrón es: Agregar una cantidad impar de △.

Luego, la secuencia que representa la cantidad de triángulos es: **1, 4, 9, 16,...**. Por lo tanto, el término general respecto a la cantidad de triángulos es: **n • n**, con $n \in \mathbb{N}$.

Practica

1. Observa las siguientes imágenes y completa según su patrón de formación. Reconocer

Secuencia	Patrón
	Agregar 4 ■

2. Observa la siguiente secuencia, luego responde. Analizar

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

a. ¿Cuántos círculos tendrá la siguiente figura?

_____

b. Escribe el patrón de formación.

_____

3. De acuerdo a la siguiente imagen, dibuja los puntos que faltan, completa la tabla y luego responde. Analizar

Figura	1	2	3	4	5
Cantidad de puntos	$2 \cdot \mathbf{1} + 1 = 3$	$2 \cdot \mathbf{2} + 1 = 5$			

a. ¿Cuántos puntos tendrá la figura 10?

b. ¿Cuántos puntos tiene la figura **n**?

Secuencias en tablas

Observa y responde

Andrés ha ahorrado los primeros cuatro días del mes lo siguiente:

Dinero ahorrado por Andrés	
Día	**Dinero ahorrado**
1	$ 500
2	$ 1.500
3	$ 2.500
4	$ 3.500

Suponiendo que Andrés sigue ahorrando lo mismo cada día.

- ¿Cuánto dinero tendrá ahorrado Andrés al sexto día?

- ¿Luego de cuántos días tendrá ahorrado $ 10.500?

- Marca con un ✔ la opción que describe la relación que hay entre lo ahorrado en un día y el siguiente.

Aumenta $ 1.000 por día. ☐ Disminuye $ 500 por día. ☐ Triplica lo ahorrado por día.

Aprende

Tal como en las secuencias numéricas, al observar los **valores dados en una tabla**, en algunos casos se pueden identificar regularidades.

Así, se puede establecer cuál es el patrón de formación y encontrar el término general correspondiente.

Ejemplo:

Entrada	Salida
2	5
4	9
5	11
12	25

Como: $2 \cdot 2 + 1 = 5$
$2 \cdot 4 + 1 = 9$
$2 \cdot 5 + 1 = 11$
$2 \cdot 12 + 1 = 25$

Se puede afirmar que el término general según la información de la tabla es:

$2 \cdot n + 1, n \in \mathbb{N}$

Practica

1. Completa la siguiente tabla, luego responde. Aplicar

Entrada (n)	Salida (2n + 5)
1	2 • 1 + 5 = 7
2	
5	
7	

a. Si el número que se anota en la entrada es 8, ¿qué número se anotará en la salida?

b. Si en la salida se anota el número 35, ¿cuál es el número que se anotará en la entrada?

2. Observa las tablas. Luego, escribe y explica cómo obtienes el término general. Analizar

a.

Entrada	Salida
1	24
2	48
3	72
4	96

Término general:

Explicación:

b.

Entrada	Salida
1	11
2	21
3	31
4	41

Término general:

Explicación:

c.

Entrada	Salida
1	21
2	35
3	49
4	63

Término general:

Explicación:

Cálculo de términos

Observa y responde

Sebastián piensa en la siguiente secuencia.

Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

- Escribe la cantidad de puntos que se necesitan para obtener la figura 4. ▸ _____
- Completa la tabla que representa la secuencia pensada por Sebastián.

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad de puntos	5	8	11					

- Marca con un ✔ la expresión que corresponde al término general de la secuencia.

☐ $5 + 3n, n \in \mathbb{N}$ ☐ $2 + 3n, n \in \mathbb{N}$ ☐ $5 + 2n, n \in \mathbb{N}$

- Escribe la cantidad de puntos que se necesitan para formar la figura 50. ▸ _____

Aprende

Si se conoce el **término general**, se puede **valorizar** esta expresión para así determinar la secuencia numérica asociada a dicha expresión. Generalmente, se remplaza el valor correspondiente a la posición del término respectivo en la expresión que representa el término general.

Ejemplo: el término general asociado a la secuencia numérica (cantidad de ●) es: $4\mathbf{n} - 2, \mathbf{n} \in \mathbb{N}$.

El primer término es 2, ya que si **n = 1**, se tiene: $4 \cdot \mathbf{1} - 2 = \mathbf{2}$.
El segundo término es 6, ya que si **n = 2**, se tiene: $4 \cdot \mathbf{2} - 2 = \mathbf{6}$.
El tercer término es 10, ya que si **n = 3**, se tiene: $4 \cdot \mathbf{3} - 2 = \mathbf{10}$.

Por ejemplo, si continúa la secuencia se tiene que el término 23 es 90.

si **n = 23**, se tiene: $4 \cdot \mathbf{23} - 2 = \mathbf{90}$.

Practica

1. Completa con los primeros 6 términos de cada secuencia numérica, dado el término general. Aplicar

a. El término general es $2n - 1$, $n \in \mathbb{N}$. ▸ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

b. El término general es $3n + 2$, $n \in \mathbb{N}$. ▸ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2. Relaciona cada término general en la columna **A**, con la secuencia que representa en la columna **B**. Para ello, anota en la columna **B** la letra correspondiente. Relacionar

	Columna A	Columna B
a.	$2n$	_____ 9, 11, 13, 15,…
b.	$4n - 2$	_____ 3, 5, 7, 9, 11,…
c.	$7 + 2n$	_____ 2, 4, 6, 8, 10,…
d.	$2n + 1$	_____ 2, 6, 10, 14, 18,…
e.	$4n$	_____ 4, 8, 12, 16, 20,…

3. Completa cada secuencia con los términos que faltan, luego escribe su término general. Analizar

a. 2, 5, 8, _____, 14, _____, _____,… Término general ▸ ☐

b. 5, 7, _____, 11, _____, _____, 17,… Término general ▸ ☐

c. _____, _____, 16, 23, 30, _____, _____,… Término general ▸ ☐

Ponte a prueba

Observa la tabla. Luego, responde.

Entrada	Salida
1	23
2	34
3	45
4	56

- Si el número que se anota en la entrada es 5, ¿qué número deberá anotarse en la salida?
- Si en la salida se anota el número 122, ¿qué número se anotaría en la entrada?
- ¿Cuál es el término general de la secuencia representada en la tabla?

¿Cómo vas?

Expresiones algebraicas

puntos 2

1. Escribe en lenguaje algebraico cada enunciado escrito en lenguaje natural.

a. Un número aumentado en 5 es igual a 50 disminuido en otro número. ▸ _____

b. El doble de un número disminuido en 15 equivale a otro número. ▸ _____

puntos 2

2. Escribe en lenguaje natural cada expresión algebraica.

a. $3n - 12 = 9$ ▸ _____

b. $\frac{n}{4} - 12 = 100$ ▸ _____

Generalización de relaciones entre números naturales

puntos 4

3. Generaliza cada igualdad, según corresponda.

a. $3 + 5 = 5 + 3$, $12 + 14 = 14 + 12$,… Generalización ▸ _____

b. $15 \cdot 2 = 2 \cdot 15$, $7 \cdot 5 = 5 \cdot 7$,… Generalización ▸ _____

Valorización de expresiones algebraicas

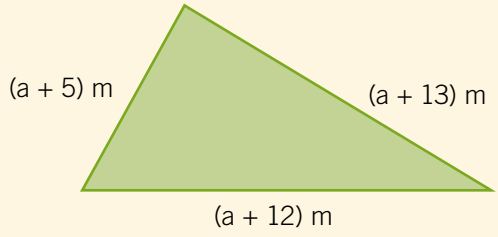
puntos 6

4. Completa la tabla.

a	b	c	d	(b – a) + d : c	a • b + (c + d)	a • (b + c) – d
3	4	5	10			
12	15	10	10			

puntos 3

5. Calcula el perímetro del triángulo, considerando a = 12.



Secuencias numéricas

6. Completa cada secuencia numérica con los términos que faltan.

puntos 4

a.

9	21	33				81	

b.

132	118		90			48	

Secuencias de figuras

7. Observa la secuencia de figuras, luego completa la tabla.

puntos 8

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5

Figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad de puntos								

Secuencias en tablas

8. Observa la siguiente tabla, luego responde.

puntos 4

Entrada	Salida
1	5
2	17
3	29
4	41

Si el número en la entrada es 9 o 10, ¿cuáles serán los números de salida?

Cálculo de términos

9. Calcula el término número 12 y 100, según corresponda.

puntos 4

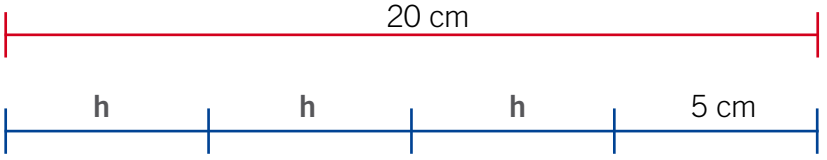
a. Término general, $13n - 11$, $n \in \mathbb{N}$.

b. Término general, $15n + 1$, $n \in \mathbb{N}$.

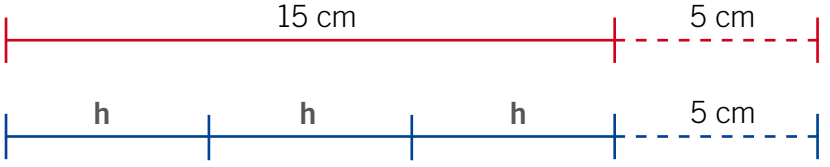
Ecuaciones de primer grado

Observa y responde

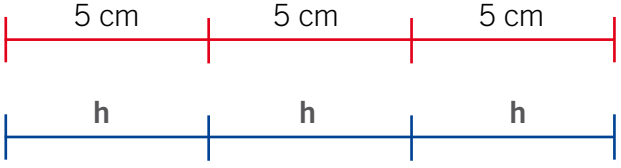
El segmento de color rojo tiene igual medida que el segmento de color azul.



- Entonces, la ecuación que representa lo anterior se escribe como **3h** + 5 = 20, donde **h** es la incógnita. Para encontrar el valor de **h**, bastaría quitar 5 unidades en ambos segmentos, resultando:



- Luego, **3h** = 15, es decir:



- Finalmente, el valor de **h** es: _____.

Conectad@s

Ingresa a:
www.casadelsaber.cl/mat/603
y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

Aprende

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que se satisface para uno o varios valores de la incógnita.

Ejemplo: para resolver la ecuación 5x + 2 = 12, se puede realizar lo siguiente:

Resolución

$5x + 2 - \mathbf{2} = 12 - \mathbf{2}$ (se resta 2 en ambos lados de la ecuación)

$5x = 10$ (se multiplica por el inverso multiplicativo de 5)

$5x \cdot \frac{1}{5} = 10 \cdot \frac{1}{5}$

$x = 2$

Comprobación

se remplaza el valor obtenido en la ecuación:

$5\mathbf{x} + 2 = 12$

$5 \cdot 2 + 2 = 12$

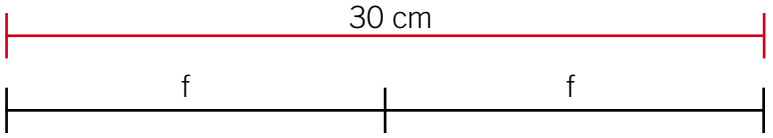
$10 + 2 = 12$

$12 = 12$

Practica

1. Para cada par de segmentos, escribe la ecuación que representa la relación existente y encuentra el valor de la incógnita. Aplicar

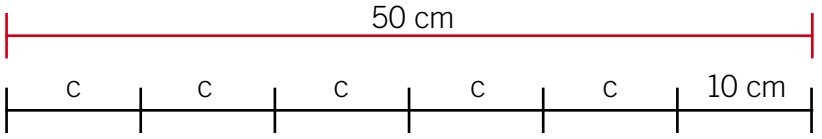
a.



Ecuación ▸ _____

f =

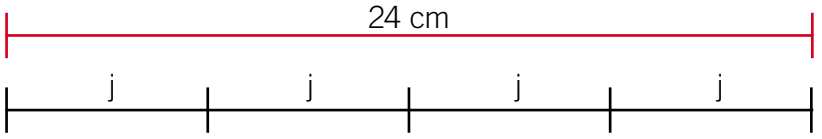
b.



Ecuación ▸ _____

c =

c.

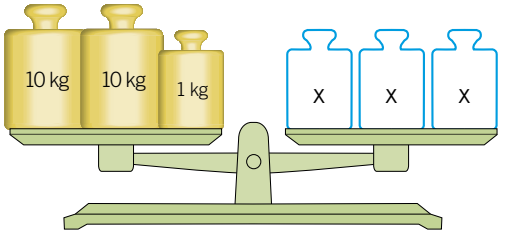


Ecuación ▸ _____

j =

2. Escribe la ecuación que representa cada balanza y encuentra el valor de **x** en cada caso. Aplicar

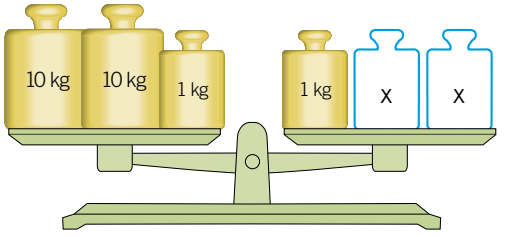
a.



Ecuación ▸ _____

x =

b.

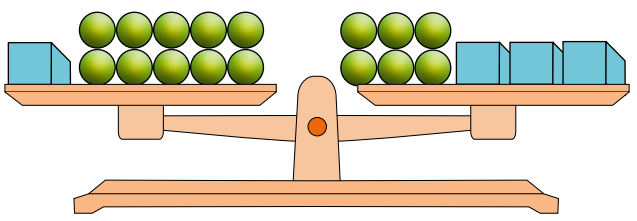


Ecuación ▸ _____

x =

3. Resuelve el siguiente problema. Analizar

En la balanza, si cada esfera equivale a 7 unidades, ¿qué valor representaría cada cubo?



4. Escribe la ecuación que representa cada enunciado. Aplicar

a. Un número aumentado en 5 es igual a 12.

Ecuación ▸ _____

b. El triple de un número es igual a 24.

Ecuación ▸ _____

c. El doble de un número es igual a 120.

Ecuación ▸ _____

d. Al disminuir en 5 unidades un número, se obtiene 2.

Ecuación ▸ _____

e. La mitad de un número es igual a 6.

Ecuación ▸ _____

f. Un número aumentado en 2 es igual a 11.

Ecuación ▸ _____

5. Resuelve según la información entregada. Observa el ejemplo. Analizar

4x + 2 = 4 • 5 + 2	El número "2" del lado izquierdo se asocia al número "2" del lado derecho. A su vez, la expresión "4x" del lado izquierdo se asocia al producto "4 • 5". Finalmente, se tiene que "4x + 2" se asocia a "4 • 5 + 2". Por lo tanto, x = 5.

a. 7y – 2 = 7 • 4 – 2 y = _____

b. 5z + 1 = 5 • 7 + 1 z = _____

c. 3x – 8 = 3 • 7 – 8 x = _____

d. 14 + 3p = 14 + 3 • 8 p = _____

e. 7 • 3 – 2q = 21 – 2 • 3 q = _____

f. 2 • (3 + s) = 2 • (3 + 15) s = _____

6. Resuelve las siguientes ecuaciones. Aplicar

a. 2x = 10

c. 3e + 2 = 212

b. 3c – 9 = 150

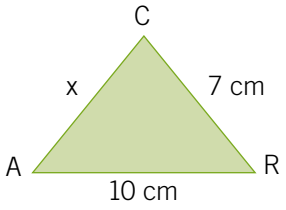
d. 2d – 25 = 207

7. Relaciona cada ecuación en la columna A, con la solución en la columna B. Para ello, anota en la columna B la letra correspondiente. Relacionar

	Columna A	Columna B
a.	$n + 5 = 12$	_____ 4
b.	$z - 3 = 25$	_____ 8
c.	$2n + 1 = 9$	_____ 7
d.	$3w - 7 = 11$	_____ 28
e.	$5m + 15 = 55$	_____ 6

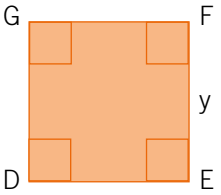
8. Escribe la ecuación y calcula el valor de cada incógnita en cada caso Analizar

a.



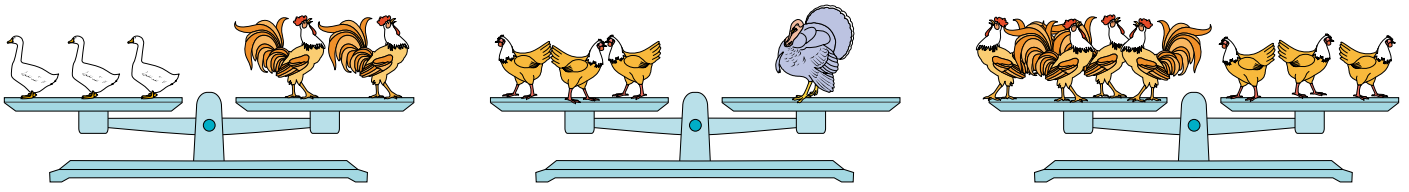
- El perímetro del triángulo ABC es 24 cm.

b.

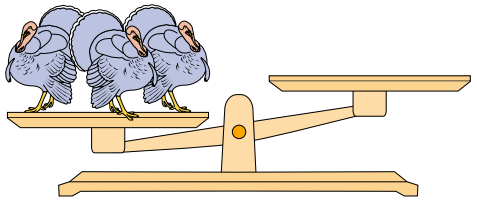


- El perímetro del cuadrado DEFG es 68 cm.

9. Observa cada balanza. Luego, responde. Analizar



- ¿Cuántos patos deberán ponerse en el platillo de la derecha para que la balanza se equilibre?



Planteamiento de ecuaciones

Lee y responde

Sandra distribuye 51 manzanas en tres bolsas. La primera bolsa tiene 9 manzanas más que la tercera bolsa, mientras que la segunda bolsa tiene 6 manzanas menos que la tercera.

- Si **x** representa la cantidad de manzanas que hay en la tercera bolsa, remarca la afirmación correcta.

  En la primera bolsa hay (x + 9) manzanas.

  En la segunda bolsa hay (x + 6) manzanas.

- Marca con un ✔ la ecuación que representa la situación descrita.

  ☐ (x + 9) + (x + 6) + x = 51

  ☐ (x + 9) + (x – 6) + x = 51

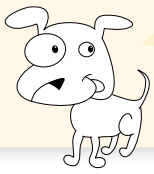
  ☐ (x – 9) + (x – 6) + x = 51

- Escribe la cantidad de manzanas que hay en cada bolsa.

  Primera bolsa: _____ Segunda bolsa: _____ Tercera bolsa: _____

Educando en valores

Aliméntate de manera saludable y evita comer comida alta en grasas.



Aprende

Para **plantear una ecuación** a partir de una situación, se debe tener presente lo siguiente:

- Leer el problema atentamente, para identificar lo que se pregunta.
- Asignar una letra que se relacione con la incógnita del problema.
- Plantear la ecuación correspondiente, para luego resolverla.

Ejemplo: al comprar un artefacto eléctrico se cancelaron $ 16.980. Si se pagó con 4 billetes de $ 5.000, ¿cuál es el vuelto recibido?

Se asignará la letra **y** a la incógnita, que en este caso corresponde al vuelto recibido.

Ecuación ▸ **y** + 16.980 = 4 • 5.000

Luego, al resolver la ecuación se tiene que: y = 3.020, lo que representa el vuelto recibido.

Practica

1. Identifica la incógnita y escribe la ecuación para cada problema. Comprender

a. Andrés tiene 3 veces la cantidad de dulces que tiene María. Si ella tiene 18 dulces, ¿cuántos dulces tiene Andrés?

Incógnita ▸ _____ Ecuación ▸ _____

b. Pedro tiene $ 5.500. Si José tiene $ 2.300 más que Pedro, ¿cuánto dinero tiene José?

Incógnita ▸ _____ Ecuación ▸ _____

c. Juan compra 12 cuadernos con $ 8.000 recibiendo de vuelto $ 200. ¿Cuál es el precio de un cuaderno si todos valen lo mismo?

Incógnita ▸ _____ Ecuación ▸ _____

2. Marca con un ✔ la ecuación que representa correctamente la situación problema. Representar

a. El doble de un número (n) aumentado en 5 es igual a 20.

☐ $2n + 5 = 20$ ☐ $2(n + 5) = 20$ ☐ $2 + n + 5 = 20$

b. Juan es 8 años mayor que Ana. Si entre ambos suman 28 años, ¿qué edad tiene Ana?

x: cantidad de años de Ana.

☐ $x + 8 = 28$ ☐ $x + x + 8 = 28$ ☐ $x + 8 + 8 = 28$

c. La masa de una pelota de fútbol es **m** gramos y la de una de tenis, 650 gramos menos que esta. Si ambas tienen una masa de 1.250 gramos, ¿cuál es la masa de la pelota de tenis?

☐ $m + 650 = 1.250$ ☐ $m - 650 = 1.250$ ☐ $m + m - 650 = 1.250$

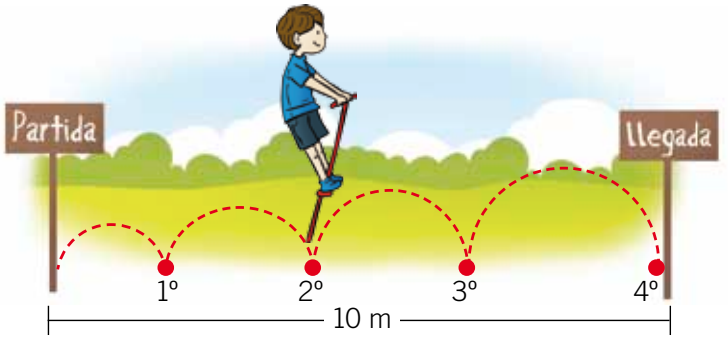
3. Resuelve el siguiente problema. Analizar

Entre las 3 canastas hay 600 manzanas en total. Si la canasta celeste tiene 20 manzanas más que la amarilla y la canasta verde tiene 40 más que la amarilla, ¿cuántas manzanas hay en cada canasta?

Situaciones problema

Observa y responde

En cada salto que da Juan, avanza 1 m más que el salto anterior.



- Si **y** representa la distancia marcada en el primer salto, encierra la expresión que representa la distancia marcada del tercer al cuarto salto.

y + 1 | y + 2 | y + 3

- Marca con un ✔ donde se muestre la resolución correcta de la ecuación.

☐
$$\begin{aligned} y + (y + 1) + (y + 2) + (y + 3) &= 10 \\ 4y + 6 &= 10 \\ 4y &= 4 \\ \frac{4y}{4} &= \frac{4}{4} \\ y &= 1 \end{aligned}$$

☐
$$\begin{aligned} y + (y + 1) + (y + 2) + (y + 3) &= 10 \\ 4y + 6 &= 10 \\ 4y &= 16 \\ \frac{4y}{4} &= \frac{16}{4} \\ y &= 4 \end{aligned}$$

- Completa con la distancia marcada en cada salto de Juan.

Primer salto ▸ _____ Segundo salto ▸ _____ Tercer salto ▸ _____ Cuarto salto ▸ _____

Aprende

Para resolver una **situación problema** es necesario identificar cuáles son los **datos** y qué es lo que se está **preguntando**. Una vez hecho esto, si es necesario, se plantea la **ecuación** que representa la relación entre los datos y se puede resolver. Finalmente, se **comprueban** los valores obtenidos remplazándolos en la ecuación planteada.

Ejemplo: tres números consecutivos suman 144. ¿Cuáles son los números?

Si se asigna la letra **x** al número menor, los otros dos números son (x + 1) y (x + 2). Como la suma de los tres números es 144, se tiene:

$$\begin{aligned} x + (x + 1) + (x + 2) &= 144 \\ 3x + 3 &= 144 \\ 3x &= 141 \\ x &= 47 \end{aligned}$$

Por lo tanto, los números son: 47, 48 y 49, ya que:

$$\begin{aligned} 47 + (47 + 1) + (47 + 2) &= 47 + 48 + 49 \\ &= 144 \end{aligned}$$

Practica

1. Resuelve los siguientes problemas. Aplicar

a. Con 1.600 m de alambre se cerca con dos vueltas un terreno de forma rectangular. Si el largo del terreno es el triple del ancho, ¿cuál es la medida de los lados del terreno?

b. Paola tiene el triple de dinero que Iván y entre los dos tienen $ 6.000. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

c. La suma de 3 números es 337. Si el mayor excede al intermedio en 45 y al menor, en 68, ¿cuánto suman el mayor y el menor?

2. Identifica y explica el error en el siguiente enunciado. Luego, calcula el valor correcto. Verificar

La suma de 3 números consecutivos es 252. Por lo tanto, el número menor es 85.

Explicación: _____

_____

_____

Corrección: _____

_____

_____

Estudio de las soluciones

Lee y responde

Andrea mide 8 cm más que su amiga Isidora y ambas estaturas suman 312 cm. ¿Cuánto mide Isidora?

- Para resolver el problema, se identifica la incógnita **x** como la estatura de Isidora y, según los datos, se puede representar la estatura de Andrea como x + 8.

  Al plantear la ecuación se obtiene:

$$x + (x + 8) = 312 \quad \leftarrow \text{Ecuación}$$
$$2x + 8 = 312$$
$$2x = 304$$
$$x = 152 \quad \leftarrow \text{Solución}$$

- Considerando el valor de **x**, escribe la estatura de Andrea: _____
- Luego, la suma de ambas estaturas será: _____
- En el contexto del problema, marca con un ✔ la solución de la ecuación.

  ☐ 152 metros. ☐ 1 metro y 52 centímetros.

- Escribe la altura de Isidora: _____

Aprende

Al resolver una ecuación asociada a una situación problema, es necesario comprobar si la solución responde al **contexto del problema**, y verificar si es pertinente. Finalmente, se escribe la respuesta en forma adecuada a la pregunta del problema.

Ejemplo: la edad de Vicente es exactamente el doble de la edad de su hermano Camilo. Si Vicente tiene 13 años, ¿qué edad tiene Camilo?

Si se asigna la letra **x** a la edad de Camilo, la ecuación es:

El doble de la edad de Camilo → $2x$ = 13 ← Edad de Vicente

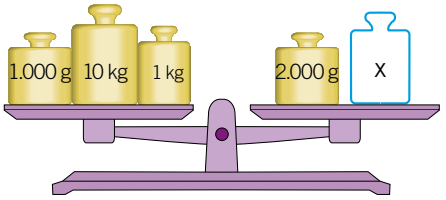
Al resolverla, se obtiene x = 6,5.

En este caso, se interpreta 6,5 años como 6 años y medio o, en forma equivalente, Camilo tiene 6 años y 6 meses.

Practica

1. Calcula la masa que debe tener cada pesa para que las balanzas estén equilibradas. Luego, responde. Aplicar

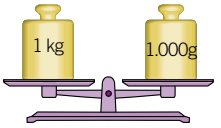
a.



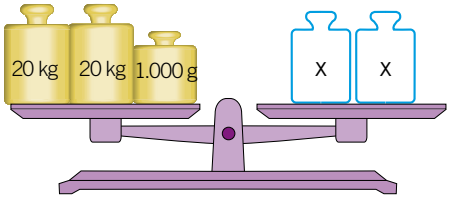
¿Es cierto que x = 10 g?

Recuerda que...

1 kg = 1.000 g



b.



¿Es cierto que x = 20 kg?

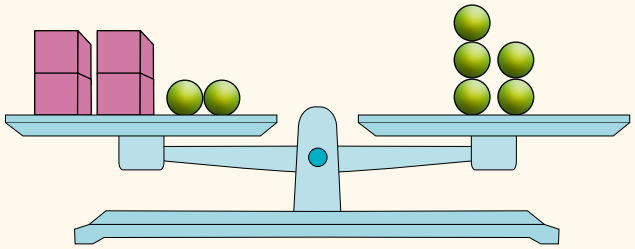
2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Las edades de Sandra y Cristián suman 59 años. Si Cristian es un año mayor que Sandra, ¿cuáles son las edades de ambos?

b. Un trozo de cuerda tiene una longitud de 1.250 metros. Si se divide en 4 trozos de igual medida, ¿cuánto mide cada trozo?

Ponte a prueba

En la siguiente balanza en equilibrio, se sabe que cada ● representa 3 kg.



- Escribe la ecuación representada en la balanza.

- Calcula la masa de .

Observa la resolución del siguiente problema

El padre de Sandra le pregunta cuántos años tiene. Sandra le contesta: "Si sumamos tu edad, la mía y la de mi hijo Claudio, en total son 168 años. Además, recuerda que tú tenías 23 años cuando yo nací, mientras que Claudio nació cuando yo tenía 35 años." ¿Cuántos años tiene Sandra?

PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Se quiere saber la edad de Sandra.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

- La diferencia entre la edad del padre de Sandra y la de ella es de 23 años.
- La diferencia entre la edad de Sandra y la de su hijo es de 35 años.
- La suma de las tres edades es 168 años.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

Primero se debe decidir cuál es la incógnita. Luego, se expresan los demás datos de acuerdo a sus relaciones numéricas con la incógnita. Y, finalmente, se plantea la ecuación.

En este caso, se asigna la incógnita **x** a la edad de Sandra. Entonces:

- La edad de su padre es: $x + 23$
- La edad de su hijo es: $x - 35$

La ecuación es:

$$\begin{aligned} x + (x + 23) + (x - 35) &= 168 \\ x + (x + 23) + (x - 35) &= 168 \\ 3x - 12 &= 168 \\ 3x &= 180 \\ x &= 60 \end{aligned}$$

Por lo tanto, Sandra tiene 60 años.

PASO 4 Revisa la solución.

Al remplazar $x = 60$ en las expresiones que representan la edad del padre de Sandra y la de su hijo, se tiene:

- Edad del padre: **x** + 23, entonces **60** + 23 = 83
- Edad del hijo: **x** – 35, entonces **60** – 35 = 25

Finalmente, las edades son: padre 83 años, Sandra 60 años, Claudio 25 años, y al sumar estas edades resulta 168 años.

Ahora hazlo tú

En una caja hay el doble de calugas de menta que de chocolate y el triple de calugas de leche que de menta y chocolate juntos. Si en total hay 144 calugas, ¿cuántas hay de cada sabor?

PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

PASO 4 Revisa la solución.

Competencias para la vida

Las **fórmulas matemáticas** me ayudan a interpretar la información

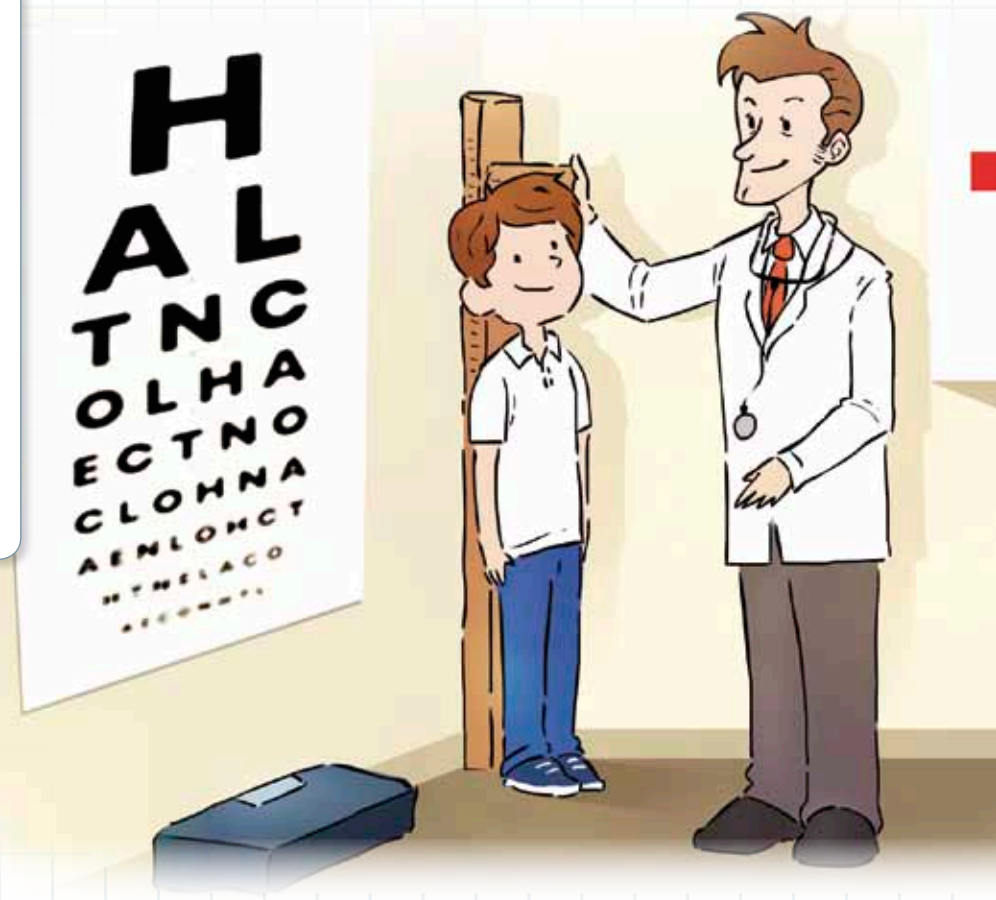
El índice de masa corporal (IMC) es un indicador médico y científico que permite evaluar la masa de una persona. De esta manera, se puede saber si se encuentra dentro de un rango normal y saludable o si está sobre o bajo su valor normal.

El valor del IMC se define así:

$$IMC = \frac{masa}{estatura^2}$$

La masa debe expresarse en kilógramos y la estatura, en metros.

Observación: $estatura^2 = estatura \bullet estatura$

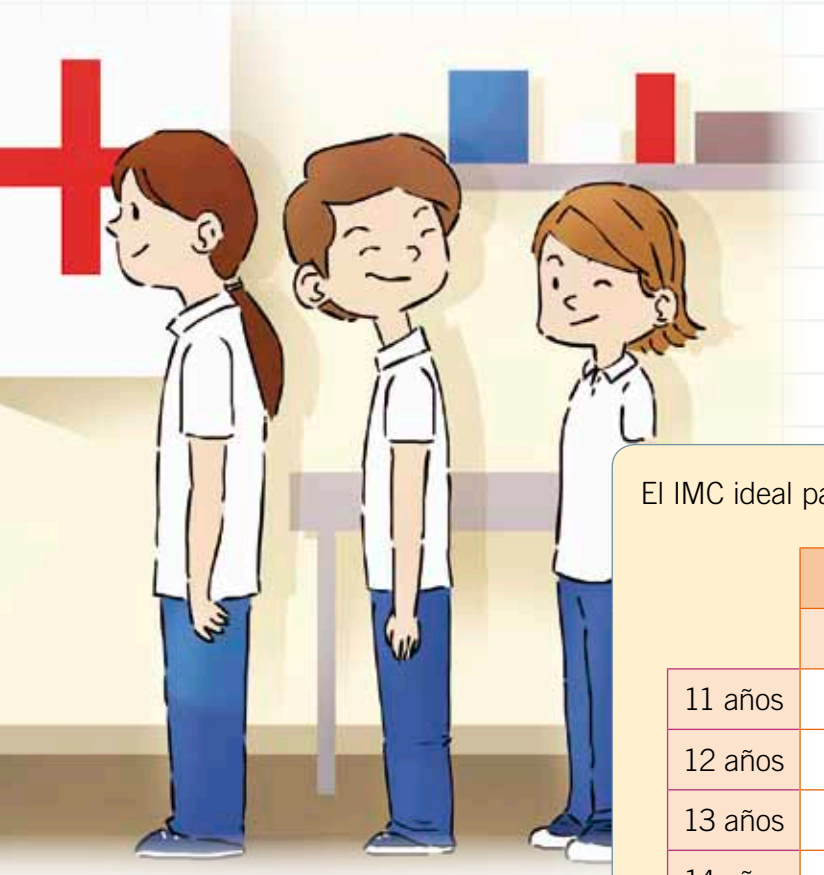


Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

- Calcula el IMC de una persona que tiene una masa corporal de 75 kg y mide 1 metro y 75 centímetros.

- Si una persona tiene un IMC igual a 20 y mide 1 metro y 50 centímetros, ¿cuál es su masa corporal?



Para las personas mayores de 20 años, el IMC ideal no depende de la edad ni del sexo.

IMC	Valoración de la masa corporal
Menor que 18,5	Bajo (no saludable)
Entre 18,5 y 24,9	Normal
Mayor que 24,9	Sobrepeso (no saludable)

El IMC ideal para niños y adolescentes sí depende de la edad y el sexo.

	Hombres		Mujeres	
	IMC mínimo	IMC máximo	IMC mínimo	IMC máximo
11 años	14,5	20,2	14,4	20,8
12 años	15,0	21,0	14,8	21,7
13 años	15,4	21,8	15,3	22,5
14 años	15,9	22,6	15,7	23,3
15 años	16,5	23,4	16,3	24,0

Por encima del IMC máximo, la persona tiene sobrepeso, y por debajo del IMC mínimo, la persona tiene un peso inferior al que es deseable por razones de salud.

Competencia en el tratamiento de la información

Reflexiona y comenta.

- ¿Crees que una alimentación saludable permita que estés en el rango normal del IMC? Explica.
- ¿Qué trastornos de la salud puede provocar el que estés fuera de los rangos normales del IMC?
- Nombra otro indicador médico que entregue información importante para llevar una vida saludable.

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

1. En la máquina, se ingresa un número y esta devuelve otro. Si se ingresa el número 4 y sale la letra **x**, ¿cuál sería su valor?

A. 9
B. 10
C. 11
D. 12

Resultados obtenidos	
Entrada	**Salida**
2	5
3	7
4	x
7	15

Análisis de las alternativas

A. Se relacionan los valores de entrada y salida según el término general 2n + 1, donde **n** corresponde al número en la entrada, obteniendo para cada fila:

1ª fila ▸ 2 • 2 + 1 = 5
2ª fila ▸ 2 • 3 + 1 = 7
4ª fila ▸ 2 • 7 + 1 = 15

Luego, al remplazar en la 3ª fila, se obtiene 2 • 4 + 1 = 9.

B. En esta alternativa, se relaciona el valor de la salida con la suma de la fila anterior. Entonces:

1ª fila ▸ 2 + 5 = 7
2ª fila ▸ 3 + 7 = 10

Luego, en la 3ª fila se obtiene 4 + 10 = 14.

C. Observa los valores de salida y entrada, sumando los últimos valores y dividiéndolos por 2, es decir:

$$\frac{(7 + 15)}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

D. En este caso, se relaciona el valor de la salida con la suma de los valores de la entrada, ya que 2 + 3 = 5, y 3 + 4 = 7. Entonces, cree que 5 + 7 = 12.

▸ Por lo tanto, la alternativa **A** es la correcta.

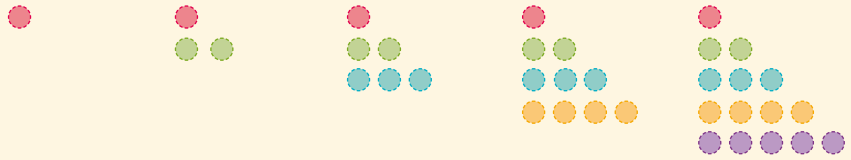
1. ~~A~~ B C D

¿Qué aprendiste?

Evaluación final

1. Observa la siguiente secuencia de figuras y responde.

puntos 3



1 3 6 10 15

a. Escribe la cantidad de círculos que tendrá la siguiente figura. ▸ _____

b. Marca con un ✔ la expresión que represente el término general, respecto a la cantidad de círculos de cada figura.

☐ $n + 2, n \in \mathbb{N}$ ☐ $\frac{n(n+1)}{2}, n \in \mathbb{N}$ ☐ $\frac{n+1}{2}, n \in \mathbb{N}$

c. ¿Cuántos puntos hay en la décima figura? ▸ _____

2. Representa cada enunciado en lenguaje algebraico.

puntos 4

a. El triple de un número aumentado en 11 es igual a 20. ▸ _____

b. La mitad de un número disminuido en 5 es igual a 30. ▸ _____

c. Un número aumentado en 7 equivale a otro número. ▸ _____

d. Un número disminuido en el primer número primo equivale a 7. ▸ _____

3. Valoriza cada término general de una secuencia. Luego, encierra los números que representa.

puntos 6

a. $3n, n \in \mathbb{N}$ ▸ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____,…

Divisores de 3 | Múltiplos de 3 | Todos los números impares

b. $2n - 1, n \in \mathbb{N}$ ▸ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____,…

Divisores de 2 | Múltiplos de 2 | Todos los números impares

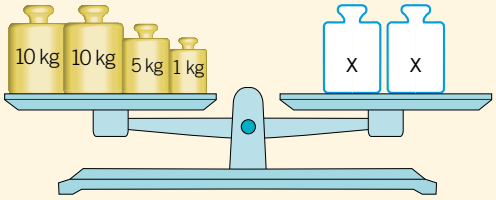
c. $4n, n \in \mathbb{N}$ ▸ _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____,…

Divisores de 4 | Múltiplos de 4 | Todos los números pares

4. Observa cada balanza. Luego, escribe su ecuación y solución correspondientes.

puntos 4

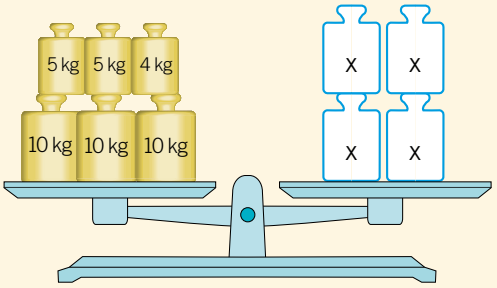
a.



Ecuación ▸ _____

x = ☐

b.



Ecuación ▸ _____

x = ☐

5. Resuelve cada ecuación.

puntos 4

a. $3x - 39 = 150$

b. $210 = 5x + 125$

6. Resuelve los siguientes problemas.

puntos 4

a. El día jueves, Carlos trotó **x** metros y el viernes recorrió el triple de distancia que el jueves. Si en total recorrió 2.650 m, ¿cuántos metros trotó cada día?

b. La suma de tres números pares consecutivos es igual a 486. ¿Cuál es la mitad del menor de estos números?

7. Con respecto a la ecuación $3x - 141 = 285$, escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

puntos 4

a. ☐ Si a la solución de la ecuación se le resta 138, se obtiene 4 como resultado.

Justificación: _____

b. ☐ La solución de la ecuación es también solución de $x - 142 = 0$.

Justificación: _____

puntos 5

Marca con una X la alternativa correcta.

8. Si **a** y **b** son números naturales, ¿en qué caso el resultado es **siempre** un número natural?

- **A.** a – b
- **B.** 2a – b
- **C.** ab
- **D.** a : b

9. Si el término general es: 2n + 2, con n ∈ ℕ, ¿cuál es el número que continúa en la secuencia: 4, 6, 8, 10, …?

- **A.** 11
- **B.** 12
- **C.** 14
- **D.** 16

10. Considerando que n ∈ ℕ, ¿cuál es el término general de la secuencia: 1, 12, 23, 34,…?

- **A.** n + 11
- **B.** 11n + 1
- **C.** 11n – 10
- **D.** 11n + 10

11. Los números de la columna **B** dependen de los de la columna **A**, según un mismo patrón. ¿Cuál es el número que falta?

- **A.** 30
- **B.** 33
- **C.** 35
- **D.** 37

A	B
6	25 = 4 • 6 + 1
9	?
10	41 = 4 • 10 + 1

12. Si a, b y c ∈ ℕ, ¿cuál de las siguientes expresiones es siempre **verdadera**?

- **A.** a • (b + c) = (b + c) • a
- **B.** a • (b + c) = ab + c
- **C.** ab + ba = a • (b + a)
- **D.** ab = a + b

puntos 5

13. José lee 20 páginas de su libro el lunes, 24 páginas el martes y 28 páginas el miércoles. Si este patrón se mantiene, ¿cuántas páginas leerá el domingo?

A. 32
B. 40
C. 44
D. 48

14. Si a = 4 y b = 7, ¿cuál es el valor de 3(a + b)?

A. 11
B. 28
C. 33
D. 84

15. Pablo tiene **n** años y su hermano es 3 años menor que él. ¿Cuál es la expresión que representa la edad del hermano de Pablo?

A. n – 3
B. 3n
C. n + 3
D. 3 – n

16. Una colección de 10 cuentos tiene un precio de $ 8.990. Suponiendo que todos los cuentos tienen el mismo valor, ¿qué ecuación permite calcular el valor de cada cuento de esta colección?

A. x = 990
B. 10 + x = 8.990
C. 10x = 8.990
D. x = 8.990

17. Si un número cualquiera aumenta en 4, se obtiene el número 20. ¿Cuál es la ecuación que representa esta relación?

A. x = 20
B. x + 4 = 20
C. x – 4 = 20
D. x + 20 = 4

puntos 5

18. En la ecuación $3x + 42 = 3 \cdot 5 + 7 \cdot 6$, ¿cuál es el valor de $2x$?

A. 5
B. 10
C. 33
D. 66

19. Josefina ha gastado $ 6.500 y le quedan $ 1.200. ¿Cuánto dinero tenía inicialmente?

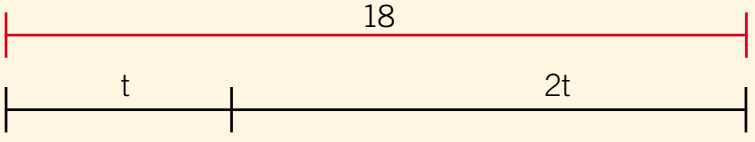
A. $ 5.300
B. $ 7.700
C. $ 8.700
D. $ 9.300

20. El doble de un número más el triple del mismo número es 15. ¿Cuál es el número?

A. 3
B. 5
C. 6
D. 7

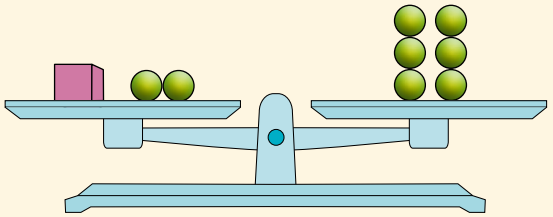
21. El segmento de color rojo tiene la misma medida que el de color azul. ¿Qué ecuación representa esta relación?

A. $t = 18$
B. $2t = 18$
C. $3t = 18$
D. $t = 2t$



22. La siguiente balanza está equilibrada. Si cada ● corresponde a 2 kg, ¿cuál es la masa de ▭?

A. 2 kg
B. 4 kg
C. 6 kg
D. 8 kg



Hogar Fichas complementarias

Busca Prepara la prueba 4

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Completa tus datos.

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

1. Una persona debe pagar las siguientes cuentas básicas: $ 18.500 de luz, $ 12.000 de agua, $ 12.400 de teléfono, $ 17.500 de Internet y $ 14.000 de gas. Si estos valores se mantienen en dos meses y su sueldo es de $ 600.000 mensuales, ¿cuánto dinero le quedará luego de pagar estas cuentas en dicho período?

A. $ 74.400
B. $ 148.800
C. $ 452.000
D. $ 1.051.200

2. ¿Cuál es el resto que se obtiene al dividir 398.000.000 por 100.000?

A. 0
B. 10
C. 398
D. 3.980

3. ¿Qué número satisface la siguiente expresión?

(9.245.000 : 200) – 46.000 + _____ = 46.225

A. 0
B. 225
C. 46.000
D. 46.225

4. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de números corresponde a los múltiplos del número 6 menores que 50?

A. {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48}
B. {1, 2, 3, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48}
C. {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 50}
D. {6 • 1, 6 • 2, 6 • 3, … , 6 • 50}

5. ¿En cuál de las siguientes alternativas se muestran todos los factores del número 24?

A. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12
B. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
C. 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 48
D. 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 20, 24

6. ¿Cuál de los siguientes números es primo?

A. 98
B. 99
C. 101
D. 202

7. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa la descomposición en factores primos del número 90?

A. $2 \cdot 5 \cdot 9$
B. $5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4$
C. $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
D. $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2$

8. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa la multiplicación $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$?

A. $5 \cdot 2$
B. 5^2
C. 2^4
D. 2^5

9. Al simplificar por 3 la fracción $\frac{450}{27}$, ¿qué fracción resulta?

A. $\frac{50}{3}$
B. $\frac{150}{9}$
C. $\frac{150}{27}$
D. $\frac{1.350}{81}$

10. ¿Cuál de las siguientes fracciones es irreductible?

A. $\frac{16}{16}$

B. $\frac{97}{5}$

C. $\frac{51}{102}$

D. $\frac{17.000}{1.000}$

11. ¿Cuál es el producto al multiplicar $\frac{16}{3}$ por $\frac{12}{32}$?

A. 2

B. 4

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{128}{9}$

12. ¿Cuál de las siguientes fracciones representa al número decimal 0,365?

A. $\frac{365}{100}$

B. $\frac{73}{200}$

C. $\frac{365}{9}$

D. $\frac{1.000}{365}$

13. ¿Qué resultado se obtiene al resolver $\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right) - 0{,}25 \cdot 2$?

A. 0

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{11}{6}$

14. Si una persona va al supermercado y compra $\frac{1}{2}$ kg de naranjas, $\frac{1}{4}$ kg de manzanas y 3 kg de plátanos, ¿cuántos kg de fruta compró en total?

A. $\frac{3}{4}$ kg

B. $\frac{15}{6}$ kg

C. 4 kg

D. 3,75 kg

15. Si $P = \frac{58}{100}$, $Q = \frac{9}{4}$ y $R = 1{,}25$, ¿cuál es el orden de menor a mayor?

A. $P < R < Q$

B. $P < Q < R$

C. $Q < R < P$

D. $R < P < Q$

16. Una razón corresponde a una comparación entre dos magnitudes mediante:

A. la adición.

B. la sustracción.

C. la división

D. la multiplicación.

17. ¿Con qué razón 3 : 2 forma una proporción?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{15}{10}$

D. $\frac{12}{6}$

18. ¿Qué par de razones **no** forman una proporción?

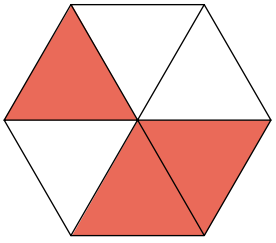
A. $\frac{1}{5}$ y $\frac{4}{20}$

B. $\frac{144}{84}$ y $\frac{12}{7}$

C. $\frac{100}{5}$ y $\frac{1.000}{50}$

D. $\frac{9}{4}$ y $\frac{904}{404}$

19. ¿Qué porcentaje representa la parte pintada en la figura?



A. 25%

B. 30%

C. 50%

D. 0,5%

20. Las edades de dos hermanos están en la razón 3 : 4. Si el mayor tiene 24 años, ¿qué edad tiene el menor?

A. 6 años.

B. 18 años.

C. 20 años.

D. 72 años.

21. Si 200 es el 80% de un número, ¿cuál es el número?

A. 80

B. 120

C. 140

D. 250

22. ¿A qué número corresponde 2.500 disminuido en un 35%?

A. 875

B. 1.625

C. 2.465

D. 3.375

23. Si el término general de la secuencia es: n + 3, ¿cuál es el número que continúa en la secuencia 4, 5, 6, 7,...?

A. 8
B. 9
C. 10
D. 11

24. Si los números de la columna B se relacionan con los de la columna A por medio de un mismo término general, ¿cuál es el número que falta?

A. 0
B. 22
C. 200
D. 201

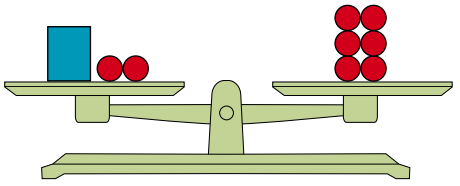
A	B
0	1
10	21
100	?

25. Si a, b, c $\in \mathbb{N}$, ¿cuál de las expresiones representa la propiedad del neutro aditivo?

A. $a \cdot 1 = 1 \cdot a$
B. $a + 0 = 0 + a = a$
C. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
D. $a \cdot b = b \cdot a$

26. La siguiente balanza está equilibrada. Si cada ● representa 1,5 kg, ¿cuál es el peso de ■?

A. 1,5 kg
B. 4 kg
C. 6 kg
D. 9 kg



27. ¿Cuál es la solución de la ecuación?

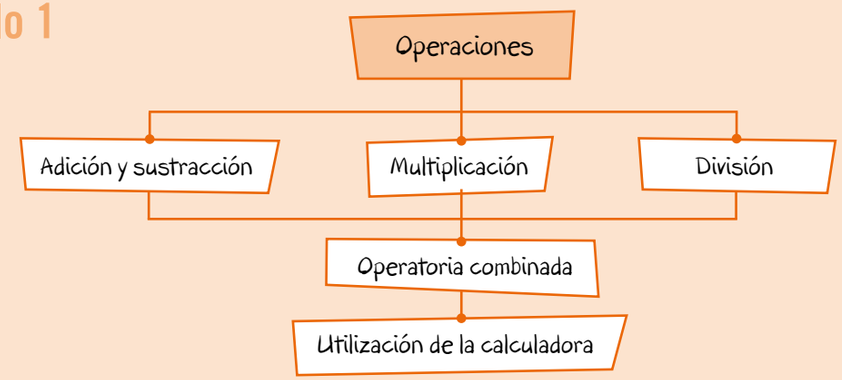
$$3 \cdot (x + 1) = 303$$

A. 100
B. 101
C. 302
D. 303

Prepara la prueba 1 • Síntesis

Nombre: _____ Curso: _____

Módulo 1



Operatoria combinada

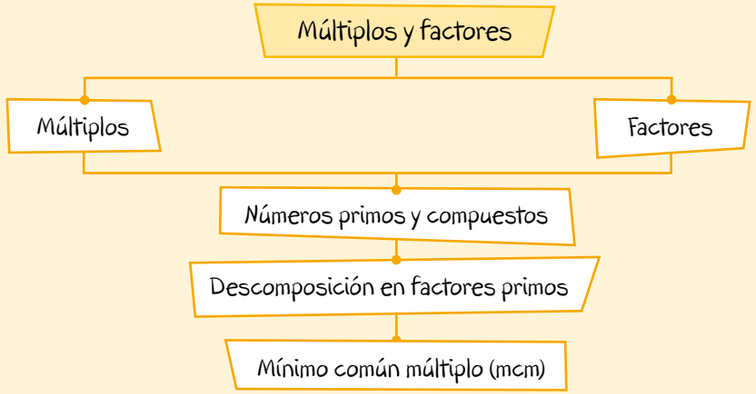
En una visita a un museo interactivo, 8 autobuses transportaron 45 estudiantes cada uno y 13 minibuses transportaron 20 estudiantes cada uno. Si todos los vehículos viajaron con la capacidad máxima, ¿cuántos estudiantes fueron al museo en total?

El problema se puede resolver por medio de una operatoria combinada.

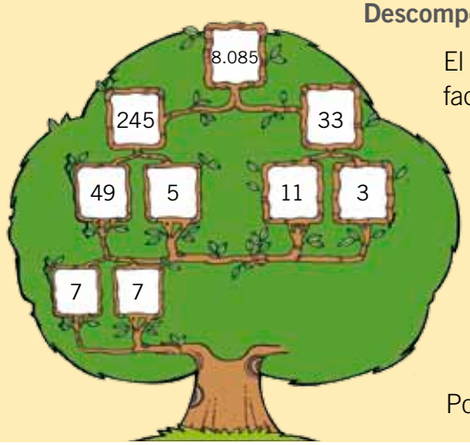
$$8 \cdot 45 + 13 \cdot 20 = 360 + 260$$
$$= 620$$

En total, 620 estudiantes fueron al museo.

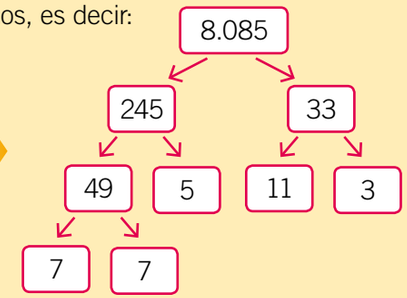
Módulo 2



Descomposición en factores primos

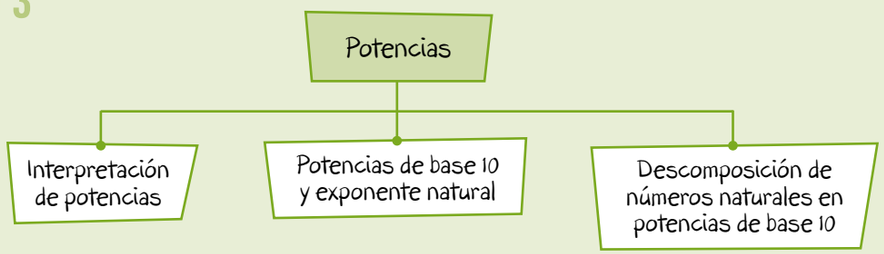


El número 8.085 se puede descomponer usando factores primos, es decir:



Por lo tanto, $8.085 = 7 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 3$.

Módulo 3



Descomposición de números naturales en potencias de base 10

Al descomponer aditivamente con potencias de base 10 el número 5.980.200.714, se obtiene:

$$5.980.200.714 = 5 \cdot 10^9 + 9 \cdot 10^8 + 8 \cdot 10^7 + 2 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$

Prepara la prueba 1 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Operaciones

1. Resuelve los siguientes ejercicios.

a. 4.550 : (1.250 – 1.240) + 12 • 12 =

b. 1.340 • 15 – 3.699 : 3 + 7.580 =

2. Ubica en forma correcta las operaciones: +, –, • o :, para que se cumpla la igualdad.

a. 3.540 [•] 7 [ ] 12 [:] 12 = 24.781

b. 123.456 [:] 6 [ ] 576 = 20.000

c. 3.540 [ ] 1.570 [ ] 2.400 = 2.710

d. 4.857 [:] 4.857 [+] 15 [ ] 15 = 226

e. 12.340 [ ] 2 [–] 24.680 = 0

f. 13 [ ] 13 [ ] 15 [ ] 15 = 394

Módulo 2: Múltiplos y factores

3. Escribe los 5 primeros múltiplos de cada número.

a. M(21) = {___, ___, ___, ___, ___}

b. M(13) = {___, ___, ___, ___, ___}

c. M(32) = {___, ___, ___, ___, ___}

d. M(50) = {___, ___, ___, ___, ___}

e. M(23) = {___, ___, ___, ___, ___}

f. M(31) = {___, ___, ___, ___, ___}

4. Descompón en factores primos los siguientes números.

a. 1.200 = _____

b. 10.500 = _____

c. 4.096 = _____

d. 4.374 = _____

5. Resuelve el siguiente problema.

De un terminal, salen dos líneas de autobuses. Los de la línea A inician su viaje cada 20 minutos y los de la línea B, cada 45 minutos. Si acaban de partir los autobuses de ambas líneas, ¿cuántas horas pasarán para que vuelvan a iniciar el viaje al mismo tiempo?

Módulo 3: Potencias

6. Calcula el valor de cada una de las potencias.

a. 3^6 = _____

b. 4^5 = _____

c. 5^4 = _____

d. 7^4 = _____

e. 9^3 = _____

f. 12^3 = _____

g. 5^5 = _____

h. 4^4 = _____

i. 1^0 = _____

7. Descompón los números naturales utilizando potencias de base 10.

a. 976.001 = _____

b. 700.045 = _____

c. 7.500.121 = _____

d. 2.090.300 = _____

e. 3.040.002 = _____

f. 30.000.520 = _____

Pega aquí

Pega aquí

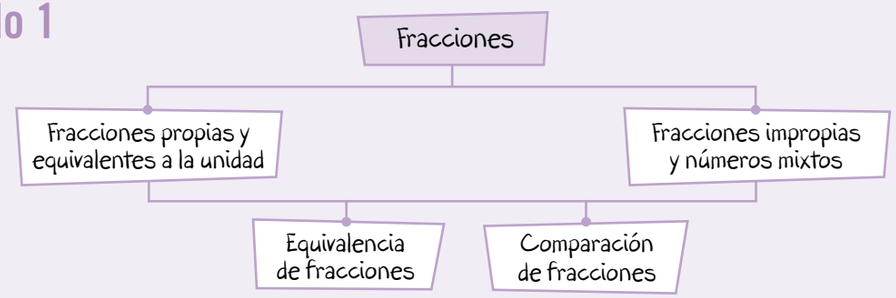
Pega aquí

Pega aquí

Prepara la prueba 2 • Síntesis

Nombre: _____ Curso: _____

Módulo 1



Comparación de fracciones

Una estrategia es igualar los denominadores para obtener fracciones equivalentes:

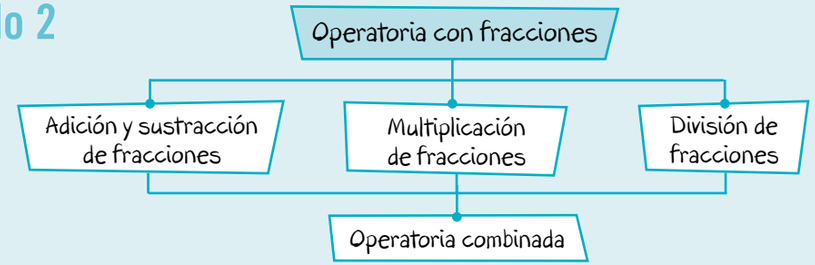
$\frac{7}{25}$ y $\frac{8}{20}$

$\frac{7}{25} = \frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100}$

$\frac{8}{20} = \frac{8 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{40}{100}$

$\frac{28}{100} < \frac{40}{100}$. Luego, $\frac{7}{25} < \frac{8}{20}$.

Módulo 2



Multiplicación y división de fracciones

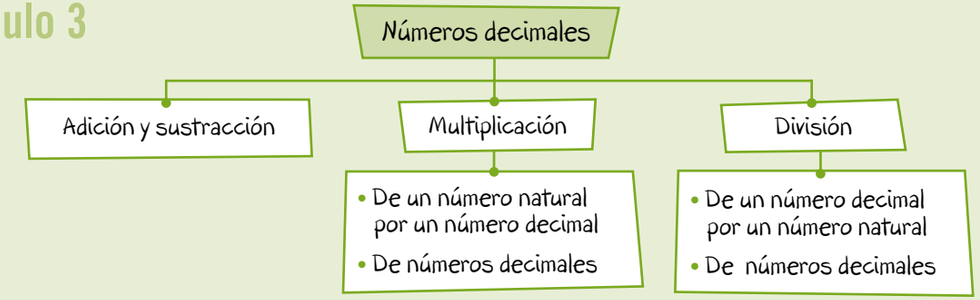
Al multiplicar $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{2}$ se tiene:

$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$

Al dividir $\frac{3}{4}$ con $\frac{1}{2}$, se tiene:

$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Módulo 3



División entre números decimales

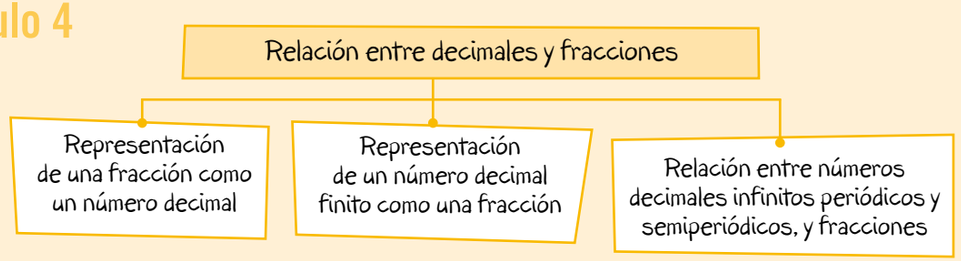
Si en una división, el dividendo es 24,36 y el divisor es 1,2; la división quedaría:

24,36 : 1,2 = (multiplicar por 10 el dividendo y el divisor)

243,6 : 12 = 20,3

0

Módulo 4



Relación entre números decimales infinitos periódicos y semiperiódicos, y fracciones

Para representar el número decimal en fracción, se obtiene:

$0,1\overline{3} = \frac{13 - 1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

Para representar el número decimal en fracción, se obtiene:

$3,\overline{21} = \frac{321 - 3}{99} = \frac{318}{99} = \frac{106}{33} = 3\frac{7}{33}$

Prepara la prueba 2 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Fracciones

1. Escribe las siguientes fracciones como números mixtos.

a. $\frac{15}{4}$ ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

b. $\frac{32}{9}$ ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

c. $\frac{44}{16}$ ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

d. $\frac{54}{23}$ ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

e. $\frac{300}{82}$ ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

f. $\frac{418}{100}$ ▸ $\square\frac{\square}{\square}$

2. En cada conjunto de fracciones, encierra con rojo la fracción mayor y con verde la fracción menor.

a.

$\frac{1}{6}$ $\quad$ $\frac{2}{7}$ $\quad$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{10}$

b.

$\frac{1}{8}$ $\quad$ $\frac{1}{48}$ $\quad$ $\frac{1}{64}$

$\frac{1}{32}$ $\quad$ $\frac{1}{24}$ $\quad$ $\frac{1}{16}$

c.

$\frac{1}{6}$ $\quad$ $\frac{13}{15}$ $\quad$ $\frac{1}{4}$

$\frac{17}{23}$ $\quad$ $\frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{10}$

Módulo 2: Operatoria con fracciones

3. Resuelve el siguiente problema.

Un embalse, antes del invierno tiene $\frac{3}{5}$ de su capacidad ocupada. Si después del invierno hay $\frac{14}{20}$ de su capacidad ocupada, ¿qué fracción representa la parte sin ocupar?

Módulo 3: Números decimales

4. Calcula el término que falta en cada caso.

a. 13,2 + _____ = 26,789

b. _____ + 47,130 = 90

c. 6,708 – _____ = 3,12

d. _____ – 2,099 = 7,3

5. Marca con un ✔ si el resultado de la operación es correcto. En caso contrario, marca con una ✖.

a. ☐ 32 • 2,71 = 68,72

b. ☐ 1,7 • 3,09 = 5,532

c. ☐ 65,1 • 33,7 = 2.193,87

d. ☐ 3,57 : 5 = 0,714

e. ☐ 2.854,8 : 36,6 = 78,8

f. ☐ 23,7 : 1,2 = 197,5

Módulo 4: Relación entre decimales y fracciones

6. Expresa los siguientes números decimales como fracciones.

a. 0,71 ▸

b. $1,2\overline{4}$ ▸

c. $0,\overline{12}$ ▸

Pega aquí

Pega aquí

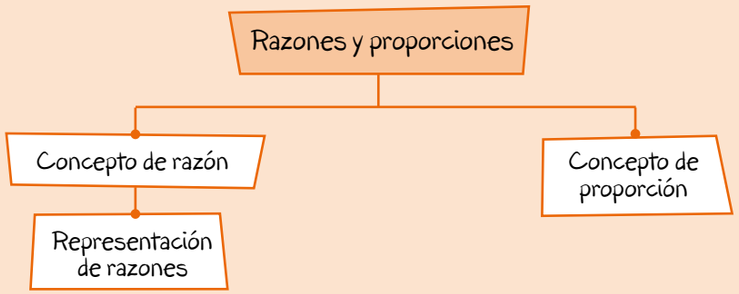
Pega aquí

Pega aquí

Prepara la prueba 3 • Síntesis

Nombre: _____ Curso: _____

Módulo 1



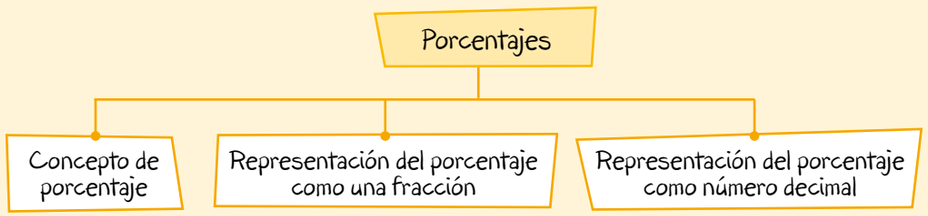
Concepto de razón

En un puesto de feria, los productos más abundantes son las papas, con 200 kilógramos, y los tomates, con 300 kilógramos. La razón entre los kilógramos de papas y de tomates es distinta de la razón entre los kilógramos de tomates y de papas, ya que:

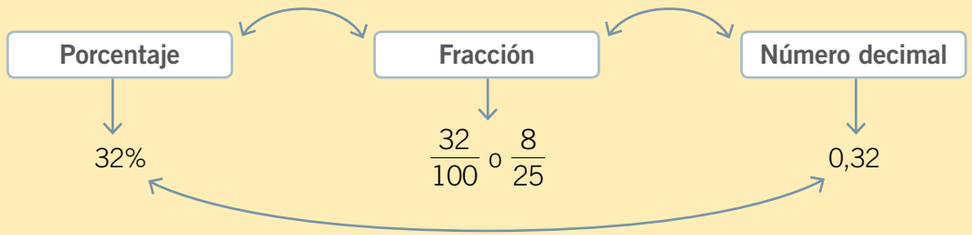
- Razón entre los kilógramos de papas y de tomates. $\frac{200}{300} = \frac{200 : 100}{300 : 100} = \frac{2}{3} = 0,\overline{6}$
- Razón entre los kilógramos de tomates y de papas. $\frac{300}{200} = \frac{300 : 100}{200 : 100} = \frac{3}{2} = 1,5$

Debido a que el valor de ambas razones es distinto, las razones no forman una proporción.

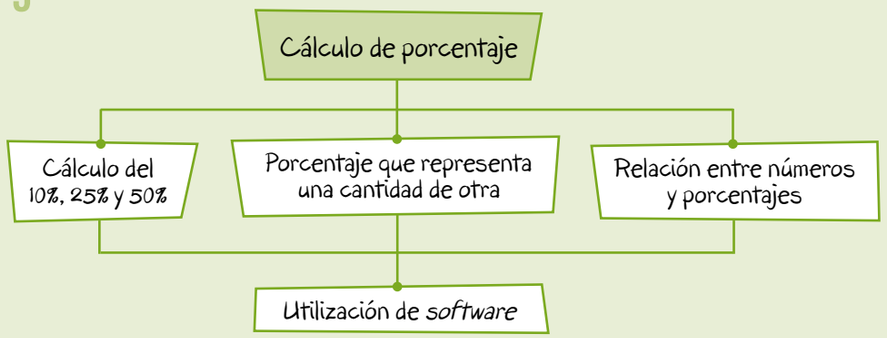
Módulo 2



Porcentajes



Módulo 3



Relación entre números y porcentajes

La población de árboles de un bosque disminuyó de 5.600 ejemplares a solo 3.696 durante la última década. ¿Cuál es el porcentaje en el que disminuyó esta población?

Para resolver este problema se puede realizar el siguiente cálculo:

$$\frac{3.696 \cdot 100}{5.600} = \frac{369.600}{5.600} = 66$$

Luego, 3.696 corresponde al 66%; por lo tanto, el porcentaje en que disminuyó la población de árboles corresponde a (100 – 66)% = 34%.

Prepara la prueba 3 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Razones y proporciones

1. Lee la siguiente información y luego escribe **V**, si cada afirmación es verdadera o **F**, en caso contrario. Justifica en cada caso.

En un bus viajan de Santiago a Pucón 12 niños, 26 jóvenes, 16 adultos y 9 abuelitos.

a. V ☐ En el bus viajan 3 niños por cada 4 adultos.

Justificación: _____

b. V ☐ Hacia Pucón, por cada 3 abuelitos viajan 6 niños.

Justificación: _____

c. V ☐ Al bus subieron 13 jóvenes por cada 16 adultos.

Justificación: _____

2. Determina el valor que falta para formar cada proporción.

a. $\frac{12}{15} = \frac{4}{\square}$

b. $\frac{\square}{21} = \frac{30}{35}$

c. $\frac{4}{2} = \frac{\square}{21}$

d. $\frac{26}{36} = \frac{130}{\square}$

e. $\frac{450}{180} = \frac{\square}{240}$

f. $\frac{\square}{5} = \frac{15}{3}$

g. $\frac{\square}{4} = \frac{9}{2}$

h. $\frac{27}{\square} = \frac{9}{3}$

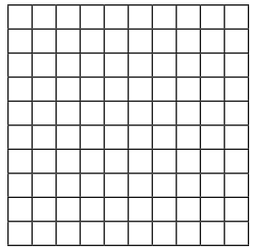
i. $\frac{2}{8} = \frac{4}{\square}$

Módulo 2: Porcentajes

3. Lee y luego representa gráficamente, según cada color.

El dinero que recibe Roberto mensualmente se desglosa en los siguientes ingresos: 12% por el arriendo de un departamento, 30% por clases particulares que imparte, 40% por las clases que imparte en un colegio y 18% por acciones que tiene en la bolsa.

- Arriendo departamento
- Clases particulares
- Clases en colegio
- Acciones



4. Escribe la fracción irreductible que representa cada porcentaje.

a. 32% ▸ ☐ **b.** 21% ▸ ☐ **c.** 65% ▸ ☐ **d.** 88% ▸ ☐

Módulo 3: Cálculo de porcentajes

5. Resuelve los siguientes problemas.

a. A Mariana se le descuenta mensualmente de su sueldo el 8% por un préstamo. Si mensualmente paga por el préstamo $ 85.000, ¿cuánto dinero recibe de sueldo?

b. Una maquinaria tiene un valor de $ 210.000 sin el IVA (19%). ¿Cuánto dinero se cancelará por la maquinaria con el IVA incluido?

Pega aquí

Pega aquí

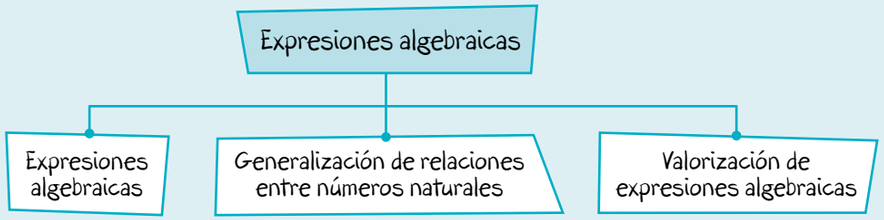
Pega aquí

Pega aquí

Prepara la prueba 4 • Síntesis

Nombre: _____ Curso: _____

Módulo 1

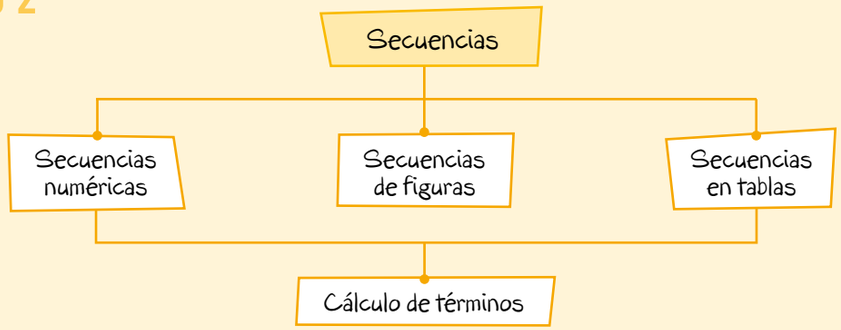


Valorización de expresiones algebraicas

Si a = 3, b = 9 y c = 10 se cumple la igualdad a • (b + c) = (a • b) + (a • c), ya que al valorizar esta expresión, se obtiene:

$$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$
$$3 \cdot (9 + 10) = (3 \cdot 9) + (3 \cdot 10)$$
$$3 \cdot 19 = 27 + 30$$
$$57 = 57$$

Módulo 2



Secuencia en tablas

Dada la regularidad que presenta la tabla, se puede deducir que:

n	y	
1	1	→ 1 = 4 • 1 – 3
2	5	→ 5 = 4 • 2 – 3
3	9	→ 9 = 4 • 3 – 3
9	w	→ w = 4 • 9 – 3 = 33

De lo anterior se obtiene:

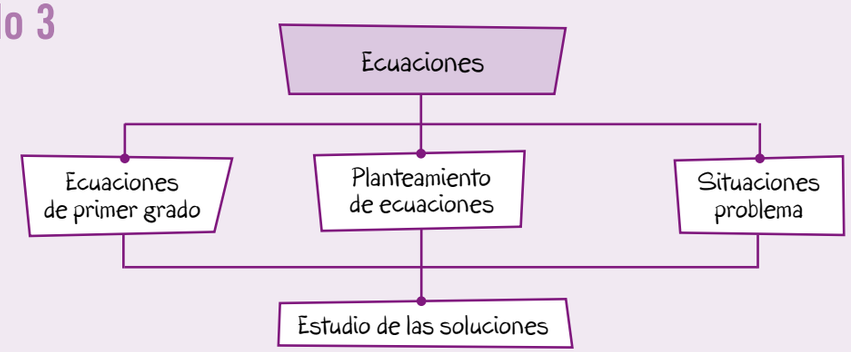
w = 33

Además, se deduce:

Si n ∈ $\mathbb{N}$, el término general es:

4n – 3

Módulo 3



Planteamiento de ecuaciones

El doble de la edad de Ximena disminuido en 10, equivale a la edad de su hermano. Si el hermano de Ximena tiene 14 años, ¿cuál es la edad de Ximena?

- El doble de la edad de Ximena disminuido en 10 ▸ 2x – 10
- Equivale a la edad de su hermano (14 años) ▸ = 14

Al plantear la ecuación se tiene 2x – 10 = 14, de donde se obtiene que x = 12, que corresponde a la edad de Ximena.

Prepara la prueba 4 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Expresiones algebraicas

1. Escribe cada expresión en lenguaje algebraico.

a. El triple de un número disminuido en 7 equivale a 17. ▸ _____

b. La mitad de un número aumentado en otro número. ▸ _____

2. Comprueba si se cumple cada igualdad.

a. Si a = 3, entonces 3a + a = a(a + 1)

b. Si a = 2 y b = 3, entonces 4a + b = 11.

Módulo 2: Secuencias

3. Completa el número que falta de acuerdo a cada secuencia numérica.

a. 4, 11, 18, 25, _____, 39, _____, 53

b. 2, 5, 10, 17, _____, 37, _____, 65

4. Completa cada tabla, según corresponda.

a. Término general: 2n + 1

Entrada	Salida
1	
2	
9	

b. Término general: 4n – 1

Entrada	Salida
1	
2	
9	

5. Observa la siguiente secuencia.

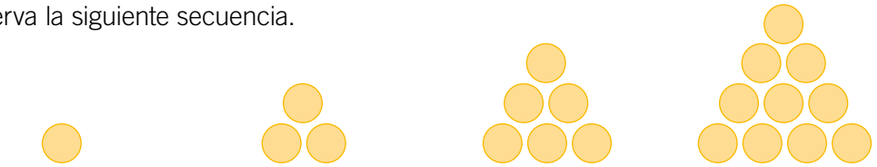


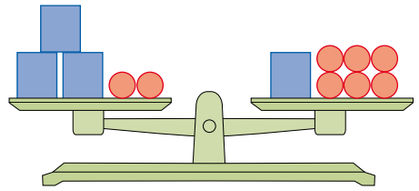
Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a. ¿Cuántas bolitas tendrá la siguiente figura? ▸ _____

b. Si una figura tiene 28 bolitas, ¿cuál es el número de la figura? ▸ _____

Módulo 3: Ecuaciones

6. En la balanza en equilibrio se tiene que cada ■ corresponden a 2 kg.



a. Escribe la ecuación representada en la balanza. ▸ _____

b. Calcula el valor de ●●●. ▸ _____

7. Resuelve los siguientes problemas.

a. Carolina tiene cierta cantidad de dinero y su hermano el triple que ella, si entre los dos tienen $ 40.000, ¿cuánto dinero tiene cada uno?

b. El doble de un número aumentado en tres es igual a 15. ¿Cuál es el número?

Pega aquí

Pega aquí

Pega aquí

Pega aquí

ISBN: 978-956-15-2194-0

La salud y la seguridad
también son parte de tu educación

Matemática 6° básico

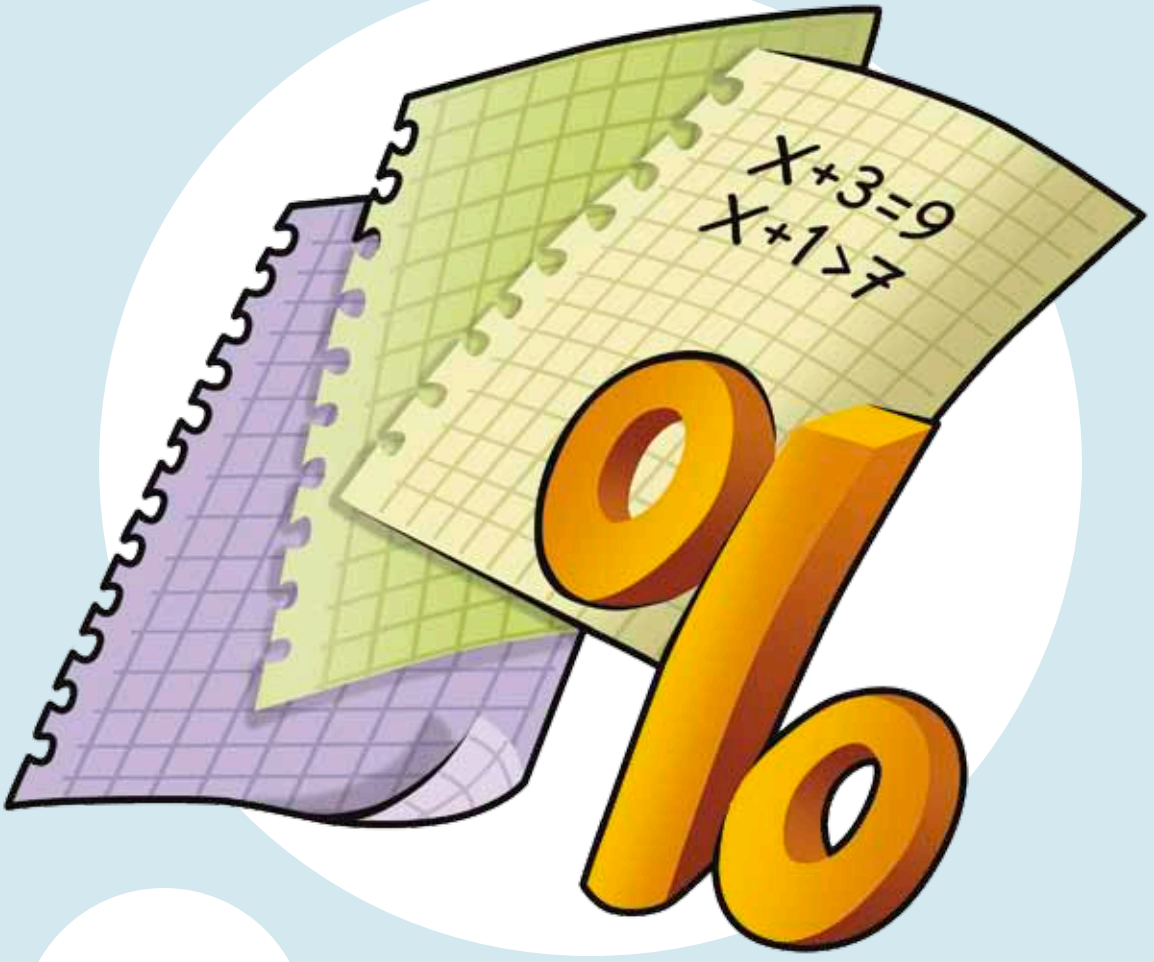
Casa del Saber

SANTILLANA

Matemática

6° básico

TOMO II



Casa del Saber

FELIX KLEIN
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
Centro de Investigación, Experimentación y Transferencia en Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias

SANTILLANA

Matemática

6° básico

TOMO II

Dirección editorial
Prof. Rodolfo Hidalgo Caprile

Jefatura de área
Mg. Cristian Gúmera Valenzuela

Edición
Mg. Patricio Loyola Martínez

Autoría
Prof. Jaime Ávila Hidalgo
Prof. Carlos Castro Maldonado
Prof. Richard Merino Leyton
Prof. Paola Ramírez González

Asesoría pedagógica y de contenidos
Dra. Elizabeth Montoya Delgadillo
Prof. Marianela López Cerda
Prof. Pedro Marchant Olea

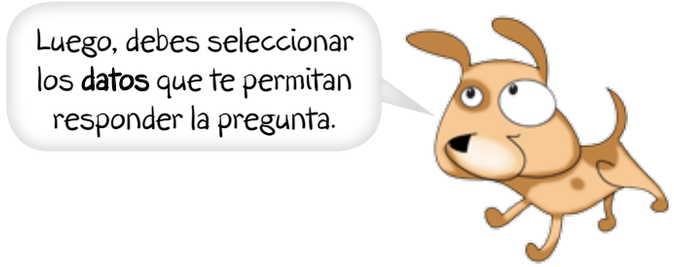
Asesoría en didáctica
Dra. Lorena Espinoza Salfate
Dr. Joaquim Barbé Farré
Mg. Enrique González Laussube
Prof. Dinko Mitrovich García

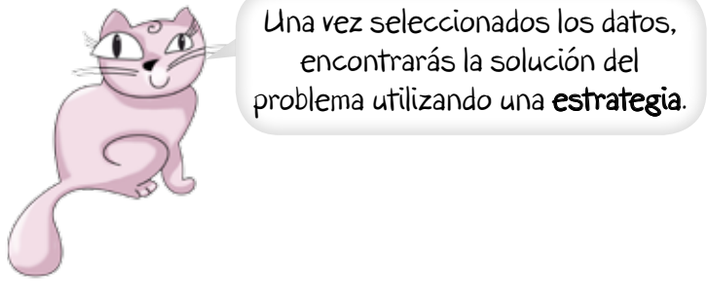
El **Centro Félix Klein** de la UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE, ha revisado y validado la propuesta didáctica de las páginas de resolución de problemas basadas en el Método Gráfico Singapur propuestas en los textos de Matemática del proyecto Casa del Saber de Editorial Santillana.

Casa del Saber

SANTILLANA

Pasos para
Resolver problemas



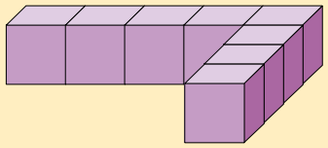


Resolución de problemas

PASOS PARA RESOLVER SITUACIONES PROBLEMA

Problema

La figura presentada, se encuentra formada por cubos donde cada uno tiene 2 cm de aristas. ¿Cuál es el volumen de la figura?



Comprensión de la situación y la pregunta

Explica con tus palabras la situación y la interrogante que debes responder.

Pregunta: Se quiere saber el volumen de la figura mostrada.

Selección de los datos

Selecciona solo aquellos datos de la situación que te permitan dar respuesta a la pregunta.

Datos: Cada una de las aristas mide 2 cm.

La figura está formada por 8 cubos.

Utilización de una estrategia

En esta etapa, busca una estrategia para resolver la situación problema.

Estrategia: Se puede calcular el volumen de un cubo y luego multiplicarlo por el total de cubos de la figura:

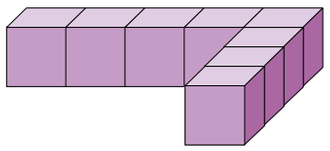
→ Volumen ▸ $(2 \cdot 2 \cdot 2)\ cm^3 = 8\ cm^3$

Comprobación y respuesta

Analiza la solución encontrada y responde en forma completa la pregunta del problema.

Comprobación y respuesta:

Volumen de la figura:



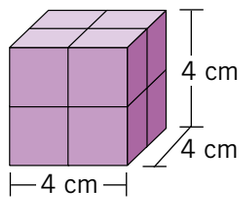
→ Volumen ▸ $8 \cdot 8\ cm^3 = 64\ cm^3$

ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

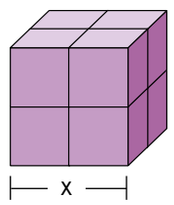
Puedes seleccionar la estrategia que te facilite resolver el problema. Aquí, te presentamos algunas de ellas.

Hacer una representación

La imagen anterior se puede relacionar con el cubo que se muestra.



Utilizar una fórmula matemática (modelar)



→ Volumen del cubo ▸ x^3

Luego como x = 4 cm se tiene que:

$$4^3\ cm^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4\ cm^3$$
$$= 64\ cm^3$$

El **Tomo II** del material didáctico **Matemática 6º básico**, proyecto **Casa del Saber**, es una obra colectiva, creada y diseñada por el Departamento de Investigaciones Educativas de Editorial Santillana.

Dirección editorial: Rodolfo Hidalgo Caprile
Subdirección de contenidos: Ana María Anwandter Rodríguez
Solucionario: Daniela Castro Salazar, Cristina Fuenzalida Guzmán, Aldo Ramírez Marchant
Corrección de estilo: Patricio Varetto Cabré
Documentación: Paulina Novoa Venturino, Cristian Bustos Chavarría
Gestión autorizaciones: María Cecilia Mery Zúñiga

Subdirección de arte: María Verónica Román Soto
Jefatura de arte: Raúl Urbano Cornejo
Diseño y diagramación: Ximena Moncada Lomeña, Claudia Barraza Martínez
Ilustraciones: Sergio Lantadilla Munizaga
Fotografías: Archivo Santillana
Cubierta: Alfredo Galdames Cid
Ilustración de cubierta: Sandra Caloguerea Alarcón
Producción: Germán Urrutia Garín

El texto escolar que tienes en tus manos es mucho más que un buen texto:

- 320 profesionales de primer nivel pensando día a día en cómo mejorar la educación de nuestro país.
- Más de 40 años de experiencia al servicio de la educación de calidad en Chile.
- 2.240 horas de investigación y análisis para la elaboración de esta sólida propuesta educativa.
- Plataforma en línea disponible 24 horas al día con recursos digitales innovadores para docentes, estudiantes y familias.
- Más de 600 seminarios y capacitaciones anuales para docentes a lo largo de todo el país.
- Múltiples alianzas con organizaciones relacionadas con la educación, la cultura y la vida saludable.
- Comprometidos socialmente con el futuro de más de 25.000 niños y niñas chilenos, pertenecientes a nuestra red de responsabilidad social.

La editorial ha hecho todo lo posible por conseguir los permisos correspondientes para las obras con copyright que aparecen en el presente texto. Cualquier error u omisión será rectificado en futuras impresiones a medida que la información esté disponible.

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público.

© 2013, by Santillana del Pacífico S.A. de Ediciones.
Dr. Aníbal Ariztía 1444, Providencia, Santiago (Chile).

PRINTED IN CHILE. Impreso en Chile por Quad/Graphics
ISBN: 978-956-15-2195-7 – Inscripción N° 221.829
www.santillana.cl info@santillana.cl

SANTILLANA® es una marca registrada de Grupo Santillana de Ediciones, S.L.
Todos los derechos reservados.

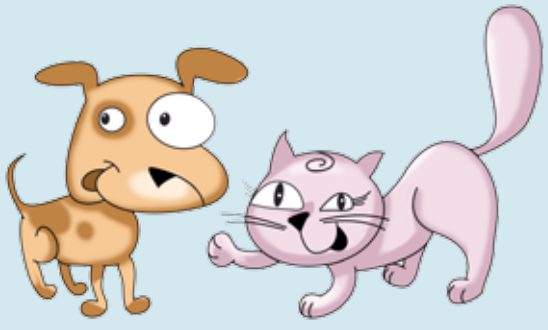
SANTILLANA

Presentación

Este libro forma parte del proyecto la **Casa del Saber**, que es un espacio educativo donde podrás desarrollar las capacidades necesarias para tu formación personal y social. ¿Qué encontrarás en la **Casa del Saber**?

- Es una casa donde todos tenemos cabida. Aquí encontrarás contenidos, textos, imágenes y actividades escritas de una manera sencilla y amigable, para que descubras que aprender es entretenido.
- Es un espacio donde todos aprendemos a compartir y a convivir, por medio de actividades que nos invitan a reflexionar sobre los valores y a relacionarnos mejor con los demás.
- Es una casa abierta al mundo, donde podrás aprender más y de manera interactiva gracias a la tecnología.
- Es una casa llena de desafíos que te pondrán a prueba y que junto con tus compañeras y compañeros, deberán enfrentar para encontrar soluciones, desarrollando habilidades matemáticas y aplicando diferentes estrategias de cálculo y de resolución de problemas.

Nosotros avanzaremos con ustedes en todo momento, solo necesitan curiosidad y ganas de aprender.



¿Cómo se organiza tu texto?

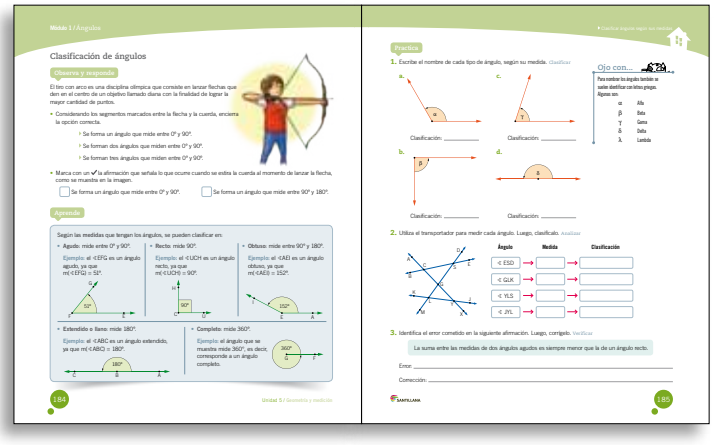
El texto **Matemática 6º básico Casa del Saber** se organiza en 8 unidades y en cada unidad encontrarás:

Páginas de inicio de unidad

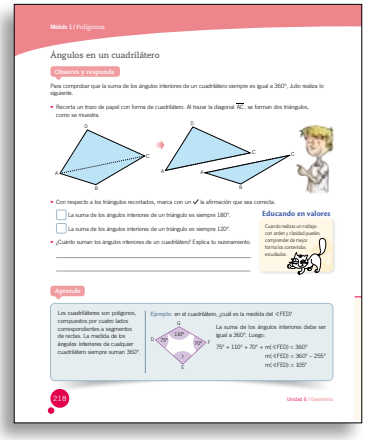
- Número y título de la unidad
- Objetivos de aprendizaje
- Evaluación inicial

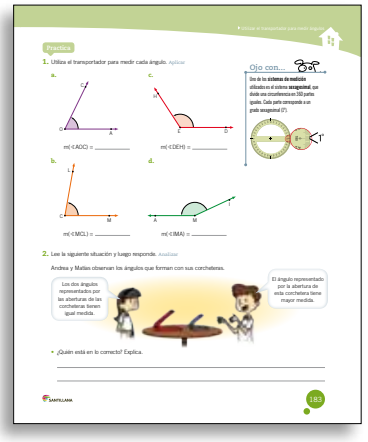
Módulos organizados por objetivos de aprendizaje

- Observa y responde
- Lee y responde
- Analiza y responde
- Aprende
- Practica
- Ponte a prueba



Secciones de cada unidad

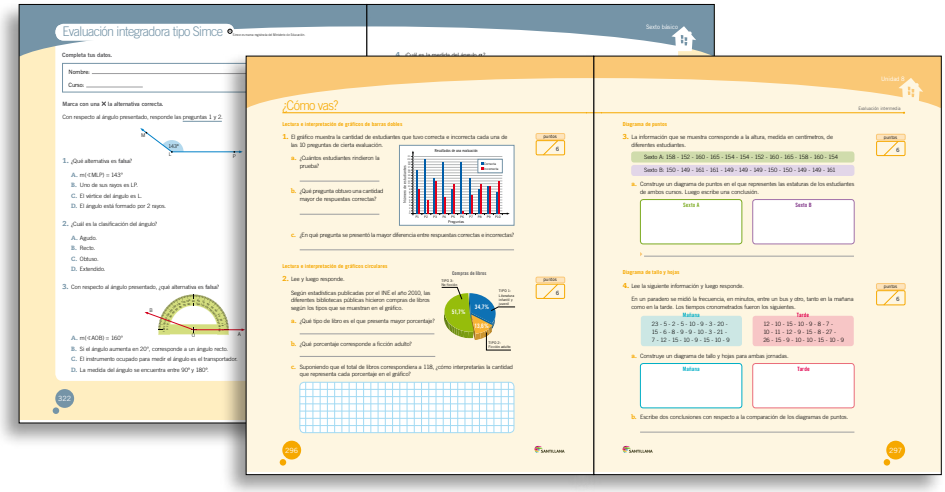




- Educando en valores
- ¿Sabías que...?
- Conectad@s
- Recuerda que...
- Ojo con...

SANTILLANA

Páginas de evaluación

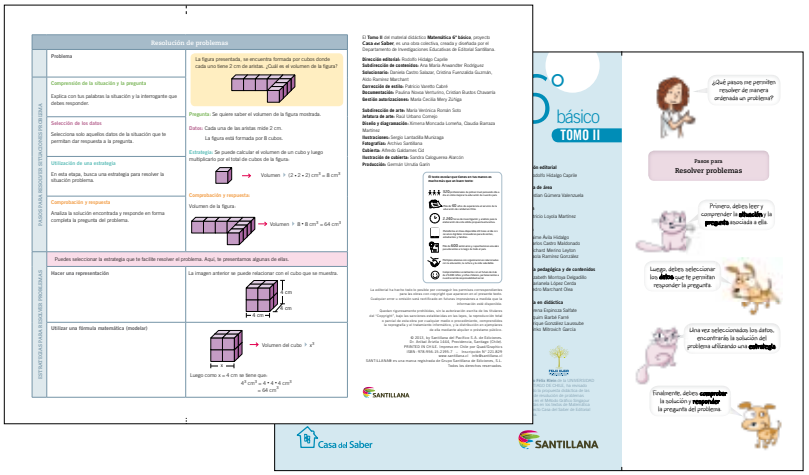


- ¿Qué sabes?
  Evaluación inicial
- ¿Cómo vas?
  Evaluación intermedia
- ¿Qué aprendiste?
  Evaluación final
- Evaluación integradora tipo Simce®

Páginas especiales

- Competencias para la vida
- Resolución de problemas
- Estrategias para preparar el Simce®
- Prepara la prueba
  (Síntesis y repaso para que pegues en tu cuaderno)

Páginas de apoyo



- Desarrollo de la autonomía (Agenda)
- Desplegable de habilidades

Índice

Unidad	Módulo 1	Módulo 2	Módulo 3
5 **Ángulos y construcción de ángulos** págs. 178 - 209	Ángulos Ángulos y sus elementos pág. 180 Medición de ángulos pág. 182 Clasificación de ángulos pág. 184 Estimación de la medida de ángulos pág. 186 **Ponte a prueba** pág. 187	Construcción de ángulos Utilización de instrumentos y *software* geométrico pág. 188 Utilización de *software* geométrico pág. 191 **Ponte a prueba** pág. 191	Ángulos entre rectas Complemento y suplemento de un ángulo pág. 194 Ángulos opuestos por el vértice pág. 196 Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal pág. 198 **Educando en valores:** cuidado de los animales pág. 198 **Ponte a prueba** pág. 199
6 **Polígonos y teselaciones** págs. 210 - 245	Polígonos Polígonos regulares e irregulares pág. 212 Triángulos pág. 214 Ángulos en un triángulo pág. 216 Ángulos en un cuadrilátero pág. 218 **Educando en valores:** trabajo ordenado pág. 218 **Ponte a prueba** pág. 219	Construcción de triángulos Construcción de triángulos según la medida de sus lados pág. 220 Construcción de triángulos según la medida de sus ángulos pág. 222 Utilización de *software* geométrico pág. 224 **Ponte a prueba** pág. 225	Teselaciones Transformaciones isométricas pág. 228 Teselaciones regulares pág. 232 Teselaciones semirregulares e irregulares pág. 234 **Ponte a prueba** pág. 235

Resolución de problemas	Competencias	Simce®	Evaluaciones	Síntesis y repaso
Estrategia Utilizar una representación para reconocer la medida de un ángulo pág. 200	El estudio de la **geometría** me permite comprender distintas estructuras **Competencias:** matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico pág. 202	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 204	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 179 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 192 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 205	Prepara la prueba 5
Estrategia Establecer condiciones para la construcción de un triángulo pág. 236	El estudio de **teselaciones** me ayuda a comprender obras de arte **Competencias:** matemática, cultural y artística pág. 238	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 240	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 211 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 226 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 241	Prepara la prueba 6

Índice

Unidad	Módulo 1	Módulo 2	Módulo 3
7 Área y volumen págs. 246 - 281	Paralelepípedos y redes de construcción Prismas pág. 248 Paralelepípedos pág. 250 Redes de construcción de un paralelepípedo pág. 252 **Ponte a prueba** pág. 253	Superficie de cubos y paralelepípedos Unidades de superficie pág. 254 Área de un cubo pág. 256 Área de un paralelepípedo pág. 258 **Ponte a prueba** pág. 261	Volumen de cubos y paralelepípedos Unidades de medida de volumen pág. 264 Volumen de cubos y paralelepípedos pág. 266 Variación de medidas pág. 270 **Educando en valores:** responsabilidad en tareas pág. 269 **Ponte a prueba** pág. 271
8 Datos y probabililidades págs. 282 - 321	Tratamiento de la información Conceptos básicos pág. 284 Lectura e interpretación de gráfico de barras simples pág. 286 Lectura e interpretación de gráfico de barras dobles pág. 288 Lectura e interpretación de gráficos circulares pág. 290 Diagrama de puntos pág. 292 Diagrama de tallo y hojas pág. 294 **Educando en valores:** cuidado del entorno pág. 288 **Ponte a prueba** pág. 295	Medidas de tendencia central Media aritmética pág. 298 Moda pág. 300 Mediana pág. 302 **Ponte a prueba** pág. 303	Probabilidad Experimentos aleatorios y determinísticos pág. 304 Frecuencia relativa asociada a un suceso pág. 306 Probabilidad de ocurrencia de un suceso pág. 308 Uso de ***software*** pág. 310 **Ponte a prueba** pág. 311
Evaluación integradora			

Resolución de problemas	Competencias	Simce®	Evaluaciones	Síntesis y repaso
Estrategia Descomponer un cuerpo para reconocer su volumen pág. 272	La **geometría** me ayuda a representar distintos elementos del entorno con cuerpos geométricos **Competencias:** matemática, conocimiento e interacción con el mundo físico pág. 274	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 276	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 247 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 262 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 277	Prepara la prueba 7
Estrategia Interpretar la información de un gráfico de barras dobles pág. 312	La **información** en **gráficos** y **tablas** me ayudan a comprender situaciones ecológicas **Competencias:** matemática, social y ciudadana pág. 314	Análisis de una pregunta de selección múltiple pág. 316	¿Qué sabes? Evaluación inicial pág. 283 ¿Cómo vas? Evaluación intermedia pág. 296 ¿Qué aprendiste? Evaluación final pág. 317	Prepara la prueba 8

Desarrollo de la autonomía

Tarea para la casa

Prueba

Traer materiales

Marzo				Abril				Mayo				Junio				Julio			
Día				Día				Día				Día				Día			
1				1				1				1				1			
2				2				2				2				2			
3				3				3				3				3			
4				4				4				4				4			
5				5				5				5				5			
6				6				6				6				6			
7				7				7				7				7			
8				8				8				8				8			
9				9				9				9				9			
10				10				10				10				10			
11				11				11				11				11			
12				12				12				12				12			
13				13				13				13				13			
14				14				14				14				14			
15				15				15				15				15			
16				16				16				16				16			
17				17				17				17				17			
18				18				18				18				18			
19				19				19				19				19			
20				20				20				20				20			
21				21				21				21				21			
22				22				22				22				22			
23				23				23				23				23			
24				24				24				24				24			
25				25				25				25				25			
26				26				26				26				26			
27				27				27				27				27			
28				28				28				28				28			
29				29				29				29				29			
30				30				30				30				30			
31								31								31			

Tarea para la casa

Prueba

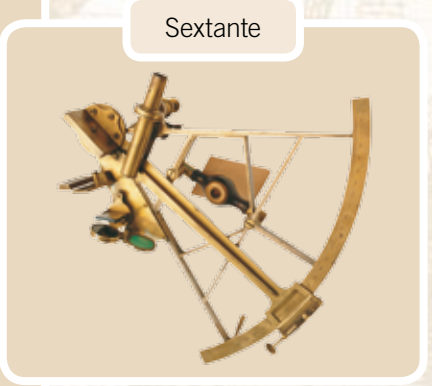
Traer materiales

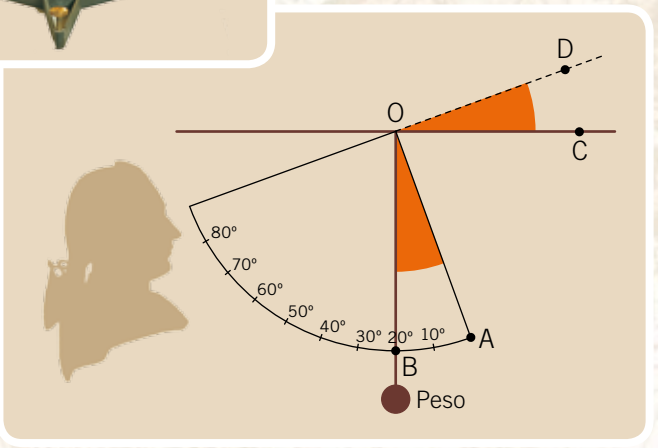
Día	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					

Unidad 5

Ángulos y construcción de ángulos

Desde la antigüedad el hombre ha observado las estrellas y para ello ha construido una gran cantidad de instrumentos, como el sextante o el cuarto de círculo, utilizados por los astrónomos y navegantes. El primero servía generalmente para medir la altura a la que está una estrella sobre el horizonte y el segundo se usaba para orientarse en el océano.





En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer un ángulo y sus elementos.
- Construir distintos ángulos con instrumentos geométricos o con un *software* geométrico.
- Estimar y medir ángulos usando el transportador, y expresar sus medidas en grados.
- Clasificar ángulos según sus medidas.
- Calcular el complemento y el suplemento de un ángulo.
- Reconocer ángulos en rectas paralelas intersectadas por una transversal.
- Utilizar la medición de ángulos en la resolución de problemas.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

Presentación multimedia

Planificaciones

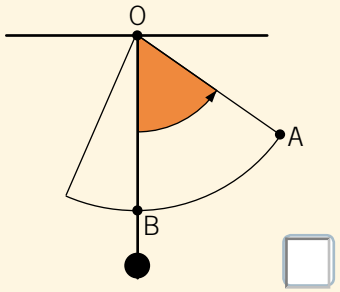
SANTILLANA

¿Qué sabes?

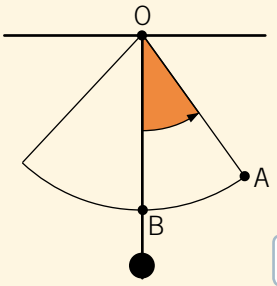
A partir de la imagen, responde.

1. Marca con un ✔ el ángulo que muestra una mayor abertura.

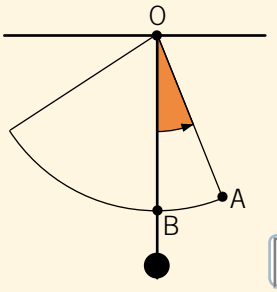
a.



b.

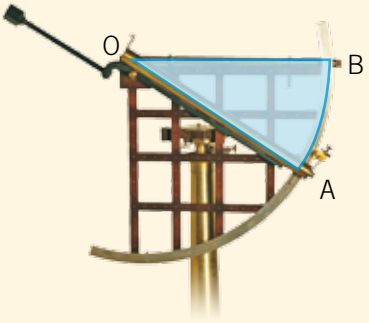


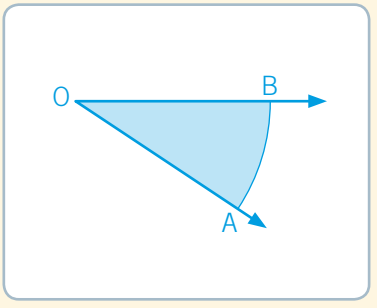
c.



2. Observa la siguiente representación.

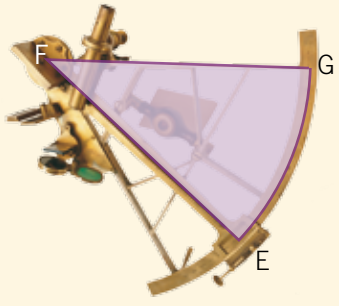
En el casillero se dibujó el ángulo AOB marcado en la imagen.





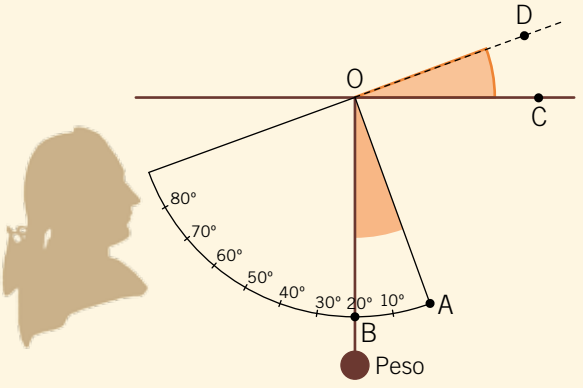
Dibuja en cada casillero el ángulo pedido según la imagen.

a.



Ángulo EFG

b.



Ángulo COD

Ángulos

Ángulos y sus elementos

Observa y responde

El limpiaparabrisas de un automóvil barre el vidrio moviéndose de un extremo a otro.

- En la imagen, cada letra representa lo siguiente:
  - El punto fijo **O** del limpiaparabrisa.
  - El segmento que une el punto fijo **O** y el extremo del limpiaparabrisas en posición normal **A**.
  - El segmento que une el punto fijo **O** y el extremo del limpiaparabrisas **B**, cuando se encuentra en movimiento.
- Marca con un ✔ la figura que representa el dibujo respecto de los puntos **AOB**.

☐ Segmento ☐ Ángulo ☐ Línea ☐ Recta

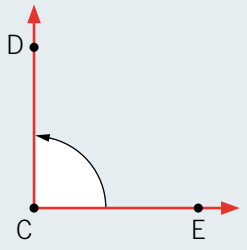
Aprende

Un **ángulo** (∢) es la abertura formada por dos **rayos**, que comparten un mismo origen llamado **vértice**. Cada rayo se denomina **lado del ángulo**.

En general, un ángulo se nombra utilizando letras mayúsculas considerando el sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj (antihorario) y la letra central indica el vértice del ángulo.

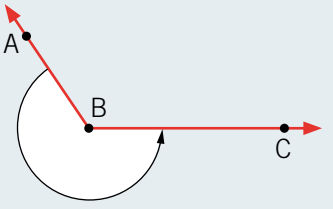
Ejemplos

- Ángulo ECD (∢ECD)



Lados **CE** y **CD**
Vértice **C**

- Ángulo ABC (∢ABC)

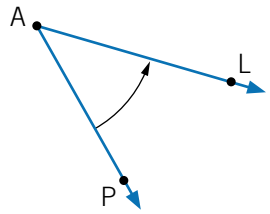


Lados **BA** y **BC**
Vértice **B**

Practica

1. Identifica los elementos que componen cada ángulo. Identificar

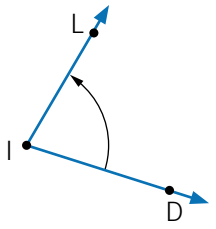
a. Ángulo PAL (∢PAL).



Lados: _____

Vértice: _____

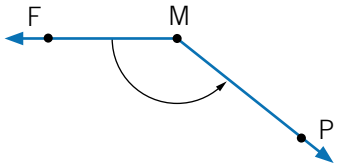
b. Ángulo DIL (∢DIL).



Lados: _____

Vértice: _____

c. Ángulo FMP (∢FMP).

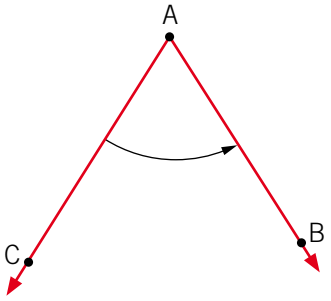


Lados: _____

Vértice: _____

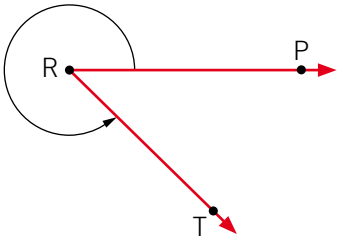
2. Escribe el nombre de cada ángulo. Identificar

a.



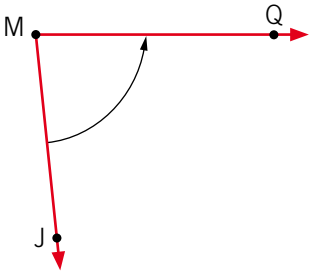
_____

b.



_____

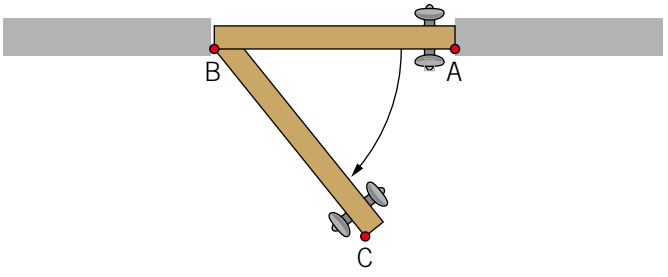
c.



_____

3. Lee la situación y luego responde. Analizar

Una puerta se abre y forma un ángulo. Los segmentos que corresponden a su posición inicial y final, pueden dibujarse de la siguiente manera.



a. ¿Qué letra representa el vértice del ángulo dibujado?

_____

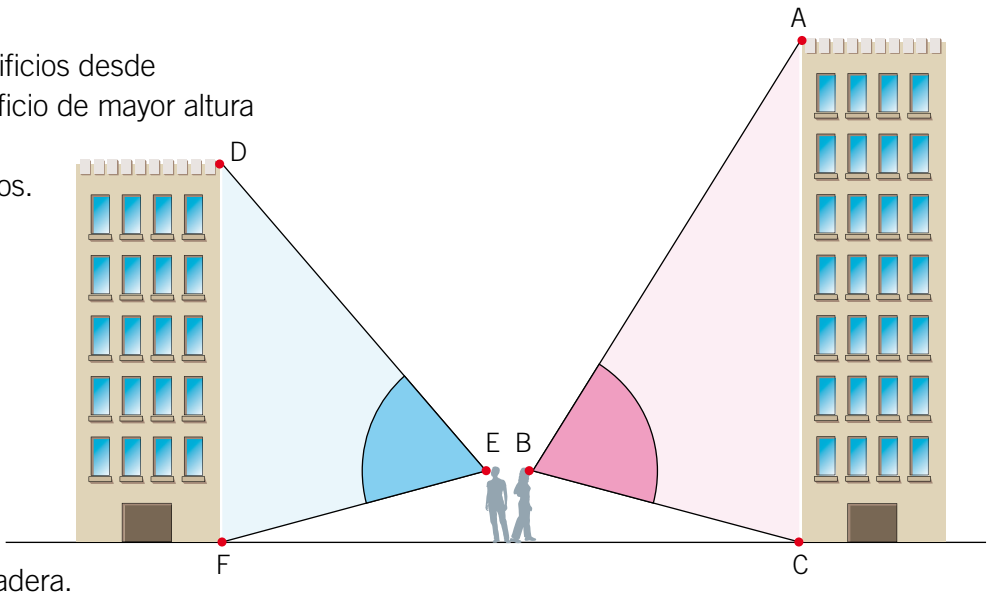
b. ¿Cómo se representan los lados del ángulo dibujado?

_____

Medición de ángulos

Observa y responde

Matías y Valeria están observando dos edificios desde su base hasta su cúspide; ella mira el edificio de mayor altura y Matías, el más bajo. Ambos están a la misma distancia de los respectivos edificios.



- Marca con un ✔ cada afirmación verdadera.

☐ Para mirar el edificio desde la base a su cúspide, Matías debe elevar más la mirada que Valeria.

☐ Para mirar el edificio desde la base a su cúspide, Valeria debe elevar más la mirada que Matías.

☐ Para mirar el edificio desde la base a su cúspide, ambos elevan la mirada en la misma inclinación.

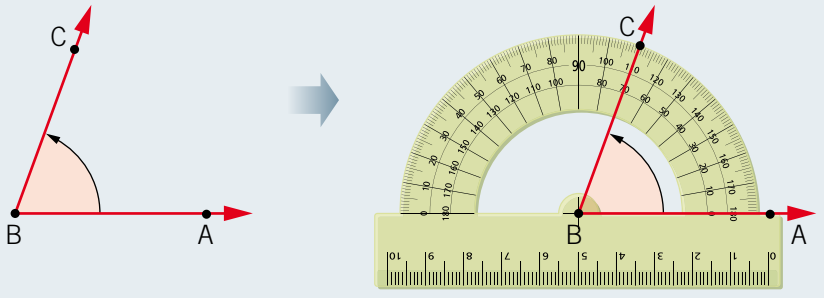
Aprende

Para **medir** un ángulo, se puede utilizar un **transportador**.

Un ángulo se mide en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, siguiendo este procedimiento:

- Se hace coincidir el vértice del ángulo con el centro de la base del transportador y ese mismo lado con 0°.
- Se identifica en el transportador la medida, en grados, que coincide con el otro lado del ángulo.

Ejemplo: para saber la medida del ángulo ABC o m(∢ABC), se tiene lo siguiente:

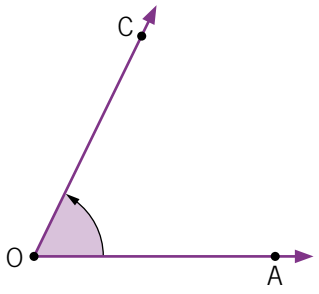


Por lo tanto, la medida del ángulo ABC es 70° o m(∢ABC) = 70°.

Practica

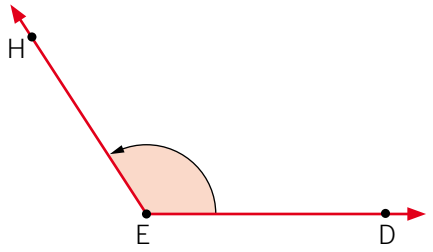
1. Utiliza el transportador para medir cada ángulo. Aplicar

a.



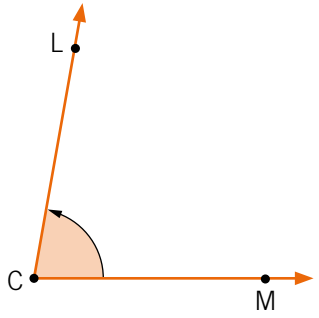
m(∢AOC) = _____

c.



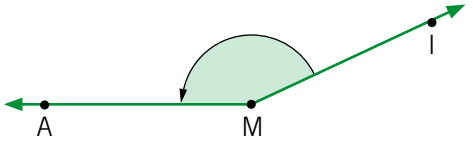
m(∢DEH) = _____

b.



m(∢MCL) = _____

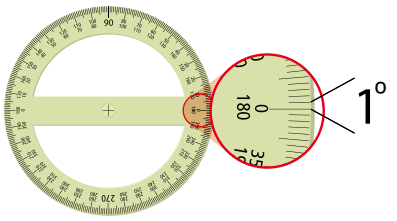
d.



m(∢IMA) = _____

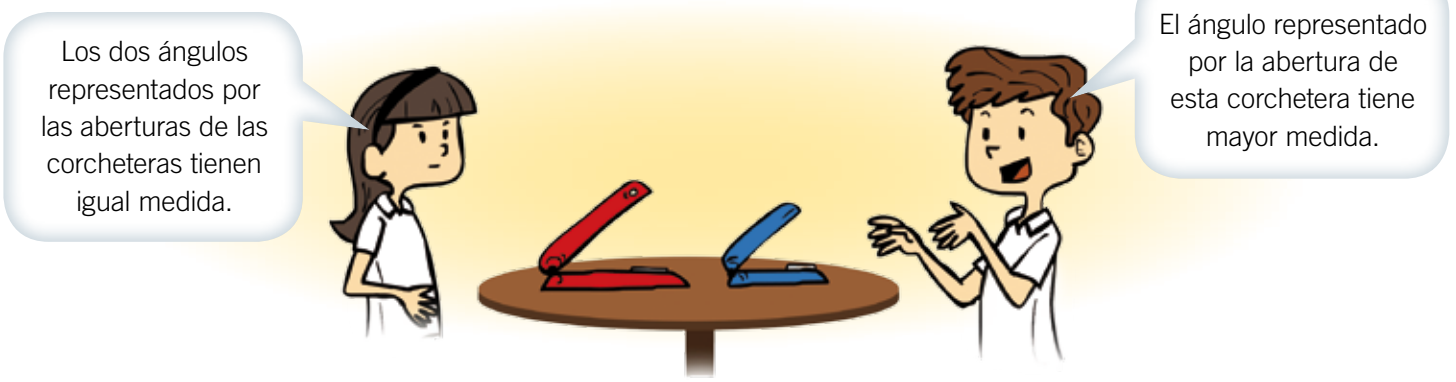
Ojo con...

Uno de los **sistemas de medición** utilizados es el sistema **sexagesimal**, que divide una circunferencia en 360 partes iguales. Cada parte corresponde a un grado sexagesimal (1°).



2. Lee la siguiente situación y luego responde. Analizar

Andrea y Matías observan los ángulos que forman con sus corcheteras.



- ¿Quién está en lo correcto? Explica.

_____

_____

Clasificación de ángulos

Observa y responde

El tiro con arco es una disciplina olímpica que consiste en lanzar flechas que den en el centro de un objetivo llamado diana con la finalidad de lograr la mayor cantidad de puntos.

- Considerando los segmentos marcados entre la flecha y la cuerda, encierra la opción correcta.
  - Se forma un ángulo que mide entre 0° y 90°.
  - Se forman dos ángulos que miden entre 0° y 90°.
  - Se forman tres ángulos que miden entre 0° y 90°.
- Marca con un ✔ la afirmación que señala lo que ocurre cuando se estira la cuerda al momento de lanzar la flecha, como se muestra en la imagen.

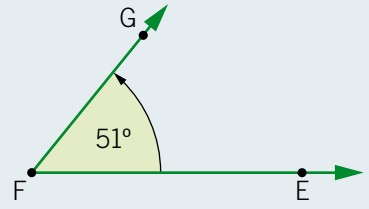
☐ Se forma un ángulo que mide entre 0° y 90°. ☐ Se forma un ángulo que mide entre 90° y 180°.

Aprende

Según las **medidas** que tengan los ángulos, se pueden clasificar en:

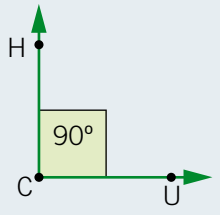
- **Agudo**: mide entre 0° y 90°.

  Ejemplo: el ∢EFG es un ángulo agudo, ya que m(∢EFG) = 51°.



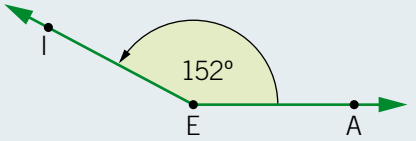
- **Recto**: mide 90°.

  Ejemplo: el ∢UCH es un ángulo recto, ya que m(∢UCH) = 90°.



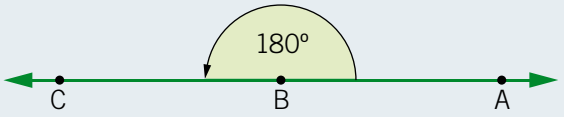
- **Obtuso**: mide entre 90° y 180°.

  Ejemplo: el ∢AEI es un ángulo obtuso, ya que m(∢AEI) = 152°.



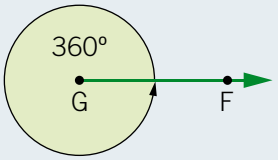
- **Extendido o llano**: mide 180°.

  Ejemplo: el ∢ABC es un ángulo extendido, ya que m(∢ABC) = 180°.



- **Completo**: mide 360°.

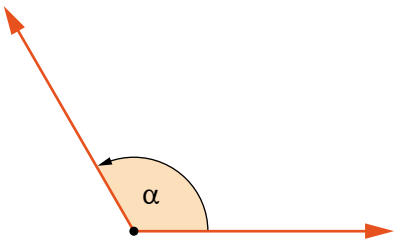
  Ejemplo: el ángulo que se muestra mide 360°, es decir, corresponde a un ángulo completo.



Practica

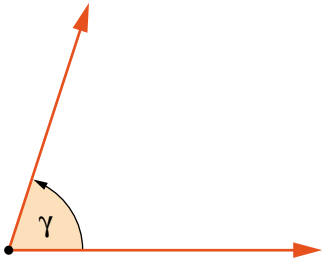
1. Escribe el nombre de cada tipo de ángulo, según su medida. Clasificar

a.



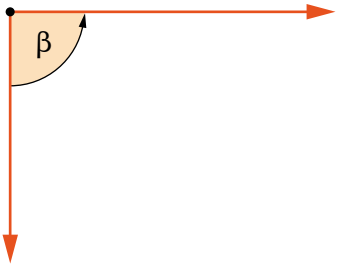
Clasificación: _____

c.



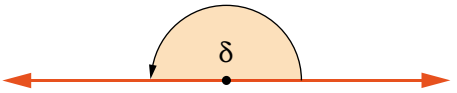
Clasificación: _____

b.



Clasificación: _____

d.



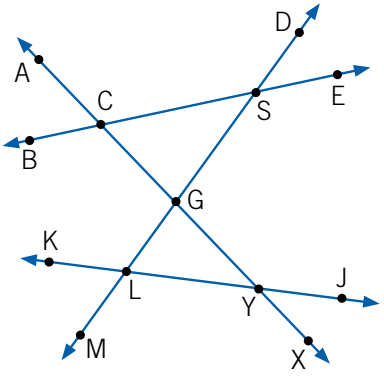
Clasificación: _____

Ojo con...

Para nombrar los ángulos también se suelen identificar con letras griegas. Algunas son:

α	Alfa
β	Beta
γ	Gama
δ	Delta
λ	Lambda

2. Utiliza el transportador para medir cada ángulo. Luego, clasifícalo. Analizar



Ángulo	Medida	Clasificación
∢ ESD		
∢ GLK		
∢ YLS		
∢ JYL		

3. Identifica el error cometido en la siguiente afirmación. Luego, corrígelo. Verificar

> La suma entre las medidas de dos ángulos agudos es siempre menor que la de un ángulo recto.

Error: _____

Corrección: _____

Estimación de la medida de ángulos

Observa y responde

Las casas de una calle tienen techos en los cuales se pueden visualizar ángulos de diferentes medidas.

- Marca con un ✔ la afirmación que sea correcta.

  ☐ La casa de color azul tiene un techo que forma un ángulo mayor que 90º.

  ☐ La casa de color rojo tiene un techo que forma un ángulo mayor que 90º.

  ☐ La casa de color amarillo tiene un techo que forma un ángulo menor que 90º.

- Remarca la opción de la casa en cuyo techo se identifique un ángulo recto.

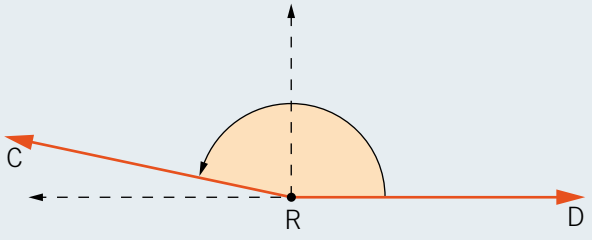
Casa de color rojo	Casa de color azul	Casa de color verde	Casa de color amarillo

Aprende

Cuando no se conoce con exactitud la medida de un ángulo, es posible **estimar** su medida. Esta estimación se puede hacer a partir de su forma o utilizando algún referente.

Ejemplos:

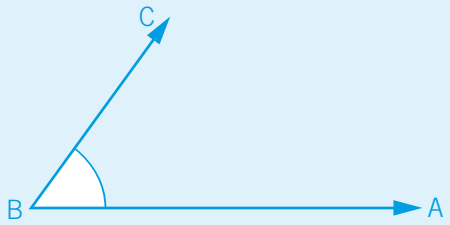
- Según su forma, se estima que el ángulo DRC mide entre 90º y 180º, o aproximadamente 170º. Además, dada la forma que presenta, se puede inferir que corresponde a un ángulo obtuso.



- Al relacionar parte de la intersección de las líneas 2 y 5 del Metro de Santiago con rectas que se intersectan, se puede estimar que la medida de los ángulos que forman es de 90º.

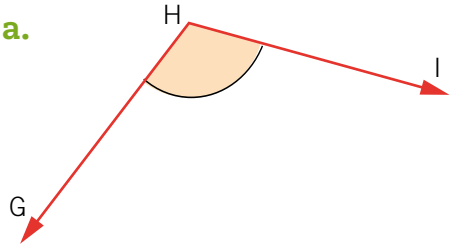
Practica

1. Clasifica sin medir los siguientes ángulos. Luego, estima las medidas aproximadas de cada ángulo. Observa el ejemplo. Reconocer



El ∢ABC se clasifica como un ángulo agudo; además, es posible estimar que su medida está entre 50° y 60°. Por lo tanto, mediría aproximadamente 55°.

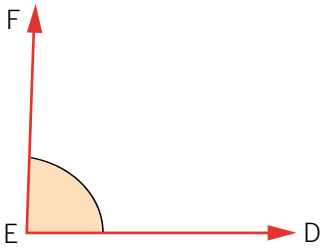
a.



Clasificación: _____

Medida estimada: _____

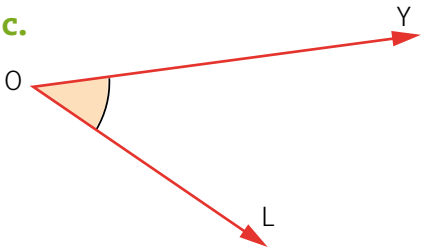
b.



Clasificación: _____

Medida estimada: _____

c.

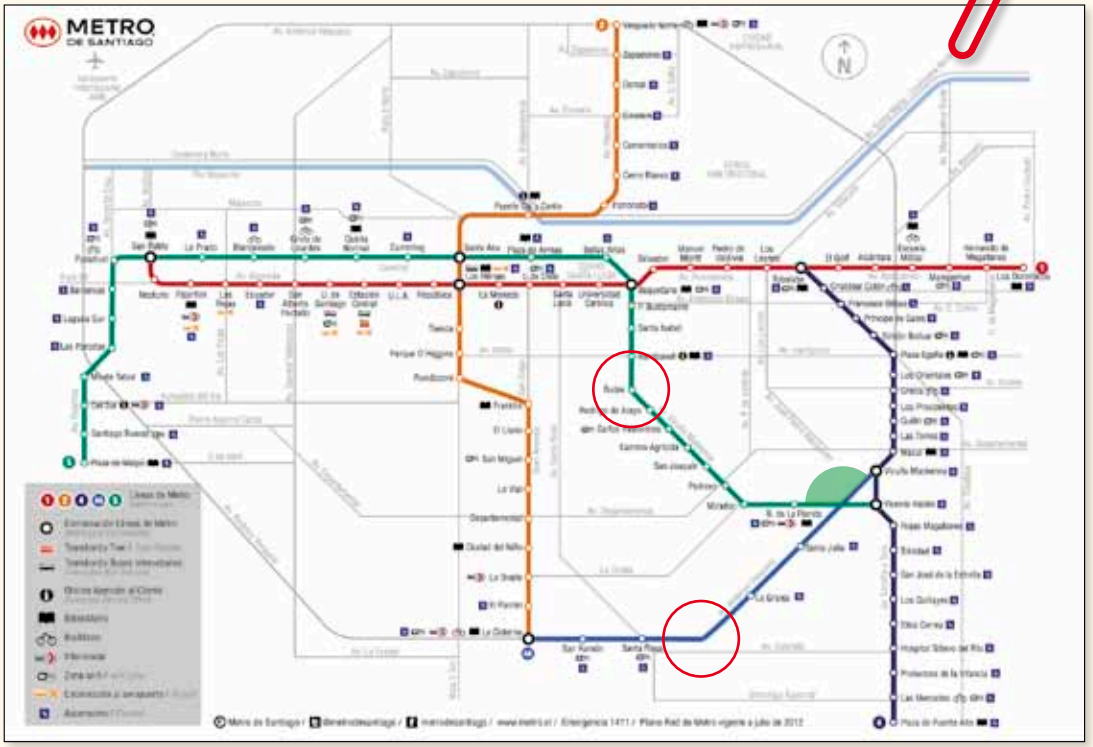


Clasificación: _____

Medida estimada: _____

Ponte a prueba

- Utilizando un transportador, mide los ángulos que se encuentran encerrados de color rojo.
- Encierra con color verde los ángulos obtusos que identifiques en el trayecto de la línea 2.
- Estima entre qué ángulos está el ángulo de color verde. Luego, aproxima su medida.



Gentileza: Metro de Santiago

Construcción de ángulos

Utilización de instrumentos y *software* geométricos

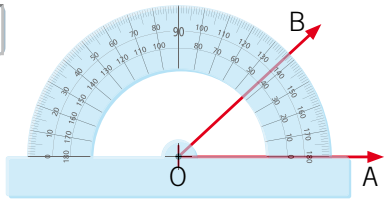
Observa y responde

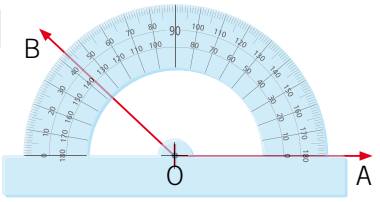
Para confeccionar una maqueta, Claudio debe construir con precisión un ángulo de 43°. Para ello, realizará lo siguiente:

- Dibuja el rayo OA ($\overrightarrow{OA}$) en un papel, como se muestra.

- Ubica el transportador respecto al rayo OA, de modo que el punto O coincida con el centro del transportador. Luego, desde el centro del transportador dibuja el rayo OB que intersecte en los 43° señalados en el transportador.

  Marca con un ✔el dibujo que represente dicha situación.

☐ 

☐ 

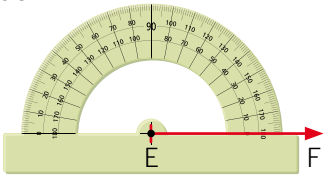
- Explica en qué se diferencian los ángulos anteriores.

Aprende

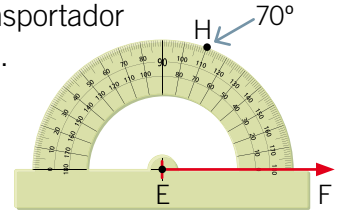
Para **construir un ángulo** dada su medida, se pueden utilizar distintos instrumentos geométricos (un transportador, una regla o un compás). Por ejemplo, para construir el ángulo FEH tal que m(∢FEH) = 70°, se puede realizar lo siguiente:

1° Se dibuja el rayo EF.

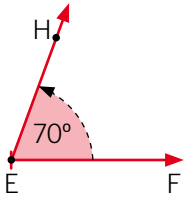
2° Se ubica el transportador según el rayo, de manera que el inicio de este coincida con el centro del transportador.



3° Se marca con el transportador la medida del ángulo.



4° Utilizando una regla, se dibuja el otro lado del ángulo FEH.



Practica

1. Construye cada ángulo según lo descrito. Aplicar

a. ∢ABC tal que m(∢ABC) = 35º.

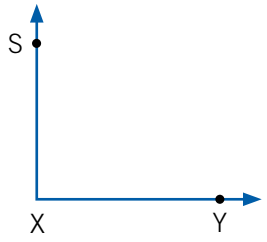
b. ∢JKL tal que m(∢JKL) = 114º.

Conectad@s

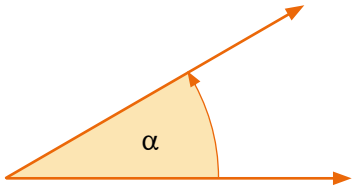
Ingresa a:
www.casadelsaber.cl/mat/604
y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

2. Realiza cada construcción según lo pedido. Analizar

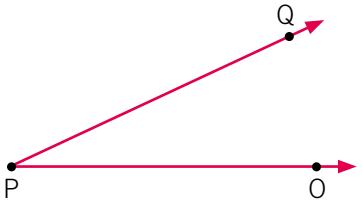
a. Construye un ángulo cuya medida sea igual a m(∢YXS).



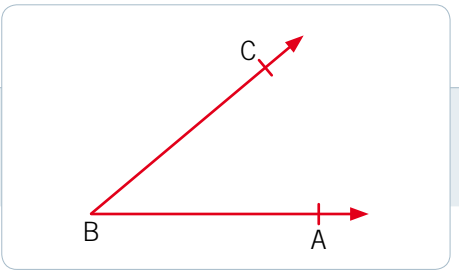
b. Construye un ángulo con la condición que al sumar su medida con m(∢α), resulte un ángulo extendido.



c. Construye un ángulo cuya medida, sumada con la medida del ángulo OPQ, resulte 90º.

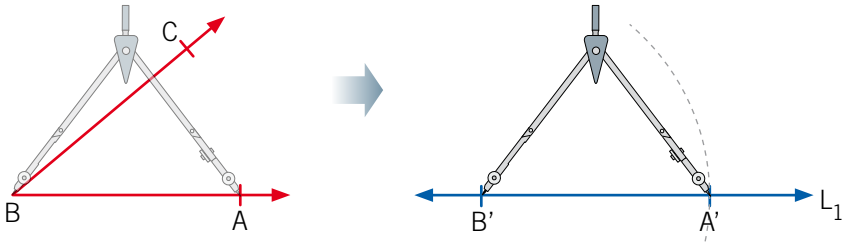


3. Analiza la siguiente información. Analizar

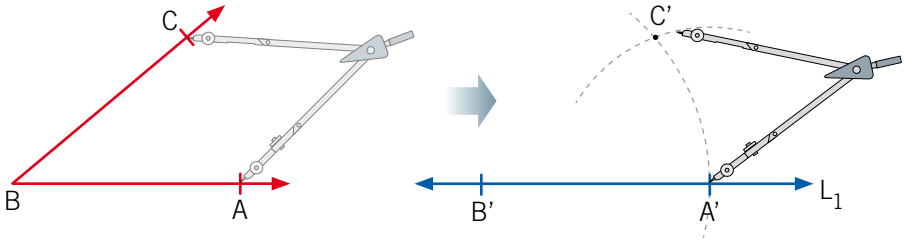


Para copiar el ángulo ABC (∢ABC) utilizando la regla y el compás, puedes guiarte por los siguientes pasos:

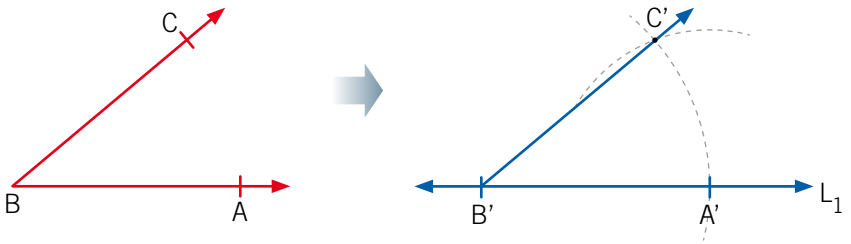
1º Dibuja una recta L_1 y marca, usando el compás, el segmento BA en ella. Llámalo B'A'.



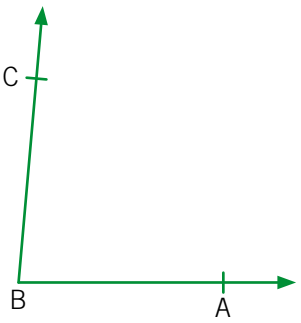
2º Con centro en A', dibuja un arco de circunferencia cuyo radio sea la medida de AC. La intersección de los puntos será C'.



3º Finalmente, utilizando una regla, traza el rayo B'C'. Entonces se obtiene el ángulo A'B'C'.



- Copia el siguiente ángulo.

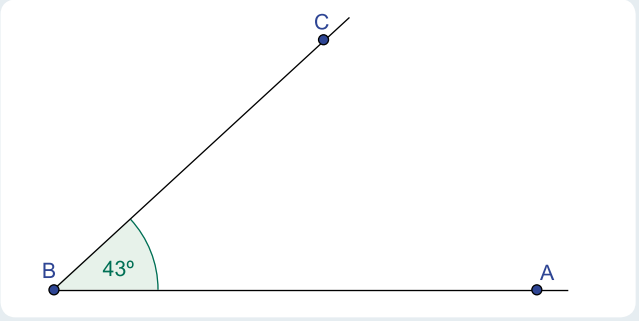


4. Utiliza el *software* geométrico GeoGebra para realizar la siguiente actividad. Luego, responde. Analizar

Haz clic sobre el triángulo que aparece en el botón y se desplegará un menú con varias opciones:

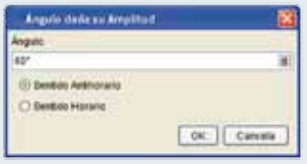
Opción 1 Ángulo

Con esta opción puedes construir un ángulo de cualquier medida. Para ello, ubica 3 puntos, **A**, **B** y **C**, en el sentido contrario a las manecillas del reloj; el punto **B** corresponderá al vértice del ángulo en el plano. Luego, presionando sobre el triángulo que aparece en el botón se desplegará un menú y haces clic sobre el botón para remarcar desde el vértice cada extremo del ángulo.

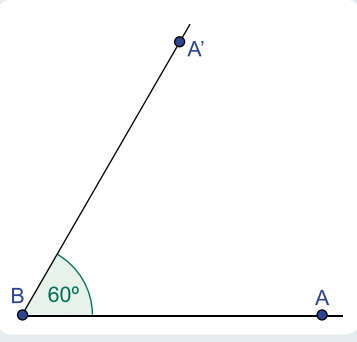


Opción 2 Ángulo dada su amplitud

Con esta opción puedes construir un ángulo a partir de una medida dada. Para ello, ubicas 2 puntos, A y B, de izquierda a derecha y aparecerá:



En el cuadro que aparecerá escribes la medida del ángulo, por ejemplo 60°. Luego, presionando sobre el triángulo que aparece en el botón se despliega un menú y haces clic sobre el botón para remarcar desde el vértice hasta cada extremo del ángulo.

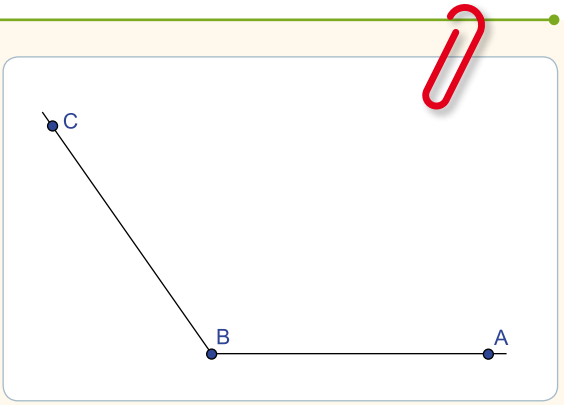


Utilizando el *software* geométrico GeoGebra, construye un ángulo agudo, un ángulo recto, uno obtuso y uno extendido, utilizando las dos opciones presentadas.

Ponte a prueba

Utilizando el *software* geométrico GeoGebra, se ha construido el siguiente ángulo.

- ¿Cuánto mide el ángulo ABC?
- Construye en tu cuaderno el mismo ángulo utilizando instrumentos geométricos y el *software* geométrico GeoGebra.



Nota: la aplicación GeoGebra (www.geogebra.org), creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

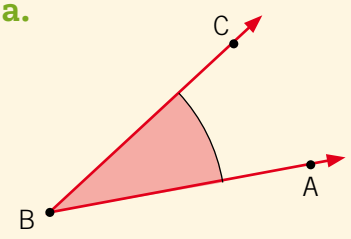
¿Cómo vas?

Ángulos y sus elementos

1. Completa con los elementos pedidos en cada caso.

puntos 3

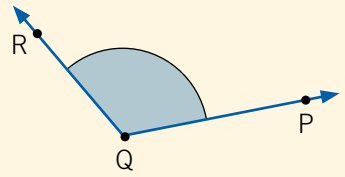
a.



Vértice: _____

Lados: _____

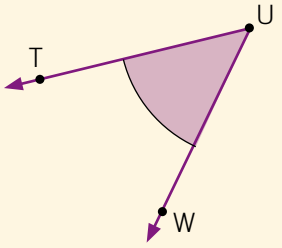
b.



Vértice: _____

Lados: _____

c.



Vértice: _____

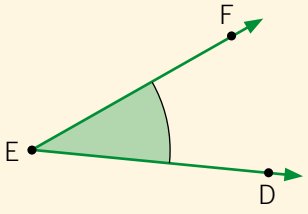
Lados: _____

Medición de ángulos

2. Utiliza el transportador para medir cada ángulo.

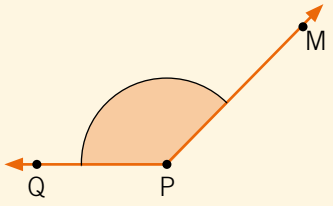
puntos 3

a.



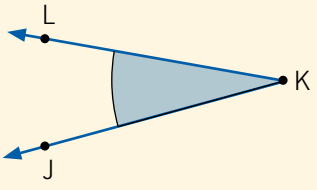
▸ m(∢DEF) = _____

b.



▸ m(∢MPQ) = _____

c.



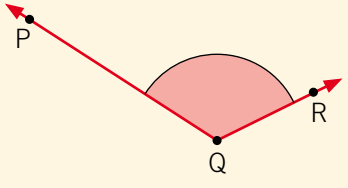
▸ m(∢LKJ) = _____

Clasificación de ángulos

3. Clasifica los siguientes ángulos. Para ello, escribe agudo, obtuso o extendido, según corresponda.

puntos 3

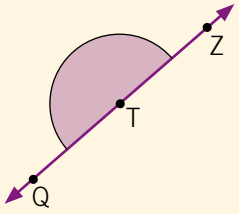
a.



Clasificación:

_____

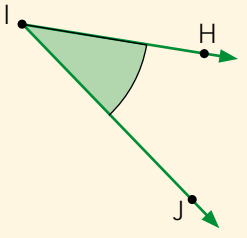
b.



Clasificación:

_____

c.



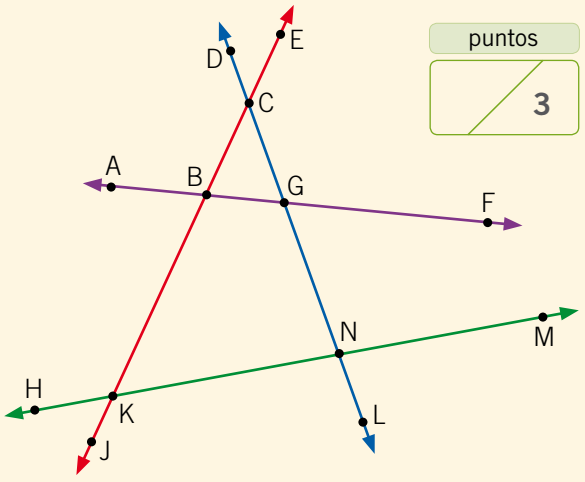
Clasificación:

_____

Estimación de ángulos

puntos 3

4. Analiza la figura y responde.



a. Escribe 5 ángulos obtusos.

b. Aproximadamente, ¿cuál es la medida del ángulo DGA?

c. Aproximadamente, ¿cuánto suman m(∢NGF) y m(∢AGN)?

Utilización de instrumentos y *software* geométricos

puntos 4

5. Construye cada ángulo según la medida correspondiente.

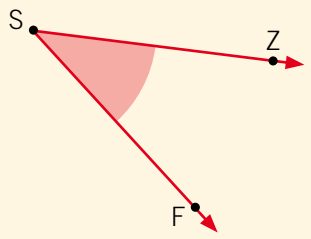
a. ∢BEA tal que m(∢BEA) = 50º.

b. ∢FGH tal que m(∢FGH) = 165º.

puntos 2

6. Realiza la construcción según lo solicitado.

Ángulo cuya medida, sumada con m(∢FSZ), resulte 180º.

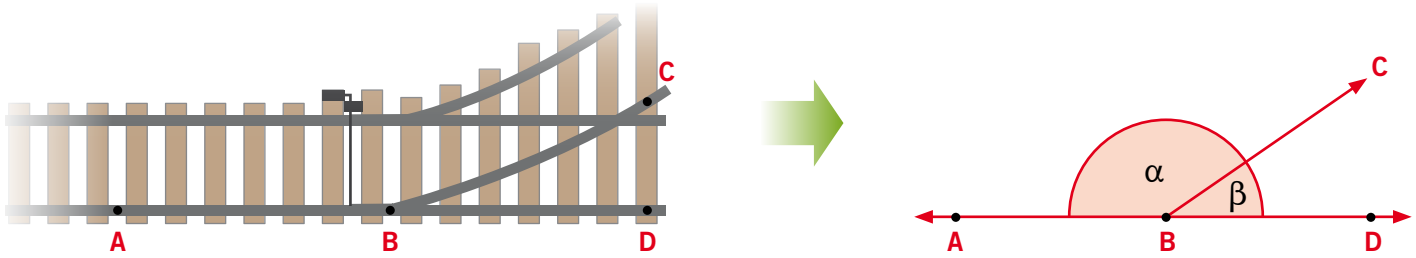


Ángulos entre rectas

Complemento y suplemento de un ángulo

Observa y responde

En las líneas de ferrocarriles existen distintas estructuras que permiten modificar la posición de las vías para asignar diferentes trayectos a los trenes que transitan por ellas. Esto puede representarse de la siguiente manera:



- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta.

☐ m(∢DBA) = β + α ☐ El ángulo DBC es obtuso. ☐ El ángulo CBA es obtuso.

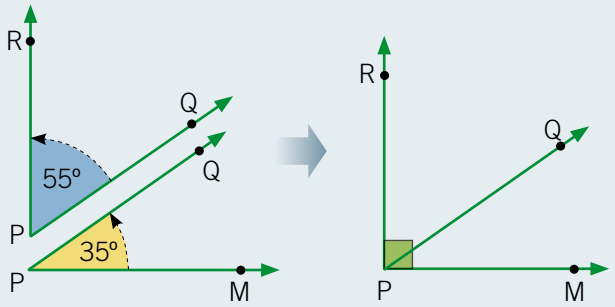
- Suponiendo que β = 40°, encierra el recuadro que corresponde a la medida de α.

α = 40° α = 90° α = 140°

Aprende

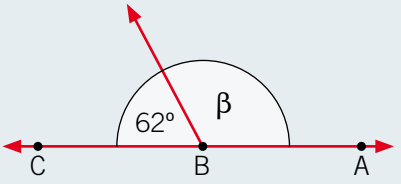
Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es igual a **90°**.

Ejemplo: si m(∢MPQ) = 35° y ∢QPR es complementario al ∢MPQ, ¿cuál es la medida del ∢QPR?
La suma de sus medidas es 90°, entonces:
m(∢QPR) = 90° – 35° = 55°.



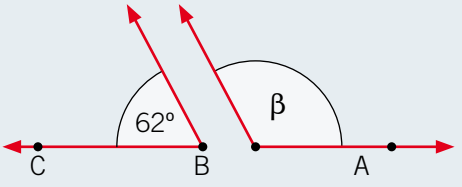
Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es igual a **180°**.

Ejemplo: si ∢ABC es extendido, ¿cuál es la medida de β?



La medida del ángulo β es 118°, ya que:

β = 180° – 62° = 118°



Practica

1. Completa con la medida que se pide en cada caso. Aplicar

a. El complemento de 65°. ▸ ____

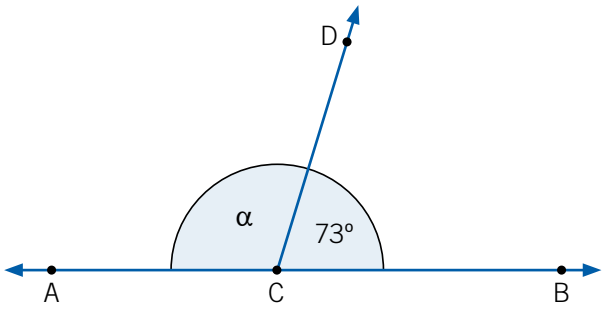
b. El suplemento de 128°. ▸ ____

c. El complemento del complemento de 80°. ▸ ____

d. El suplemento del complemento de 60°. ▸ ____

2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

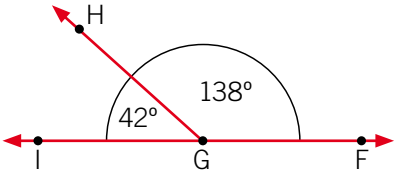
a. La recta AB se intersecta con el rayo CD en el punto C. ¿Cuál es la medida de α?



¿Sabías que...?

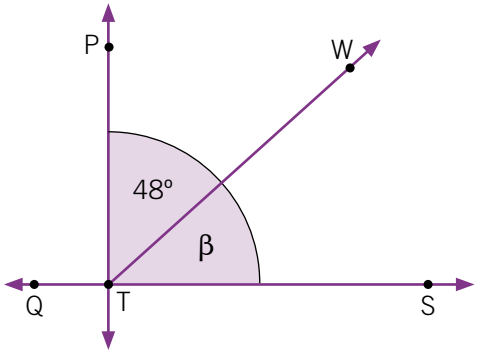
Son ángulos adyacentes suplementarios los que tienen un lado con un vértice en común y los otros lados están en una misma recta.

Ejemplo:

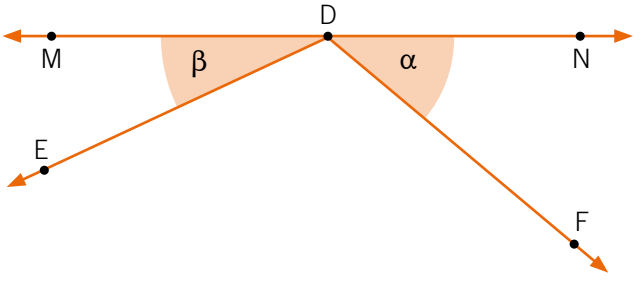


En este caso, ∢HGI y ∢FGH son adyacentes.

b. Si m(∢STP) = 90°, ¿cuál es la medida de β?



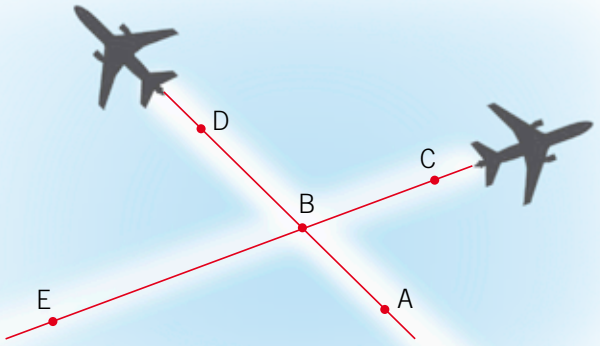
c. En la recta MN, que contiene el punto D, se sabe que $\alpha = 40°$ y $\beta = 25°$. ¿Cuál es la medida del ángulo EDF?



Ángulos opuestos por el vértice

Observa y responde

En una exposición aérea se realizan diferentes acrobacias, como las que se muestran a continuación.



- Utilizando el transportador, completa con la medida de los siguientes ángulos.

∢ABC ▸ _____ ∢CBD ▸ _____

∢DBE ▸ _____ ∢EBA ▸ _____

- Marca con un ✔ la afirmación que es correcta.

☐ El ∢ABC tiene la misma medida que el ∢CBD.

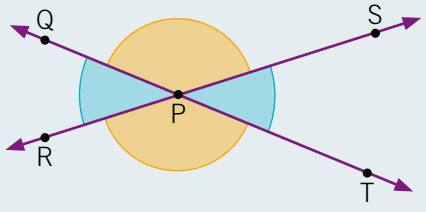
☐ El ∢CBD tiene la misma medida que el ∢EBA.

☐ El ∢DBE tiene la misma medida que el ∢ABD.

Aprende

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si las prolongaciones de sus lados corresponden a los lados del otro ángulo.

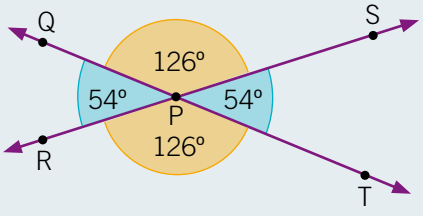
Cuando dos ángulos son opuestos por el vértice tienen **igual medida**.



Los ángulos opuestos por el vértice son:

∢TPS y ∢QPR ; ∢SPQ y ∢RPT

Ejemplo:

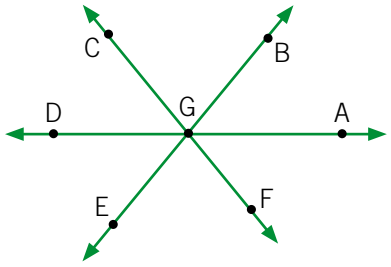


El ∢QPR es opuesto por el vértice con el ∢TPS. Por lo tanto, m(∢QPR) = 54°. Además, el ∢SPQ es suplementario al ∢TPS, es decir, m(∢SPQ) = 126°. Luego, el ∢RPT es opuesto por el vértice con el ∢SPQ, es decir, m(∢RPT) = 126°.

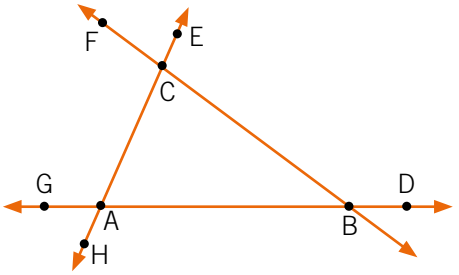
Practica

1. Escribe 3 pares de ángulos opuestos por el vértice en cada figura. Interpretar

a.

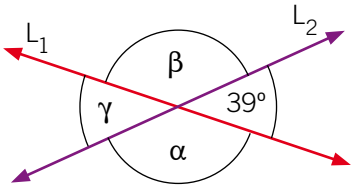


b.



2. Completa con las medidas de los ángulos pedidos. Aplicar

a.

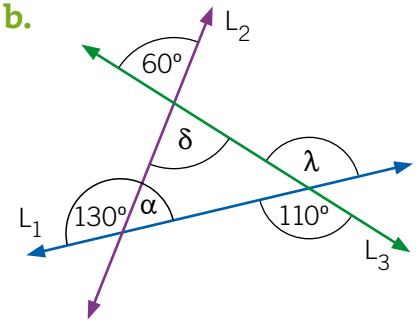


α = _____

β = _____

γ = _____

b.



λ = _____

δ = _____

α = _____

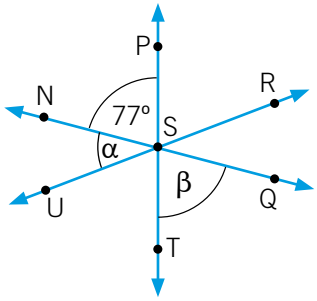
Recuerda que...

Para nombrar una recta, se puede considerar lo siguiente:

- $\overleftrightarrow{AB}$ se lee "recta AB".
- L_1 se lee "ele uno".

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

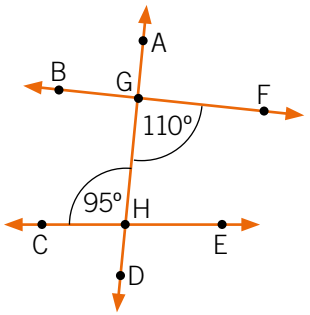
a. Las rectas $\overleftrightarrow{NQ}$, $\overleftrightarrow{UR}$ y $\overleftrightarrow{PT}$ se intersectan en el punto S. Si m(∢PSN) = m(∢RSP), ¿cuáles son las medidas de α y β?



α = _____

β = _____

b. Las rectas $\overleftrightarrow{FB}$ y $\overleftrightarrow{EC}$ se intersectan con la recta $\overleftrightarrow{AD}$ en los puntos G y H. Calcula:



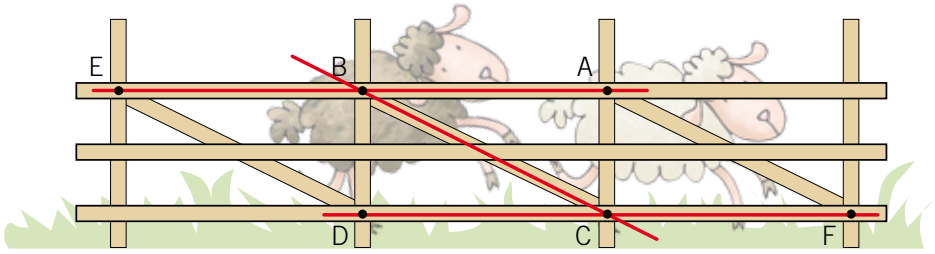
m(∢AGB) = _____

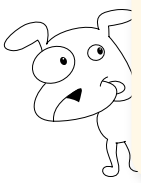
m(∢DHE) = _____

Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal

Observa y responde

Un campesino diseña una cerca para un corral de animales. Utiliza listones que distribuye en forma horizontal separados por la misma distancia, y en forma diagonal, como se muestra en la imagen:





Educando en valores

Los animales domésticos pueden ser de gran ayuda, por eso debemos cuidarlos y protegerlos.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta.

  ☐ Los listones puestos de forma horizontal son paralelos entre ellos.

  ☐ Los listones puestos de forma horizontal son paralelos a los listones puestos de forma vertical.

- Utilizando un transportador, completa con la medida del ángulo pedido en cada caso.

m(∢CBA) = _____ m(∢BCD) = _____ m(∢FCB) = _____ m(∢EBC) = _____

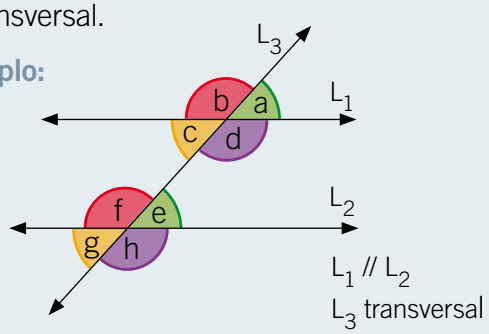
Aprende

Una recta **transversal** es aquella que intersecta a 2 o más rectas. Si una recta transversal **intersecta a un par de rectas paralelas** se tiene lo siguiente:

Ángulos correspondientes

Son aquellos que tienen **igual medida** y ocupan la misma posición con respecto a la transversal.

Ejemplo:



Estos son:

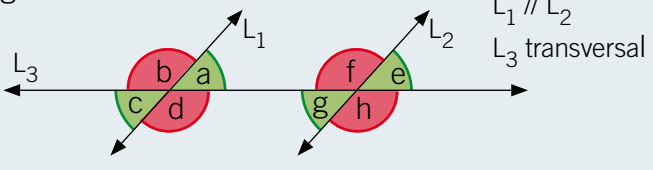
∢a y ∢e ∢b y ∢f ∢c y ∢g ∢d y ∢h

Ángulos alternos: internos y externos

Alternos internos: son aquellos que se encuentran al interior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Alternos externos: son aquellos que se encuentran al exterior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Ejemplo:

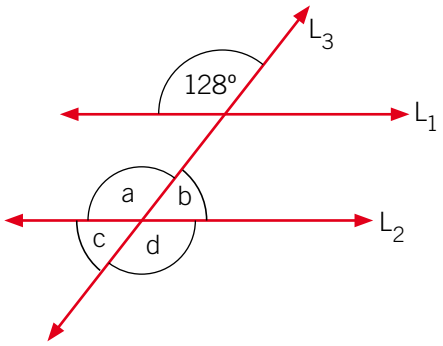


- Los ángulos alternos internos son: ∢d y ∢f; ∢a y ∢g.
- Los ángulos alternos externos son: ∢b y ∢h; ∢c y ∢e.

Practica

1. Escribe la medida de cada ángulo, según corresponda. Aplicar

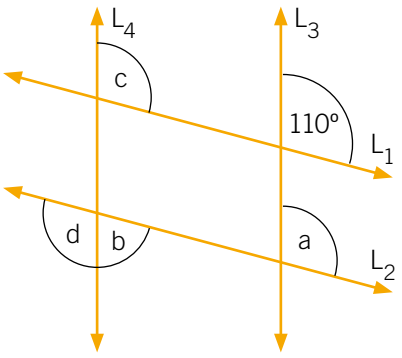
a. En la figura $L_1 \parallel L_2$.



$\measuredangle a =$ _____ $\measuredangle b =$ _____

$\measuredangle c =$ _____ $\measuredangle d =$ _____

b. En la figura $L_1 \parallel L_2$ y $L_3 \parallel L_4$.



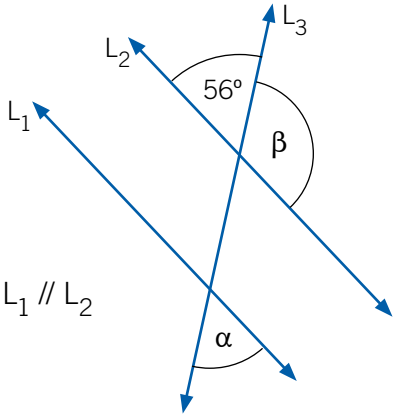
$\measuredangle a =$ _____ $\measuredangle b =$ _____

$\measuredangle c =$ _____ $\measuredangle d =$ _____

Recuerda que...

Las rectas paralelas son aquellas que por más que se prolonguen indefinidamente, nunca se intersectan. Se representan por //.

2. Observa la siguiente figura. Luego, escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar



a. ☐ La medida del ángulo β se calcula como 90° – 56°.

Justificación: _____

b. ☐ La medida del ángulo α es 56°.

Justificación: _____

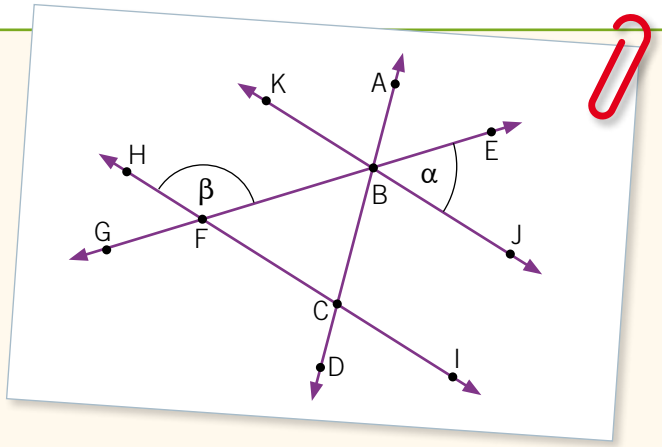
c. ☐ La suma de las medidas de los ángulos α y β es 180°.

Justificación: _____

Ponte a prueba

En la figura, $\overleftrightarrow{KJ} \parallel \overleftrightarrow{HI}$, $m(\measuredangle DCI) = 76°$ y $m(\measuredangle FBC) = 52°$.

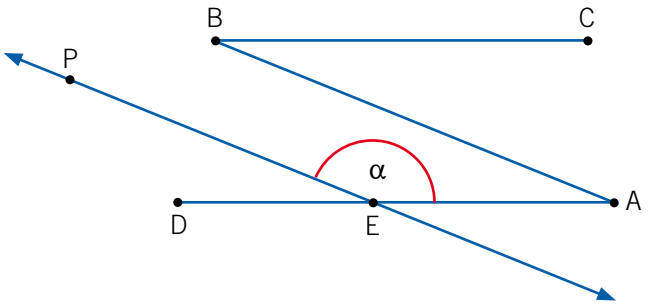
- Calcula $\alpha + \beta$



Resolución de problemas

Observa la resolución del siguiente problema

En la figura, $\overleftrightarrow{EP}$ es paralela al segmento AB y el segmento CB es paralelo al segmento AD. Si m(∢ABC) corresponde al complemento de un ángulo de 38°, ¿cuál es la medida del ∢α?



PASO 1 **Explica con tus palabras la pregunta del problema.**

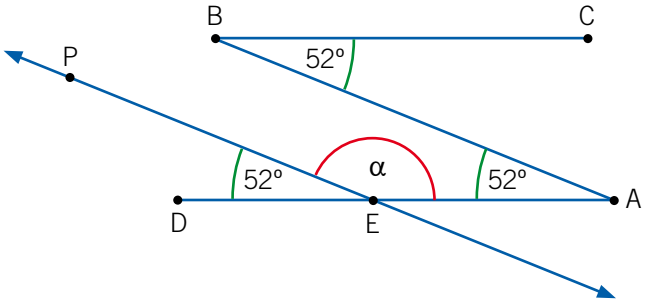
Se quiere saber cuál es la medida del ∢α, que corresponde a la medida del ángulo obtuso que se forma en la intersección entre $\overleftrightarrow{EP}$ y el segmento AD.

PASO 2 **Identifica los datos importantes.**

Se tiene que: $\overline{AB} \parallel \overleftrightarrow{EP}$, $\overline{CB} \parallel \overline{AD}$ y la m(∢ABC) corresponde al complemento de 38°.

PASO 3 **Calcula y escribe la solución.**

- Como m(∢ABC) corresponde al complemento de 38°, entonces m(∢ABC) = 90° – 38° = 52°.
- Considerando que $\overline{CB} \parallel \overline{AD}$, entonces: m(∢BAD) = m(∢ABC) = 52°.
- Utilizando ángulos correspondientes entre paralelas se cumple que m(∢PED) = 52°.



- Por último, el ángulo α corresponde al suplemento del ∢PED, es decir:

$$\alpha = 180° - 52° = 128°$$

PASO 4 **Revisa la solución.**

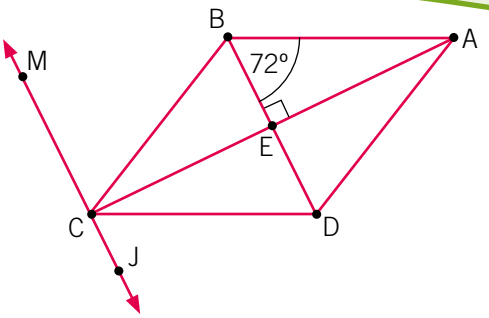
En el dibujo se aprecia que: m(∢ABC) = 90° – 38° = 52°, m(∢BAD) = 52° y m(∢PED) = 52°.

Además, se cumple que: α + m(∢PED) = 180°, α = 128° y m(∢PED) = 52°.

SANTILLANA

Ahora hazlo tú

El cuadrilátero ABCD es un paralelógramo, es decir, todos sus lados opuestos son paralelos. Si $\overleftrightarrow{JM}$ // $\overline{DB}$, ¿cuál es la medida del ángulo DCE?



PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

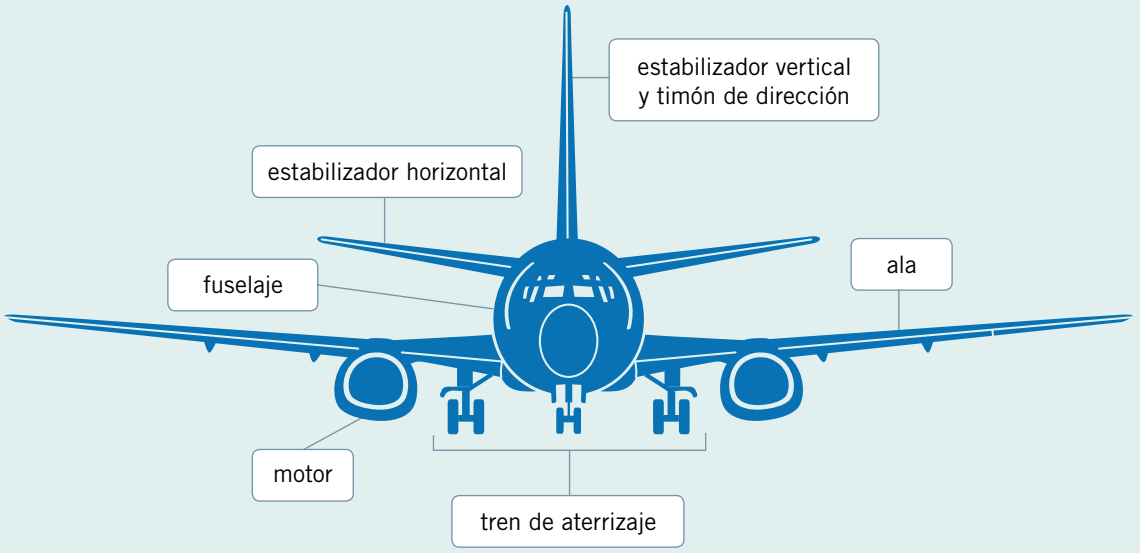
PASO 3 Calcula y escribe la solución.

PASO 4 Revisa la solución.

Competencias para la vida

El estudio de la **geometría** me permite comprender distintas estructuras

Un avión es una aeronave provista de alas y un cuerpo de carga capaz de volar, propulsada siempre por uno o más motores. Las principales partes de un avión son: alas, fuselaje, sistemas de control (estabilizadores horizontales y verticales), grupo motopropulsor, tren de aterrizaje e instrumentos de control.



Competencia matemática

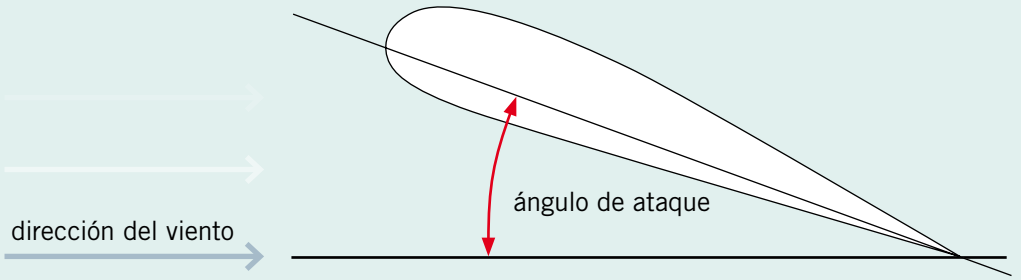
Responde, según la información entregada.

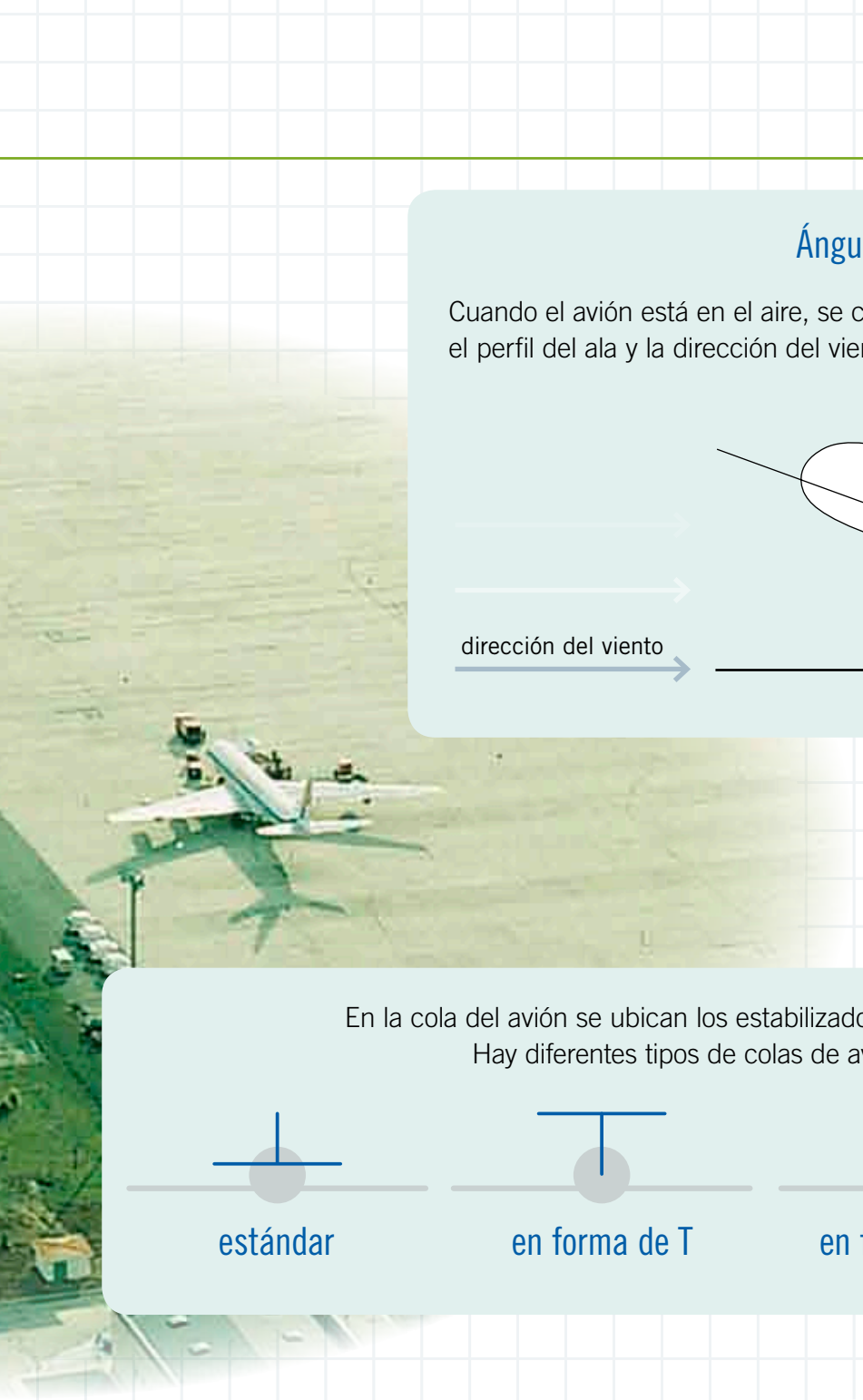
- Mide el ángulo de "ataque" que se presenta en la imagen y luego construyelo, utilizando regla y transportador.

- Con respecto a la imagen de la cola del avión, explica cuál de ellas se puede relacionar con rectas paralelas.

Ángulo “de ataque”

Cuando el avión está en el aire, se conoce como ángulo de ataque el que forman el perfil del ala y la dirección del viento.





En la cola del avión se ubican los estabilizadores verticales y horizontales.
Hay diferentes tipos de colas de avión, por ejemplo:

estándar | en forma de T | en forma de cruz | en forma de V

Competencia en el conocimiento e interacción en el mundo físico

Reflexiona y comenta.

- ¿Qué propulsa al avión para que pueda volar?
- ¿Cuáles son las principales partes del avión que le permiten volar?
- Determina en cuáles tipos de colas los estabilizadores podrían ser perpendiculares entre sí.

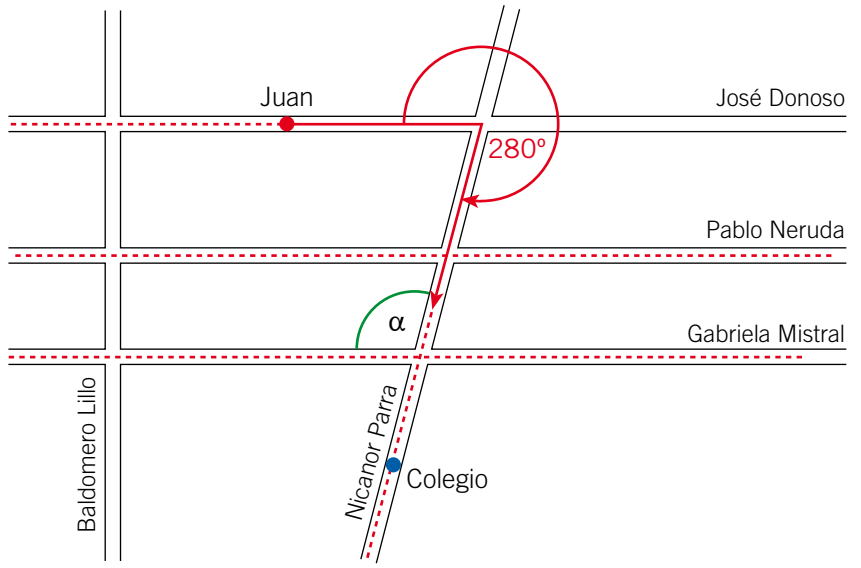
Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

1. El plano que se muestra representa el trayecto que sigue Juan al momento de dirigirse al colegio. Juan sabe que las calles José Donoso, Gabriela Mistral y Pablo Neruda son paralelas entre sí; y son intersectadas por la calle Nicanor Parra. ¿Cuál es la medida del ángulo α?

A. 80°
B. 100°
C. 190°
D. 280°



Análisis de las alternativas

A. Se calcula la diferencia entre la medida de un ángulo completo (360°) y la medida del ángulo que se muestra (280°), obteniéndose 80°.

B. Se calcula la diferencia entre la medida de un ángulo completo (360°) y los 280° representados en el plano, obteniendo 80°. Luego, se calcula su suplemento 180° – 80° = 100°, que corresponde al valor de la medida del ángulo α.

C. Para calcular la medida del ángulo α, se calcula la diferencia entre 280° y 90°, ya que se relaciona en forma errónea con la medida del ángulo que falta a 280° para formar un ángulo de 360°.

D. Existe una confusión respecto del ángulo del cual se desea calcular su medida y se piensa que corresponde al ángulo de giro que realiza Juan.

▸ Por lo tanto, la alternativa **B** es la correcta.

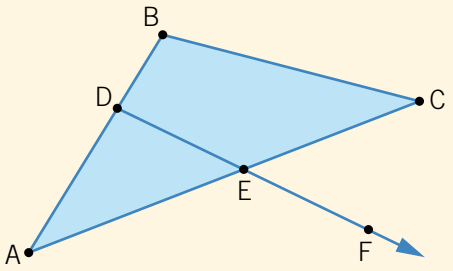
1. A — B — C — D

¿Qué aprendiste?

Evaluación final

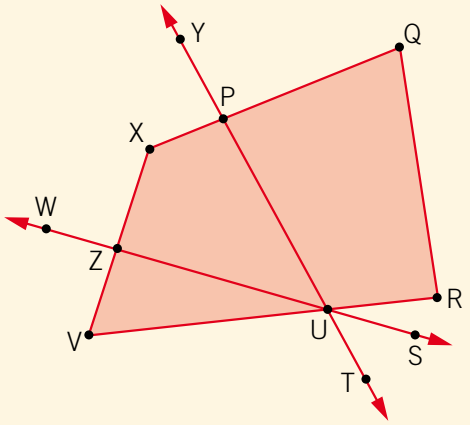
1. Identifica 9 ángulos distintos en la figura. Luego escríbelos.

puntos 3



2. Utiliza el transportador y mide los ángulos pedidos. Luego, clasifícalos.

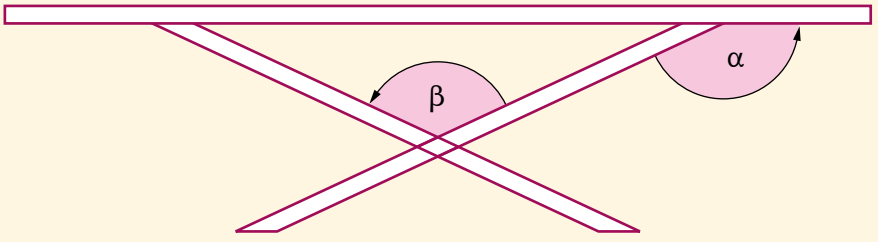
puntos 6



Ángulo	Medida	Clasificación
∢UPQ		
∢VXQ		
∢RUP		
∢XZV		
∢PUZ		
∢QPX		

3. Observa el siguiente dibujo y luego estima la medida de los ángulos α y β. Justifica tu respuesta.

puntos 2



Justificación: _____

_____

_____

4. Utiliza el transportador y la regla para construir los ángulos pedidos.

puntos 4

a. Dos ángulos, uno que mida 34° y el otro que sea el complementario de dicho ángulo.

b. Dos ángulos, uno que mida 125° y otro que sea el suplementario de este.

5. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

puntos 4

a. ☐ El complemento de un ángulo es menor que 90°.

Justificación: _____

b. ☐ El suplemento de un ángulo agudo es menor que 90°.

Justificación: _____

c. ☐ La suma de las medidas de dos ángulos agudos siempre corresponde a la medida de un ángulo obtuso.

Justificación: _____

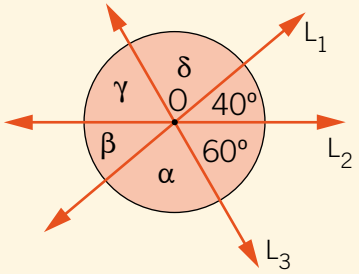
d. ☐ El suplemento de un ángulo obtuso corresponde a la medida de un ángulo agudo.

Justificación: _____

6. Calcula la medida de los ángulos en cada caso.

puntos 4

En la siguiente figura, las rectas L_1, L_2 y L_3 se intersectan en un punto **O**. Calcula las medidas de los ángulos α, β, γ y δ.



puntos 4

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

7. Respecto de la medida de un ángulo, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es siempre **verdadera**?

A. Depende solo del largo de las rectas, segmentos o rayos que lo forman.

B. Depende de la abertura de los rayos que lo forman.

C. Depende tanto de la abertura como del largo de las rectas, segmentos o rayos que lo forman.

D. No depende ni del largo de las rectas, segmentos o rayos que lo forman ni de la abertura de estos.

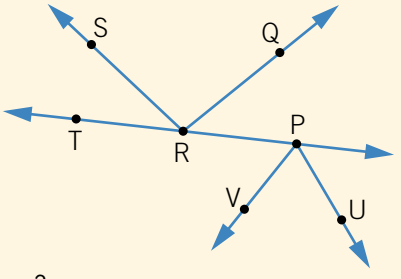
8. En el siguiente dibujo, ¿qué puntos representan los vértices de un ángulo?

A. Los puntos R y Q.

B. Los puntos P y S.

C. Los puntos Q y P.

D. Los puntos P y R.



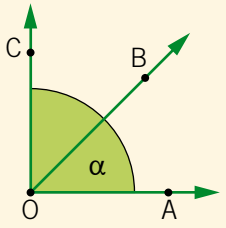
9. ¿Cuál es la medida estimada del ángulo α?

A. 5°

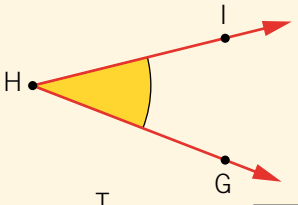
B. 45°

C. 90°

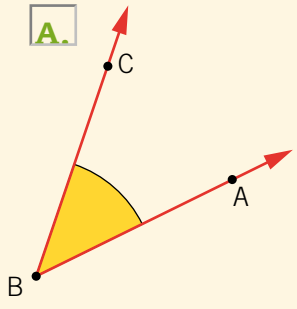
D. 120°



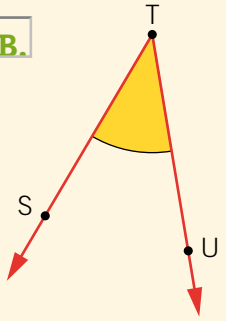
10. Utilizando tu transportador responde: ¿qué ángulo tiene la misma medida que el ∢GHI?



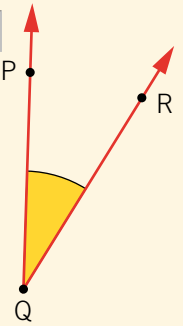
A.



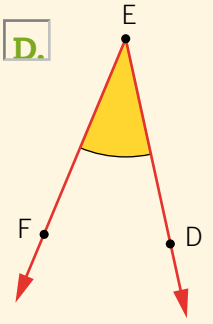
B.



C.



D.



puntos 4

11. ¿Cuál de las descripciones corresponde a la de un ángulo agudo?

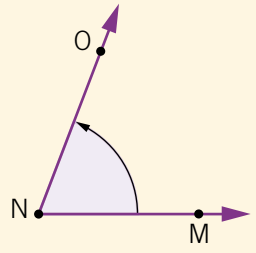
A. Medida mayor que 90°.
B. Medida igual que 180°.
C. Medida mayor que 0° y menor que 90°.
D. Medida mayor que 90° y menor que 180°.

12. ¿Cuál de las siguientes situaciones se relaciona con un ángulo recto?

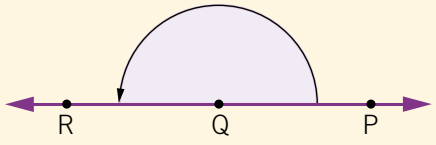
A. El ángulo que forma con la pared una puerta semiabierta.
B. El ángulo que se forma en cada esquina en un marco de forma cuadrada.
C. El ángulo que forma con respecto al piso una escalera apoyada en una pared.
D. El ángulo que se genera con respecto a la horizontal al mirar la cúspide de un edificio.

13. ¿Cuál de los siguientes ángulos es obtuso?

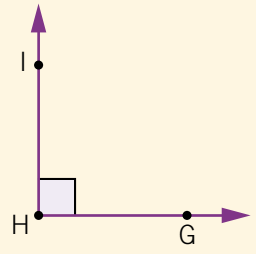
A.



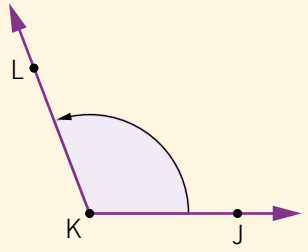
C.



B.

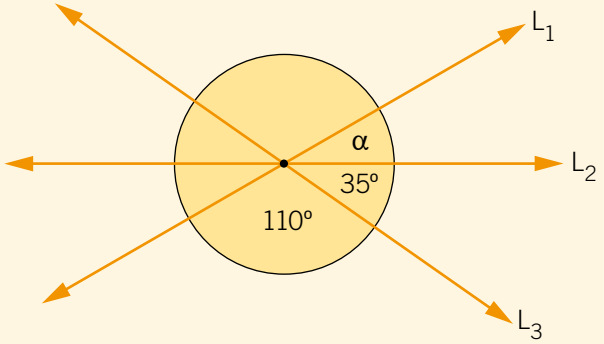


D.



14. Si las rectas L_1, L_2 y L_3 se intersectan en un mismo punto, ¿cuál es la medida de α?

A. 35°
B. 45°
C. 65°
D. 80°



puntos 5

15. Con respecto a los ángulos suplementarios, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

A. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a 90º.

B. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es igual a 180º.

C. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es menor que 90º.

D. Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es mayor que 90º y menor que 180º.

16. ¿Cuál es el suplemento del complemento de 37º?

A. 53º

B. 127º

C. 143º

D. 153º

17. El complemento del suplemento de un ángulo α es 45º. ¿Cuál es la medida del ángulo α?

A. 45º

B. 90º

C. 135º

D. 145º

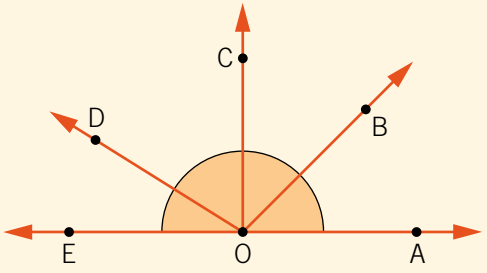
18. Si en la figura AE es una línea recta y OC es perpendicular a AE, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

A. $\sphericalangle$AOB es suplementario de $\sphericalangle$BOC

B. $\sphericalangle$BOC es suplementario de $\sphericalangle$COE

C. $\sphericalangle$AOD es suplementario de $\sphericalangle$DOE

D. $\sphericalangle$AOB es complementario de $\sphericalangle$BOD



19. Si $\alpha + \beta < 90º$, ¿cuál es el suplemento de $\alpha + \beta$?

A. $90º - (\alpha + \beta)$

B. $(\alpha + \beta) - 90º$

C. $180º - (\alpha + \beta)$

D. $(\alpha + \beta) - 180º$

Busca Prepara la prueba 5

Unidad 6

Polígonos y teselaciones

El viaducto del Malleco en la región de la Araucanía, es un puente ferroviario que tiene 102 metros de altura y fue considerado el más alto cuando se construyó, a fines del siglo XIX.

Su estructura está formada por triángulos, único polígono que no se deforma al aplicarse una fuerza sobre él.

En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer polígonos regulares e irregulares.
- Clasificar triángulos según las medidas de sus lados y sus ángulos.
- Reconocer la medida de ángulos en triángulos y cuadriláteros.
- Construir triángulos según las medidas de sus lados o ángulos utilizando instrumentos geométricos.
- Aplicar transformaciones isométricas a distintas figuras planas.
- Reconocer y construir teselaciones.
- Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico.

Presentación multimedia

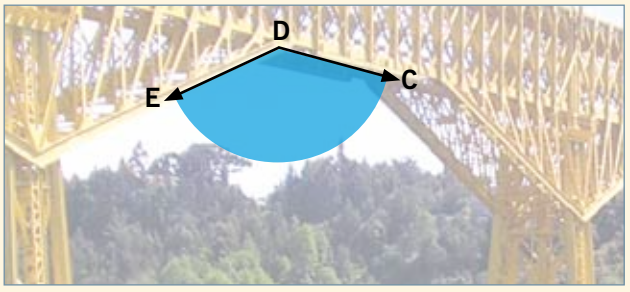
Planificaciones

¿Qué sabes?

A partir de la imagen, responde.

1. Utilizando un transportador, calcula la medida de cada ángulo y luego clasifícalo.

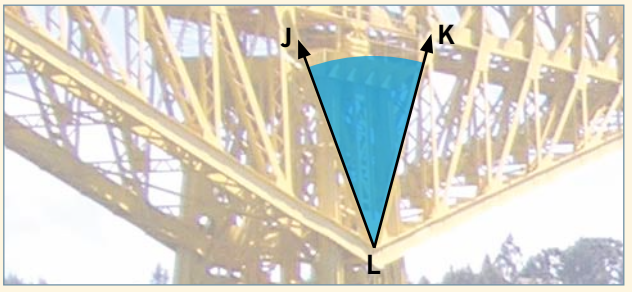
a.



m(∢EDC) = _____

Clasificación: _____

b.

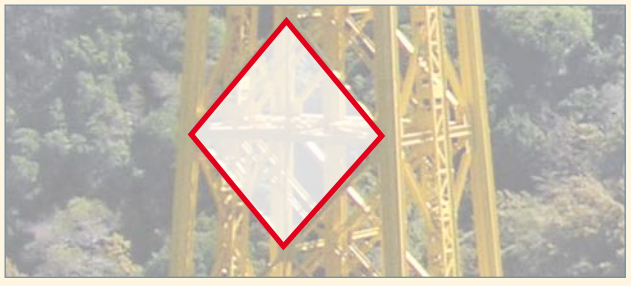


m(∢KLJ) = _____

Clasificación: _____

2. Escribe el nombre de la figura geométrica representada en cada imagen.

a.



_____

b.

_____

3. Lee la siguiente información. Luego, responde.

> Un estudiante afirma que, además de las figuras geométricas relacionadas con el puente, existen muchas otras figuras geométricas.

Dibuja al menos 2 figuras geométricas diferentes a las presentadas en la pregunta anterior.

Polígonos

Polígonos regulares e irregulares

Observa y responde

Un grupo *scout* sale a acampar y dispone sus carpas en un terreno delimitando los rincones con estacas y lienzas. Mirado desde arriba se observa lo siguiente:

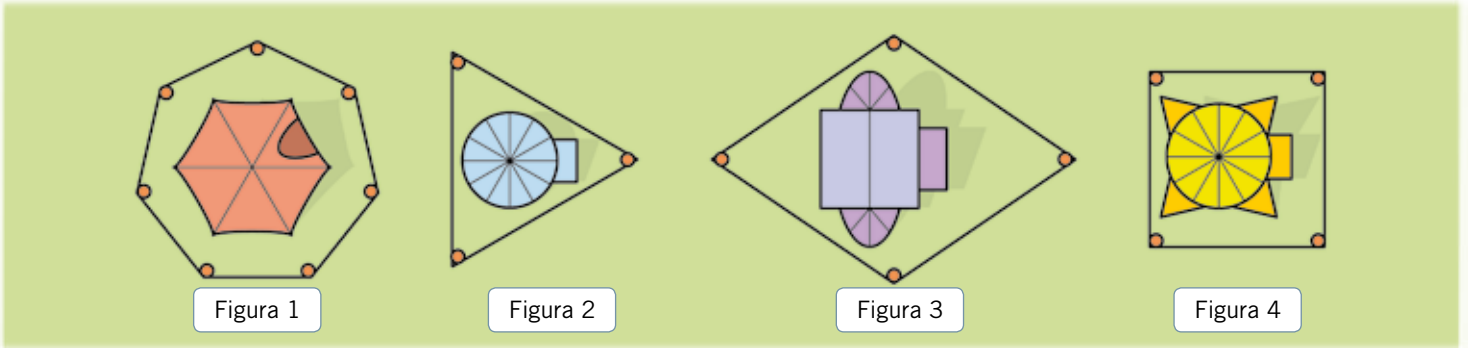


Figura 1 | Figura 2 | Figura 3 | Figura 4

- Remarca la afirmación correcta.

En la figura 2 todos los lados tienen igual medida.

En la figura 4 no todos los lados tienen igual medida.

- Marca con un ✔ la afirmación correcta. En caso contrario, marca con una ✖.

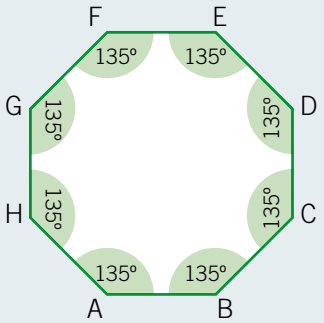
☐ La figura 1 tiene 6 ángulos interiores.

☐ La figura 3 tiene 4 ángulos interiores.

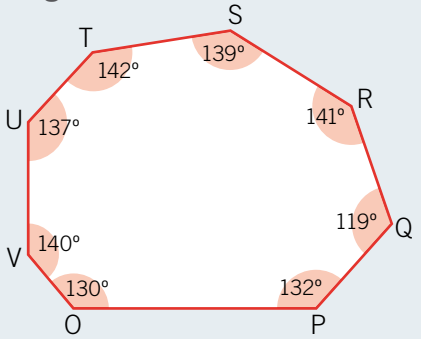
Aprende

Un **polígono** es una figura geométrica cerrada que tiene 3 o más lados; además, en sus vértices únicamente se unen dos lados consecutivos. Generalmente, se identifica cada vértice con una letra mayúscula.
Un **polígono es regular** si todos sus ángulos interiores y sus lados tienen igual medida (son congruentes entre sí). Si no tiene estas características, el polígono es **irregular**.

Ejemplos: a continuación se muestra un octágono **regular** y uno **irregular**.



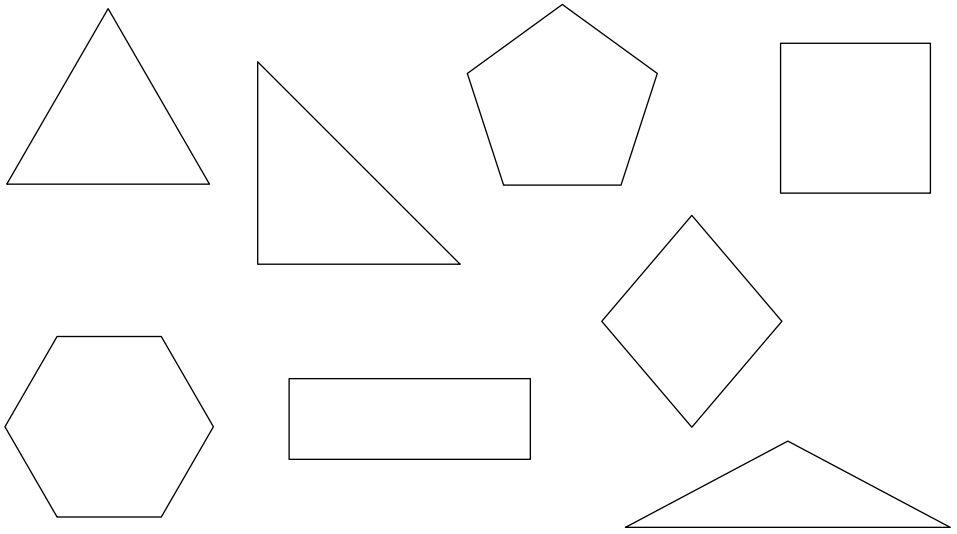
- ABCDEFGH, octágono regular.



- OPQRSTUV, octágono irregular.

Practica

1. Pinta con color rojo los polígonos regulares y con azul los polígonos irregulares. Clasificar



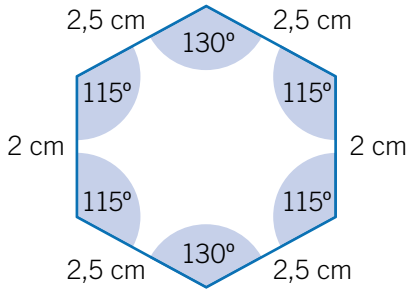
Recuerda que...

Los cuadriláteros pueden ser:

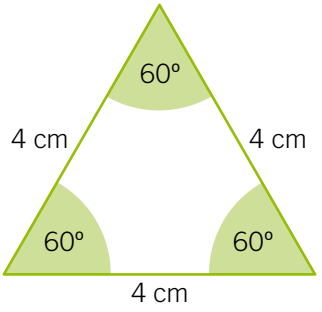
- **Paralelógramo:** sus lados opuestos son paralelos.
- **Trapecio:** tiene dos lados opuestos paralelos.
- **Trapezoide:** no tiene lados paralelos.

2. Escribe regular o irregular, según las características de cada polígono. Analizar

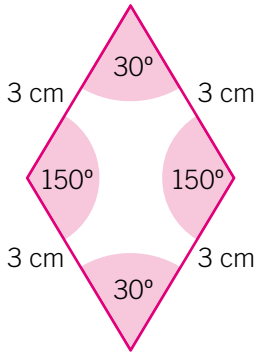
a.



b.



c.



3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

a. ☐ Los trapecios son polígonos regulares.

Justificación: _____

b. ☐ Los trapezoides son polígonos irregulares.

Justificación: _____

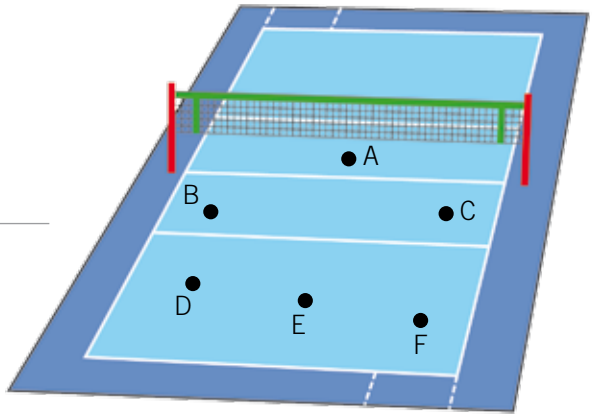
c. ☐ Todos los paralelógramos son polígonos regulares.

Justificación: _____

Triángulos

Observa y responde

Un entrenador de vóleibol ha dispuesto a sus jugadores en la cancha de la siguiente forma:



- Al unir los puntos A, B y C, ¿qué figura se forma? ▸ _____

- Marca con un ✔ las afirmaciones que son verdaderas y con una ✖ las que son falsas.

  ☐ Con los puntos D, E y F se puede formar un triángulo.

  ☐ La suma de las medidas de las longitudes $\overline{DE}$ y $\overline{BD}$ es mayor que la longitud entre B y E.

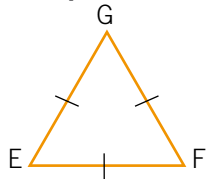
  ☐ Se puede dibujar un triángulo que tenga dos lados con la misma medida.

Aprende

Un **triángulo** es un polígono de 3 lados que tiene 3 vértices y 3 ángulos interiores.

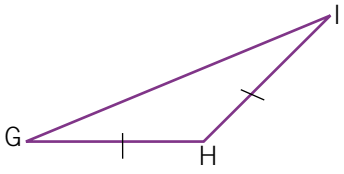
Según las **medidas de sus lados**, los triángulos se clasifican en:

Equilátero



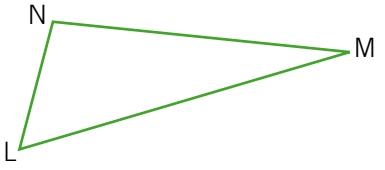
Todos sus lados tienen iguales medidas.
$m(\overline{EF}) = m(\overline{FG}) = m(\overline{GE})$

Isósceles



Tiene 2 lados de iguales medidas.
$m(\overline{HI}) = m(\overline{GH})$

Escaleno



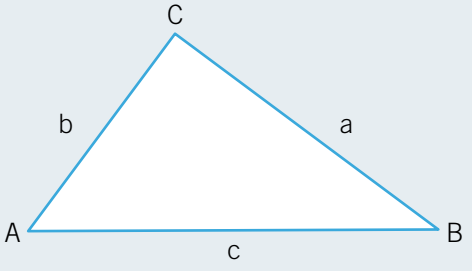
Todos sus lados tienen distintas medidas.
$m(\overline{LM}) \neq m(\overline{MN}) \neq m(\overline{NL})$

En todo triángulo se cumple la **desigualdad triangular**, es decir, para que exista un triángulo debe ocurrir que cada lado sea menor que la suma de los otros dos.

En el triángulo ABC, cada lado mide lo siguiente:

$m(\overline{AB}) = c$, $m(\overline{BC}) = a$, $m(\overline{CA}) = b$

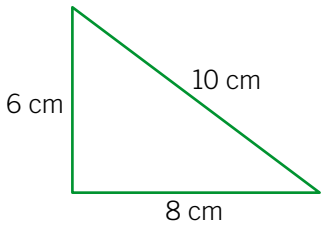
$$a + b > c$$
$$b + c > a$$
$$a + c > b$$



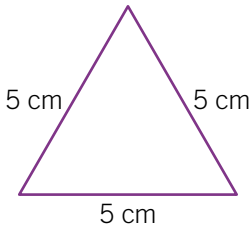
Practica

1. Clasifica los siguientes triángulos según las medidas de sus lados. Clasificar

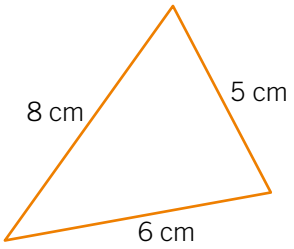
a.



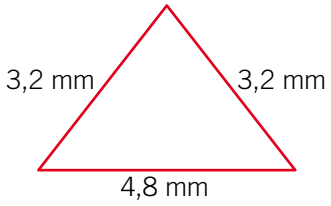
c.



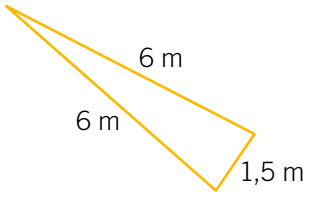
e.



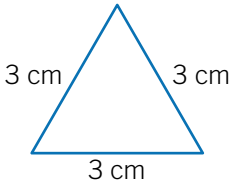
b.



d.



f.



2. Explica si las medidas presentadas corresponden a los lados de un triángulo. Analizar

a. 4 cm, 6 cm y 10 cm

b. 30 mm, 30 mm y 50 mm

c. 2 dm, 2 dm y 6 dm

3. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

a. ☐ Los lados de un triángulo escaleno no cumplen la desigualdad triangular.

Justificación: _____

b. ☐ Los lados de igual medida en un triángulo isósceles miden menos que la longitud del tercer lado.

Justificación: _____

c. ☐ En un triángulo equilátero, la suma de las medidas de dos de sus lados es el doble que la medida del tercero.

Justificación: _____

d. ☐ Existe un triángulo escaleno cuyos lados miden 5 cm, 4 cm y 9 cm, respectivamente.

Justificación: _____

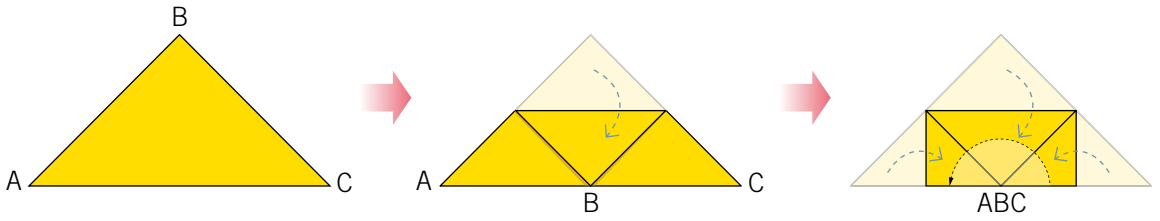
Ángulos en un triángulo

Observa y responde

Anita le comenta a Cristián que sabe cómo deducir cuál es la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

- ¿Cuánto mide un ángulo extendido o llano? ▸ _____

- Utilizando un papel, recórtalo de manera que formes un triángulo. Luego, dobla cada uno de los vértices de forma que coincida con el lado opuesto a ese vértice.



- ¿Con qué clasificación de ángulo relacionas el ∢CBA? ▸ _____

- ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Explica tu razonamiento.

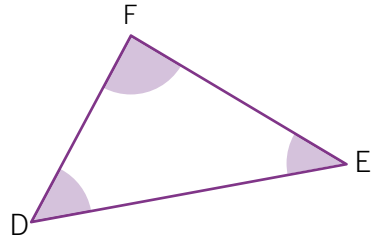
_____

_____

Aprende

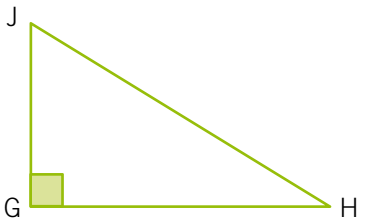
Los **triángulos** se pueden clasificar según la medida de sus **ángulos interiores**, que suman 180º.

Acutángulo



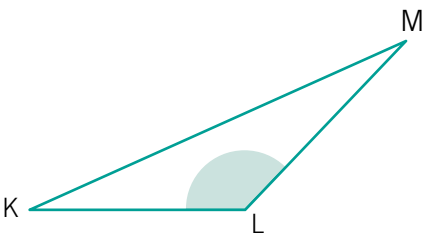
Tiene **todos** sus ángulos interiores **agudos**, es decir, menores que 90º.

Rectángulo



Tiene **un ángulo** interior **recto**, es decir, mide 90º.

Obtusángulo

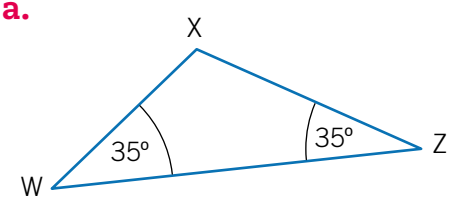


Tiene **un ángulo** interior **obtuso**, es decir, mayor que 90º y menor que 180º.

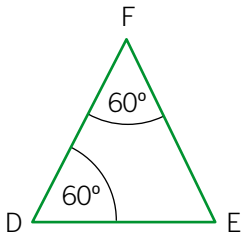
Practica

1. Clasifica cada uno de los triángulos según la medida de sus ángulos interiores. Clasificar

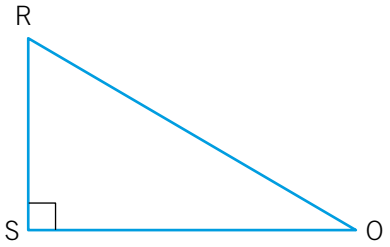
a.



b.



c.



2. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

a. ☐ Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto y uno de los otros ángulos puede ser obtuso.

Justificación: _____

b. ☐ Todo triángulo equilátero siempre es acutángulo.

Justificación: _____

c. ☐ Si un triángulo isósceles tiene un ángulo obtuso, los otros dos son ángulos agudos.

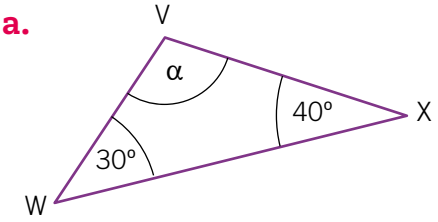
Justificación: _____

d. ☐ Un triángulo obtusángulo tiene tres ángulos obtusos.

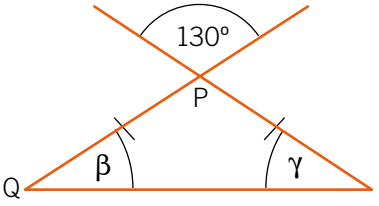
Justificación: _____

3. Calcula la medida de cada ángulo interior en los siguientes triángulos. Calcular

a.

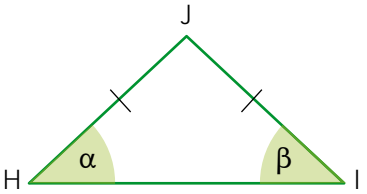


b.



¿Sabías que...?

Los ángulos en la base de un triángulo isósceles tienen igual medida.



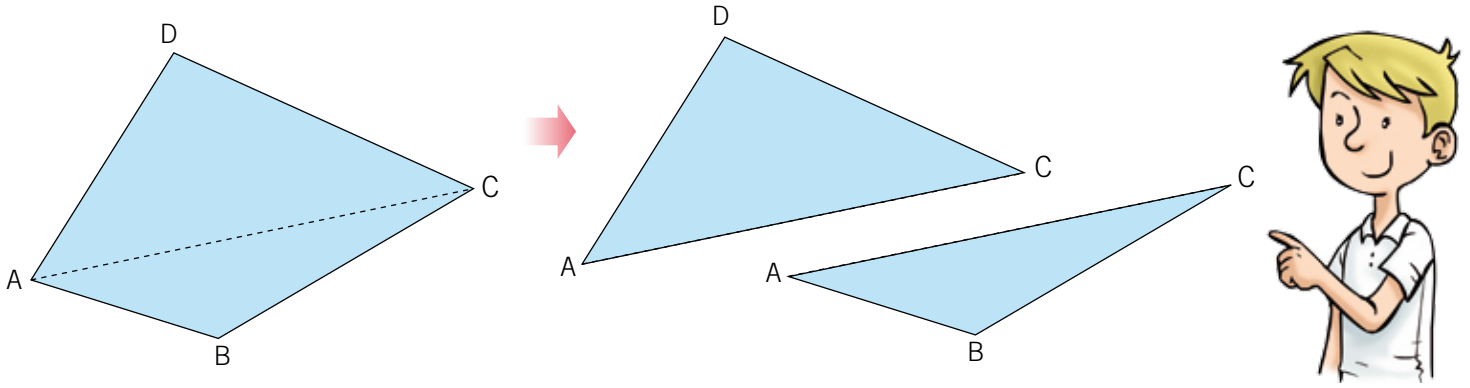
$\alpha = \beta$

Ángulos en un cuadrilátero

Observa y responde

Para comprobar que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero siempre es igual a 360°, Julio realiza lo siguiente.

- Recorta un trozo de papel con forma de cuadrilátero. Al trazar la diagonal $\overline{AC}$, se forman dos triángulos, como se muestra.



- Con respecto a los triángulos recortados, marca con un ✔ la afirmación que sea correcta.

☐ La suma de los ángulos interiores de un triángulo es siempre 180°.

☐ La suma de los ángulos interiores de un triángulo es siempre 120°.

- ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero? Explica tu razonamiento.

_____

_____

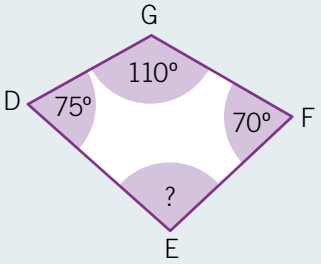
Educando en valores

Cuando realizas un trabajo con orden y claridad puedes comprender de mejor forma los contenidos estudiados.

Aprende

Los **cuadriláteros** son polígonos, compuestos por cuatro lados correspondientes a segmentos de rectas. La medida de los **ángulos interiores** de cualquier cuadrilátero siempre suman 360°.

Ejemplo: en el cuadrilátero, ¿cuál es la medida del ∢FED?



La suma de los ángulos interiores debe ser igual a 360°. Luego:

$75° + 110° + 70° + m(\sphericalangle FED) = 360°$

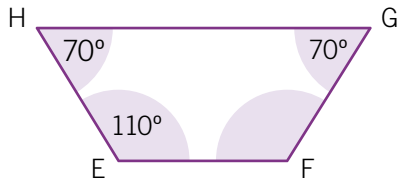
$m(\sphericalangle FED) = 360° - 255°$

$m(\sphericalangle FED) = 105°$

Practica

1. En los siguientes cuadriláteros, calcula la medida del ángulo pedido. Aplicar

a.

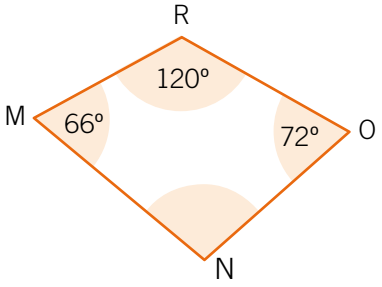


m(∢GFE) = _____

c.

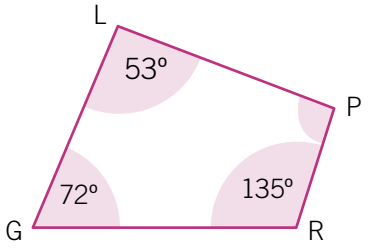
m(∢WZY) = _____

b.



m(∢ONM) = _____

d.



m(∢LPR) = _____

2. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

a. ☐ En un cuadrado, los ángulos interiores tiene medidas iguales.

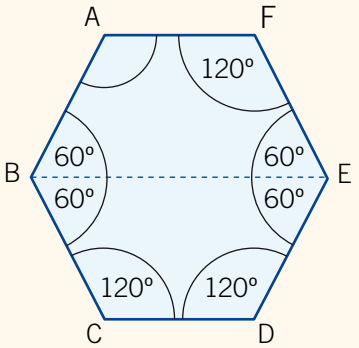
Justificación: _____

b. ☐ En un rectángulo, los ángulos interiores tienen medidas distintas.

Justificación: _____

Ponte a prueba

En el hexágono ABCDEF se han dibujado 2 trapecios.



- Calcula.

  m(∢BAF) = _____ m(∢CBA) = _____

- ¿Cuánto suman los ángulos interiores del hexágono ABCDEF? Explica.

_____

_____

Construcción de triángulos

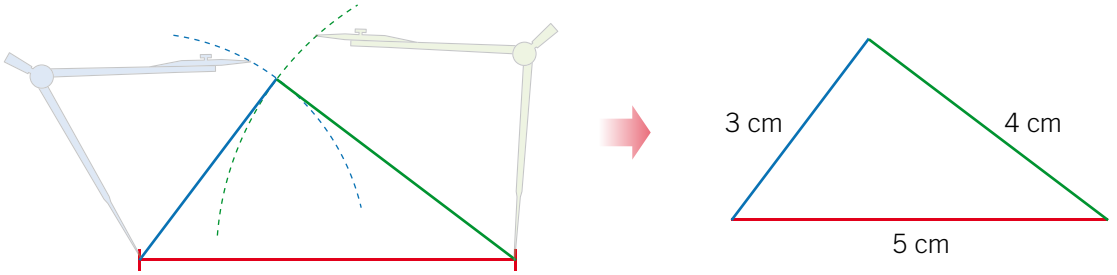
Construcción de triángulos según las medidas de sus lados

Observa y responde

Los triángulos se pueden construir con regla y compás si se conocen las medidas de sus lados.

- Los siguientes segmentos miden 3, 4 y 5 centímetros.

- Se traza el segmento de mayor longitud con una regla. Luego, sobre cada extremo del segmento se traza un arco con el compás y se marca cada una de las otras medidas.



- Con respecto a sus lados, escribe la clasificación del triángulo construido. _____

Aprende

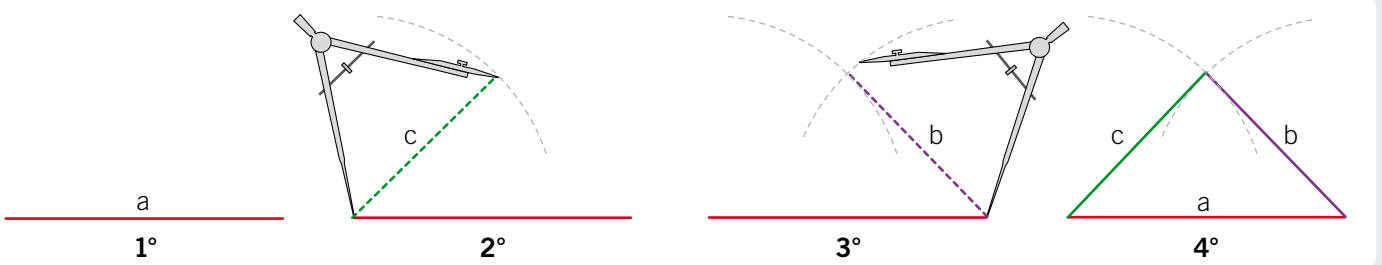
Conociendo la longitud de **todos los lados de un triángulo** es posible **construir un triángulo**; para ello se pueden utilizar instrumentos geométricos. Por ejemplo, dadas las longitudes **a**, **b** y **c**, para construir un triángulo se siguen estos pasos:

1° Se traza un segmento de longitud **a**.

2° Con la regla se considera la medida **c** y se traza un arco, haciendo centro en un extremo del segmento **a**.

3° Sobre una regla, se toma con el compás la medida **b** y se traza un arco con esa abertura desde el otro extremo del segmento **a**.

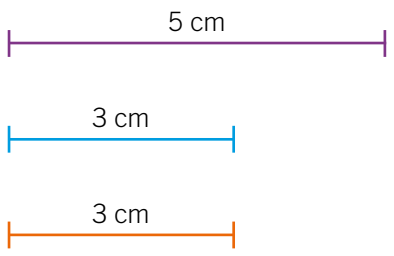
4° Se trazan segmentos desde el punto de intersección de los arcos hasta los extremos del segmento inicial.



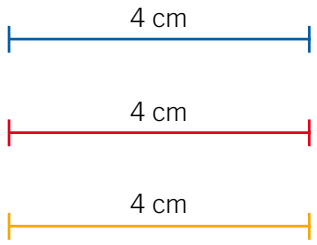
Practica

1. A partir de los siguientes segmentos, construye los respectivos triángulos. Luego, responde. Aplicar

a.

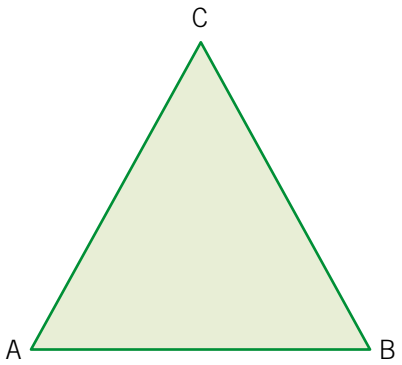


b.



c. Utilizando un transportador, mide los ángulos interiores de cada triángulo. Luego, compáralos y escribe dos diferencias.

2. Utilizando instrumentos geométricos, copia el siguiente triángulo construyendo sus lados y ángulos según corresponda. Analizar

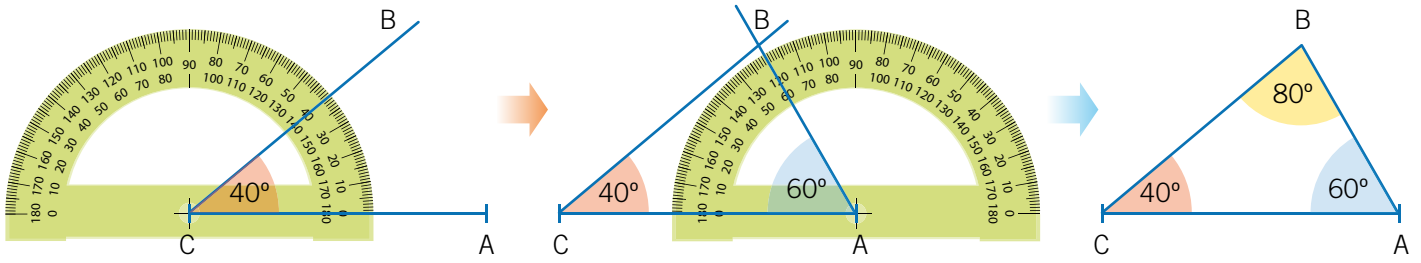


Construcción de triángulos según las medidas de sus ángulos

Observa y responde

Para construir un triángulo cuyos ángulos interiores midan 60°, 40° y 80°, es posible realizar lo siguiente:

- Teniendo el segmento CA de 5 cm, construye el ángulo ACB de 40°. Luego, en el vértice A construye el ángulo de 60°, y el otro ángulo necesariamente medirá 80°.

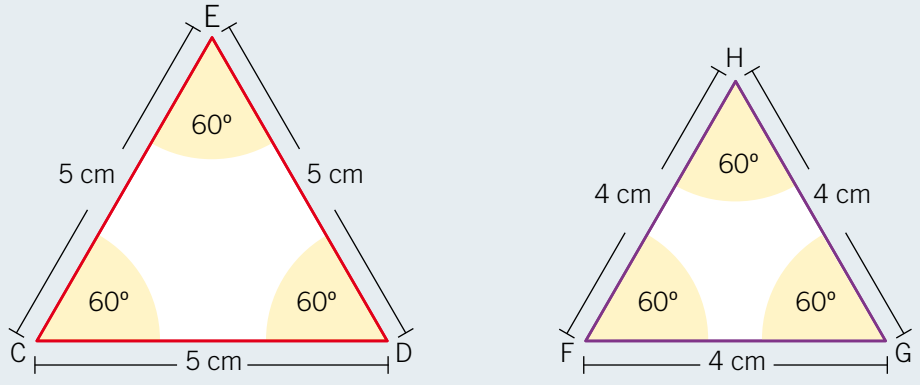


- Es posible afirmar que se puede construir otro triángulo con las mismas medidas angulares, pero con los lados de diferentes medidas. Explica.

Aprende

Si se conocen las **medidas de sus ángulos** se pueden **construir** todos los triángulos que se quiera con igual forma, pero de distinto tamaño. Si dos triángulos tienen sus ángulos interiores con iguales medidas, esto asegura solo que tienen igual forma, pero **no** asegura que tengan iguales tamaños.

Ejemplo: el triángulo CDE tiene las mismas medidas angulares que el triángulo FGH, pero las medidas de sus lados son distintas.



Practica

1. Construye dos triángulos distintos con las siguientes medidas angulares. Aplicar

a. Triángulo ABC, con m(∢CBA) = 40°, m(∢ACB) = 70°, m(∢BAC) = 70°.

b. Triángulo FGH, con m(∢HGF) = 40°, m(∢FHG) = 110°, m(∢GFH) = 30°.

2. Construye un triángulo con las siguientes características. Analizar

a. Triángulo PQR, donde m(∢QPR) = 50°, m(∢RQP) = 60°, y que el lado en común a estos ángulos mida 5 cm.

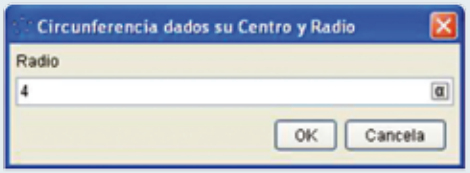
b. Triángulo KLM, donde m(∢LKM) = 90°, m($\overline{KL}$) = 3 cm, m($\overline{MK}$) = 4 cm.

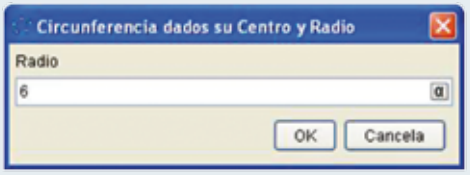
3. Utiliza el *software* geométrico GeoGebra para realizar la siguiente actividad, considerando la medida de los lados de un triángulo. Luego, responde. Analizar

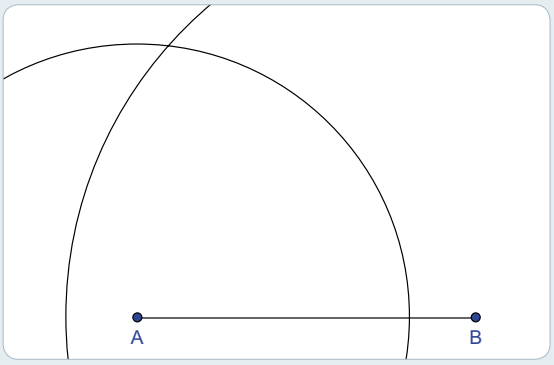
Para construir un triángulo cuyas medidas sean 4 cm, 5 cm y 6 cm, considera lo siguiente.

1° Presiona el triángulo sobre el botón , y elige la opción para construir un segmento con la medida que quieras. Para ello, debes presionar en una parte de la pantalla y luego seleccionar 5 cm.

2° Presiona el triángulo que aparece en la opción que aparece al presionar el botón y construye con centro en A una circunferencia de radio 4 cm y con centro en B una circunferencia de radio 6 cm.





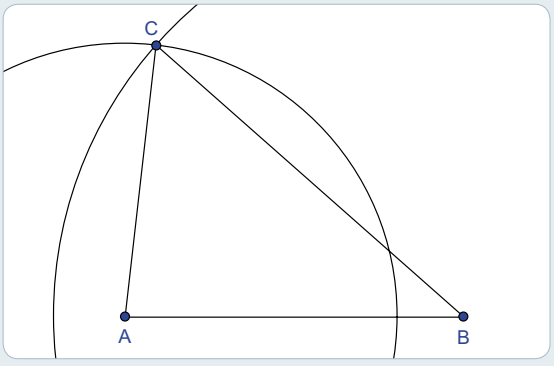


3° Utilizando la opción , presiona sobre el punto A y la intersección de los arcos. Realiza lo mismo sobre el punto B, y tendrás construido el triángulo ABC, cuyos lados miden:

$m(\overline{AB}) = 5$ cm

$m(\overline{BC}) = 6$ cm

$m(\overline{CA}) = 4$ cm



a. Construye dos triángulos cuyas medidas de sus lados sean:

Triángulo 1 ▸ 6 cm, 8 cm, 10 cm Triángulo 2 ▸ 5 cm, 12 cm, 13 cm

- Compara ambos triángulos según sus lados y sus ángulos. Luego, escribe sus similitudes y diferencias.

Similitudes: _____

_____

Diferencias: _____

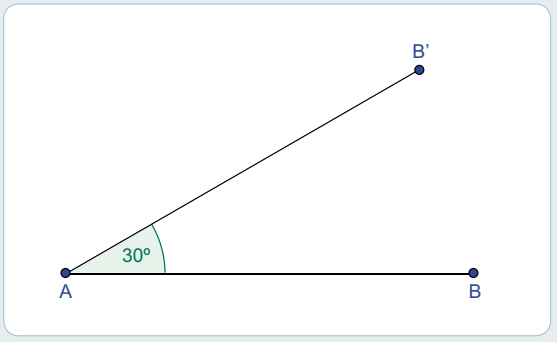
_____

4. Utiliza el *software* geométrico GeoGebra para construir un triángulo, considerando la medida de uno de sus lados y las medidas de dos de sus ángulos. Luego, responde. Analizar

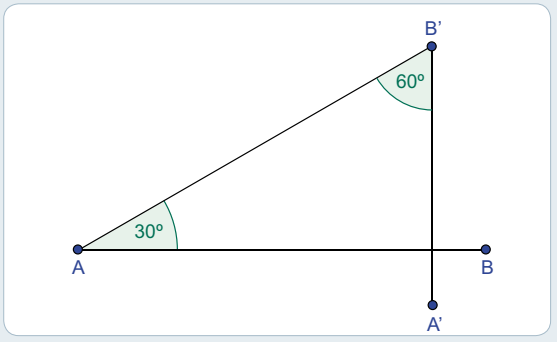
Uno de sus lados mide 6 cm y las medidas de dos ángulos interiores son 30° y 60°. Sigue estos pasos:

1° Presiona el triángulo sobre el botón y elige la opción para construir un segmento de la medida que quieras. Para ello, debes presionar en una parte de la pantalla y luego escribe 6 cm.

2° Haz clic sobre el triángulo que aparece en el botón y selecciona la opción que te permitirá construir un ángulo dada su amplitud; para ello, haz clic sobre el punto B y luego sobre el punto A, lo que te permite formar dicho ángulo. Enseguida, con la opción haz clic sobre los puntos A y B´.



3° Repite el paso anterior; pero ahora, debes hacer clic sobre A y B´ para construir el ángulo dada su amplitud. Finalmente, con la opción haz clic sobre los puntos B´ y A´.



a. Construye un triángulo con un lado que mida 4 cm y dos ángulos interiores que midan 45° cada uno. Luego, compáralo con el triángulo construido anteriormente.

Ponte a prueba

Construye 2 triángulos utilizando el *software* GeoGebra, regla y compás. Luego, compáralos.
Triángulo 1: medidas angulares: 40°, 50° y lado 7 cm.
Triángulo 2: medidas de sus lados: 9 cm, 12 cm, 15 cm.

Nota: la aplicación GeoGebra (www.geogebra.org), creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

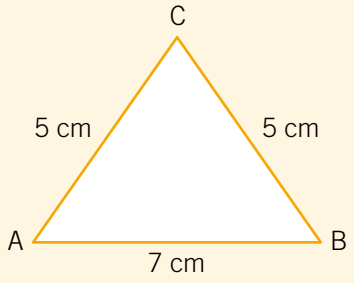
¿Cómo vas?

Polígonos regulares e irregulares

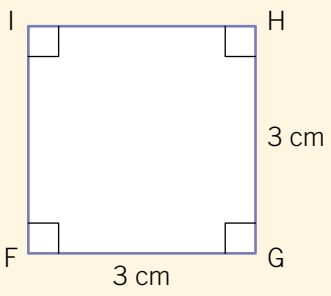
puntos 3

1. Clasifica cada polígono como regular o irregular.

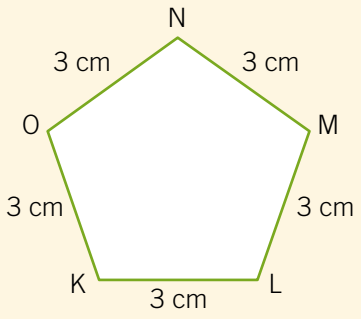
a.



b.



c.

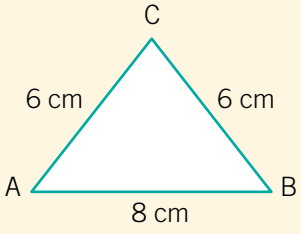


Triángulos

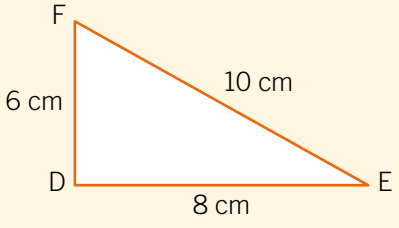
puntos 3

2. Observa los triángulos y escribe sus nombres según la medida de sus lados.

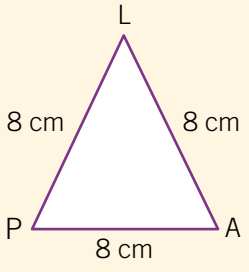
a.



b.



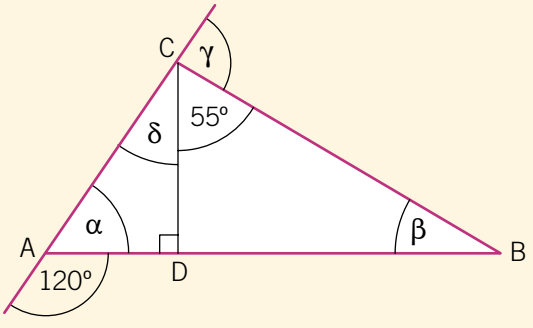
c.



Ángulos en un triángulo

puntos 4

3. Observa el triángulo y completa con las medidas de los ángulos pedidos.



α = _____

β = _____

γ = _____

δ = _____

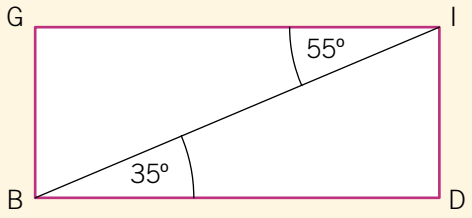
SANTILLANA

Ángulos en cuadriláteros

4. Determina las medidas de ángulos en los siguientes cuadriláteros.

puntos 4

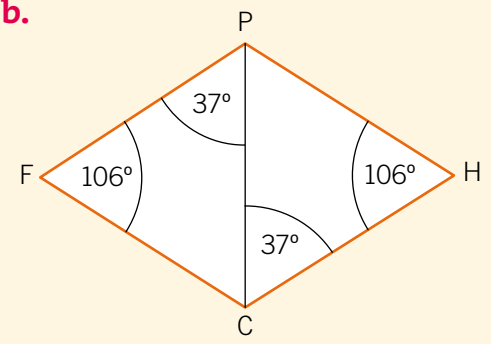
a. BDIG es un rectángulo.



m(∢BGI) = _____

m(∢BID) = _____

b.



m(∢CPH) = _____

m(∢PCF) = _____

Construcción de triángulos según las medidas de sus lados

5. Construye un triángulo cuyos lados tengan estas medidas: 2 cm, 4 cm y 5 cm.

puntos 3

Construcción de triángulos según las medidas de sus ángulos

6. Construye un triángulo que tenga un lado de 4 cm de longitud y en el que los ángulos que se forman en los extremos de este sean de 25° y 80°.

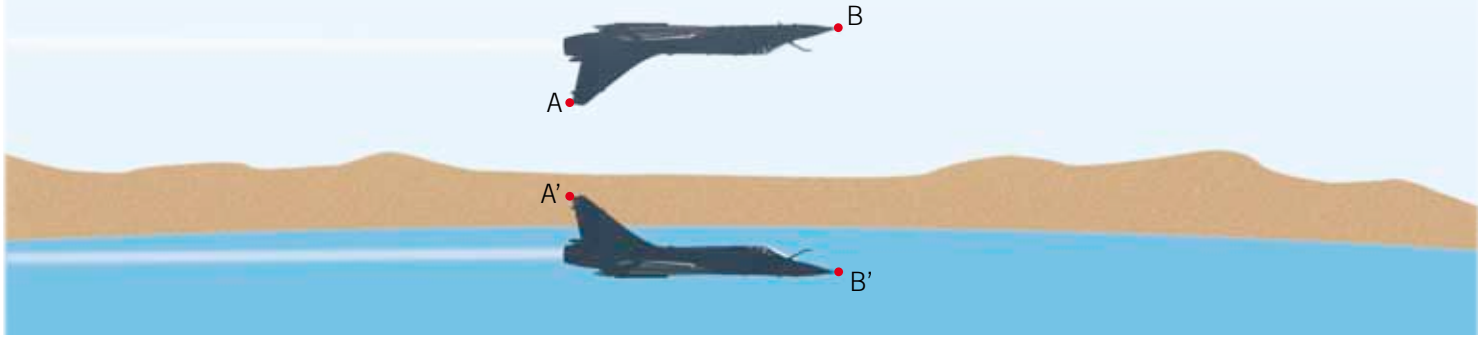
puntos 3

Teselaciones

Transformaciones isométricas

Observa y responde

Los aviones de acrobacias realizan un tipo de vuelo llamado espejo, que consiste en que uno de ellos viaja paralelo al horizonte en forma natural y otro en posición invertida sobre el primero, tratando de provocar el efecto visual de la reflexión entre ambos aviones.



- Marca con un ✔ si la afirmación es verdadera y con una ✖, si es falsa.

☐ En la imagen, el punto A de un avión se relaciona con el punto A' del otro.

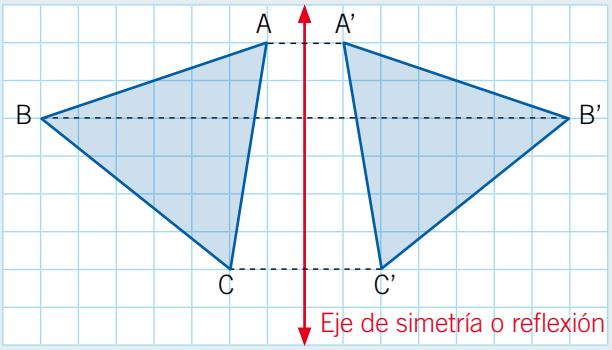
☐ La longitud del segmento que une A y B es igual al que une A' y B'.

☐ La distancia entre A y B' es mayor que la que hay entre los puntos A' y B'.

Aprende

Una **transformación isométrica** modifica la posición de una figura geométrica en un plano, manteniendo inalterable la longitud de sus lados y las medidas de los ángulos que la componen.

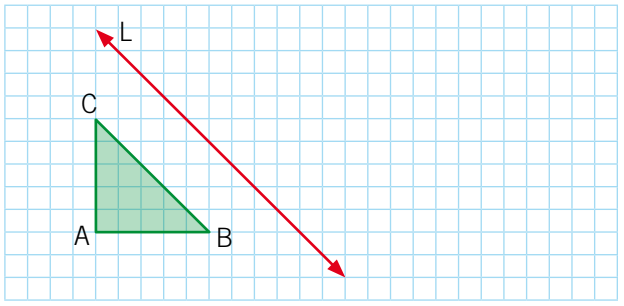
La **reflexión** respecto de una recta llamada **eje de simetría o reflexión** es una transformación isométrica, en la que, a cada punto A de la figura original, le corresponde un punto A' de la figura imagen.



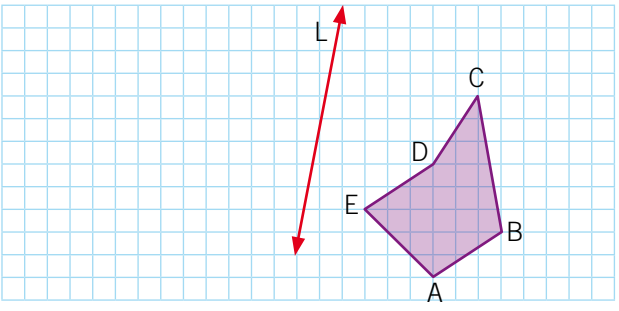
Practica

1. Dibuja la figura reflejada con respecto al eje dibujado. Aplicar

a.

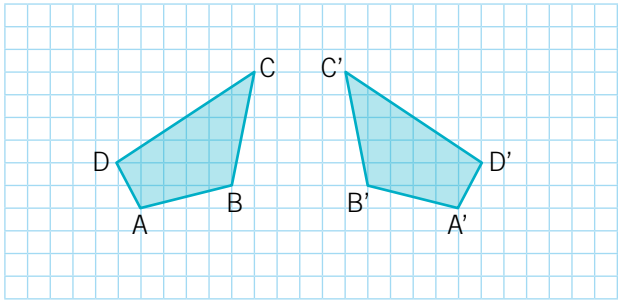


b.

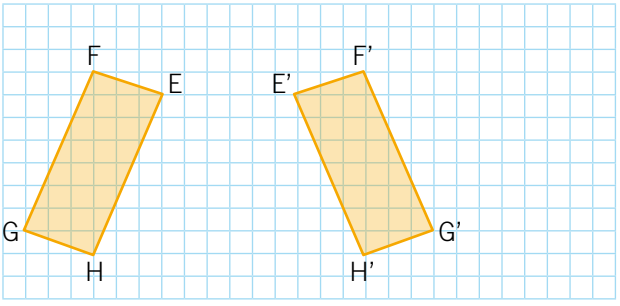


2. Traza el eje de simetría en cada caso. Aplicar

a.

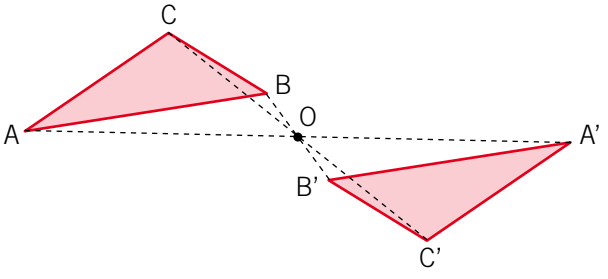


b.



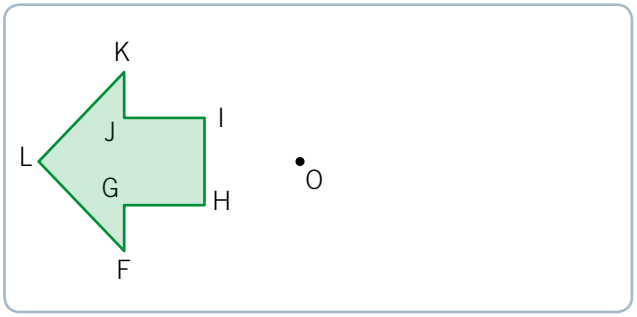
3. Lee la siguiente información y luego responde. Analizar

La simetría central es un movimiento en el plano, en el cual a cada punto de una figura le corresponde otro punto que está a la misma distancia de un punto dado. El punto **O es el centro de simetría.**

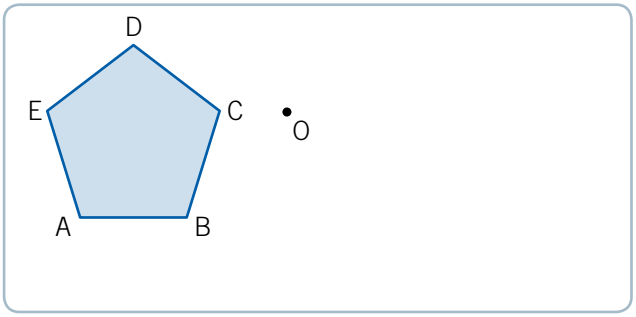


Dibuja una simetría central con respecto al punto O.

a.



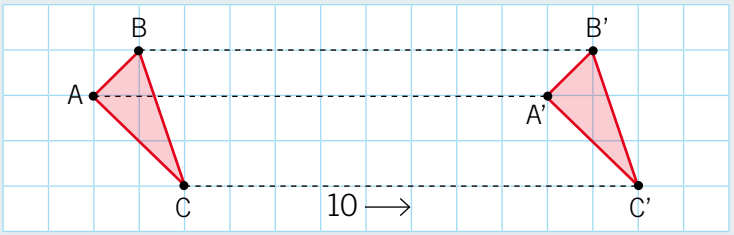
b.



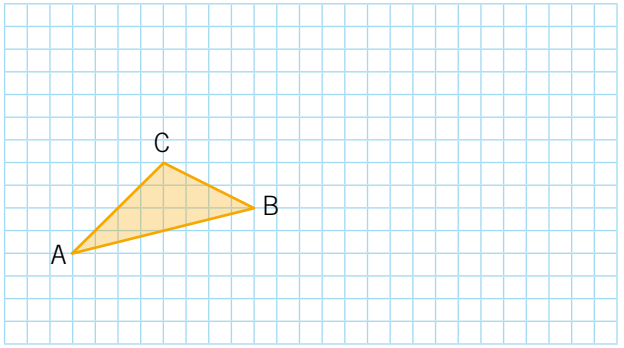
4. Analiza la siguiente información y luego responde. Aplicar

La **traslación** es una transformación isométrica en el plano que se describe mediante segmentos orientados. Cada segmento corresponde a un movimiento en línea recta que tiene una distancia y una dirección.

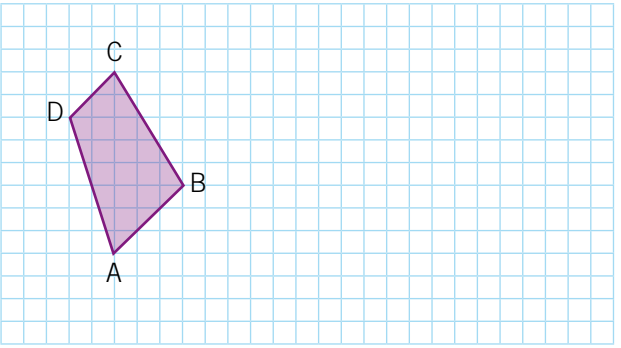
Ejemplo: el triángulo ABC se traslada 10 unidades a la derecha formando la figura imagen del triángulo, es decir, el triángulo A'B'C'.



a. El triángulo ABC se traslada 4 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba.

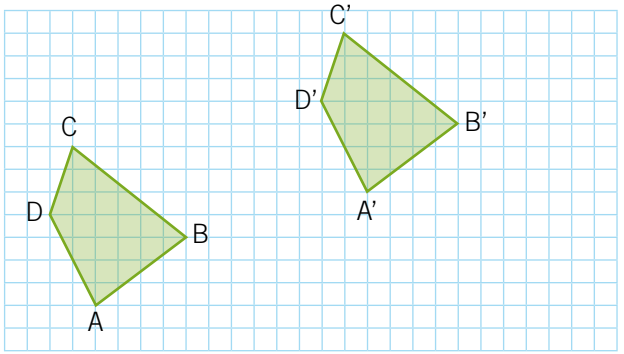


b. El cuadrilátero ABCD se traslada 7 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo.



5. Observa las siguientes figuras y luego describe la traslación realizada. Analizar

a.

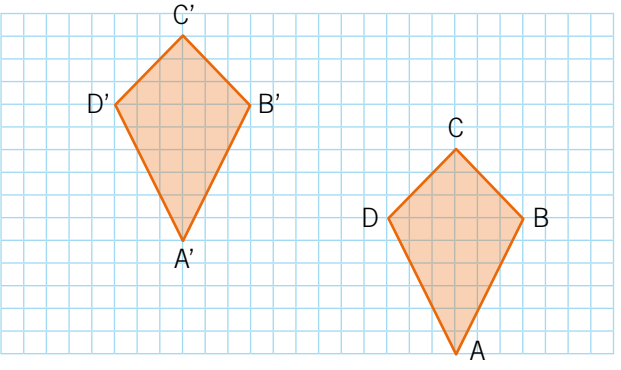


Descripción: _____

_____

_____

b.



Descripción: _____

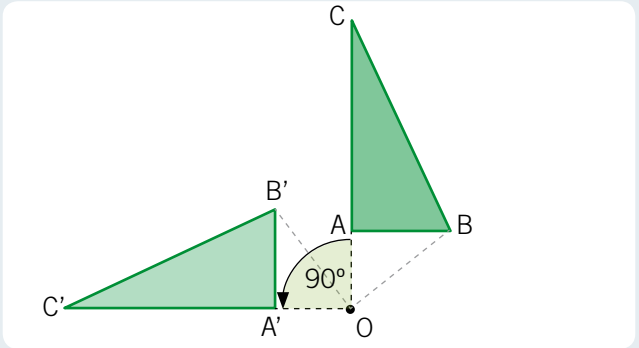
_____

_____

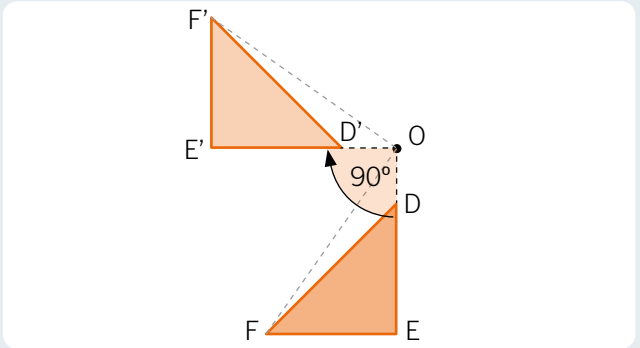
6. Analiza la siguiente información y luego responde. Analizar

La **rotación** es el movimiento que realiza una figura alrededor de un punto fijo llamado centro de rotación y un ángulo. Este punto puede estar dentro o fuera de la figura.

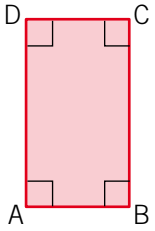
- Rotación en sentido antihorario y en 90° respecto del punto O.



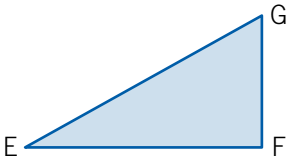
- Rotación en sentido horario y en 90° respecto del punto O.



a. Rota en 90° con centro en el punto B y sentido horario.

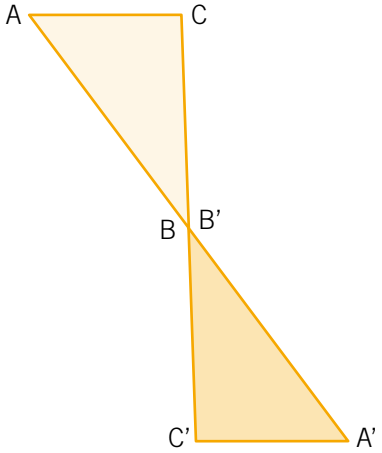


b. Rota en 180° con centro en E y sentido antihorario.

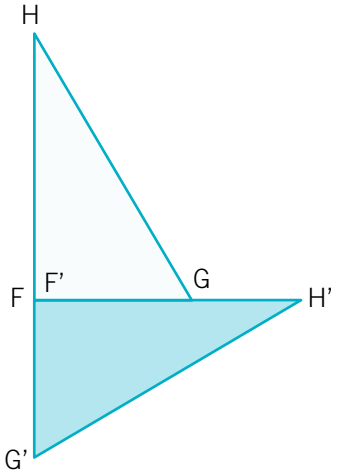


7. Escribe el centro de rotación para cada una de las siguientes rotaciones. Aplicar

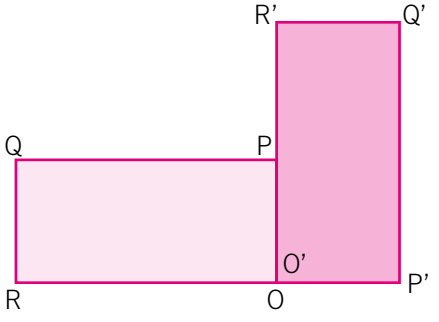
a.



b.



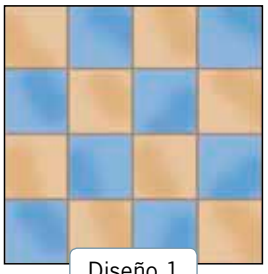
c.

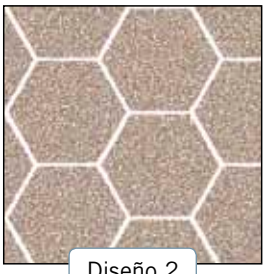


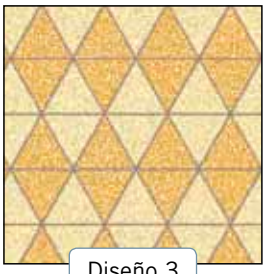
Teselaciones regulares

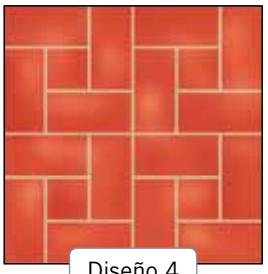
Lee y responde

Una familia que compró una casa quiere poner baldosas en su patio. Para ello, revisaron distintos diseños en una tienda.


Diseño 1


Diseño 2


Diseño 3


Diseño 4

- Marca con un ✔ si la afirmación es verdadera y con una ✖, si es falsa.

  ☐ Cualquier tipo de baldosas con forma de triángulo permite cubrir el piso.

  ☐ Se puede cubrir el piso con baldosas con forma de triángulos equiláteros.

  ☐ Con baldosas de forma hexagonal, es posible cubrir el piso sin que queden espacios.

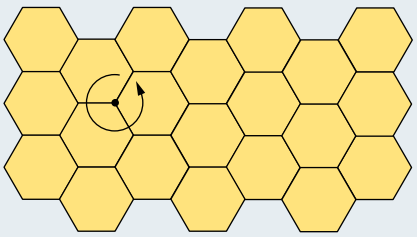
- Finalmente, se pondrán solamente baldosas que sean polígonos regulares. Explica qué opción u opciones puede escoger la familia y justifica tu respuesta.

Aprende

Una **teselación** (embaldosamiento) es el recubrimiento de una superficie plana que cumple la condición de que las figuras utilizadas no se superponen (no quedan una sobre otra) y no hay espacios entre ellas.
Las teselaciones se obtienen a partir de la aplicación de **transformaciones isométricas** sucesivas sobre una figura inicial.
Las **teselaciones regulares** son aquellas que cubren el plano utilizando solo polígonos regulares.
Los únicos polígonos regulares que cubren completamente el plano son:

- el triángulo equilátero.
- el cuadrado.
- el hexágono.

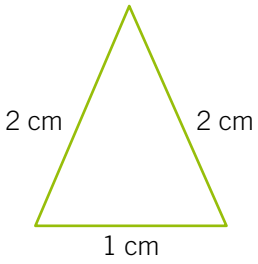
Ejemplo: al realizar una rotación sobre el vértice de un hexágono regular en forma sucesiva, se obtiene el siguiente embaldosado:



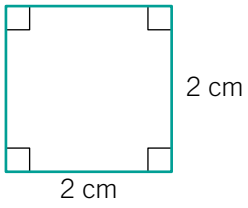
Practica

1. Marca con un ✔ las figuras con las que es posible teselar completamente el plano. En caso contrario, marca con una ✖. Identificar

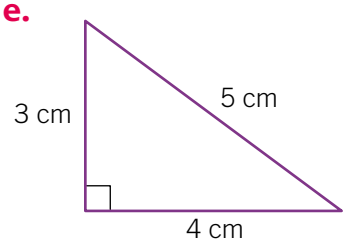
a. ☐



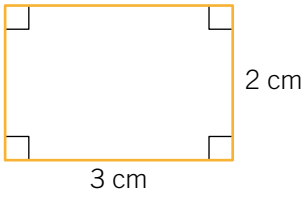
c. ☐



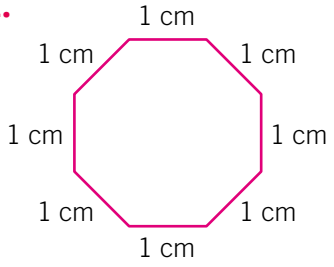
e. ☐



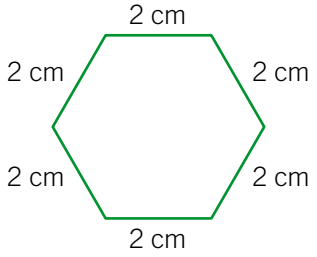
b. ☐



d. ☐

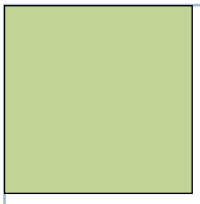


f. ☐

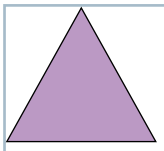


2. Aplicando transformaciones isométricas, dibuja un embaldosado para cada recuadro. Aplicar

a.

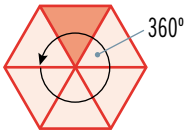


b.



Ojo con...

Para identificar una teselación, los ángulos que concurren en un vértice deben sumar 360°. De este modo no quedan espacios entre las figuras.



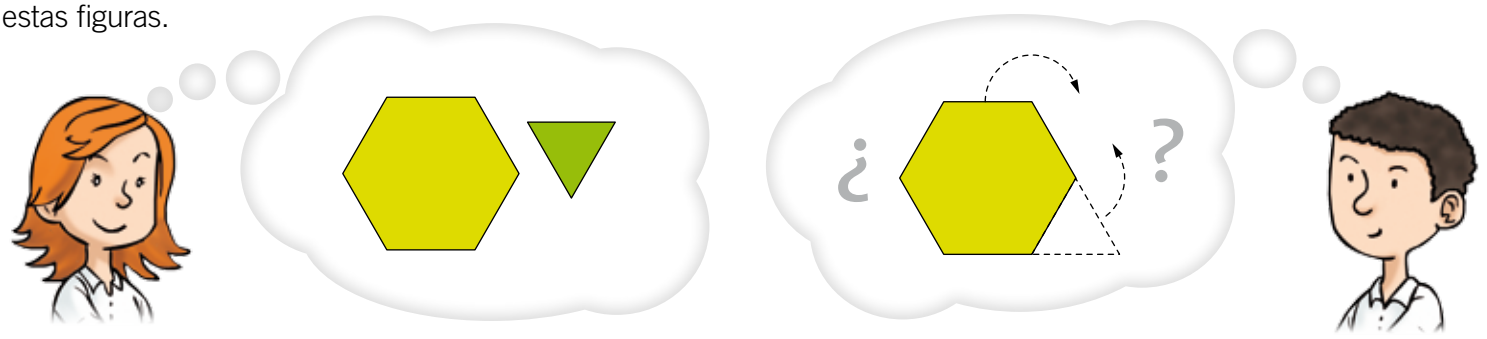
Conectad@s

Ingresa a:
www.casadelsaber.cl/mat/605
y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

Teselaciones semirregulares y no regulares

Observa y responde

Martina piensa en dos polígonos regulares para teselar el plano y le pregunta a Patricio cómo puede hacerlo con estas figuras.



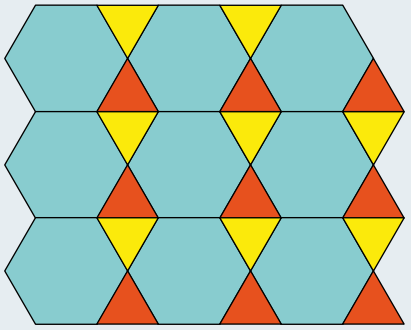
Patricio le responde que las puede "juntar" de alguna forma, ya que son polígonos regulares.

- Encierra la afirmación verdadera.
  - Los polígonos en que piensa Martina no pueden teselar el plano.
  - Los polígonos en que piensa Martina pueden teselar el plano.
- Marca con un ✔ la representación que corresponda a la combinación que permita teselar el plano.

Aprende

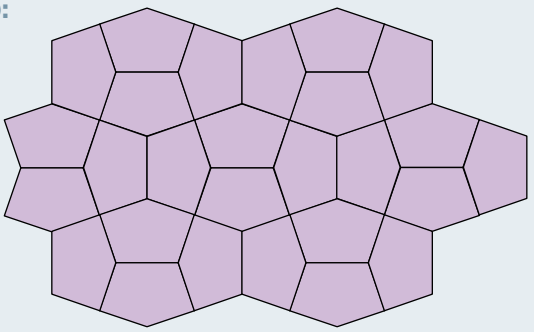
Una **teselación semirregular** es aquella que está formada por 2 o más polígonos regulares.

Ejemplo:



Una **teselación no regular** es aquella que está formada por polígonos irregulares.

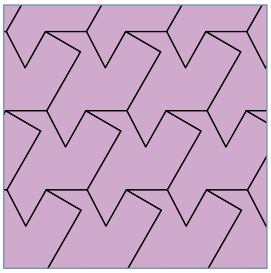
Ejemplo:



Practica

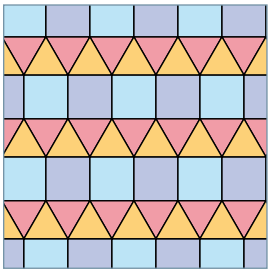
1. Escribe si la teselación es semirregular o no regular. Identificar

a.



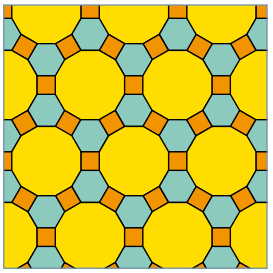
▶ _____

b.



▶ _____

c.

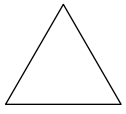


▶ _____

2. Lee atentamente y luego responde. Analizar

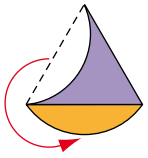
A partir de cualquier polígono que permita teselar una superficie, se pueden formar plantillas de diseño para realizar interesantes modelos. Observa el ejemplo:

1° Construye cualquier polígono.



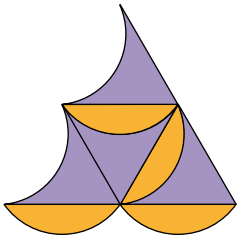
Triángulo equilátero

2° Considera una parte y la "rotas".



Rotación

3° Tesela la superficie plana con la figura obtenida.



Teselación

a. Considerando un cuadrado, construye una figura para teselar el plano.

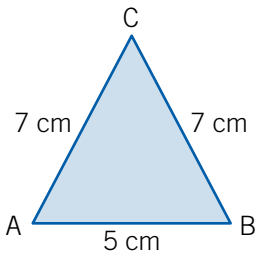
b. Considerando un hexágono regular, construye una figura para teselar el plano.

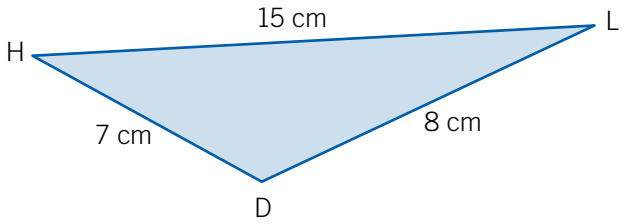
Ponte a prueba

Margarita afirma que es posible teselar el plano ocupando 2 cuadrados y 3 triángulos equiláteros, mientras que Isidora dice que el plano se puede teselar utilizando pentágonos regulares. Explica si ambas o una de ellas está en lo correcto.

Observa la resolución del siguiente problema

De los triángulos dibujados, ¿qué construcción es incorrecta?





PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

Con los datos de cada triángulo se quiere saber si es posible construirlo.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

Se puede saber la medida de cada lado de los triángulos.

Triángulo ABC ▸ $m(\overline{AB}) = 5$ cm, $m(\overline{BC}) = 7$ cm, $m(\overline{CA}) = 7$ cm

Triángulo DLH ▸ $m(\overline{DL}) = 8$ cm, $m(\overline{LH}) = 15$ cm, $m(\overline{HD}) = 7$ cm

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

Dadas las medidas de sus lados, ABC corresponde a un triángulo isósceles.

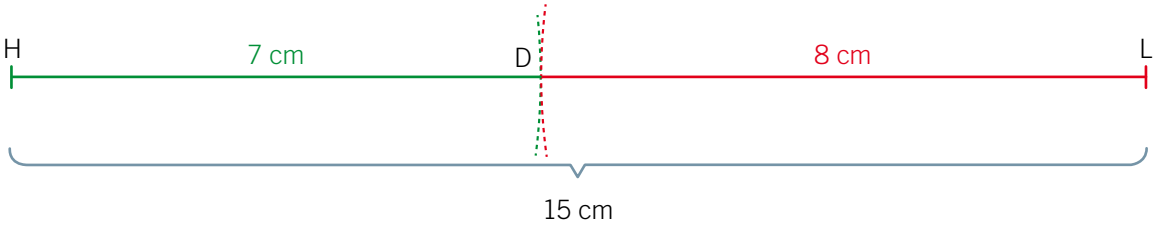
Para que se pueda construir el triángulo DLH debe cumplir la desigualdad triangular, es decir:

$$m(\overline{DL}) + m(\overline{HD}) < m(\overline{LH})$$

Al remplazar la medida de sus lados, se tiene "15 < 15", lo que **no** se cumple. Por lo tanto, no se puede construir el triángulo DLH.

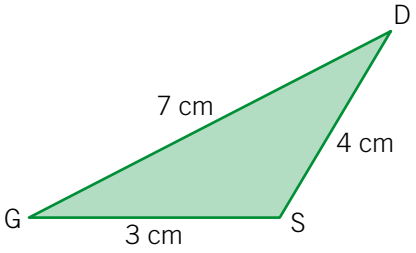
PASO 4 Revisa la solución.

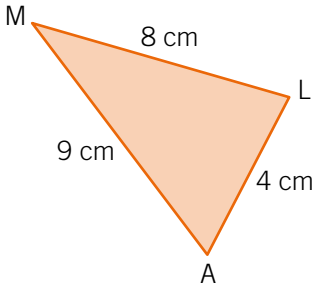
Al construir los segmentos del triángulo DLH, se observa que estos no pueden formar dicho triángulo.



Ahora hazlo tú

De los triángulos dibujados, ¿qué construcción es incorrecta?





PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

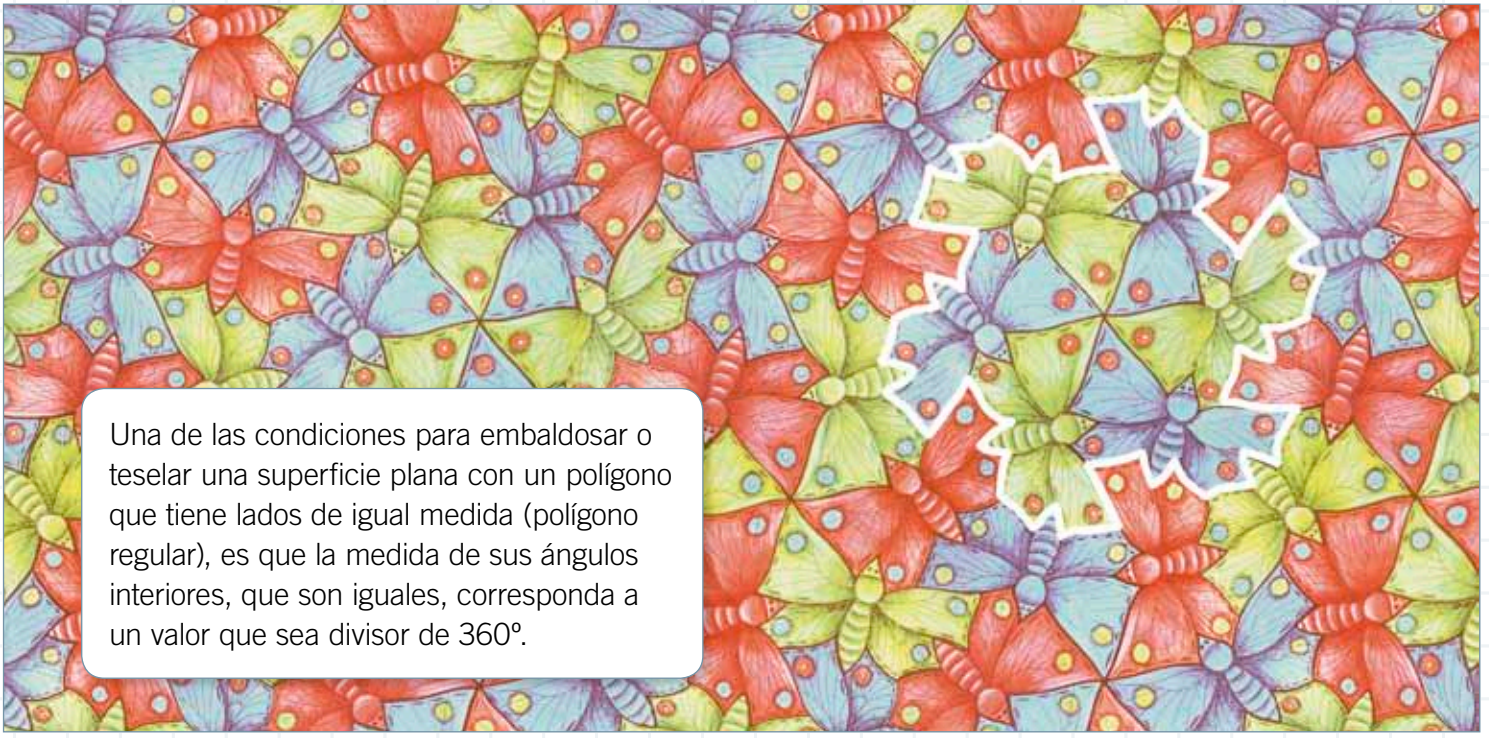
PASO 4 Revisa la solución.

Competencias para la vida

El estudio de **teselaciones** me ayuda a comprender obras de arte

El pintor holandés Maurits Cornelis Escher (1898-1972) dejó los estudios de arquitectura para dedicarse al arte. Dominó técnicas de grabado en madera, pero en lo que más se destacó fue en sus dibujos sobre realidades imposibles y las obras donde utilizó isometrías.

"Symmetry Drawing" (detalle), de M. C. Escher



Una de las condiciones para embaldosar o teselar una superficie plana con un polígono que tiene lados de igual medida (polígono regular), es que la medida de sus ángulos interiores, que son iguales, corresponda a un valor que sea divisor de 360°.

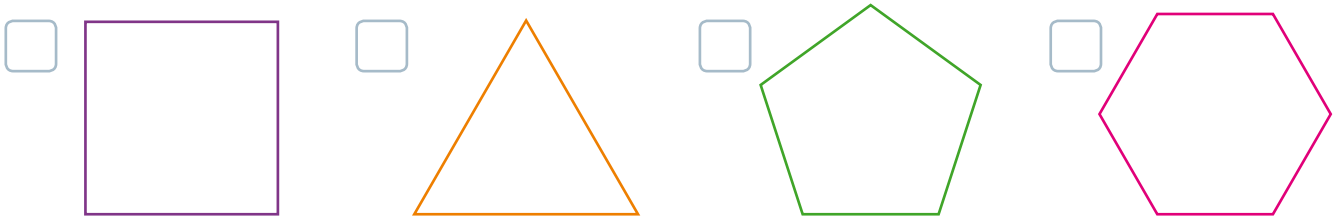
Competencia matemática

Responde, según la información entregada.

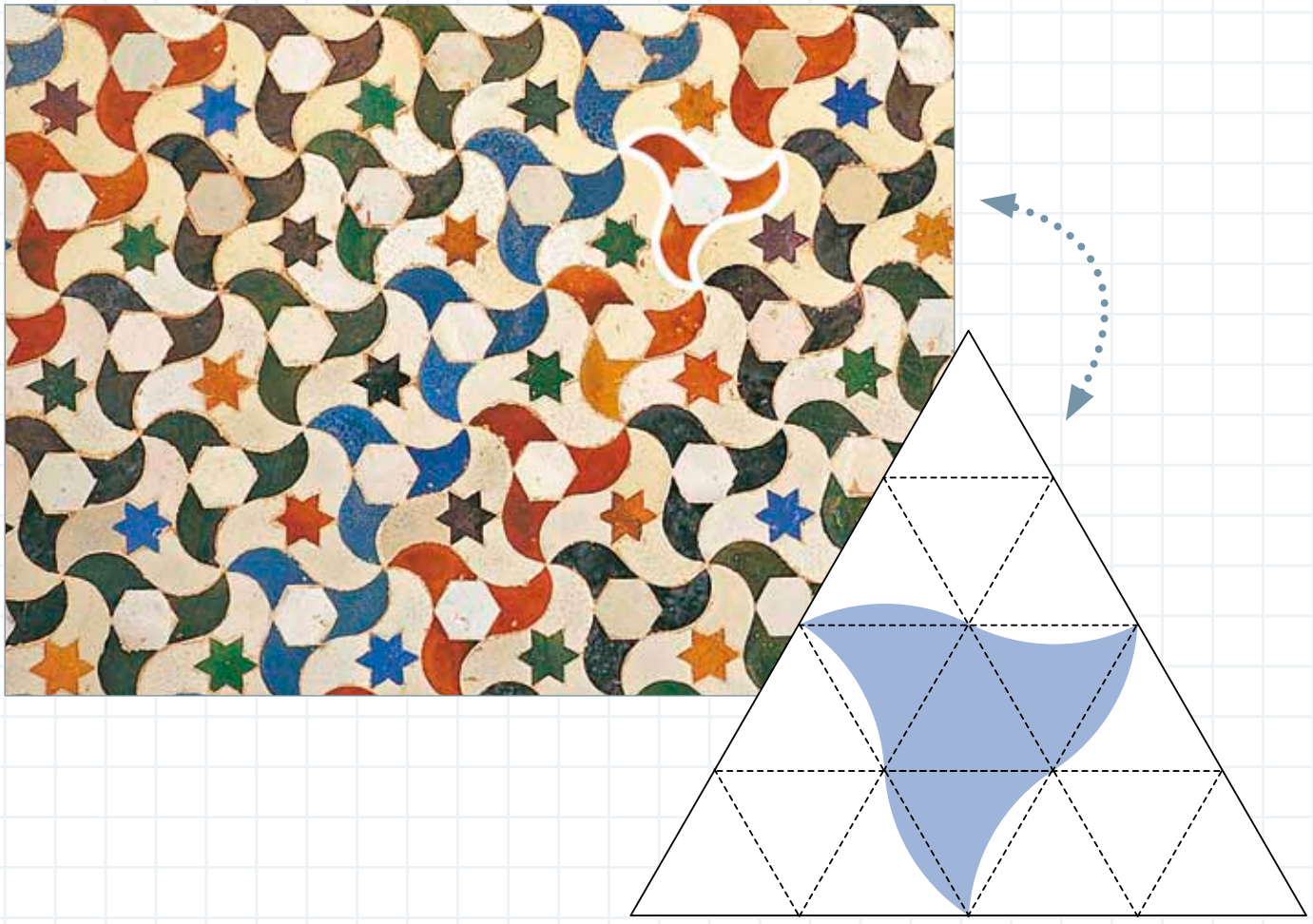
- ¿Qué condición deben cumplir los polígonos que permitan teselar una superficie plana?

_____

- Marca con un ✔ el polígono regular que permite teselar el plano. En caso contrario, marca con una ✖.



En el palacio de La Alhambra, en España, es posible observar algunas teselaciones de distinto tipo. Gracias a ellas nos podemos deleitar con la maravilla que produce la combinación de arte y geometría. En particular, parte de la imagen mostrada, que se encuentra en este apreciado monumento histórico hispano-árabe, se puede relacionar con las sucesivas deformaciones de un triángulo equilátero.



Competencia cultural y artística

Reflexiona y comenta.

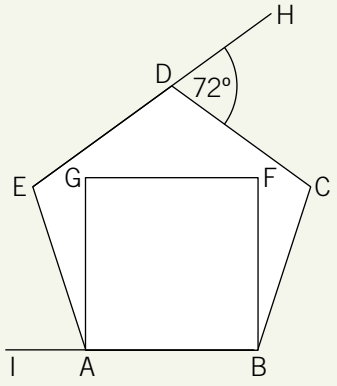
- ¿En qué continente se encuentra España?
- ¿Qué figura geométrica utilizó Escher como base para lograr la teselación de la página anterior?
- Explica alguna técnica de dibujo que se relacione con la obra de Escher.
- Construye un diseño de embaldosado, parecido al del palacio de la Alhambra.

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

1. La figura está formada por un pentágono regular ABCDE y un cuadrado ABFG. ¿Cuál es la medida del ángulo GAE?



A. 18°
B. 72°
C. 108°
D. 198°

Análisis de las alternativas

A. El ángulo EDC corresponde al suplemento del ángulo CDH, que coincide con un ángulo interior del pentágono ABCDE. Debido a que el pentágono es regular, todos sus ángulos interiores tienen igual medida, es decir, el ángulo BAE mide 108°. Considerando que los ángulos interiores de un cuadrado miden 90°, se obtiene m(∢GAE) = 108° – 90° = 18°.

B. En esta alternativa, se confunde el ángulo pedido, con el ángulo EAI. Como este ángulo coincide con el ángulo CDH, se cree que es la medida pedida.

C. En este caso, se calcula el suplemento de 72°, es decir, 180° – 72°. De esta manera, se determina el ángulo interior del pentágono, faltando completar los cálculos para obtener la medida del ángulo pedido.

D. En este caso, se suma la medida del ángulo interior del pentágono y la medida del ángulo interior del cuadrado: 108° + 90° = 198°, valor que no corresponde a la medida del ángulo GAE.

▸ Por lo tanto, la alternativa **A** es la correcta.

1. ~~A~~ B C D

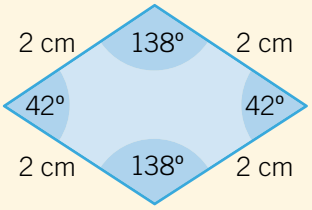
¿Qué aprendiste?

Evaluación final

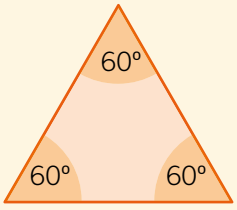
puntos 4

1. Clasifica los siguientes polígonos en regulares o irregulares.

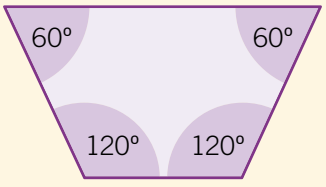
a.



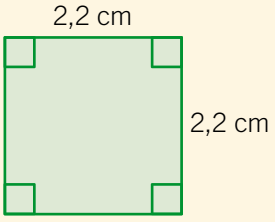
c.



b.



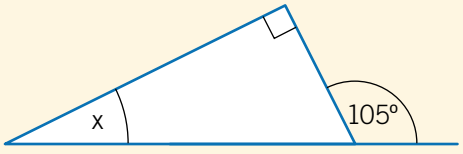
d.



puntos 2

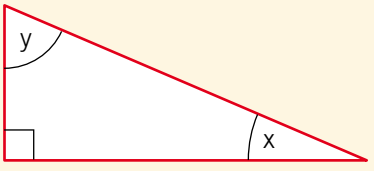
2. Observa cada figura y calcula los ángulos pedidos en cada caso.

a.



$\sphericalangle x =$ _____

b.



$\sphericalangle x + \sphericalangle y =$ _____

puntos 4

3. Utilizando regla y compás, verifica si se puede construir cada triángulo.

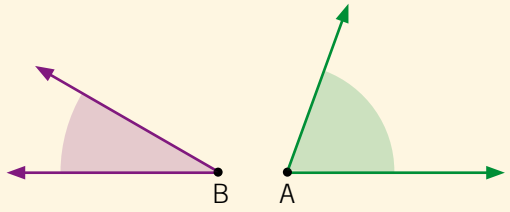
a. Un triángulo equilátero cuyo lado mida 3 cm.

b. Un triángulo isósceles rectángulo con lados que midan 2 cm, 2 cm y 5 cm

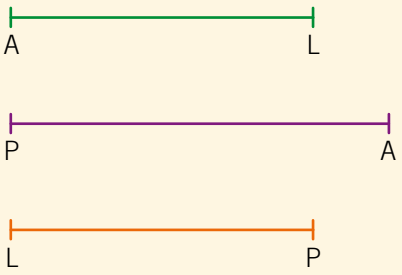
4. Construye los triángulos según los elementos entregados.

puntos 4

a.



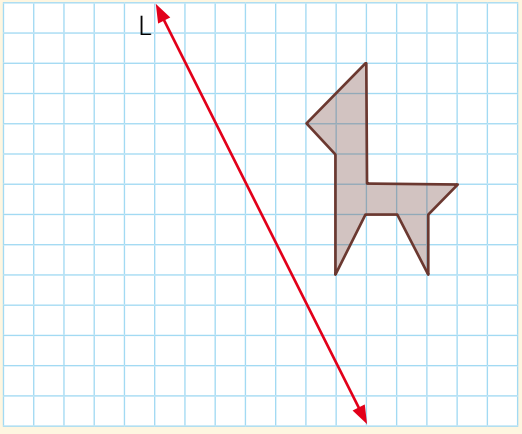
b.



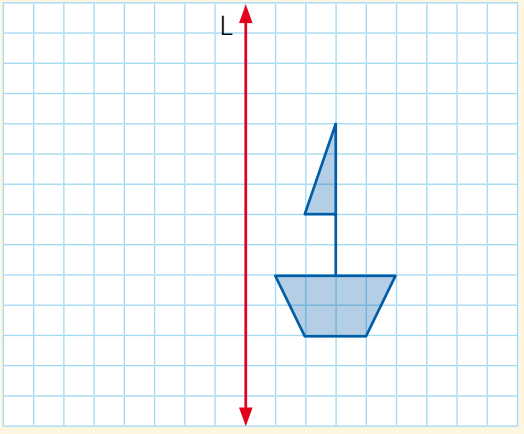
5. Dibuja la figura simétrica con respecto al eje L en cada caso.

puntos 2

a.



b.



6. La figura geométrica está compuesta por 2 cuadrados y 3 triángulos equiláteros. Completa el recuadro embaldosando con dicha figura.

puntos 4

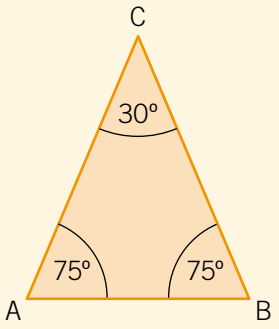
puntos 4

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

7. ¿Cuál de los siguientes polígonos es regular?

- **A.** Trapezoide.
- **B.** Rectángulo.
- **C.** Cuadrado.
- **D.** Triángulo isósceles.

8. ¿Cómo se clasifica el triángulo ABC?

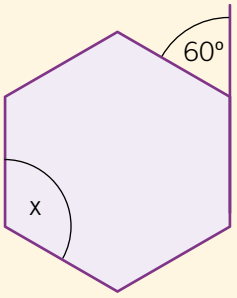


- **A.** Equilátero.
- **B.** Isósceles rectángulo.
- **C.** Escaleno acutángulo.
- **D.** Isósceles acutángulo.

9. Las siguientes son las medidas de los ángulos de diferentes triángulos. ¿Cuál de ellos es un triángulo escaleno rectángulo?

- **A.** 50°, 60° y 70°
- **B.** 30°, 60° y 90°
- **C.** 45°, 45° y 90°
- **D.** 20°, 40° y 120°

10. La figura es un hexágono regular. ¿Cuál es la medida del ángulo **x**?



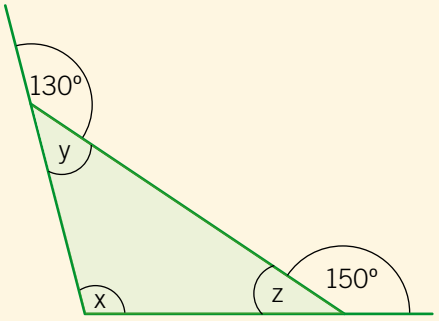
- **A.** 60°
- **B.** 90°
- **C.** 120°
- **D.** 180°

puntos 4

11. ¿Cuál es la medida de cada ángulo interior de un triángulo equilátero?

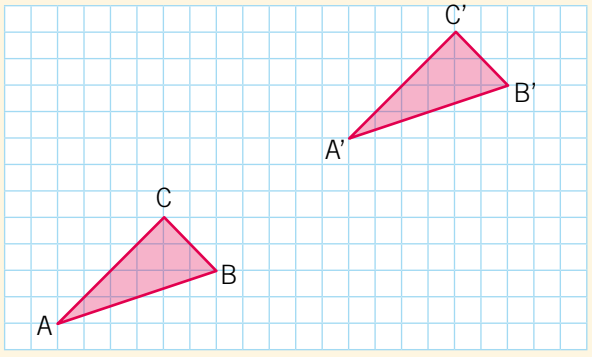
A. 30°
B. 60°
C. 120°
D. 180°

12. ¿Cuál es la medida de x + y?



A. 100°
B. 130°
C. 150°
D. 180°

13. Al triángulo ABC se le aplicó una traslación, de la que resultó el triángulo A'B'C'. ¿Cuánto se desplazó la figura original?



A. 7 unidades hacia la derecha y 11 unidades hacia arriba.
B. 7 unidades hacia la izquierda y 11 unidades hacia abajo.
C. 11 unidades hacia la derecha y 7 unidades hacia arriba.
D. 11 unidades hacia la izquierda y 7 unidades hacia abajo.

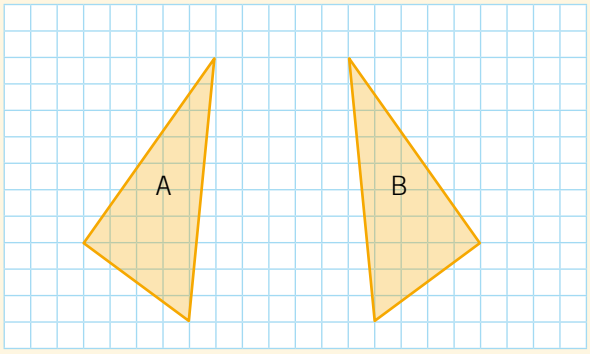
14. ¿Cuál de los siguientes cuadriláteros **no** es un paralelógramo?

A. Rombo.
B. Romboide.
C. Trapezoide.
D. Rectángulo.

15. ¿Qué transformación isométrica se aplicó a la figura A para obtener la figura B?

puntos 4

A. Teselación.
B. Traslación.
C. Rotación.
D. Reflexión.



16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **verdadera**?

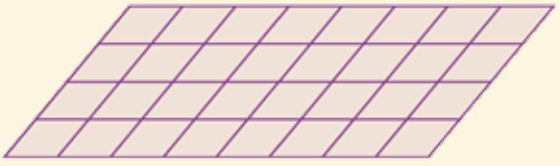
A. Una traslación se realiza respecto de una recta.
B. Una rotación puede ser equivalente a una simetría central.
C. Las simetrías centrales se construyen respecto de un punto.
D. Para realizar la rotación de una figura se necesita saber su sentido.

17. ¿Con cuál de los siguientes polígonos **no** es posible teselar una superficie plana?

A. Cuadrado.
B. Rectángulo.
C. Pentágono regular.
D. Triángulo equilátero.

18. ¿A qué tipo de teselación corresponde el embaldosado que se muestra?

A. Regular.
B. No regular.
C. Semirregular.
D. Rotada.



Hogar Fichas complementarias

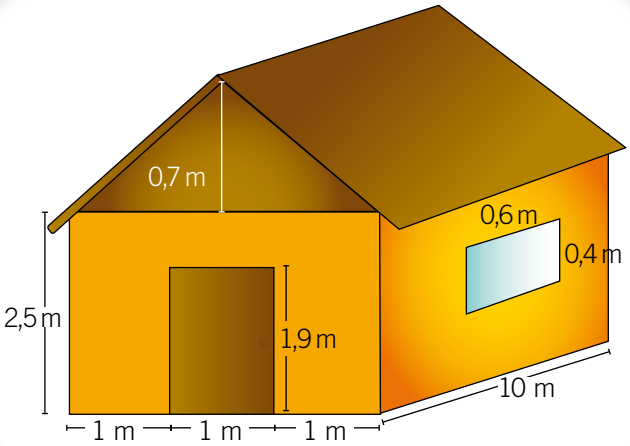
Busca Prepara la prueba 6

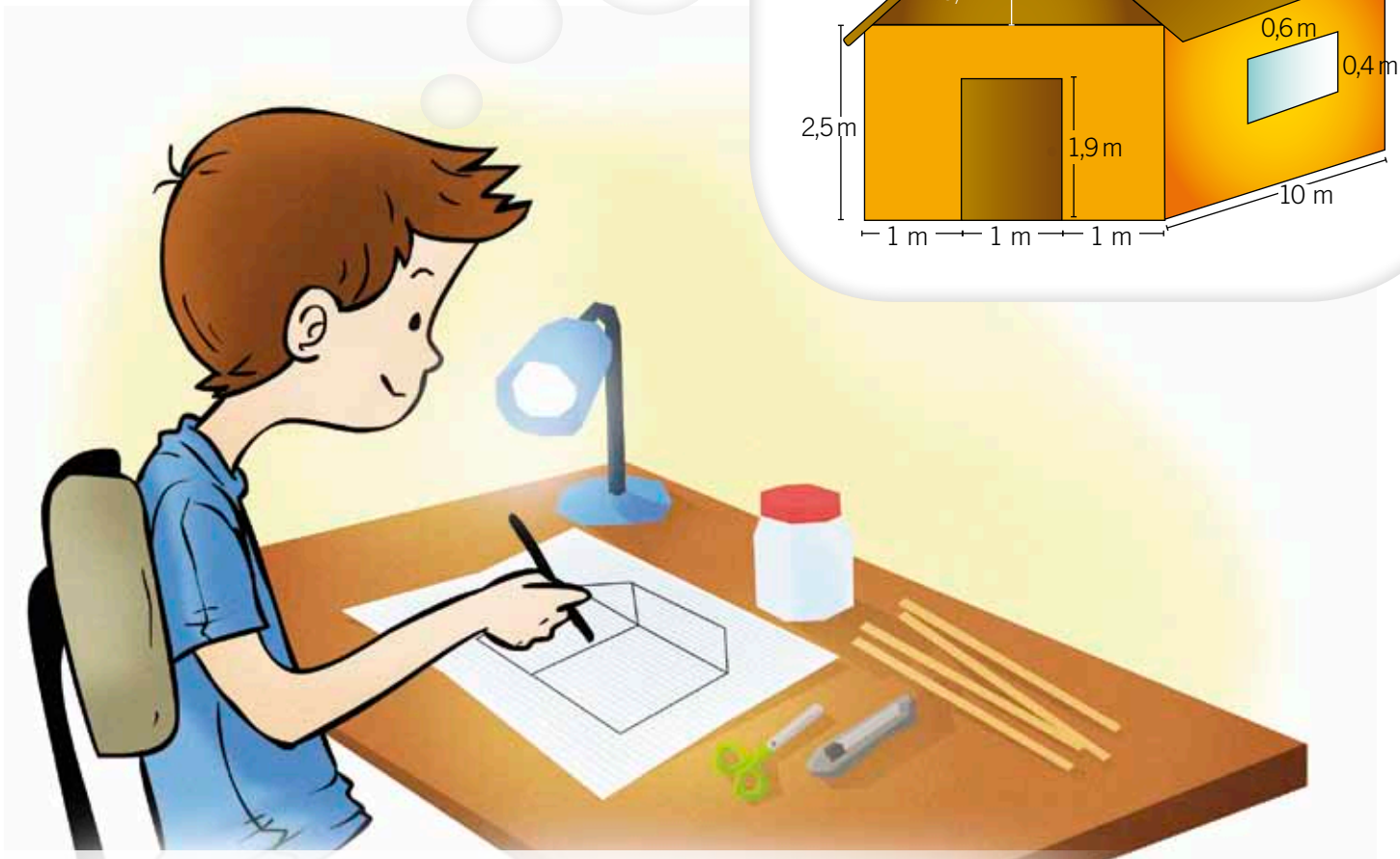
Unidad 7

Área y volumen

Se pueden representar muchas de las cosas que nos rodean mediante modelos a escala construidos en tamaños reducidos.

Martín está diseñando un tipo de vivienda a escala para presentarla en una exposición en su colegio.





En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer prismas, paralelepípedos y sus elementos.
- Analizar las redes de construcción de paralelepípedos.
- Calcular el área de cubos y de paralelepípedos, mediante sus redes de construcción.
- Conocer las unidades de medida de volumen.
- Calcular el volumen de un cubo y de un paralelepípedo recto.
- Analizar situaciones de variación de medidas en un cubo y en un paralelepípedo.
- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas.

Presentación multimedia

Planificaciones

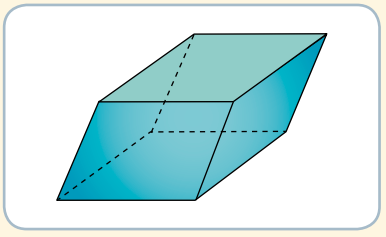
¿Qué sabes?

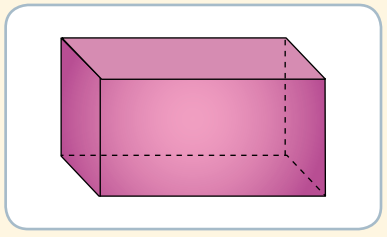
A partir de la imagen, responde.

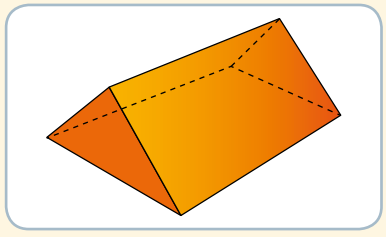
1. Nombra tres figuras geométricas que reconozcas en la casa que está dibujando Martín.

▸ _____ ▸ _____ ▸ _____

2. ¿Con cuál o cuáles de los siguientes cuerpos geométricos es posible representar la estructura del techo de la imagen anterior?







3. Completa con lo pedido en cada caso.

a. La altura de la puerta mide _____.

b. La medida del largo de la casa es _____.

c. La medida del ancho de la casa es _____.

4. Calcula y completa en cada caso.

a. El área de la puerta es ▸ _____.

b. Si en lugar de una, la casa tuviera otra ventana más igual a la que se muestra, ¿cuál sería el área de ambas?

▸ _____

5. Dibuja según lo pedido.

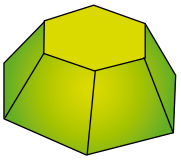
La vista frontal de la casa.

La vista desde arriba de la casa.

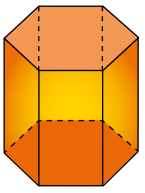
Paralelepípedos y redes de construcción

Prismas

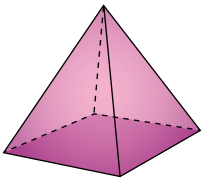
Observa y responde



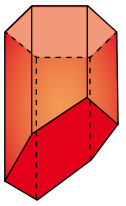
Cuerpo A



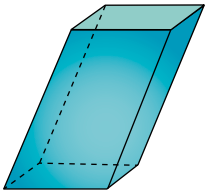
Cuerpo B



Cuerpo C



Cuerpo D



Cuerpo E

- Marca con un ✔ la casilla del cuerpo geométrico que tenga la característica dada.

Cuerpos	A	B	C	D	E
Sus caras laterales son paralelógramos.	☐	☐	☐	☐	☐
Sus caras basales son polígonos de igual forma y tamaño.	☐	☐	☐	☐	☐
Sus caras basales son paralelas.	☐	☐	☐	☐	☐

- ¿Qué cuerpos geométricos presentan las tres características?

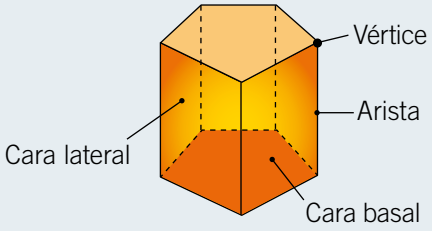
_____

Aprende

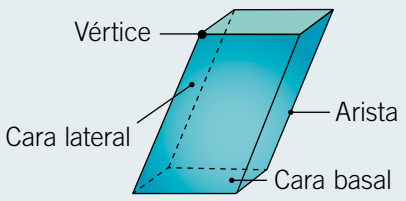
Un **prisma** es un poliedro (cuerpo geométrico formado por caras planas) limitado por dos caras poligonales paralelas llamadas **caras basales**, que tienen igual forma y tamaño. Sus **caras laterales** son paralelógramos.

Un prisma es **recto** si sus caras laterales son perpendiculares a sus caras basales. Si no, se dice que el prisma es **oblicuo**. En general, un prisma se nombra según el polígono de su base. Por ejemplo, el siguiente prisma es recto de base **pentagonal**.

Prisma recto de base pentagonal

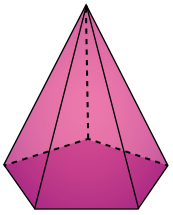
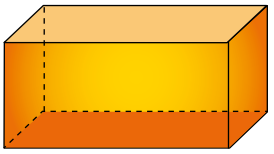
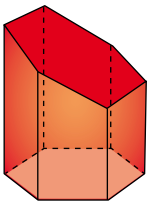
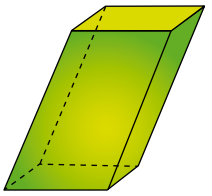


Prisma oblicuo



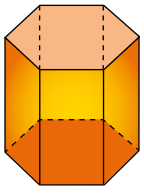
Practica

1. Marca con un ✔ aquellos cuerpos geométricos que son prismas. Clasificar

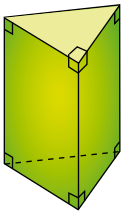





2. Escribe el nombre de cada prisma, según el polígono de su base. Clasificar

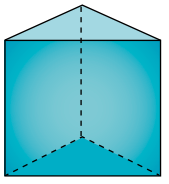
a.



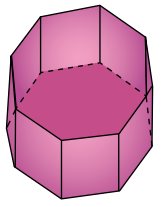
b.



c.



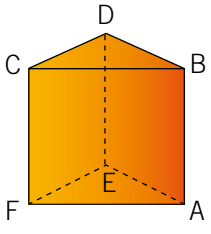
d.



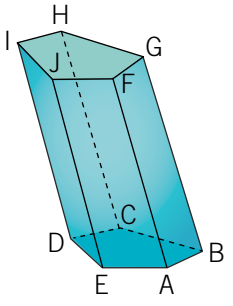
3. Lee y luego responde. Analizar

En una construcción se utilizarán diferentes estructuras que se pueden representar con los cuerpos geométricos que se muestran a continuación:

Prisma 1



Prisma 2



a. Escribe la cara que corresponde a la base del prisma 1. ▸ _____

b. Escribe las caras laterales del prisma 2.

_____

c. De acuerdo a las bases, escribe la clasificación de cada prisma.

Prisma 1 ▸ _____ Prisma 2 ▸ _____

Paralelepípedos

Observa y responde

Las torres Kio, en Madrid, son los primeros rascacielos inclinados del mundo. Alcanzan una altura de 114 metros y su inclinación es de 15° respecto de la línea vertical.

Fuente: www.arquigrafico.com
Recuperado el 20 de agosto de 2012.

- ¿A qué tipo de cuerpo geométrico se asemejan las torres?

  _____

- ¿Qué polígono se asemeja a sus caras basales? _____

- Marca con un ✔ el nombre del polígono que se relaciona con las caras laterales.

  ☐ Rectángulo ☐ Rombo ☐ Cuadrado ☐ Romboide

- Completa la siguiente tabla con la cantidad de vértices, aristas, caras laterales y caras basales que tendría el cuerpo geométrico que se relaciona con cada edificio de la imagen.

	Cantidad de aristas	Cantidad de caras laterales	Cantidad de caras basales
Cuerpo geométrico			

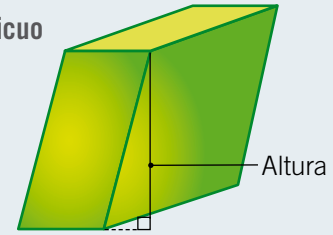
Aprende

Un **paralelepípedo** es un prisma limitado por seis paralelógramos, paralelos dos a dos. Sus caras opuestas tienen igual forma y tamaño.

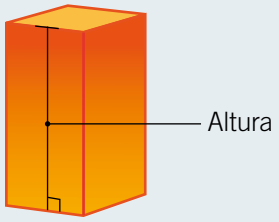
Si las caras son rectángulos o cuadrados, es un **paralelepípedo recto**; mientras que si sus caras son rombos o romboides, es un **paralelepípedo oblicuo**. Un caso particular es el **cubo**, porque tanto sus caras basales como sus caras laterales son cuadrados.

La **altura** de un paralelepípedo corresponde al segmento perpendicular a sus caras basales que se puede trazar desde una de sus bases a la otra. En el caso de los paralelepípedos rectos, la medida de la altura coincide con la longitud de una de las aristas laterales.

Paralelepípedo oblicuo

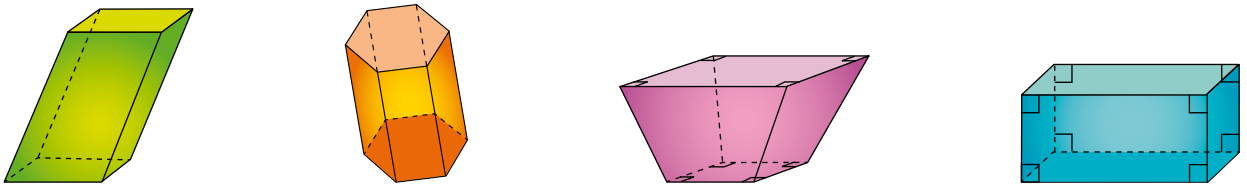


Paralelepípedo recto

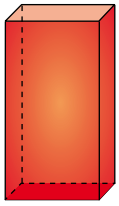


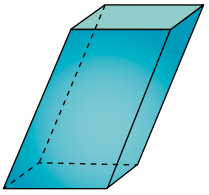
Practica

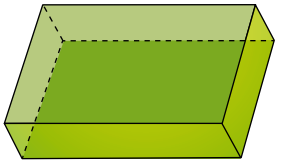
1. Encierra los cuerpos geométricos que son paralelepípedos. Clasificar



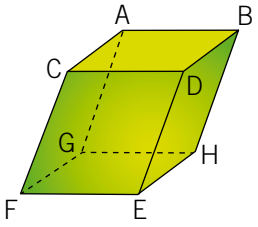
2. Utilizando una escuadra, traza la altura en los siguientes paralelepípedos. Aplicar

a. 

b. 

c. 

3. Observa la siguiente imagen. Luego, escribe una **V** si la afirmación es verdadera o una **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Verificar



a. ☐ El paralelógramo CFGA es una base del paralelepípedo.

Justificación: _____

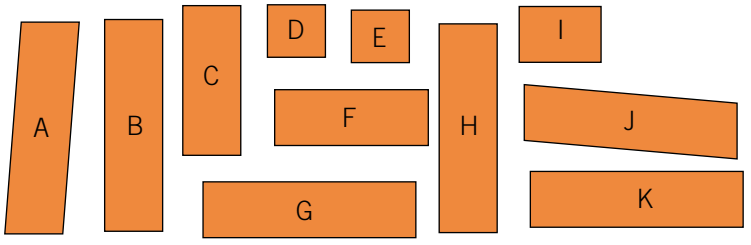
b. ☐ La medida de la altura del paralelepípedo coincide con la longitud de la arista AC.

Justificación: _____

c. ☐ Las caras basales de este paralelepípedo son cuadradas, ya que es un cubo.

Justificación: _____

4. Determina con cuáles de los siguientes polígonos es posible formar un paralelepípedo recto. Escribe las letras correspondientes. Analizar



_____ _____ _____ _____ _____ _____

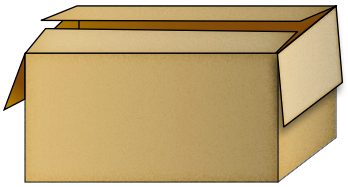
Conectad@s

Ingresa a:
www.casadelsaber.cl/mat/606
y encontrarás una actividad para complementar este contenido.

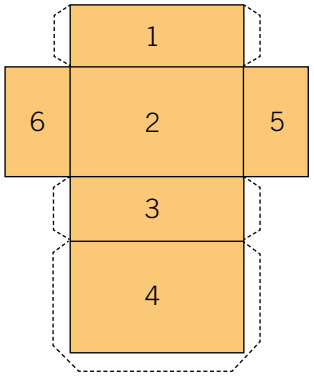
Redes de construcción de un paralelepípedo

Observa y responde

Para realizar un proyecto escolar, Gonzalo necesita construir una caja de cartón parecida a la de la imagen.



Antes de recortarlo, dibujó sobre un cartón el siguiente diseño.



- Con este diseño, ¿Gonzalo puede construir la caja?, ¿por qué?

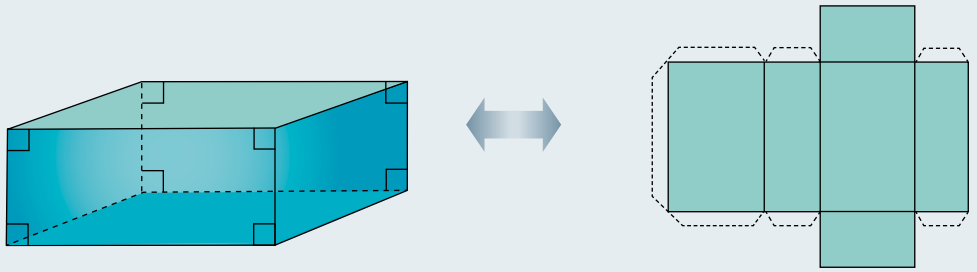
- ¿Qué forma tienen las figuras numeradas que componen el diseño?

- ¿Qué pares de figuras tienen igual forma y tamaño entre sí? Escríbelas.

Aprende

Distintos cuerpos geométricos (figura 3D), y en particular los paralelepípedos, se pueden construir a partir de dibujos en el plano (figuras 2D), denominados **redes de construcción de cuerpos geométricos**.

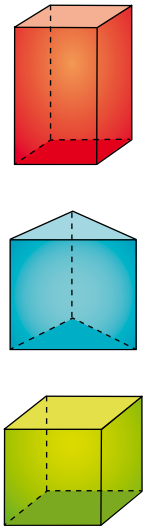
Existen diferentes redes de construcción que permiten formar un mismo paralelepípedo.

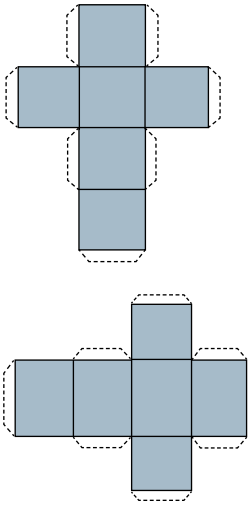


Prisma **Red de construcción**

Practica

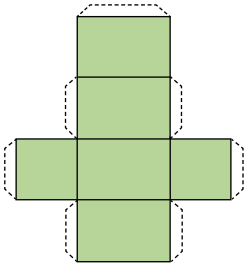
1. Une cada cuerpo geométrico con su red de construcción. Relacionar





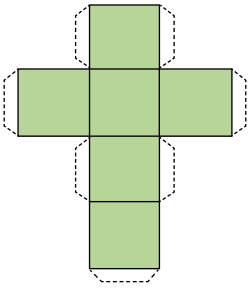
2. Analiza cada red de construcción y dibuja en cada caso el paralelepípedo que se puede construir con ellas. Analizar

a. Red de construcción



Paralelepípedo

b. Red de construcción



Paralelepípedo

Ponte a prueba

- Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica tu respuesta.

a. ☐ Todos los prismas tienen una cara basal cuadrada.

Justificación: _____

b. ☐ Las caras laterales de un paralelepípedo son paralelógramos.

Justificación: _____

Superficies de cubos y paralelepípedos

Unidades de superficie

Observa y responde

Para hacer un regalo a su amiga, Fernanda desea pegar mosaicos cuadrados de 1 cm^2 de superficie, en una bandeja como la que se muestra en la figura.

- ¿Cuál es la medida del largo de la bandeja?

  ▸ _____

- Remarca el número que corresponde a la cantidad de mosaicos necesarios para cubrir el contorno de la bandeja.

12	50	60	120	220

- ¿Cuál es la medida del ancho de la bandeja? ▸ _____

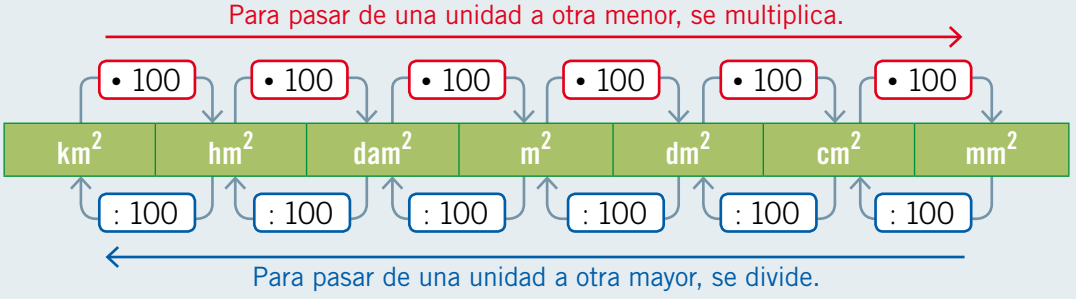
- Marca con un ✔ el número que corresponde a la cantidad de mosaicos necesarios para cubrir la base de la bandeja.

☐ 10 ☐ 50 ☐ 60 ☐ 120 ☐ 220

- ¿Cuántos mosaicos de 1 mm^2 necesitará para cubrir la bandeja completa? ▸ _____

Aprende

La unidad básica para medir superficies es el **metro cuadrado (m^2)**.



Ejemplos:

- 2 km^2 equivalen a 2.000.000 m^2.
- 27 mm^2 equivalen a 0,000027 m^2.
- 800 cm^2 equivalen a 8 dm^2.
- 46.000 m^2 equivalen a 4,6 hm^2.

Practica

1. Expresa las siguientes unidades de superficie según corresponda. Aplicar

a. 4 m^2 equivalen a _____ cm^2

b. 50 cm^2 equivalen a _____ m^2

c. 8 dm^2 equivalen a _____ hm^2

d. 1.200 cm^2 equivalen a _____ hm^2

e. 40.000 mm^2 equivalen a _____ dm^2

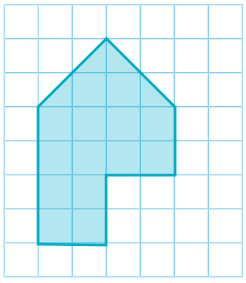
f. 67 km^2 equivalen a _____ m^2

g. 9.000.000 m^2 equivalen a _____ km^2

h. 5.700 hm^2 equivalen a _____ m^2

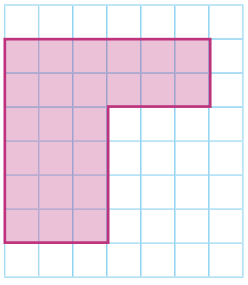
2. Calcula el área de cada figura, considerando que el área de un ☐ es 1 cm^2. Luego, representa el área en la unidad de superficie pedida. Aplicar

a.



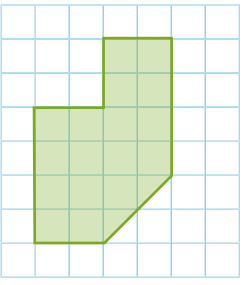
Área ▸ _____ cm^2

b.



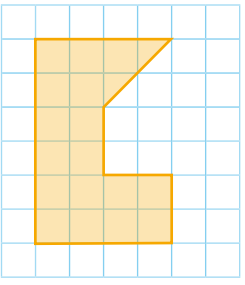
Área ▸ _____ cm^2

c.



Área ▸ _____ cm^2

d.

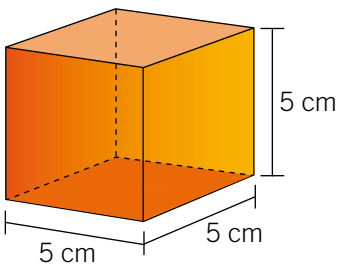


Área ▸ _____ cm^2

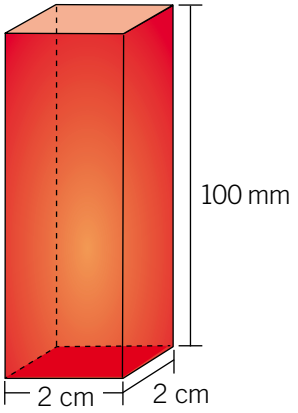
3. Resuelve el siguiente problema. Analizar

Se quiere cubrir con cuadrados de 1 cm de lado las caras de los siguientes paralelepípedos. ¿Cuántos cuadrados se necesitarán en cada caso?

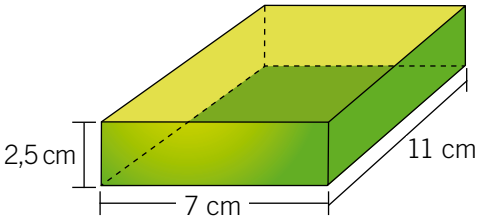
Cubo



Prisma de base cuadrada



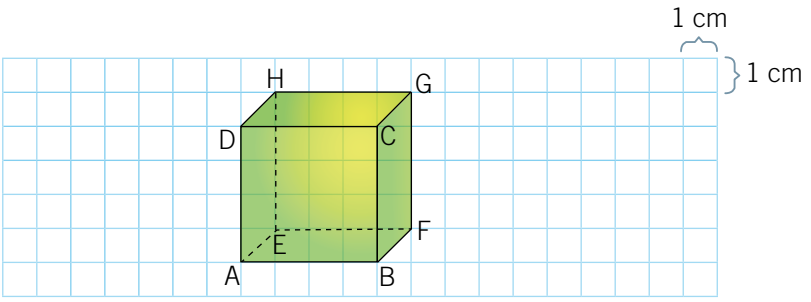
Prisma de base rectangular



Área de un cubo

Observa y responde

En la cuadrícula se ha representado un cubo.



- ¿Cuántos ☐ de igual tamaño contiene el cuadrado ABCD? ▸ _____
- ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? ▸ _____
- ¿Cómo podrías calcular el área total del cubo? Explica.

_____

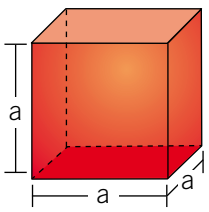
- Completa con las siguientes palabras.

cuatro	seis	cubo	cara	multiplicar	sumar

Para calcular el área total de un _____ es necesario calcular el área de una _____ y luego _____ este resultado por _____.

Aprende

El **área de un poliedro** corresponde a la suma de las áreas de sus caras. En el caso del **cubo**, se puede calcular el área total utilizando lo siguiente:



El área de una cara es: $a \cdot a = a^2$.
Luego, el área total del cubo es:

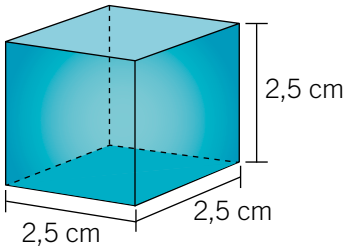
$$A_T = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$$

Donde A_T representa el área total y a, la medida de la arista.

Practica

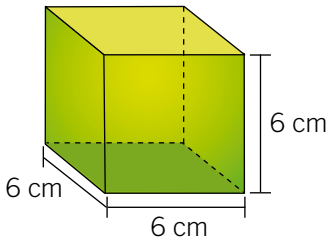
1. Calcula el área total (A_T) de los siguientes cubos. Aplicar

a.



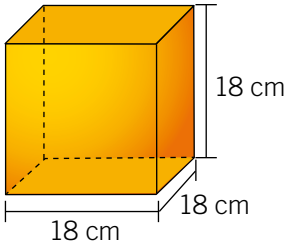
A_T = ____

b.



A_T = ____

c.



A_T = ____

2. Completa la siguiente tabla. Comprender

Medida de la arista (a)	Área de una cara ($a \cdot a = a^2$)	Área total ($A_T = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$)
		24 cm^2
	9 mm^2	
10 m		
	0,25 cm^2	
		600 mm^2

3. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

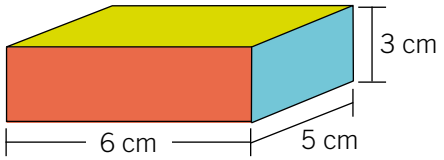
a. María quiere construir una caja cuadrada, sin tapa, que tenga una arista que mida 5 cm. Si cuenta con una cartulina de 130 cm^2, ¿podrá construirla? Justifica.

b. ¿Cuánto papel, como mínimo, es necesario para forrar una caja cúbica que tiene una arista de 12 cm?

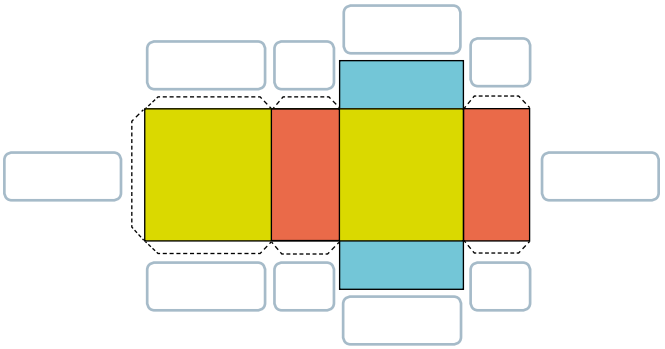
Área de un paralelepípedo

Observa y responde

Considera el siguiente paralelepípedo.



En este caso, las caras opuestas están pintadas de igual color. Por lo tanto, la red de construcción asociada se puede representar de la siguiente manera:



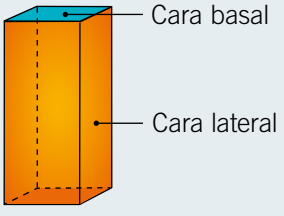
- Completa con las medidas que faltan.
- Calcula el área de cada cara y completa. Recuerda incluir la unidad de medida correspondiente.
  - Cara de color verde: _____
  - Cara de color azul: _____
  - Cara de color rojo: _____
- ¿Cuál es el área total del paralelepípedo? Explica cómo la calculaste.

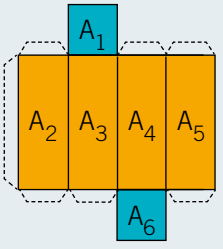
_____

Aprende

Para calcular el **área de un paralelepípedo** se puede utilizar su red de construcción.

Paralelepípedo





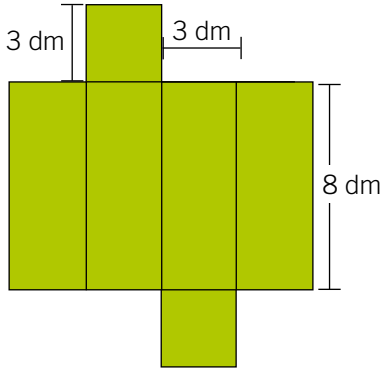
Red de construcción

- El **área lateral (A_L)** es la suma de las áreas de todas las caras laterales del paralelepípedo.
  $A_L = A_2 + A_3 + A_4 + A_5$
- El **área total (A_T)** del paralelepípedo es la suma del área lateral y el área de las bases.
  $A_T = A_1 + A_6 + A_L$

Practica

1. Calcula el área lateral (A_L) y el área total (A_T) de las siguientes redes de prismas rectos. Aplicar

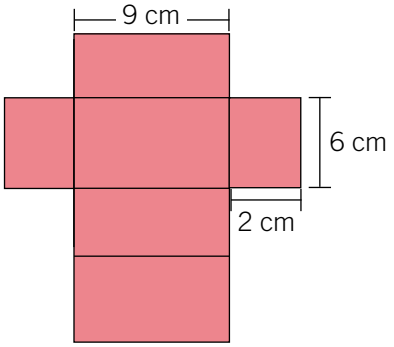
a. Paralelepípedo de base cuadrada



A_L = ____

A_T = ____

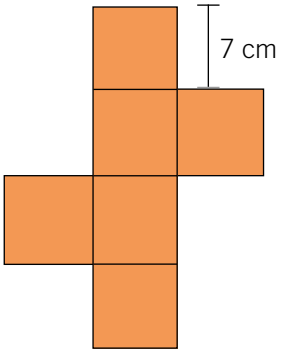
b. Paralelepípedo de base rectangular



A_L = ____

A_T = ____

c. Cubo

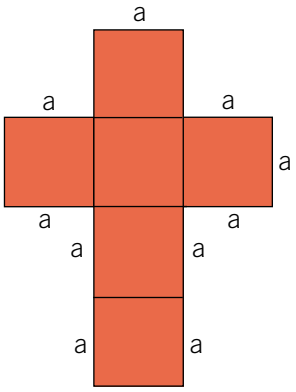


A_L = ____

A_T = ____

2. Observa cada red de construcción. Luego, escribe una fórmula que te permita calcular el área lateral (A_L) y el área total (A_T), en cada caso. Analizar

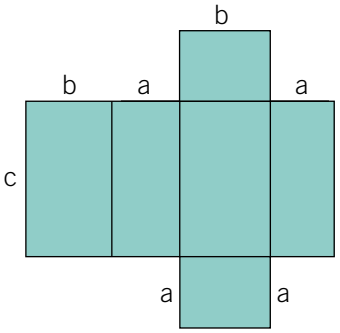
a.



A_L = ____

A_T = ____

b.



A_L = ____

A_T = ____

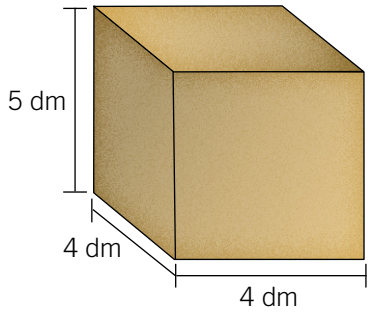
- A partir de los resultados detenidos, ¿ es posible generalizar los cálculos del área en ambos cuerpos? Explica.

____

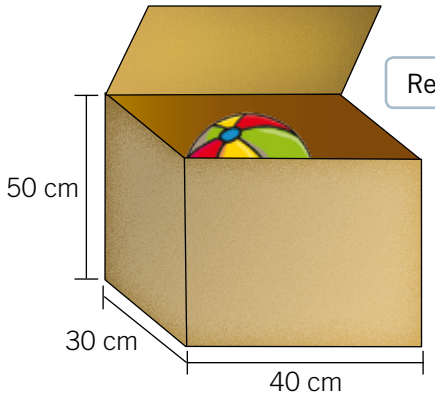
3. Lee la siguiente situación. Luego, responde. Analizar

Francisca y Simón quieren envolver unos regalos para el cumpleaños de un amigo.

Regalo de Francisca



Regalo de Simón



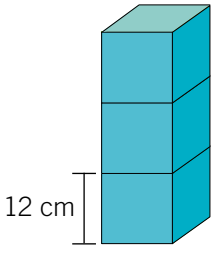
a. ¿Cuánto papel utilizará Francisca para envolver el regalo?, ¿y Simón?

b. ¿Quién de los dos utilizará más papel para envolver el regalo? Justifica.

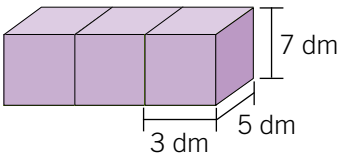
4. Con tres cubos de iguales medidas se ha construido una torre, como se muestra en la imagen. Aplicar

a. ¿Cuál es el área lateral del paralelepípedo formado?

b. ¿Cuál es el área total del paralelepípedo formado?



5. Calcula el área total del siguiente cuerpo geométrico. Considera que los tres paralelepípedos que lo conforman son iguales. Aplicar

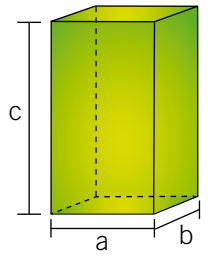


A_T =

6. Lee la siguiente información. Luego, responde. Analizar

Si las medidas de las aristas de un paralelepípedo (cuyas caras son rectángulos) son a, b y c, entonces se puede afirmar que su área total A_T está determinada por:

$$A_T = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c = 2 (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$



a. ¿Qué significan los productos a • b, a • c, y b • c en la fórmula?

b. ¿Por qué se multiplica por 2?

c. Explica con tus palabras el significado de la fórmula escrita en la afirmación.

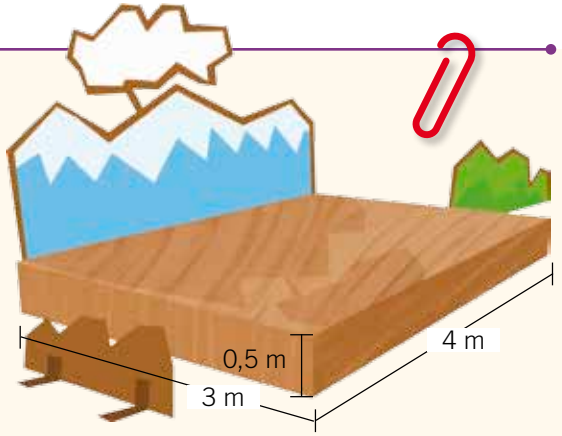
d. Comprueba si es verdadera la afirmación, construyendo un paralelepípedo y calculando su área total de las dos maneras.

Ponte a prueba

Lee la siguiente situación. Luego, responde.

Se necesita tapizar el escenario de un grupo teatral como el que se muestra en la imagen, de modo que las partes visibles para los espectadores queden completamente cubiertas.

- ¿Cuántos metros cuadrados de tapiz será necesario comprar como mínimo?



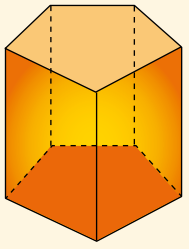
¿Cómo vas?

Prismas

1. Observa el prisma recto y luego completa las afirmaciones con las siguientes palabras.

puntos 4

pentagonal | quince | paralelas | perpendiculares | iguales | diez | prisma



a. El cuerpo geométrico es un _____ de base _____.

b. Tiene _____ aristas y _____ vértices.

c. Sus caras basales son _____ e _____.

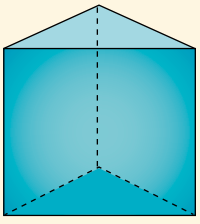
d. Sus caras laterales son _____ a las caras basales.

Paralelepípedos

2. ¿Cuál o cuáles de los siguientes cuerpos son paralelepípedos? Encierra sí o no, según corresponda.

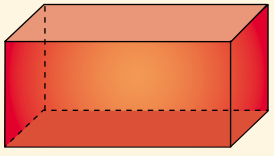
puntos 3

a.



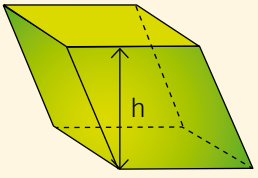
Sí No

b.



Sí No

c.



Sí No

Redes de construcción de un paralelepípedo

3. Observa la red de construcción del paralelepípedo y verifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (**V**) o falsas (**F**). Justifica en cada caso.

puntos 3

a. ☐ La red corresponde a un paralelepípedo de base cuadrada.

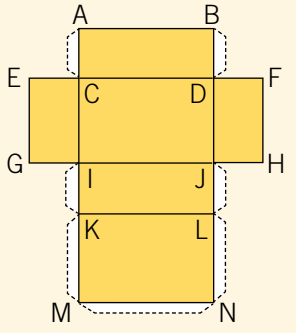
Justificación: _____

b. ☐ Al construir el cuerpo geométrico, el segmento AB será paralelo al segmento MN.

Justificación: _____

c. ☐ Al construir el cuerpo geométrico, las caras ACDB e IKLJ serán paralelas y de igual forma y tamaño.

Justificación: _____



SANTILLANA

Unidades de superficie

4. Resuelve el siguiente problema.

puntos 2

María y Francisco recibieron un terreno de herencia. María recibió 23 hm^2 del terreno y Francisco recibió 230.000 m^2. ¿Recibieron ambos la misma superficie de terreno? Justifica.

Área de un cubo

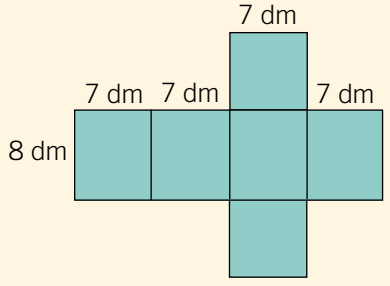
5. Si el área total de un cubo es de 294 cm^2, ¿cuál es el área de una de sus caras?

puntos 2

Área de un paralelepípedo

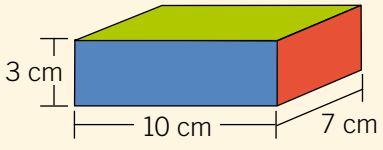
6. Calcula el área lateral y el área total del siguiente paralelepípedo.

puntos 2



7. Observa la imagen y luego responde.

puntos 4



a. ¿Cuál es el área de la cara de color azul? ▸ _____

b. ¿Cuál es el área de la cara de color verde? ▸ _____

c. ¿Cuál es el área de la cara de color rojo? ▸ _____

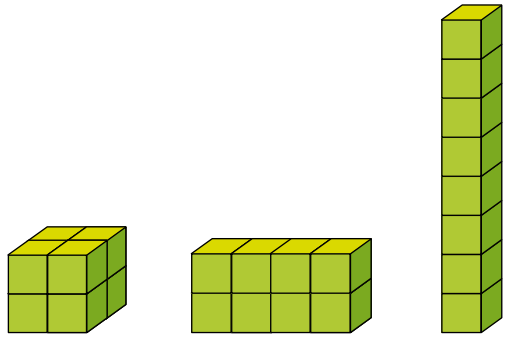
d. ¿Cuál es el área total del paralelepípedo? ▸ _____

Volumen de cubos y paralelepípedos

Unidades de medida de volumen

Observa y responde

Cada uno de los siguientes cuerpos se formó con cubos del mismo tamaño, cuyo volumen es 1 cm^3. Observa:



Cuerpo 1 Cuerpo 2 Cuerpo 3

- Marca con un ✔ la cantidad de cubos con la que se formó cada uno de estos cuerpos.

☐ 4 cubos ☐ 6 cubos ☐ 8 cubos

- ¿Es correcto decir que tienen el mismo tamaño?, ¿y que ocupan el mismo espacio? Explica.

_____

- Si se desarman los cuerpos, ¿se puede armar con todos los cubos un paralelepípedo cuyo volumen sea 24 cm^3? Explica.

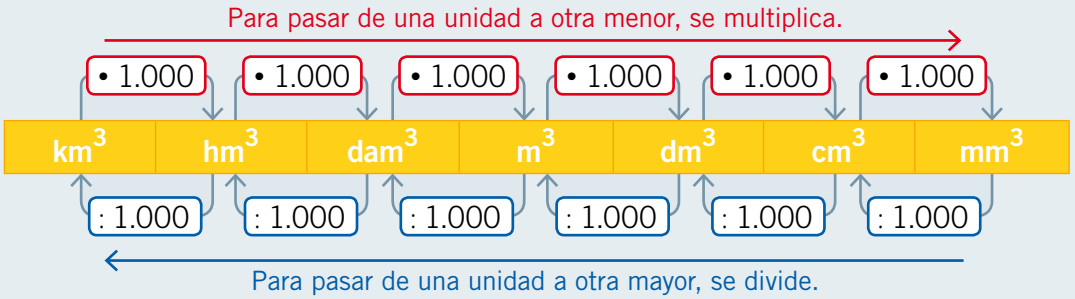
_____

- ¿Cuántos cubos tendría de largo, de ancho y de alto ese paralelepípedo?

_____

Aprende

El **volumen** es el espacio que ocupa un cuerpo. El **metro cúbico** (m^3) es la unidad básica de volumen según el Sistema Internacional de Unidades.



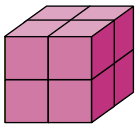
Ejemplos:

- 1 m^3 equivale a 1.000.000 cm^3.
- 1 cm^3 equivale a 1.000 mm^3.
- 5 cm^3 equivale a 0,000005 m^3.
- 24 m^3 equivale a 24.000.000 cm^3.

Practica

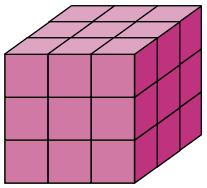
1. Calcula el volumen (V) de cada cuerpo. Para ello, considera que cada cubo tiene un volumen igual a 1 cm^3. Aplicar

a.



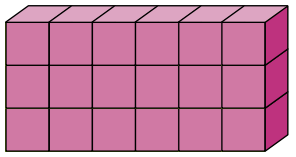
V = _____

b.



V = _____

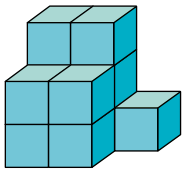
c.



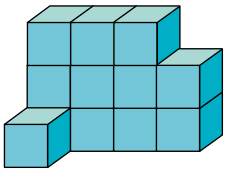
V = _____

2. Lee la siguiente situación. Luego, responde. Analizar

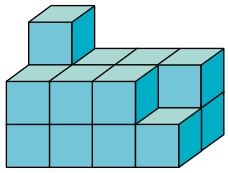
Todos los cuerpos están formados por cubos cuyo volumen es 1 cm^3.



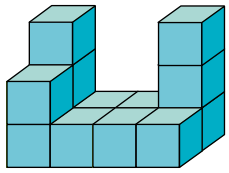
Cuerpo 1



Cuerpo 2



Cuerpo 3



Cuerpo 4

- ¿Cuál de los cuerpos tiene un volumen mayor? Explica cómo lo supiste y expresa su volumen en cm^3.

_____

3. Completa las siguientes equivalencias de volumen. Aplicar

a. 1.000 m^3 = _____ dm^3

b. 23.000 mm^3 = _____ cm^3

c. 8 m^3 = _____ mm^3

d. 4 dam^3 = _____ dm^3

e. 67 m^3 = _____ cm^3

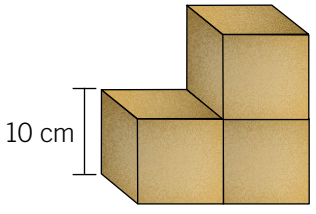
f. 450.000 cm^3 = _____ m^3

¿Sabías que...?

El contenido líquido de un recipiente se mide en litros. En el sistema métrico decimal, un litro (L) es la cantidad de líquido que cabe en un decímetro cúbico (1 L = 1 dm^3).

4. Analiza la siguiente información y luego responde. Analizar

Si el volumen de 1 dm^3 es equivalente a 1 litro, ¿cuál de los siguientes grupos de objetos tiene mayor volumen? Enciérralo.



Volumen de cubos y paralelepípedos

Lee y responde

Don Alberto coordina el transporte de productos desde una fábrica de alimentos hacia los supermercados. Hoy se deben despachar 100 cajas de 60 cm de ancho, 80 cm de largo y 50 cm de alto cada una.

- ¿Cómo puede saber don Alberto qué capacidad necesita para ese despacho? Explica.

_____

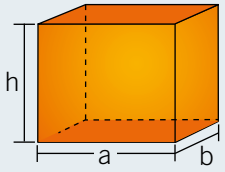
Considera que se pueden poner cubos de 1 cm^3 en cada caja.

- ¿Cuántos cubos caben en el fondo de cada una? _____
- ¿Con cuántos "pisos de esos cubitos" se llenaría cada caja? _____
- ¿Cuál sería el volumen de cada caja, expresado en cm^3? _____

Aprende

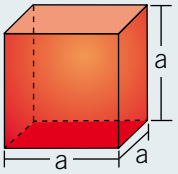
El **volumen (V) de un paralelepípedo** recto se puede calcular multiplicando el área de la base por la medida de la altura (h).

$$V = A_B \cdot h = a \cdot b \cdot h$$



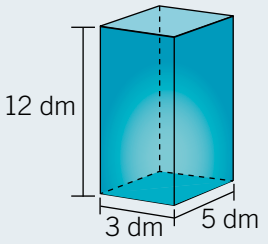
Para calcular el **volumen de un cubo** cuya arista mide **a**, se tiene:

$$V = a \cdot a \cdot a$$

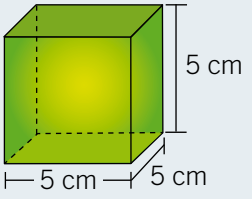


Ejemplos:

- Un paralelepípedo de base rectangular con dimensiones de 3 dm y 5 dm, respectivamente, y 12 dm de altura, tiene un volumen (V) que se puede calcular como: V = (3 • 5 • 12) dm^3 = 180 dm^3.



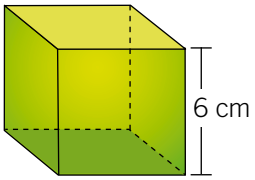
- En un cubo de arista 5 cm. Como las medidas de la base y de la altura son iguales, su volumen es: V = (5 • 5 • 5) cm^3 = 125 cm^3.



Practica

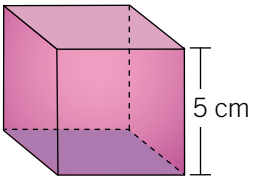
1. Calcula el volumen (V) de los siguientes cubos. Aplicar

a.



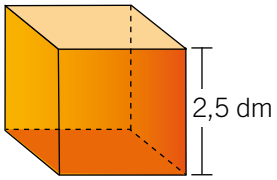
V = ____

b.



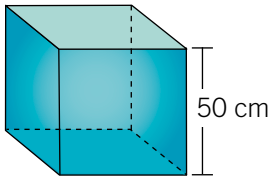
V = ____

c.



V = ____

d.



V = ____

2. Calcula y responde. Analizar

a. Completa la tabla con el área total y el volumen de cada cubo.

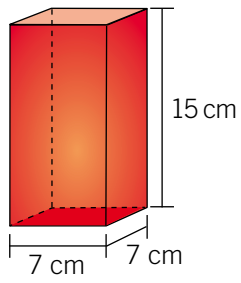
Medida de la arista (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Área total (cm^2)							
Volumen (cm^3)							

b. Determina una regla general para el área total de cualquier cubo en la secuencia.

c. ¿Cuál es el área total del décimo cubo?, ¿y su volumen?

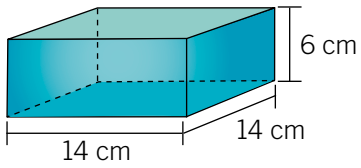
3. Calcula el volumen (V) de los siguientes paralelepípedos. Aplicar

a.



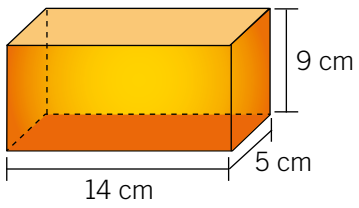
V = ____

b.



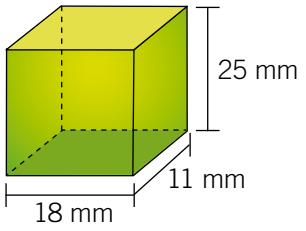
V = ____

c.



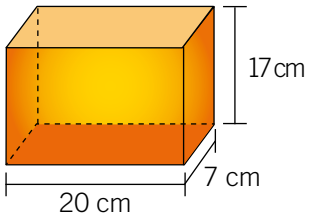
V = ____

d.



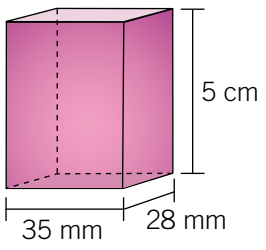
V = ____

e.



V = ____

f.



V = ____

4. Resuelve los siguientes problemas. Aplicar

a. Si la arista de un cubo mide 13 mm, ¿cuál es su volumen?

b. Si se forma una torre con 3 cubos pequeños iguales, cuya arista mide 3 cm, ¿cuál es su volumen?

c. Las medidas de las aristas de un paralelepípedo son 0,3 dm, 3 cm y 7 cm. ¿Cuál es su volumen?

Educando en valores

No olvides dejar la llave cerrada y no malgastar el agua.

d. ¿Cuál es la capacidad máxima de una piscina rectangular de 3 m de ancho, 5 m de largo y 1,6 metros de profundidad?

e. Se necesita envasar 5 litros de jugo en un recipiente con forma de paralelepípedo recto de base cuadrada que tiene las siguientes medidas: 5 cm, 5 cm y 10 cm. ¿Cuántos recipientes se ocuparán para envasar todo el jugo?

f. Una tina con forma de paralelepípedo recto tiene 150 cm de largo, 60 cm de ancho y 50 cm de alto.

- ¿Cuántos litros de agua caben en la tina?
- Si disminuye a la mitad cada medida, ¿cuál es el volumen?

Variación de medidas en aristas de un cubo

Observa y responde

Considera la siguiente secuencia de figuras formada por cubos.

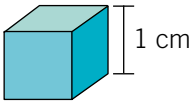


Figura 1

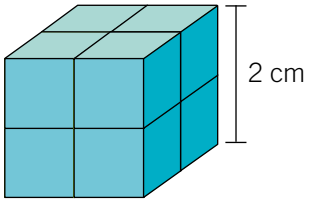


Figura 2

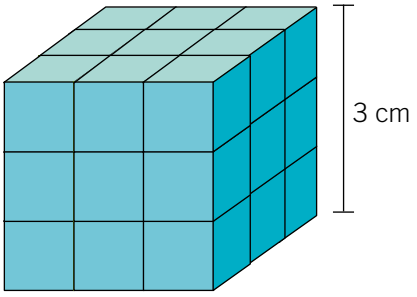


Figura 3

- ¿Cuál es el volumen (V) de las figuras 1, 2 y 3?

V(figura 1) = _____ V(figura 2) = _____ V(figura 3) = _____

- Si la secuencia continúa con el mismo patrón, ¿cuál sería la medida de la arista de la figura 4?

_____

- ¿Cuál es el volumen de la figura 4? ▸ _____
- Completa la tabla.

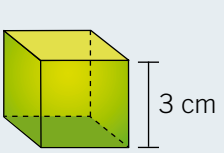
Figuras	Volumen (cm^3)	Figuras	Volumen (cm^3)	Razón
Figura 1	1	**Figura 2**	8	1 : 8
Figura 2		**Figura 3**		
Figura 3		**Figura 4**		

Aprende

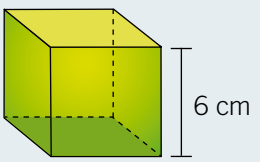
Al **variar la medida** de la arista de un cubo, el volumen también varía.

En general, si la medida de la arista aumenta "**a** veces", su volumen aumenta "$\mathbf{a}^3$ veces".

Ejemplo: si la medida de la arista se duplica, su volumen aumenta 8 veces.



$V = 3^3\ cm^3 = 27\ cm^3$

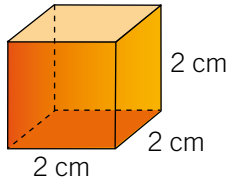


$V = 6^3\ cm^3 = 216\ cm^3$

- Ambos volúmenes están en la razón 1 : 8.

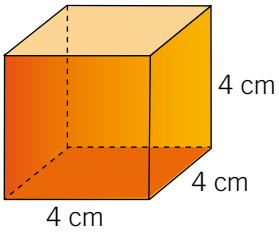
Practica

1. Observa los siguientes cubos. Aplicar



Cubo 1

Todas las aristas aumentan al doble



Cubo 2

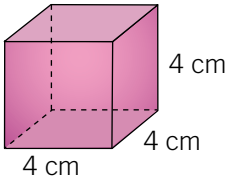
Todas las aristas se triplican ...

a. ¿Cuál es el volumen del cubo 1? _____

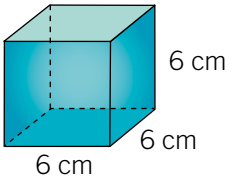
b. ¿Cuál es el volumen del cubo 2? _____

c. ¿Cuál sería el volumen del cubo 3? _____

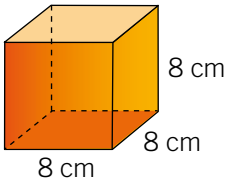
2. Observa los cubos. Luego, escribe **V** si es verdadero o **F**, si es falso. Justifica en cada caso. Evaluar



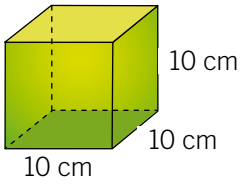
Cubo 1



Cubo 2



Cubo 3



Cubo 4

a. ☐ El volumen del cubo 1 corresponde a la octava parte del cubo 3.

Justificación: _____

b. ☐ Al duplicar las medidas de todas las aristas del cubo 2, se obtiene el mismo volumen del cubo 4.

Justificación: _____

c. ☐ El volumen del cubo 2 corresponde a la mitad del volumen del cubo 4.

Justificación: _____

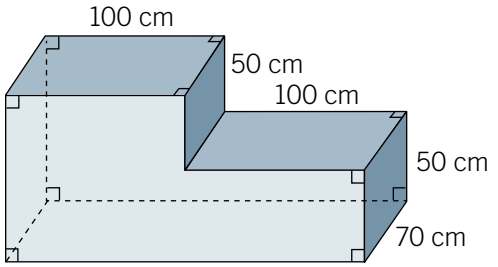
Ponte a prueba

En una industria se fabrican dos tipos de contenedores. El contenedor tipo A tiene forma cúbica y su arista mide 2 m, y el contenedor tipo B tiene forma de paralelepípedo recto de aristas 2 m, 3 m y 0,5 m. ¿Cuál de los dos tipos de contenedores tiene mayor capacidad? Explica.

Resolución de problemas

Observa la resolución del siguiente problema

Un escultor está diseñando la base para una escultura que donará a su ciudad natal. El soporte se compone de un bloque de hormigón, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántos metros cúbicos de hormigón requiere el escultor para construir la base de la escultura?



PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

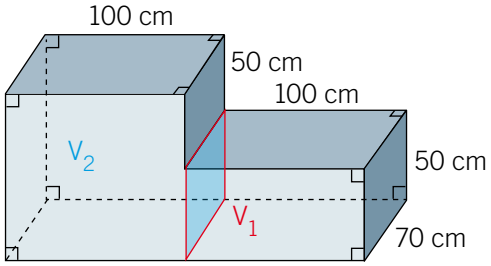
Se pregunta por la cantidad de hormigón necesario para construir el soporte de la escultura, que se relaciona con el volumen del soporte.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

- Las medidas de las aristas de los paralelepípedos que componen la base de la escultura.
- Con los datos anteriores se puede deducir que su altura es 100 cm.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

La base de la escultura se descompone en dos paralelepípedos. Se calculará el volumen de cada uno por separado y luego se sumarán dichas medidas.



$V_1 \blacktriangleright (70 \cdot 50 \cdot 100)\ cm^3 = 350.000\ cm^3$

$V_2 \blacktriangleright (100 \cdot 70 \cdot 100)\ cm^3 = 700.000\ cm^3$

El volumen de la base de la escultura es:

$$(350.000 + 700.000)\ cm^3 = 1.050.000\ cm^3$$

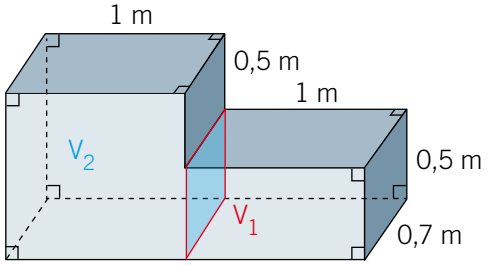
Al expresar lo anterior en metros cúbicos, se tiene:

$$1.050.000\ cm^3 : 1.000 \blacktriangleright 1.050\ dm^3 : 1.000 \blacktriangleright \mathbf{1{,}05\ m^3}$$

Por lo tanto, se necesita 1,05 m^3 de hormigón para construir la base de la escultura.

PASO 4 Revisa la solución.

Antes de determinar el volumen, se expresa cada arista en metros para luego calcular.



$V_1 \blacktriangleright (0{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 1)\ m^3 = 0{,}35\ m^3$

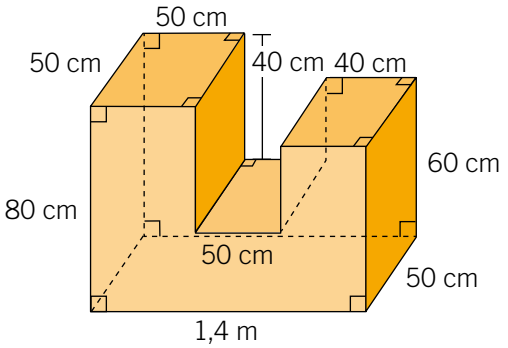
$V_2 \blacktriangleright (1 \cdot 0{,}7 \cdot 1)\ m^3 = 0{,}7\ m^3$

La suma de estas medidas indica que se necesita 1,05 m^3 de hormigón.

SANTILLANA

Ahora hazlo tú

Para instalar otra escultura, se requiere construir una base nuevamente solo con paralelepípedos. ¿Cuál será el volumen expresado en metros cúbicos de dicha base?



PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

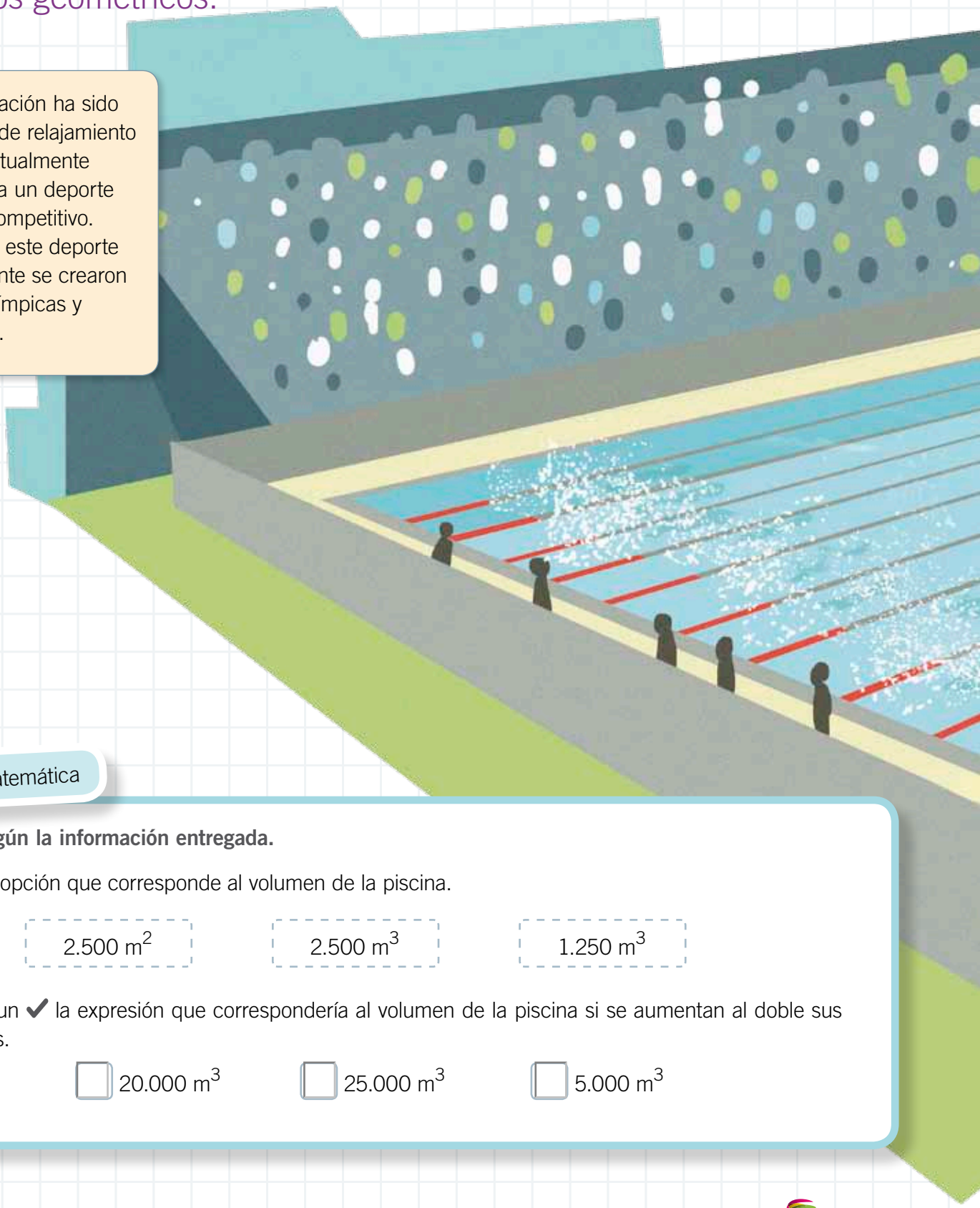
PASO 3 Calcula y escribe la solución.

PASO 4 Revisa la solución.

Competencias para la vida

La **geometría** me ayuda a representar distintos elementos del entorno con cuerpos geométricos.

Aunque la natación ha sido una actividad de relajamiento y diversión, actualmente es considerada un deporte de alto nivel competitivo. Para fomentar este deporte profesionalmente se crearon las piscinas olímpicas y semiolímpicas.



Competencia matemática

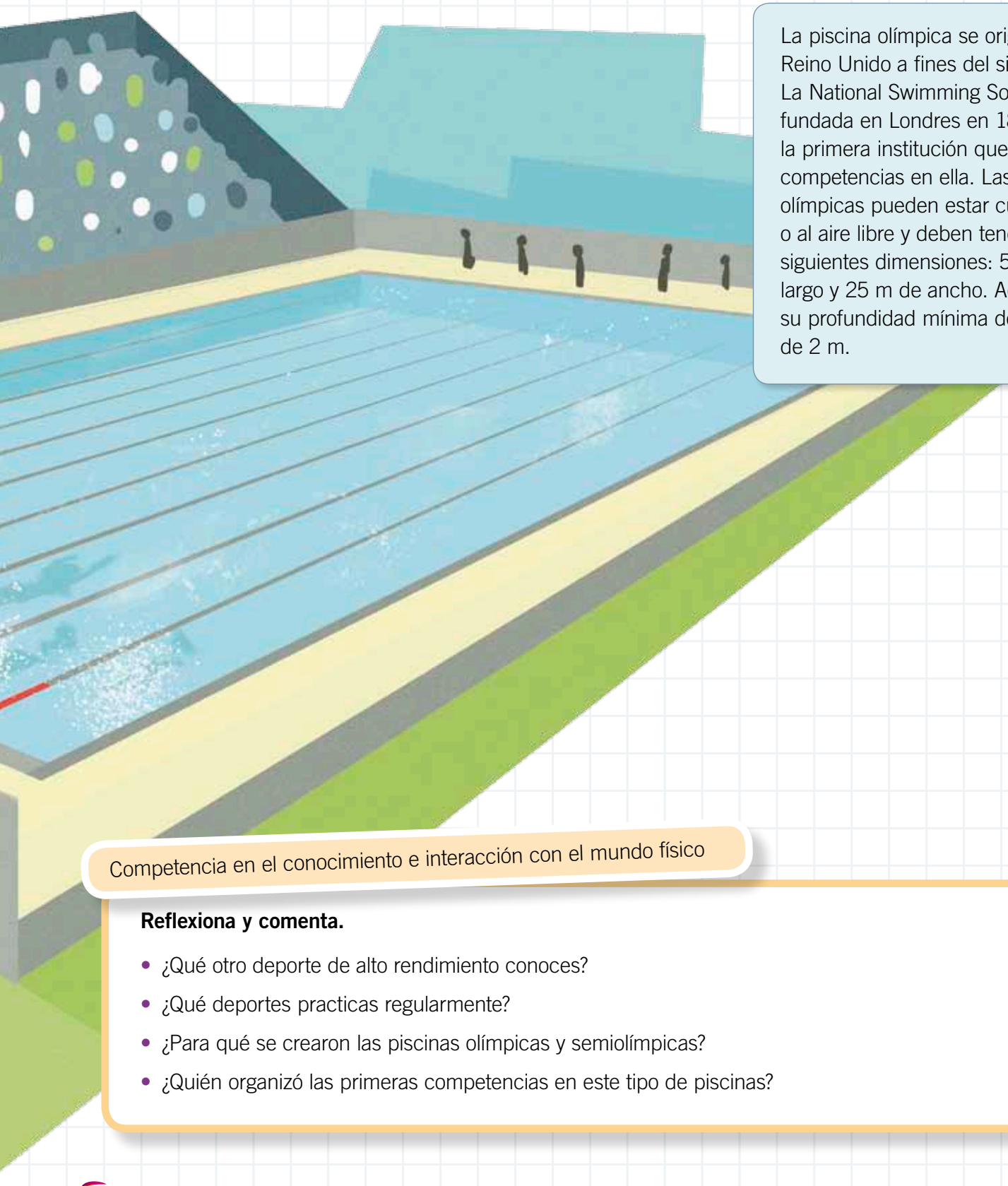
Responde, según la información entregada.

- Remarca la opción que corresponde al volumen de la piscina.

2.500 m^2	2.500 m^3	1.250 m^3

- Marca con un ✔ la expresión que correspondería al volumen de la piscina si se aumentan al doble sus dimensiones.

☐ 20.000 m^3 ☐ 25.000 m^3 ☐ 5.000 m^3



La piscina olímpica se originó en el Reino Unido a fines del siglo XVIII. La National Swimming Society, fundada en Londres en 1837, fue la primera institución que organizó competencias en ella. Las piscinas olímpicas pueden estar cubiertas o al aire libre y deben tener las siguientes dimensiones: 50 m de largo y 25 m de ancho. Además, su profundidad mínima debe ser de 2 m.

Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico

Reflexiona y comenta.

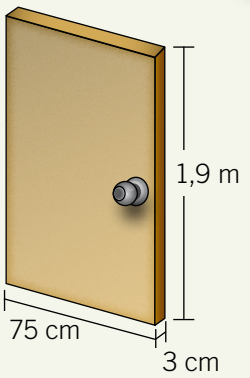
- ¿Qué otro deporte de alto rendimiento conoces?
- ¿Qué deportes practicas regularmente?
- ¿Para qué se crearon las piscinas olímpicas y semiolímpicas?
- ¿Quién organizó las primeras competencias en este tipo de piscinas?

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

1. En la construcción de una casa se utilizará una puerta como la que se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen de la puerta?



A. 79,9 m^3

B. 427,5 m^3

C. 0,4275 m^3

D. 0,04275 m^3

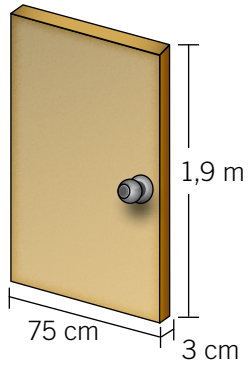
Análisis de las alternativas

A. En esta alternativa, se confunde el cálculo del volumen, sumando todas las medidas, y no se pone atención en la unidad de volumen, es decir: 75 + 3 + 1,9 = 79,9 m^3.

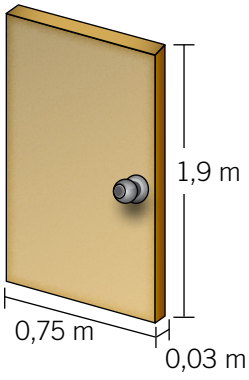
B. En este caso, se multiplican todas las medidas de las aristas para calcular el volumen, sin tener en cuenta en la unidad de medida. Finalmente, se obtiene lo siguiente: (1,9 • 3 • 75) m^3 = 427,5 m^3.

C. Al observar las alternativas, es posible deducir que la unidad de volumen es el metro cúbico, por lo que se representan todas las aristas en metros, pero 3 cm se escribe como 0,3 m. Luego, al calcular el volumen, se obtiene: (0,75 • 0,3 • 1,9) m^3 = 0,4275 m^3.

D. En esta alternativa, se representan todas las unidades de longitud de la puerta en metros, obteniendo:



Todas las unidades → en metros



Volumen ▸ (1,9 • 0,03 • 0,75) m^3
▸ 0,04275 m^3

▸ Por lo tanto, la alternativa **D** es la correcta.

1. A B C D

SANTILLANA

¿Qué aprendiste?

Evaluación final

puntos 8

1. Escribe **V** si la afirmación es verdadera y **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

a. ☐ Todos los prismas son rectos.

Justificación: _____

b. ☐ Un prisma de base triangular tiene 6 vértices.

Justificación: _____

c. ☐ Las caras basales de un prisma no son paralelas.

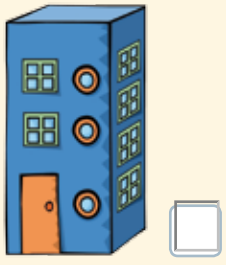
Justificación: _____

d. ☐ Cada prisma recibe el nombre de acuerdo a la figura que tenga en su base.

Justificación: _____

puntos 2

2. ¿Cuál o cuáles de los siguientes objetos se asemejan a un paralelepípedo? Marca con un ✔.



☐

☐

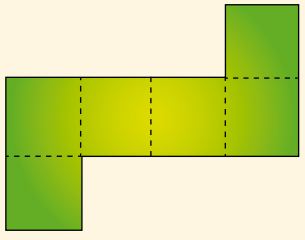
☐

☐

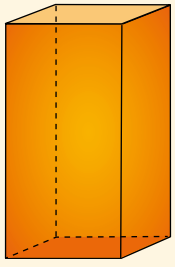
puntos 2

3. Dibuja el cuerpo geométrico o la red, según corresponda.

a.

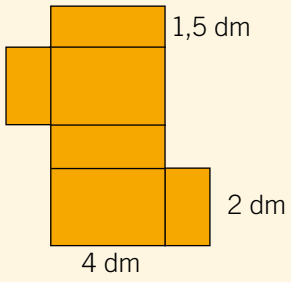


b.



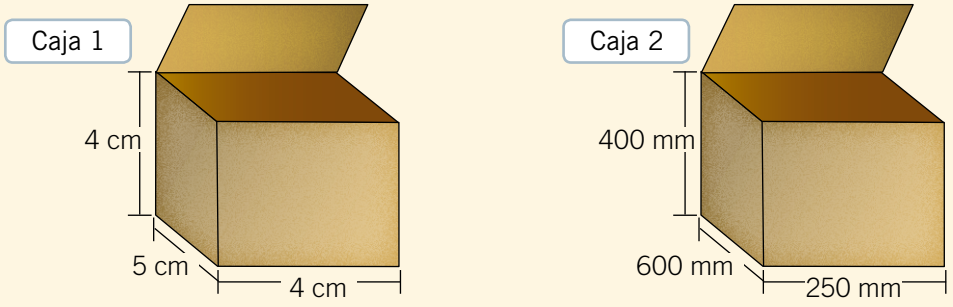
4. Calcula el área de la siguiente red.

puntos 2



5. Determina la caja que tiene un volumen mayor.

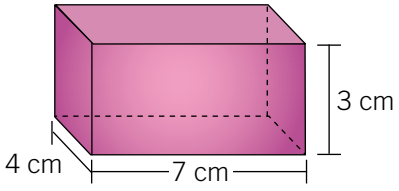
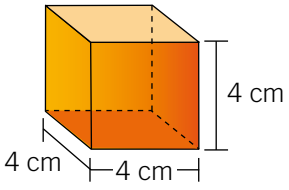
puntos 2



- La caja que tiene una mayor capacidad es: _____.

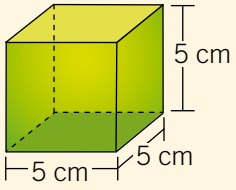
6. Completa con el área total (A_T) y el volumen (V) de cada cuerpo geométrico.

puntos 4

	
A_T =	A_T =
V =	V =

7. Observa el siguiente cubo y luego responde.

puntos 2



a. Si las aristas del cubo se duplican, ¿cuál es el volumen?

_____

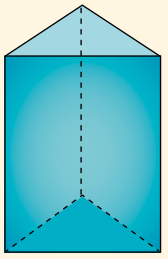
b. Si todas las aristas disminuyen 2 cm, ¿cuál será el nuevo volumen?

_____

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

puntos 4

8. ¿Cómo se clasifica el poliedro que se muestra?



A. Cilindro.

B. Prisma de base triangular.

C. Pirámide.

D. Cubo.

9. ¿Qué afirmación es **verdadera** con respecto a los prismas?

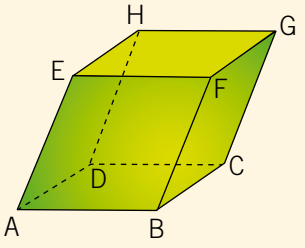
A. Tienen solo dos aristas laterales.

B. Tienen solo dos aristas basales.

C. Tienen solo dos caras laterales.

D. Tienen solo dos caras basales.

10. En relación al paralelepípedo oblicuo, ¿qué alternativa es **verdadera**?



A. Las caras laterales son perpendiculares a las bases.

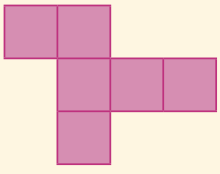
B. No es un paralelepípedo.

C. Las caras laterales tienen forma rectangular.

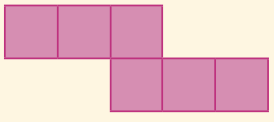
D. Las caras basales tienen forma de paralelógramo.

11. ¿Con cuáles de las siguientes redes **no** es posible formar un cubo?

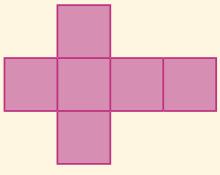
A.



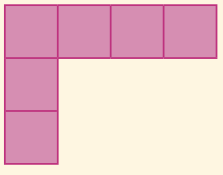
C.



B.

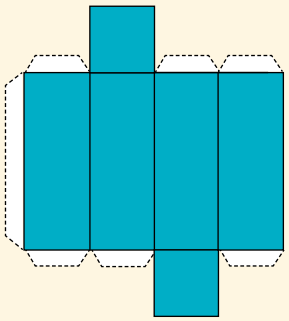


D.



puntos 3

12. ¿Qué cuerpo geométrico es posible construir con la siguiente red?



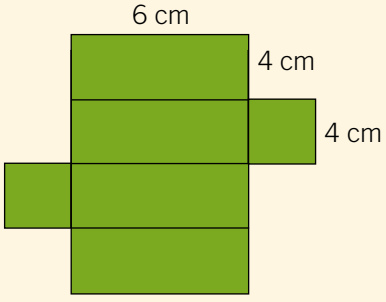
A. Prisma de base hexagonal.

B. Paralelepípedo recto.

C. Paralelepípedo oblicuo.

D. Cubo.

13. Observa la siguiente red de un paralelepípedo. ¿Cuál es su área total?



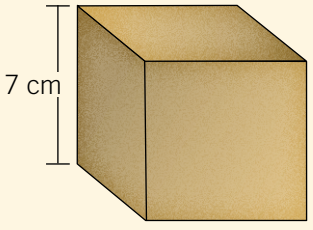
A. 24 cm^2

B. 96 cm^2

C. 128 cm^2

D. 144 cm^2

14. Ricardo tiene 300 cm^2 de papel para envolver la caja cúbica que aparece en la imagen. Si ocupa la mínima cantidad para envolverla, ¿cuántos centímetros cuadrados de papel le sobrarán?



A. 6 cm^2

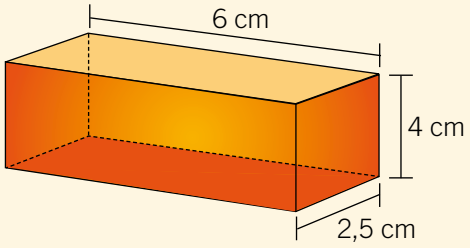
B. 49 cm^2

C. 251 cm^2

D. 294 cm^2

puntos 5

15. El área lateral del siguiente paralelepípedo es:

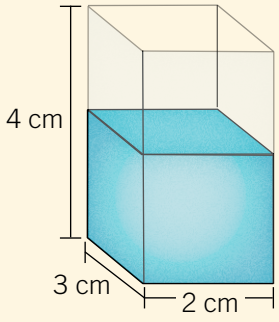


A. 20 cm^2
B. 24 cm^2
C. 68 cm^2
D. 98 cm^2

16. ¿Cuál de los siguientes envases tiene mayor capacidad?

A. Una botella de 2 litros.
B. Una caja con un volumen de 2.000 dm^3
C. Un contenedor con un volumen de 1 m^3
D. Un envase con una capacidad de 400 cm^3

17. ¿Cuál es la capacidad del estanque que aparece en la imagen?



A. 36 cm^3
B. 24 cm^3
C. 20 cm^3
D. 15 cm^3

18. Una estufa tempera aproximadamente 15 m^3 a su alrededor. ¿Cuántas de estas estufas se necesitarían para temperar una habitación de 3 m de ancho, 5 m de largo y 2 m de alto?

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

19. Si el volumen de un cubo es 125 cm^3 y la medida de todas sus aristas se duplican, ¿cuál será el volumen del nuevo cubo?

A. 5 cm^3
B. 150 cm^3
C. 1.000 cm^3
D. 1.200 cm^3

Hogar Fichas complementarias

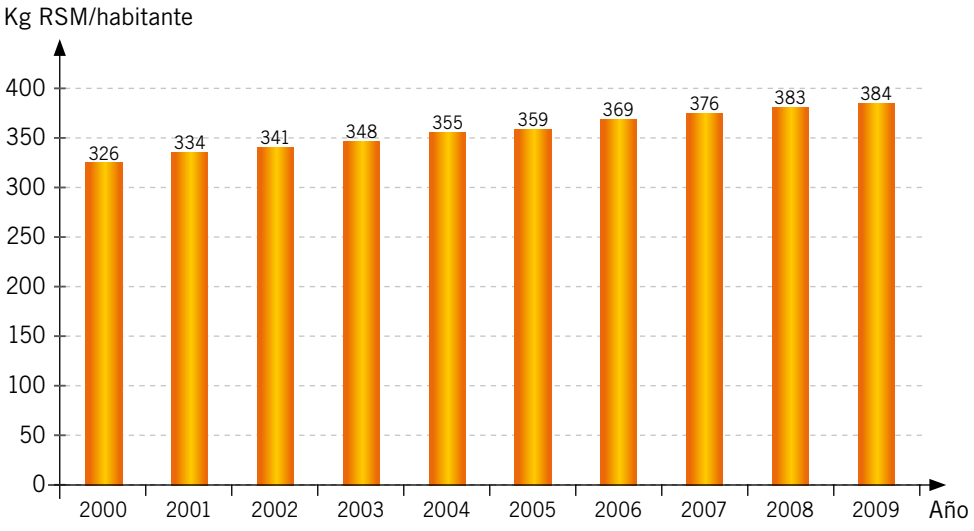
Busca Prepara la prueba 7

Unidad 8

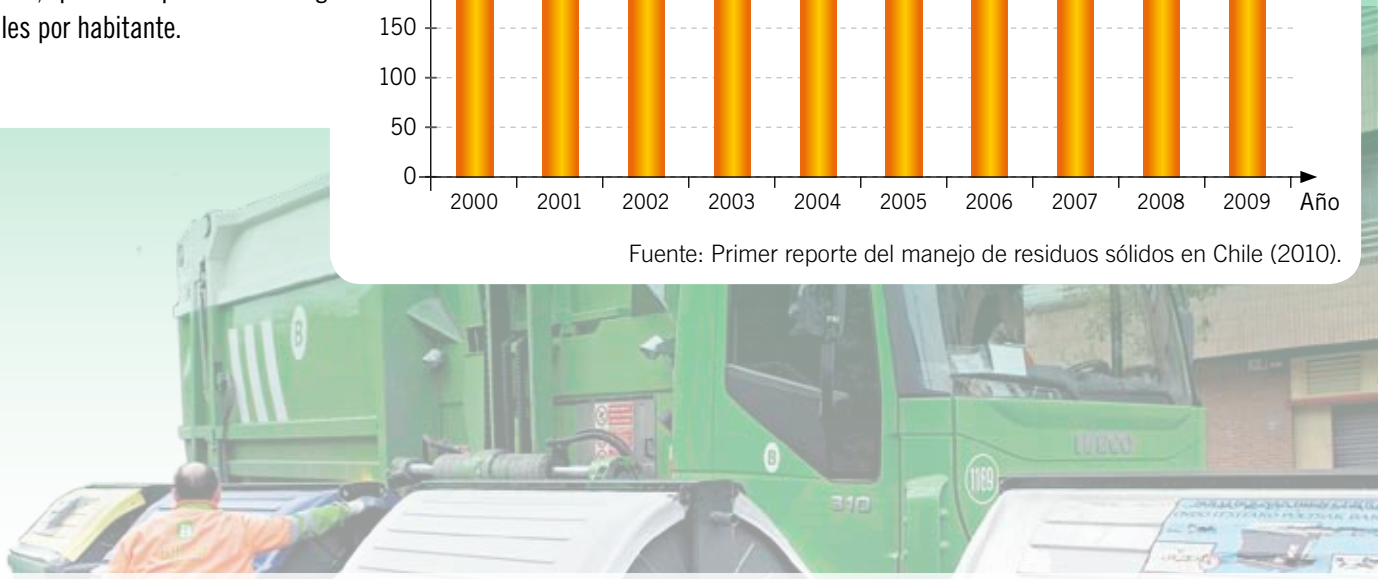
Datos y probabilidades

La generación de residuos sólidos municipales (RSM) aumenta año a año, debido al crecimiento de la población y al incremento en el nivel de vida, pasando de 326 kg por habitante el año 2000 a 384 kg por habitante el año 2009, cifra menor a la que presentan en promedio los países miembros de la OCDE, que corresponde a 550 kg anuales por habitante.

Tasa anual de generación de RSM por habitante



Fuente: Primer reporte del manejo de residuos sólidos en Chile (2010).



En esta unidad aprenderás a:

- Leer e interpretar gráficos de barras simples, barras dobles y circulares.
- Interpretar situaciones utilizando tablas y gráficos.
- Interpretar y construir diagramas de puntos, y de tallo y hojas.
- Comparar distribuciones de dos grupos.
- Calcular y analizar las medidas de tendencia central de un grupo de datos.
- Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un experimento dado.
- Interpretar la frecuencia relativa asociada a un suceso.
- Resolver situaciones mediante la repetición de experimentos aleatorios en contextos lúdicos.
- Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de la Matemática.

Presentación multimedia

Planificaciones

¿Qué sabes?

A partir de la imagen, responde.

1. ¿En cuánto aumentó la generación de RSM por habitante entre los años 2000 y 2009? ▸ _____

2. Con respecto al gráfico, escribe "título" o "variable", según sea la información presentada.

a. Año ▸ _____

b. Kg RSM/habitante ▸ _____

c. Tasa anual de generación de RSM por habitante ▸ _____

3. Pinta con el color indicado el recuadro que cumpla la condición.

Años en que se producen más de 360 kg RSM/habitante.

Años en que se producen menos de 340 kg RSM/habitante.

2000	2007	2008	2006	2005	2004	2001	2009	2002

4. Marca con un ✔ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✖.

☐ En el año 2005 se produce una mayor cantidad de RSM que en el año 2006.

☐ En el año 2001 se produce una mayor cantidad de RSM que en el año 2005.

☐ En el año 2008 se produce una mayor cantidad de RSM que en el año 2009.

5. Escribe al lado de cada año la cantidad de kg RSM que es producida por habitante.

a. 2001 ▸ _____

b. 2002 ▸ _____

c. 2003 ▸ _____

d. 2004 ▸ _____

e. 2005 ▸ _____

f. 2006 ▸ _____

g. 2007 ▸ _____

h. 2008 ▸ _____

i. 2009 ▸ _____

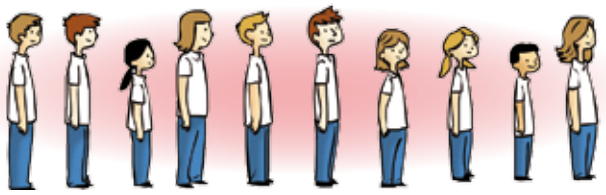
Tratamiento de la información

Conceptos básicos

Lee y responde

En dos sextos básicos de 30 estudiantes cada uno, se ha seleccionado una muestra de 10 de ellos para realizar un estudio sobre sus estaturas.

6º A



Se seleccionan los 10 estudiantes de mayor estatura.

6º B

Se escribe en un papel el número de lista de cada estudiante y luego se extraen 10 números al azar.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✖.

☐ La muestra del 6º A es representativa, ya que los 10 estudiantes fueron seleccionados al azar.

☐ La muestra en el 6º B es representativa, ya que los 10 estudiantes fueron seleccionados al azar.

☐ La muestra en ambos cursos es representativa, ya que los 10 estudiantes fueron seleccionados al azar.

Aprende

Población: es el conjunto de elementos sobre el que se realiza un estudio.

Estudiantes de sexto básico.

Muestra aleatoria: es una parte de la población elegida al azar, sobre la cual se desarrolla el estudio estadístico.

10 estudiantes de 6º B, elegidos **al azar**.

Variable: corresponde a una propiedad o característica que se quiere estudiar.

Cualitativa: es una característica no numérica.

Cuantitativa: corresponde a un dato numérico.

Debido a que se quiere estudiar la estatura de los estudiantes, la variable se clasifica como cuantitativa.

Practica

1. Completar con la población, la muestra y la variable de estudio en cada caso. Interpretar

a. Se pregunta a 80 familias de una comuna si su vivienda es arrendada o propia.

Población: _____ Muestra: _____ Variable: _____

b. En el proyecto de ciencias de un colegio se evaluará el efecto de un nuevo tipo de abono en 50 plantas, para lo cual deciden medir su crecimiento después de haber aplicado el abono en cada una de ellas.

Población: _____ Muestra: _____ Variable: _____

c. Se encuesta a 100 niños y niñas entre 10 y 12 años de una determinada ciudad, para averiguar la cantidad de horas al día que ven televisión.

Población: _____ Muestra: _____ Variable: _____

2. Clasifica las siguientes variables en cualitativas o cuantitativas. Clasificar

a. Tipo de celular. ▸ _____

b. Comida favorita. ▸ _____

c. Cantidad de estudiantes. ▸ _____

3. Lee la situación y luego escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso. Evaluar

> Para realizar una estimación sobre la cantidad de ampolletas defectuosas, una empresa selecciona al azar 150 ampolletas. Estas se clasificarán en defectuosas y no defectuosas; para ello se mantendrán encendidas durante una determinada cantidad de horas y las que se apaguen antes de 3 horas serán clasificadas como defectuosas.

a. ☐ El objetivo del estudio es detectar la calidad de las ampolletas.

Justificación: _____

b. ☐ La población corresponde a las 150 ampolletas seleccionadas en la empresa.

Justificación: _____

c. ☐ La cantidad de ampolletas seleccionadas corresponde a una variable cuantitativa.

Justificación: _____

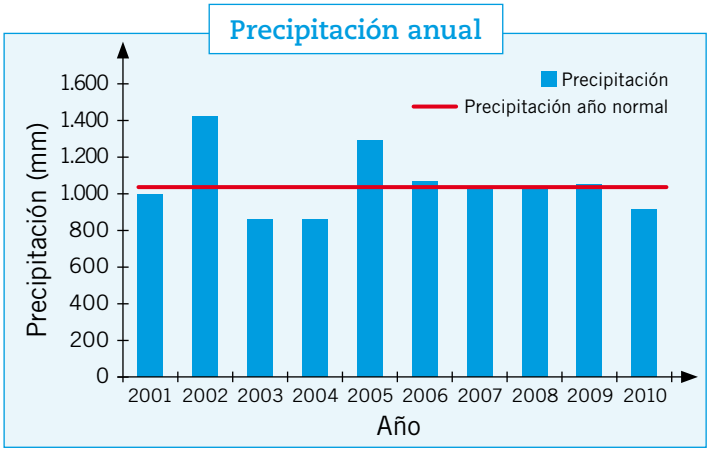
Lectura e interpretación de gráficos de barras simples

Observa y responde

El gráfico representa las precipitaciones de la isla de Juan Fernández entre los años 2001 y 2010. El segmento de color negro corresponde a la precipitación en un año normal.

Precipitación anual	
Año	mm
2001	999,8
2002	1.403,2
2003	852,7
2004	852,4
2005	1.284,4

Precipitación anual	
Año	mm
2006	1.081,8
2007	1.014,5
2008	1.034,2
2009	1.065,6
2010	896,1



Fuente: INE, Informe anual 2010.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✖.

☐ El año en que hay una mayor precipitación es 2002.

☐ En el año 2010 hubo más precipitaciones que en el año 2001.

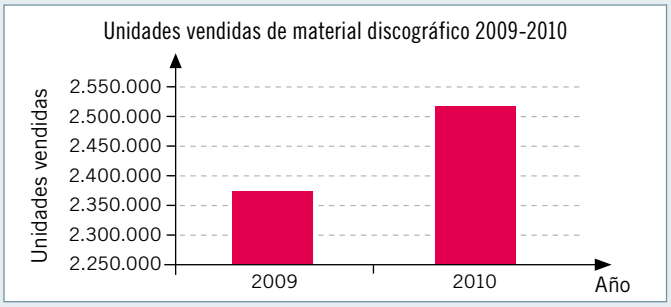
☐ La mayor variación entre las precipitaciones ocurre entre los años 2002 y 2004.

Aprende

Los **gráficos de barras simples** son representaciones en las que cada rectángulo (barra) se dispone de forma vertical u horizontal respecto de dos ejes perpendiculares entre sí. La longitud de cada barra es proporcional a la cantidad (frecuencia) que representa.

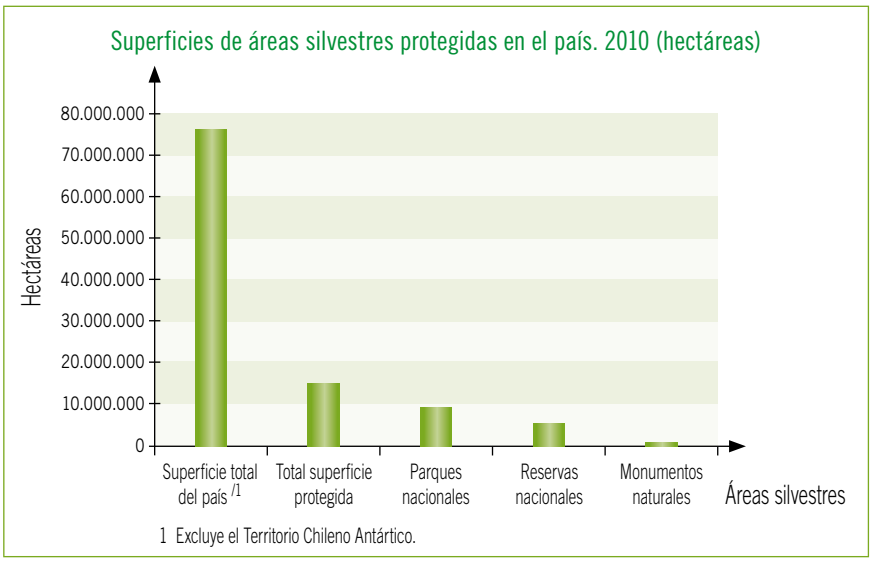
Ejemplo: un estudio del Instituto Nacional de Estadísticas (INE) muestra la venta de material discográfico en Chile durante los años 2009 y 2010.

Entre los años 2009 y 2010 se produce un fuerte aumento en la venta discográfica. Se comercializan más de 2.500.000 discos el año 2010.



Practica

1. Observa el siguiente gráfico de barras simples y luego responde. Interpretar



Fuente: INE. Gráfico elaborado con información de la Conaf.

a. ¿Cuál es el área silvestre que tiene menor cantidad de hectáreas?

▸ _____

b. ¿Entre cuántas hectáreas se encuentra la superficie total del país?

▸ _____

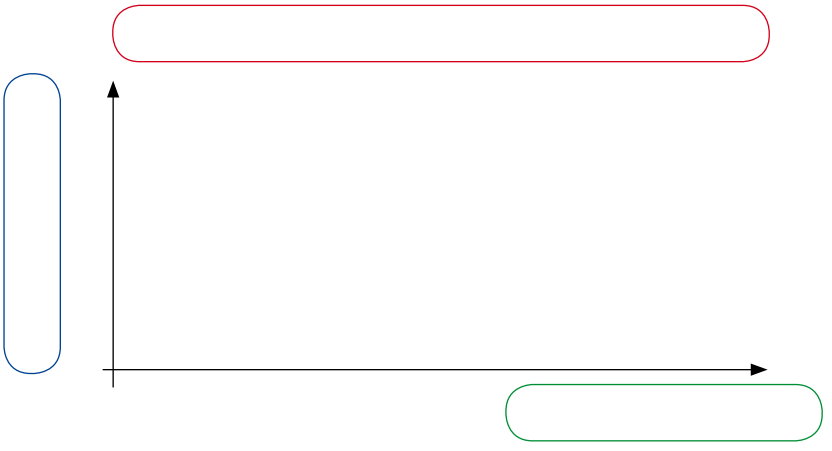
2. A los estudiantes de un curso se les ha consultado sobre el destino que prefieren para su paseo de fin de año. Estas fueron sus preferencias. Analizar

Isla de Pascua	||||||||	Desierto de Atacama	|||||
Laguna San Rafael	|||||	Salar de Uyuni	|||||||||
Coyhaique	||||	Mar del Plata	|||||

Recuerda que...

Una **tabla de frecuencias** tiene la finalidad de mostrar los **datos** recopilados en forma ordenada.

a. Construye una tabla de frecuencias y un gráfico de barras simples con la información presentada.



b. Crea una pregunta sobre la información presentada en el gráfico y compártela con tus compañeras y compañeros.

• _____

Lectura e interpretación de gráficos de barras dobles

Observa y responde

La tabla y el gráfico siguientes representan información acerca de la ventilación en Santiago en el período 2006-2010.

Año	Número de días	
	Alertas	Preemergencias
2006	21	3
2007	27	4
2008	21	8
2009	23	–
2010	11	2

Fuente: Gráfico elaborado con información de la Seremi-RM.

- Escribe el año en que se producen más alertas y el año con menos preemergencias.

- Marca con un ✔ si la afirmación es correcta. En caso contrario, marca con una ✖.

  ☐ La tabla y el gráfico mostrados no representan la misma información.

  ☐ La tabla y el gráfico mostrados representan la misma información.

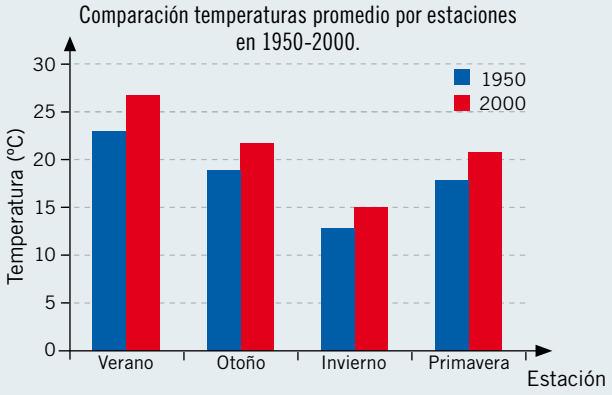
Educando en valores

Para no contaminar nuestro planeta, puedes utilizar la bicicleta como medio de transporte.

Aprende

En un **gráfico de barras dobles** se representan dos grupos de frecuencias para cada valor o categoría de la variable. Luego, en cada categoría se dibujan, sin separar, las barras respectivas. Para leer e interpretar este tipo de gráfico, se observa su título, así como las barras asociadas a cada categoría, para compararlas.

Ejemplo:



- El título muestra que se comparan las temperaturas promedio por estaciones.
- En el eje horizontal se muestran las estaciones del año y en el eje vertical, las temperaturas.
- La barra de color azul representa el promedio de la temperatura en el año 1950 y la barra de color rojo, el promedio de las temperaturas en el año 2000.

Practica

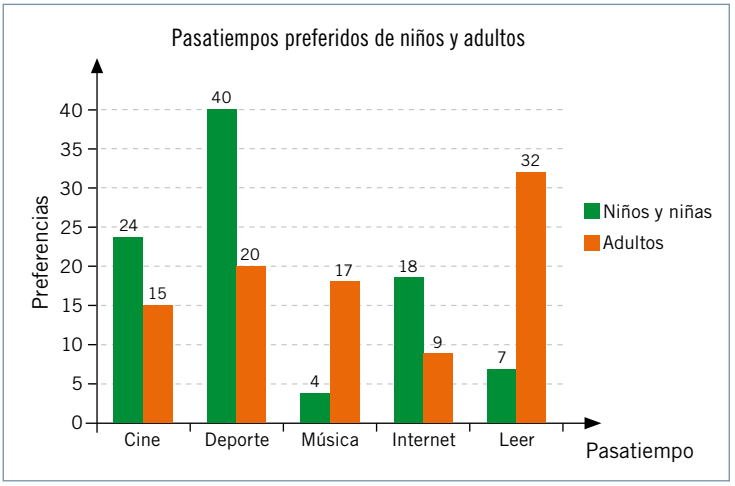
1. Lee la siguiente situación y responde. Analizar

En el siguiente gráfico de barras dobles se muestran los pasatiempos preferidos por niños y niñas, y adultos en sus tiempos libres.

a. ¿Cuántas personas en total fueron encuestadas?

b. ¿Qué pasatiempo presenta la mayor variación entre los grupos?

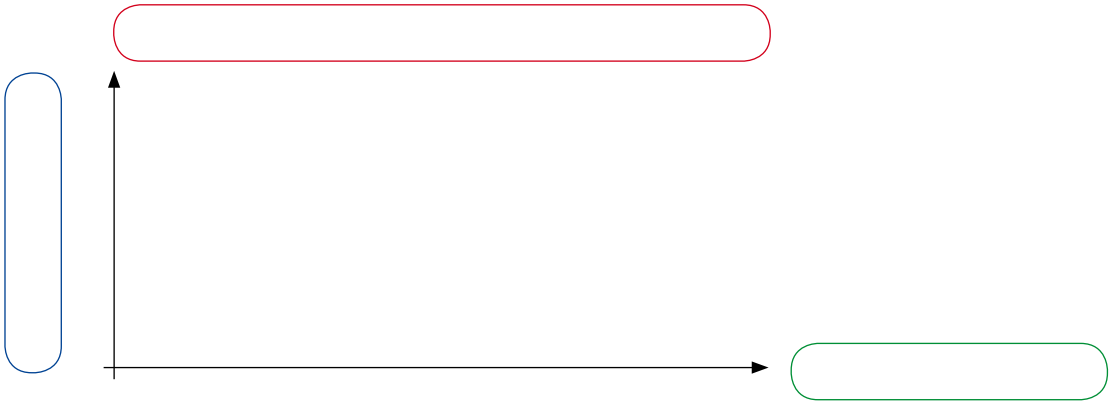
c. ¿Qué pasatiempo presenta la menor variación entre los grupos?



2. La siguiente tabla presenta las ventas realizadas por dos tiendas. Analizar

Cantidad de ventas realizadas				
Tiendas / Prendas	Poleras	Vestidos	Pantalones	Blusas
Tienda A	28	35	33	29
Tienda B	22	37	30	35

a. Construye un gráfico de barras dobles con la información presentada en la tabla.



b. ¿Cuál tienda vendió mayor cantidad de prendas?

c. Si se comparan las ventas en ambas tiendas, ¿qué prendas presentan una mayor y una menor variación?

Lectura e interpretación de gráficos circulares

Lee y responde

La tabla representa la venta de videojuegos en una tienda comercial. Estos se han clasificado en: acción, aventura y deporte.

Preferencia por videojuegos	
Clasificación	**Cantidad**
Acción	18
Aventura	10
Deporte	12
TOTAL	40

- Completa con los números que faltan para calcular cada porcentaje. Observa el ejemplo.

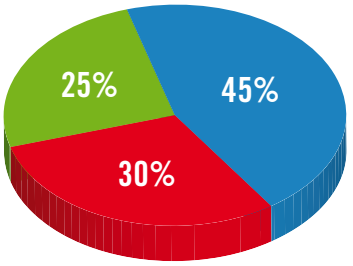
Acción: $\frac{18}{40} \cdot 100$ ▸ _____%

Aventura: $\frac{\square}{40} \cdot 100$ ▸ _____%

Deporte: $\frac{\square}{\square} \cdot 100$ ▸ _____%

- Los porcentajes anteriores se representan en el siguiente gráfico circular. Pinta el color que corresponde a cada clasificación, según sea su porcentaje.

Preferencia por videojuegos



☐ Acción
☐ Aventura
☐ Deporte

¿Sabías que...?

La **frecuencia relativa** corresponde al cociente entre el número de veces que se repite un dato y el total de datos.

- Escribe la suma del total de los porcentajes. ▸ _____

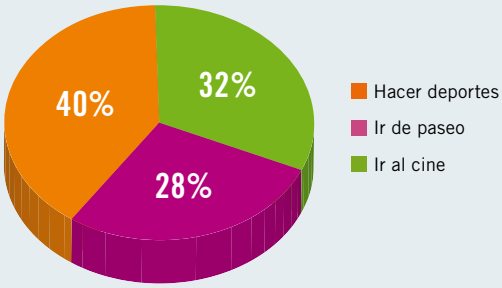
Aprende

En un **gráfico circular**, cada sector circular representa un valor de la variable que corresponde a la frecuencia relativa expresada como un porcentaje. En general, este tipo de gráfico se utiliza para saber cómo se comporta una variable respecto de un todo.

Ejemplo: en un curso se pregunta sobre la actividad preferida.

Actividad preferida	
Clasificación	**Cantidad**
Ir de paseo	7
Ir al cine	8
Hacer deportes	10

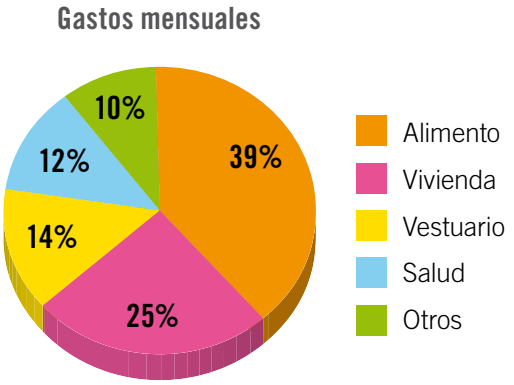
Actividad preferida



Practica

1. Lee la siguiente situación y responde. Interpretar

El gráfico representa los gastos mensuales de una familia.

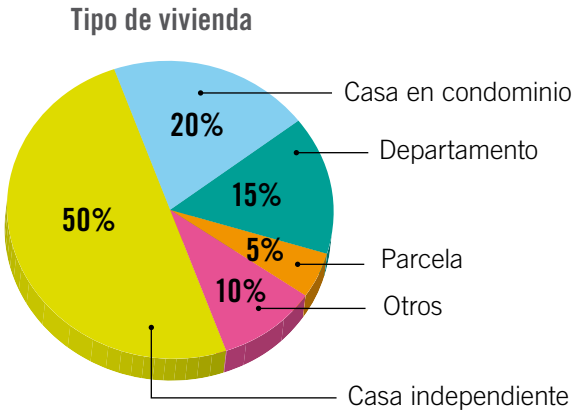


a. ¿Cuánto suman todos los porcentajes?

b. ¿Qué porcentaje gasta la familia en alimento y vestuario?

2. Resuelve el siguiente problema. Analizar

Al encuestar a 1.860 personas y preguntarles sobre el tipo de vivienda en la que habitan, se obtuvieron los siguientes resultados que se muestran en el gráfico:



a. Escribe las preferencias que se encuentran entre el 7% y el 18%.

b. Calcula la cantidad de personas que corresponde a cada preferencia.

3. Observa el siguiente gráfico. Luego, responde. Analizar

- El gráfico representa las verduras preferidas por 1.360 personas. ¿Cuántas personas prefieren las zanahorias?

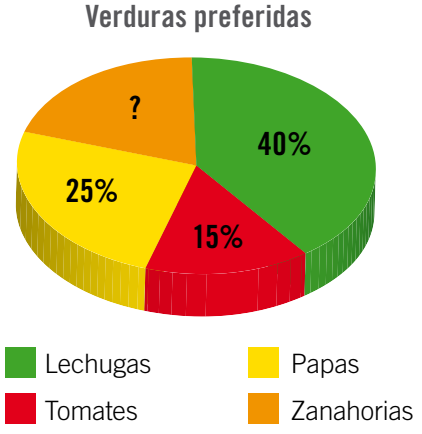


Diagrama de puntos

Lee y responde

Una persona observa que cada 1 minuto entran en 2 tiendas cierta cantidad de clientes entre las 15:00 y 15:05 hrs. Dichas observaciones las registró en una hoja.

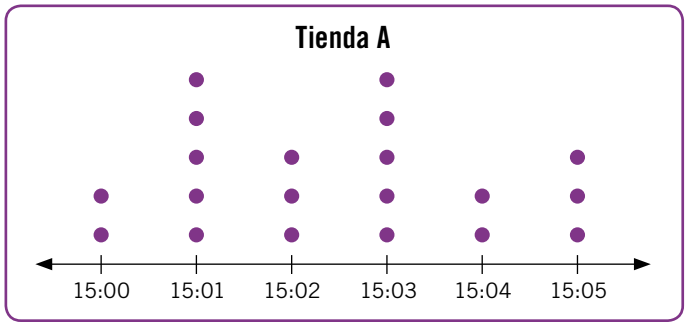
Tienda A

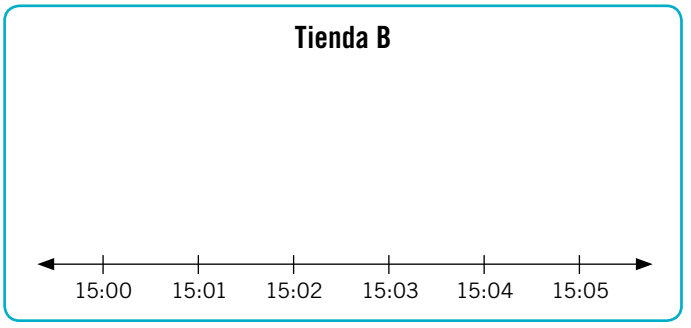
15:00 - 15:00 - 15:01 - 15:01 - 15:01 -
15:01 - 15:01 - 15:02 - 15:02 - 15:02 -
15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:03 -
15:04 - 15:04 - 15:05 - 15:05 - 15:05

Tienda B

15:00 - 15:00 - 15:00 - 15:00 - 15:00 -
15:01 - 15:02 - 15:02 - 15:02 - 15:02 -
15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:03 - 15:04 -
15:04 - 15:05 - 15:05 - 15:05 - 15:05

- La cantidad de clientes se representa en un diagrama de puntos. En la recta se registran las horas y, sobre estas, cada punto (●) representa un cliente. Completa el diagrama de la tienda B.



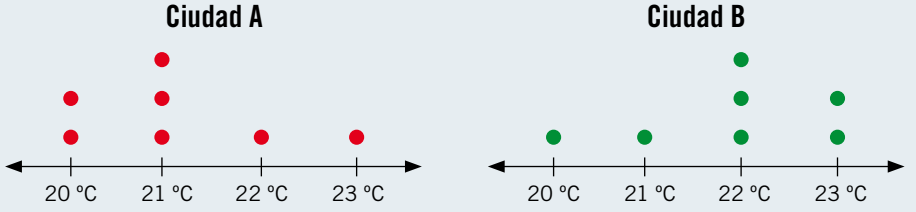


- Se afirma que en la tienda A, se registra una mayor cantidad de clientes a las 15:05 horas, en comparación con los que entran a las 15:05 horas en la tienda B. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica.

Aprende

En un **diagrama de puntos** se pueden representar distintas distribuciones de una forma más simple. Además, a partir del diagrama se pueden realizar comparaciones, según el estudio que se quiera llevar a cabo.

Ejemplo: en el diagrama de puntos se representan las temperaturas máximas registradas durante una semana en dos ciudades (A y B).

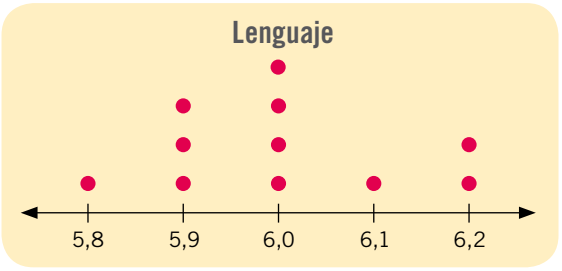


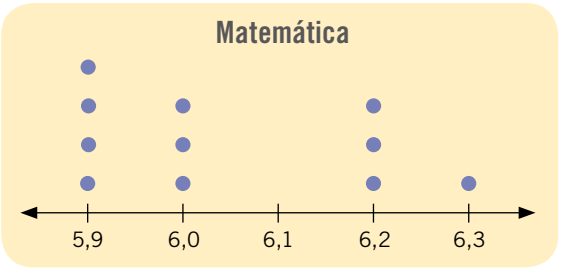
Al comparar las temperaturas registradas, se puede observar que las más repetidas en las ciudades A y B son 21 °C y 22 °C, respectivamente.

Practica

1. Observa cada diagrama de puntos y luego responde. Analizar

Los siguientes diagramas de puntos corresponden a las calificaciones, entre 1,0 y 7,0, obtenidas por un estudiante de sexto básico en Lenguaje y Matemática.





a. ¿Cuántas calificaciones hay en cada asignatura? _____ _____

b. ¿Entre qué valores se encuentran las calificaciones en Lenguaje? _____

c. Luego de comparar las calificaciones obtenidas, escribe dos conclusiones.

1º _____

2º _____

2. Resuelve el siguiente problema. Analizar

Anita y Eduardo han lanzado un dado de 6 caras y han obtenido la siguiente cantidad de puntos.

Anita	1 - 1 - 3 - 4 - 4 - 5 - 5 - 5 - 5 - 6 - 6 - 1 - 5 - 2 - 6 - 3 - 6 - 3 - 3 - 3 - 5 - 4 - 4 - 4
Eduardo	4 - 5 - 3 - 2 - 6 - 1 - 4 - 5 - 5 - 5 - 4 - 6 - 6 - 6 - 1 - 4 - 2 - 3 - 2 - 1 - 1 - 2 - 3

a. Construye un diagrama de puntos para representar los puntajes obtenidos por Anita y Eduardo.

b. Compara los diagramas de puntos que construiste y luego escribe dos conclusiones.

1º _____

2º _____

Diagrama de tallo y hojas

Observa y responde

Un supermercado hace un estudio para comparar la cantidad de ventas realizadas los días sábados y los domingos. Para ello, seleccionan al azar un grupo de clientes para saber la cantidad de productos que compran esos días.

Sábado

3 - 2 - 15 - 4 - 20 - 16 - 25 - 7 - 9 - 31 - 29 - 14 - 10 - 12 - 3 - 9 - 24 - 2 - 2 - 11 - 29 - 31 - 3 - 7 - 8

Domingo

12 - 12 - 15 - 4 - 7 - 8 - 12 - 25 - 14 - 32 - 9 - 21 - 32 - 33 - 14 - 9 - 32 - 14 - 22 - 28 - 34

- Observa el diagrama de tallo y hojas que corresponde a las ventas del día sábado; el tallo corresponde a las cifras de las decenas y en las hojas se anotan las unidades. Teniendo esto presente, construye el diagrama de tallo y hojas que representa las ventas del día domingo.

Sábado

Tallo	Hojas
0	2 2 2 3 3 3 4 7 7 8 9 9
1	0 1 2 4 5 6
2	0 4 5 9 9
3	1 1

Domingo

Tallo	Hojas
0	
1	
2	
3	

- Al observar el diagrama, el gerente afirma que el día sábado se realizan más ventas que el día domingo. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica.

Aprende

Los **diagramas de tallo y hojas** permiten representar un conjunto de datos con el objetivo de resumir y de entregar la información de una forma más manejable. Se compone de dos partes que se denominan **tallo** y **hojas**; por lo general las hojas contienen la cifra de las unidades y el tallo, las cifras restantes.

Ejemplo: los diagramas de tallo y hojas que se muestran corresponden a las calificaciones obtenidas por Sandra y Sebastián.

Sandra

Tallo	Hojas
4	0 0 2 2 5
5	5 9 9
6	0 3 6
7	0

Sebastián

Tallo	Hojas
4	3 3 4 6
5	2 1
6	0 5 8 9
7	0 0

Al comparar los diagramas, se observa que Sebastián obtiene un mayor número de calificaciones 7,0.

Practica

1. La siguiente tabla muestra la cantidad de abdominales que realizó cada estudiante en la clase de Educación Física. Aplicar

45	30	22	35	40	20	31	37	45	50	51	30	22	39	32	21	30	40	19	22	30	32	40	45	29

a. Ordena los datos de forma ascendente.

b. Construye un diagrama de tallo y hojas con los datos.

2. Las notas obtenidas en un sexto básico en la prueba de Matemática fueron las siguientes. Aplicar

Tallo	Hojas
2	2 3
3	0 0 0 9
4	0 1 1 1 6 9
5	0 3 5 7 8
6	0 1 6 5 6
7	0

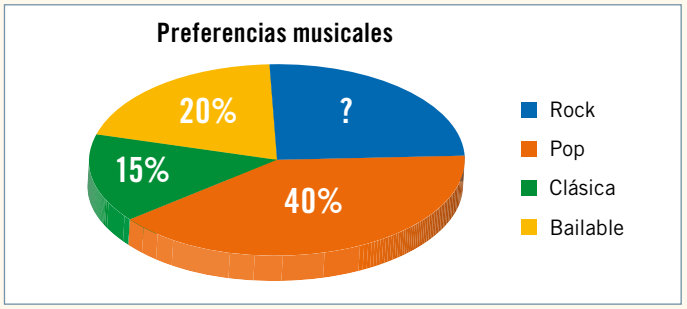
a. ¿Cuántos estudiantes rindieron la prueba?

b. ¿Qué nota es la que presenta mayor frecuencia?

c. ¿Cuántos estudiantes obtuvieron una nota mayor o igual a 4?

Ponte a prueba

El gráfico circular corresponde a un estudio realizado a 15.200 personas sobre sus preferencias musicales. Calcula la cantidad que representa cada una de las preferencias.



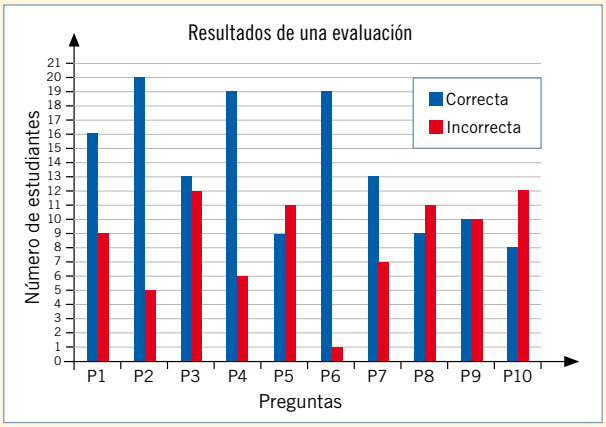
- Rock ▸ _____
- Pop ▸ _____
- Clásica ▸ _____
- Bailable ▸ _____

¿Cómo vas?

Lectura e interpretación de gráficos de barras dobles

puntos 6

1. El gráfico muestra la cantidad de estudiantes que tuvo correcta e incorrecta cada una de las 10 preguntas de cierta evaluación.



a. ¿Cuántos estudiantes rindieron la prueba?

b. ¿Qué pregunta obtuvo una cantidad mayor de respuestas correctas?

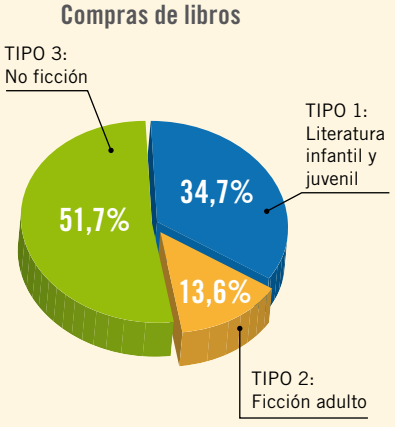
c. ¿En qué pregunta se presentó la mayor diferencia entre respuestas correctas e incorrectas?

Lectura e interpretación de gráficos circulares

puntos 6

2. Lee y luego responde.

Según estadísticas publicadas por el INE el año 2010, las diferentes bibliotecas públicas hicieron compras de libros según los tipos que se muestran en el gráfico.



a. ¿Qué tipo de libro es el que presenta mayor porcentaje?

b. ¿Qué porcentaje corresponde a ficción adulto?

c. Suponiendo que el total de libros correspondiera a 118, ¿cómo interpretarías la cantidad que representa cada porcentaje en el gráfico?

Diagrama de puntos

3. La información que se muestra corresponde a la altura, medida en centímetros, de diferentes estudiantes.

puntos 6

Sexto A: 158 - 152 - 160 - 165 - 154 - 154 - 152 - 160 - 165 - 158 - 160 - 154

Sexto B: 150 - 149 - 161 - 161 - 149 - 149 - 149 - 150 - 150 - 149 - 149 - 161

a. Construye un diagrama de puntos en el que representes las estaturas de los estudiantes de ambos cursos. Luego escribe una conclusión.

Sexto A	Sexto B

Diagrama de tallo y hojas

4. Lee la siguiente información y luego responde.

puntos 6

En un paradero se midió la frecuencia, en minutos, entre un bus y otro, tanto en la mañana como en la tarde. Los tiempos cronometrados fueron los siguientes.

Mañana	Tarde
23 - 5 - 2 - 5 - 10 - 9 - 3 - 20 - 15 - 6 - 8 - 9 - 9 - 10 - 3 - 21 - 7 - 12 - 15 - 10 - 9 - 15 - 10 - 9	12 - 10 - 15 - 10 - 9 - 8 - 7 - 10 - 11 - 12 - 9 - 15 - 8 - 27 - 26 - 15 - 9 - 10 - 10 - 15 - 10 - 9

a. Construye un diagrama de tallo y hojas para ambas jornadas.

Mañana	Tarde

b. Escribe dos conclusiones con respecto a la comparación de los diagramas de puntos.

Medidas de tendencia central

Media aritmética

Observa y responde

En una pista de automovilismo un competidor registra sus tiempos para saber con exactitud cuál es su tiempo promedio en cada vuelta.

Tiempos cronometrados	
Vueltas	**Tiempo por vuelta (s)**
Primera	53,45
Segunda	53,44
Tercera	53,45
Cuarta	53,30
Quinta	53,05

- Para calcular el tiempo promedio se suman todos los tiempos y luego se divide por el total de vueltas dadas. Completa con los números que faltan.

$$\frac{53,45 + 53,44 + 53,45 + 53,30 + 53,05}{5} = \frac{\square}{\square}$$

- Marca con un ✔ la afirmación correcta.

☐ El tiempo promedio del competidor es de 53,33 segundos.

☐ El tiempo promedio del competidor es de 53,338 segundos.

☐ El tiempo promedio del competidor es de 54,338 segundos.

- Si el corredor diera una sexta vuelta en 53,338 s, explica cómo calcularía el tiempo promedio en las 6 vueltas.

_____

Aprende

Un **promedio** o **media aritmética** ($\overline{x}$) es un dato que no necesariamente se encuentra en el conjunto de datos estudiados. Esta medida se calcula sumando todos los datos y dividiendo el resultado entre la cantidad total de los datos.

Ejemplo:

Las calificaciones de Francisco y Mariana en Matemática son:

Francisco: 6,2; 5,8; 6,7; 5,5 y 4,8

Mariana: 5,8; 7,0; 6,4; 6,8 y 4,0

¿Cuál es el promedio de cada uno?

Francisco:

$$\overline{x} = \frac{6,2 + 5,8 + 6,7 + 5,5 + 4,8}{5} = \frac{29}{5} = 5,8$$

Mariana:

$$\overline{x} = \frac{5,8 + 7,0 + 6,4 + 6,8 + 4,0}{5} = \frac{30}{5} = 6,0$$

El promedio de las calificaciones de Francisco es un 5,8; mientras que el promedio de Mariana es un 6,0.

Practica

1. Calcula el dato que falta en cada conjunto, de manera que se cumpla el promedio. Aplicar

a. 32 25 **m** 45 58 26

$\overline{x} = 34$

m = _____

b. **n** 1.000 380 27 8

$\overline{x} = 323$

n = _____

c. 2.100 1.789 1.318 **p** 21 190 347 1.200

$\overline{x} = 3.400$

p = _____

2. Resuelve el siguiente problema. Aplicar

En una competencia de salto largo, dos competidores registraron las siguientes marcas.

Competidor 1	5,3 m	-	6,4 m	-	5,7 m	-	5,9 m	-	4,9 m
Competidor 2	4,8 m	-	7,1 m	-	3,9 m	-	6,8 m	-	5,9 m

Si para determinar al ganador de la competencia se promedian los tres saltos con mejores marcas de cada competidor, ¿quién ganará la competencia? Explica.

3. Lee la siguiente información y luego responde. Analizar

Al representar los datos en una **tabla de frecuencias**, el promedio se calcula multiplicando cada valor de la variable por su frecuencia, para luego sumar estos productos y dividir la suma entre el total de datos.

Calcula el promedio en la siguiente tabla de datos.

Cantidad de hermanos en 6º A	
Cantidad de estudiantes	**Cantidad de hermanos**
3	1
5	2
6	3
8	4

Moda

Observa y responde

El siguiente listado representa la cantidad de libros que piden diariamente los estudiantes de 6° básico en la biblioteca de su colegio.

3 - 2 - 4 - 5 - 4 - 4 - 3 - 3 - 2 - 5 - 5 - 3 - 3 - 2 - 2 - 1 - 3 - 5 - 1 - 3 - 2 - 3 -
2 - 4 - 3 - 4 - 2 - 2 - 2 - 2 - 3 - 5 - 2 - 3 - 4 - 3 - 3 - 2 - 3 - 3

- Construye una tabla de frecuencias con los datos registrados.

- Observa los siguientes titulares del periódico y encierra el título más adecuado a partir de la información presentada.

Aprende

La **moda** (M_0) es una medida de tendencia central que se puede calcular e interpretar. Corresponde al valor de la variable que tiene mayor frecuencia. Un conjunto de datos puede tener una moda, dos modas, varias modas o ninguna.

Ejemplo:

Observa el conjunto de datos: 15 - 8 - 13 - 14 - 18 - 11 - 8 - 7 - 8 - 13 - 24 - 14 - 8

Se tiene que $M_0 = 8$, ya que es el valor que tiene mayor frecuencia. (Se repite 4 veces).

Practica

1. Determina la moda para cada grupo de datos. Aplicar

a. 240 - 170 - 130 - 210 - 171 - 150 - 240 - 210 M_o ▸ _____

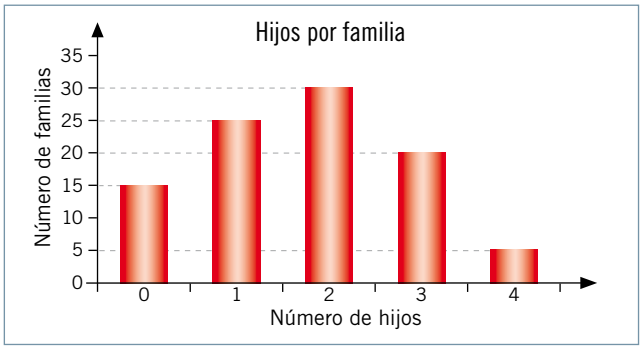
b. 18,4 - 18,5 - 18,2 - 18,7 - 18,4 - 18,6 - 18,3 M_o ▸ _____

2. Escribe el valor que falta en cada grupo de datos para que se cumpla la moda que se indica. Inferir

a. 4 - 5 - 3 - 2 - 2 - 5 - 4 - 7 - 2 - 9 - 4 - 3 - 9 - ☐ Moda ▸ 4

b. 5,8 - 4,2 - 3,6 - 4,4 - 6 - 4,7 - ☐ Moda ▸ 4,2

3. Calcula y explica cómo determinarías la moda según los datos del gráfico. Analizar



4. Lee la siguiente situación y luego responde. Analizar

El administrador de un supermercado quiere determinar el tiempo que los clientes deben esperar en la fila al pagar sus cuentas. Para ello, miden los tiempos (en minutos) en 5 de sus cajas, obteniendo los siguientes resultados:

7 - 8 - 3 - 2 - 5 - 3 - 6 - 7 - 3 - 3 - 6 - 7 - 8 - 6 - 2 - 3 - 4 - 5 - 5 - 6 - 9 -
9 - 8 - 4 - 4 - 2 - 3 - 8 - 9 - 6 - 4 - 5

a. Completa la siguiente tabla con los datos presentados anteriormente.

Tiempo (minutos)	2	3	4	5	6	7	8	9
Frecuencia								

b. Calcula el promedio de tiempo de espera y escribe una comparación con el valor que representa la moda de la muestra.

Mediana

Lee y responde

En un colegio se quiere estudiar los hábitos de sus estudiantes. Para esto se escogen al azar 15 estudiantes y se les consulta por la cantidad de horas que ven televisión durante la semana.

10 - 12 - 15 - 20 - 14 - 11 - 8 - 11 - 12 - 9 - 13 - 0 - 4 - 8 - 9

- Ordena de mayor a menor los datos anteriores.

____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____ – ____

- Encierra el número que se encuentra en la posición central de los números ordenados.

11 12 13 14

- Marca con un ✔ la afirmación verdadera.

☐ La cantidad de números ubicados a la derecha y a la izquierda del término central es la misma.

☐ La cantidad de números ubicados a la derecha y a la izquierda del término central es distinta.

Aprende

La **mediana** (M_e) es un valor que se encuentra ubicado en la posición central de la muestra, una vez ordenados los datos (creciente o decreciente) esta previamente ordenada. Se presentan dos casos:

- Si hay una cantidad **impar** de datos, la mediana es igual al valor que está en la mitad.

Ejemplo: al tener los datos 20, 17, 18, 21, 19, y ordenarlos de manera creciente, se obtiene:

17 - 18 - **19** - 20 - 21 Por lo tanto, M_e = **19**.

Término central

- Si el número de datos es **par**, la mediana corresponde al promedio de los dos datos centrales.

Ejemplo: observa el siguiente conjunto de datos:

2 - 2 - 3 - 4 - **4** - **5** - 6 - 6 - 6 - 7

Los dos valores centrales son los números 4 y 5. Al calcular el promedio se obtiene:

(**4** + **5**) : 2 = **4,5**

Por lo tanto, M_e = **4,5**.

Practica

1. Determina la mediana (M_e) de cada conjunto de datos. Aplicar

a.

1,125	1,105
1,32	1,085
1,095	1,6
1,425	1,005
1,5	1,325

M_e = _____

b.

40	32	27
55	87	31
22	19	52
27	36	25
68	40	27

M_e = _____

c.

8	16	22
8	16	22
8	16	22
8	16	22
8	16	22

M_e = _____

2. Resuelve los siguientes problemas. Analizar

a. Leonor ha jugado varios partidos de tenis que han durado los siguientes tiempos: 73 minutos, 170 minutos, 115 minutos, 85 minutos, 125 minutos y 80 minutos. ¿Cuáles son la media y la mediana de los tiempos de duración de los partidos?

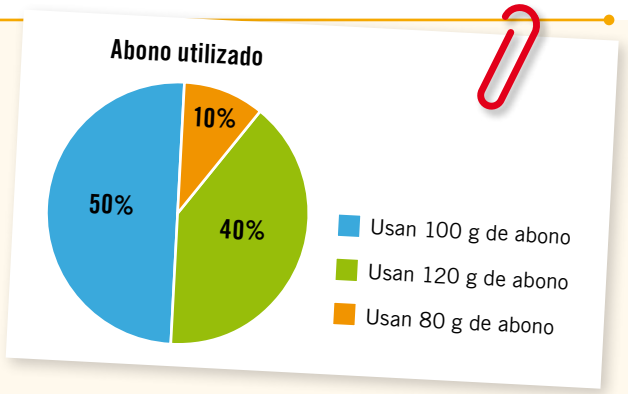
b. Miriam dice que la mediana de la lista de números que ha escrito es 5, porque es el dato que está en el centro de la lista. Explica si Miriam está en lo correcto.

2 3 4 5 5 8 6 3

Ponte a prueba

En un sector donde se cultiva brócoli, se encuestó a 10 agricultores sobre la cantidad de cierto abono que utilizan para la tierra. Los encargados de la encuesta organizaron la información en un gráfico circular.

- Calcula la media, la mediana y la moda de la cantidad de abono usado.



Experimentos aleatorios y determinísticos

Observa y responde

En la imagen hay 3 vasos de diferentes colores, y en uno de ellos se esconde una bolita.

- Remarca la afirmación correcta.

  La bolita se encuentra en el vaso de color azul.

  La bolita se encuentra en el vaso de color verde.

  No se puede afirmar en qué vaso estará la bolita.

- Luego, se agregan más vasos y solo en uno estará la bolita. Marca con un ✔ la afirmación correcta.

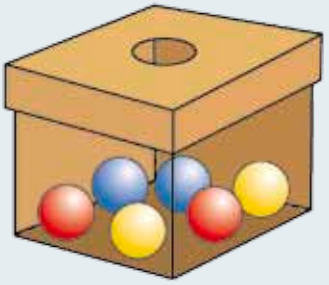
  ☐ Hay más posibilidades de encontrar la bolita.

  ☐ Hay menos posibilidades de encontrar la bolita.

Aprende

Un **experimento aleatorio** es el que depende del azar, es decir, del cual no se tiene certeza de lo que ocurrirá y no se puede predecir su resultado.

Ejemplo: de una caja con bolitas de color amarillo, azul y rojo se extrae una bolita al azar, por lo que no se tiene certeza el color de la que se obtendrá.



Cuando se realiza un experimento varias veces bajo las mismas condiciones y se tiene certeza de lo que ocurrirá, este experimento es **determinístico**.

Ejemplo: al exponer un papel al fuego se tiene la certeza de que este se quemará.

Practica

1. Marca con un ✔ si el experimento es aleatorio. En caso contrario, marca con una ✖. Interpretar

a. ☐ Escoger al azar un adolescente y predecir su edad.

b. ☐ Predecir el puntaje de un partido de baloncesto.

c. ☐ Lanzar una piedra al aire y verificar si cae al suelo o no.

d. ☐ Predecir quién es la siguiente persona que llamará a tu celular.

e. ☐ Extraer una bolita al azar de una caja con bolitas numeradas del 1 al 100.

f. ☐ Lanzar un dado de seis caras y obtener una cantidad impar de puntos.

2. Observa cada situación y responde. Analizar

a. Si se extrae una bolita al azar, ¿se tendrá certeza del color de la pelotita que saldrá de esta máquina? Explica.

b. ¿Clasificarías este experimento como determinístico o aleatorio? Justifica tu respuesta.

3. Un grupo de amigos necesita practicar un deporte y existen dos opciones: fútbol o básquetbol. Para decidir qué deporte practicarán, lanzarán una moneda al aire. Si obtienen cara, jugarán fútbol y si sale sello, básquetbol. Analizar

a. Al lanzar una moneda, ¿cuántos posibles resultados existen? Explica.

b. ¿Clasificarías este experimento como determinístico o aleatorio? Justifica tu respuesta.

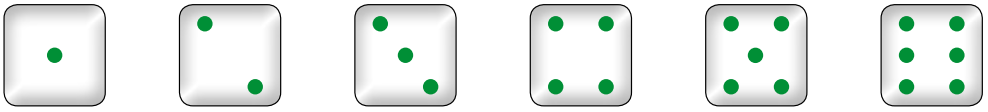
Frecuencia relativa asociada a un suceso

Lee y responde

Un estudiante lanza 55 veces un dado de 6 caras y registra la cantidad de puntos obtenidos en cada caso.

Cantidad de puntos	1	2	3	4	5	6
Cantidad de apariciones	10	8	7	11	9	10

- Encierra con color azul el número que tuvo la mayor cantidad de apariciones, y con color rojo el que tuvo la menor cantidad de apariciones.



- Respecto del número de puntos del dado que tenga más apariciones, completa.

$$\frac{\text{Número de apariciones}}{\text{Cantidad de lanzamientos}} = \frac{\square}{\square}$$

Aprende

La **frecuencia absoluta** (f) de un suceso se puede relacionar con el número de veces que ocurre dicho suceso.

La **frecuencia relativa** (f_r) de un suceso se puede relacionar con la razón entre la frecuencia absoluta y el número total de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Ejemplo: al realizar el experimento aleatorio de lanzar un dado 25 veces, se obtienen los siguientes resultados:

Cantidad de puntos						
Cantidad de apariciones (frecuencia absoluta)	5	3	6	2	5	4

Frecuencia relativa de que aparezca . ▸ $\frac{5}{25} = 0{,}2$

Frecuencia relativa de que aparezca . ▸ $\frac{6}{25} = 0{,}24$

Practica

1. Lanza una moneda 15 veces y registra en la tabla con una ✖ si sale cara o sello. Analizar

Lanzamiento	Cara	Sello
1		
2		
3		
4		
5		

Lanzamiento	Cara	Sello
6		
7		
8		
9		
10		

Lanzamiento	Cara	Sello
11		
12		
13		
14		
15		

Cantidad de caras ▸ _____ Cantidad de sellos ▸ _____

- Completa la siguiente tabla.

Suceso	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Cara		
Sello		

2. En una caja hay bolitas numeradas del 1 al 10. La siguiente tabla presenta la cantidad de apariciones de bolitas extraídas al azar. Analizar

Extracción de una bolita	
Número obtenido	**Cantidad de apariciones**
1	2
2	3
3	1
4	0
5	0
6	4
7	1
8	0
9	2
10	1

a. ¿Cuántas extracciones se efectuaron?

_____

b. ¿Qué bolita presenta mayor frecuencia?

_____

c. ¿Qué bolita presenta mayor frecuencia relativa?

_____

d. ¿Qué bolita presenta menor frecuencia relativa?

_____

Probabilidad de ocurrencia de un suceso

Observa y responde

El profesor de Educación Física de 6º básico pide que 10 estudiantes practiquen lanzamientos al aro de básquetbol.

- Considerando que el profesor elige al azar a uno de estos estudiantes, marca con un ✔ si la afirmación es correcta y con una ✘, si no lo es.

  ☐ Es más posible elegir a un estudiante que haya encestado.

  ☐ Es más posible elegir a un estudiante que no haya encestado.

  ☐ Es igualmente posible elegir a uno que enceste o a uno que no lo haga.

- Completa cada recuadro con la información correspondiente.

$$\frac{\text{Cantidad de estudiantes que acertaron}}{10} = \frac{\square}{10}$$

$$\frac{\text{Cantidad de estudiantes que no acertaron}}{10} = \frac{\square}{10}$$

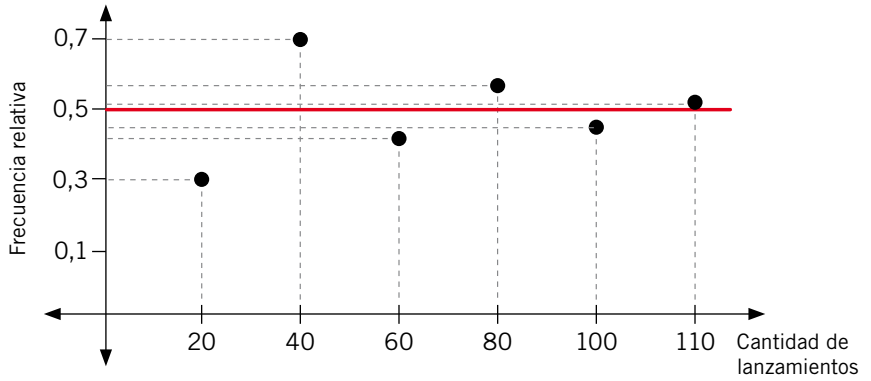
Estudiantes	Resultado
1	✔
2	✘
3	✔
4	✘
5	✔
6	✔
7	✘
8	✔
9	✔
10	✘

Aprende

Al repetir varias veces un experimento aleatorio, la frecuencia relativa asociada a un suceso (S) "tiende" a la **probabilidad de ocurrencia del suceso** (S).

Cuando dos o más sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrencia, se dice que son **equiprobables**.

Ejemplo: al lanzar una moneda, existen dos sucesos que son equiprobables: {cara} y {sello}. Luego, al repetir este experimento la frecuencia relativa asociada se acercará a $\frac{1}{2}$.



Practica

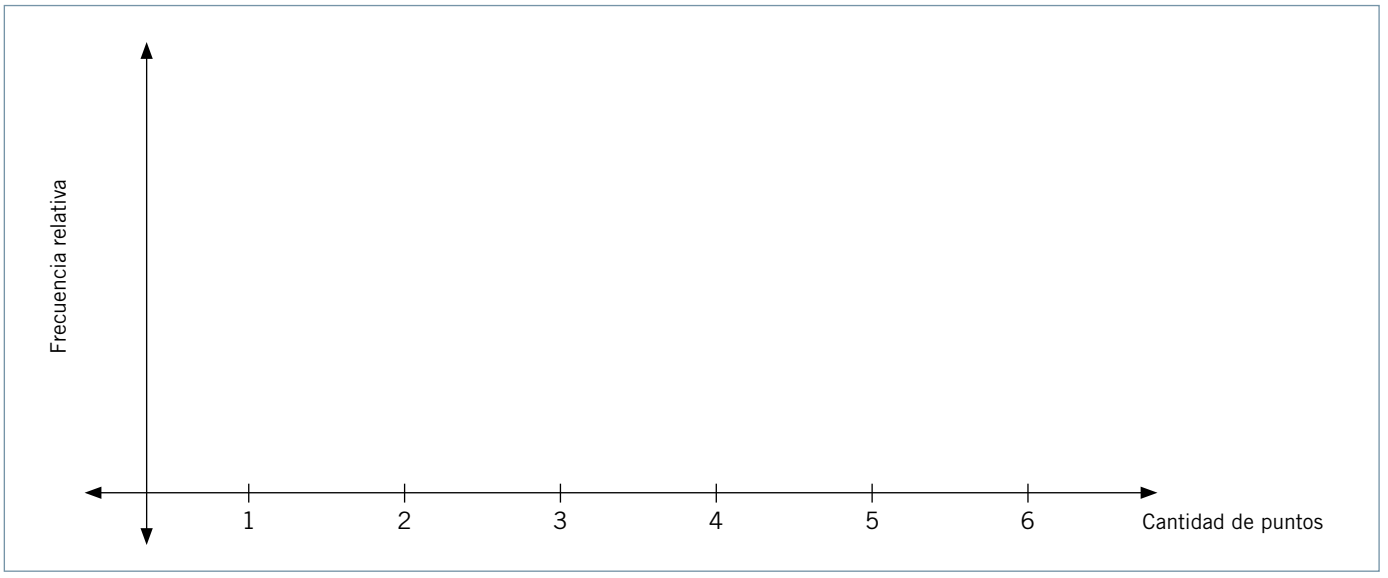
1. La tabla representa los lanzamientos realizados al lanzar un dado de 6 caras. Complétala y luego responde. Analizar

	Cantidad de puntos					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Frecuencia absoluta	30	35	40	50	35	30
Frecuencia relativa						

a. ¿Cuántas veces se realizó el experimento?

b. ¿Cuáles son las frecuencias relativas asociadas al suceso con mayor y menor frecuencia?

c. Construye un gráfico que represente la información de la tabla.



d. Hacia qué valor crees que se acercará cada cantidad de puntos, luego de repetir muchas veces este experimento? Explica.

e. Un estudiante afirma que, independientemente de la cantidad de veces que se realice el experimento, la suma de las frecuencias relativas será siempre igual a 1. Y que necesariamente la "probabilidad de ocurrencia" de cada uno de los puntos se acerca a $\frac{1}{6}$. ¿Es correcta esta afirmación? Explica.

Uso de *software*

Ingresa al sitio web: www.casadelsaber.cl/mat/607 y realiza la siguiente actividad:

Al ingresar a la actividad encontrarás las instrucciones que debes seguir para desarrollarla.

Luego, podrás elegir distintos **experimentos aleatorios**, entre los que podrás seleccionar:

- Lanzar el dado.
- Lanzar una moneda.
- Girar la ruleta.

Al seleccionar Lanzar una moneda aparecerá lo siguiente:

En este caso, deberás completar el casillero con la cantidad de lanzamientos que quieras realizar.

Luego del lanzamiento de la moneda, podrás visualizar la cantidad de "caras" y "sellos" obtenidos.

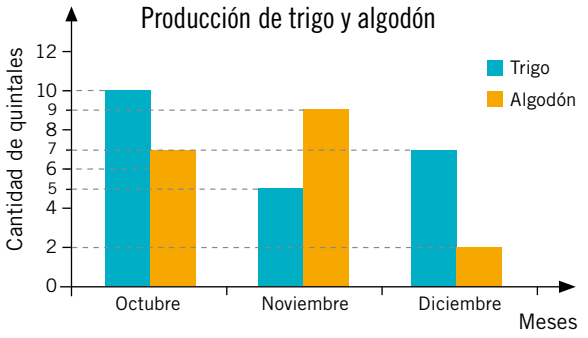
A continuación, completarás una tabla con las frecuencias (caras o sellos) y en ella podrás identificar la frecuencia relativa asociada a dichos sucesos. Finalmente, podrás visualizar el gráfico que representa dicho experimento, según de los lanzamientos realizados.

Ponte a prueba

Luego de lanzar 500 veces un dado, David le comentó a Daniela que ha salido 300 veces la cara , y agregó que la frecuencia relativa asociada a dicho suceso es $1,\overline{6}$ y que, si continuara lanzando el dado este valor se aproximaría a $\frac{1}{6}$. Daniela le respondió que estaba equivocado. Explica quién está en lo correcto.

Observa la resolución del siguiente problema

En el gráfico de barras dobles se muestra la producción de trigo y algodón en una determinada ciudad. En total, ¿cuántos quintales de trigo y algodón se han producido?



PASO 1 **Explica con tus palabras la pregunta del problema.**

Se quiere saber el total de quintales producidos de trigo y algodón.

PASO 2 **Identifica los datos importantes.**

Los quintales se pueden representar en una tabla de frecuencias.

Producción de trigo y algodón			
Producto \ Meses	Octubre	Noviembre	Diciembre
Trigo	10	5	7
Algodón	7	9	2

PASO 3 **Calcula y escribe la solución.**

Al sumar la cantidad de quintales se obtiene lo siguiente:

Quintales de trigo ▸ $10 + 5 + 7 = 22$ Quintales de algodón ▸ $7 + 9 + 2 = 18$

Luego, el total de quintales de trigo y algodón es: $(22 + 18) = 40$ quintales.

PASO 4 **Revisa la solución.**

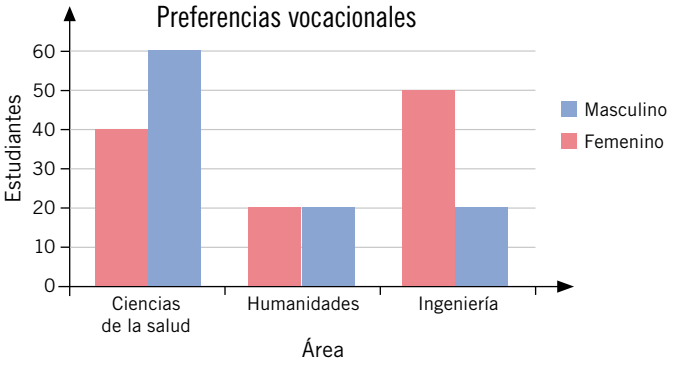
Los valores de la tabla suman 40 quintales.

Producción de trigo y algodón			
Producto \ Meses	Octubre	Noviembre	Diciembre
Trigo	10	5	7
Algodón	7	9	2
Total	17	14	9

$= \boxed{40}$

Ahora hazlo tú

El gráfico que se muestra representa las preferencias vocacionales de distintos estudiantes. ¿Cuántos estudiantes fueron consultados?



PASO 1 Explica con tus palabras la pregunta del problema.

PASO 2 Identifica los datos importantes.

PASO 3 Calcula y escribe la solución.

PASO 4 Revisa la solución.

Competencias para la vida

La **información** en **gráficos** y **tablas** me ayudan a comprender situaciones ecológicas

Cada año somos testigos de cómo se producen numerosos incendios forestales que afectan a gran parte de nuestra flora y fauna nativas, causando un daño natural irreparable. Generalmente estos ocurren en el período de verano y en la mayoría de las ocasiones se deben a la irresponsabilidad de la gente.

La tabla muestra la ocurrencia de incendios forestales.

Total ocurrencia incendios forestales		
Region	Quinquenio 2006-2010	2010/2011
III	9	0
IV	31	48
V	789	824
RM	462	590
VI	214	221
VII	322	479
VIII	2.398	2.005
IX	944	580
XIV	100	69
X	231	97
XI	28	17
XII	20	22

Competencia matemática

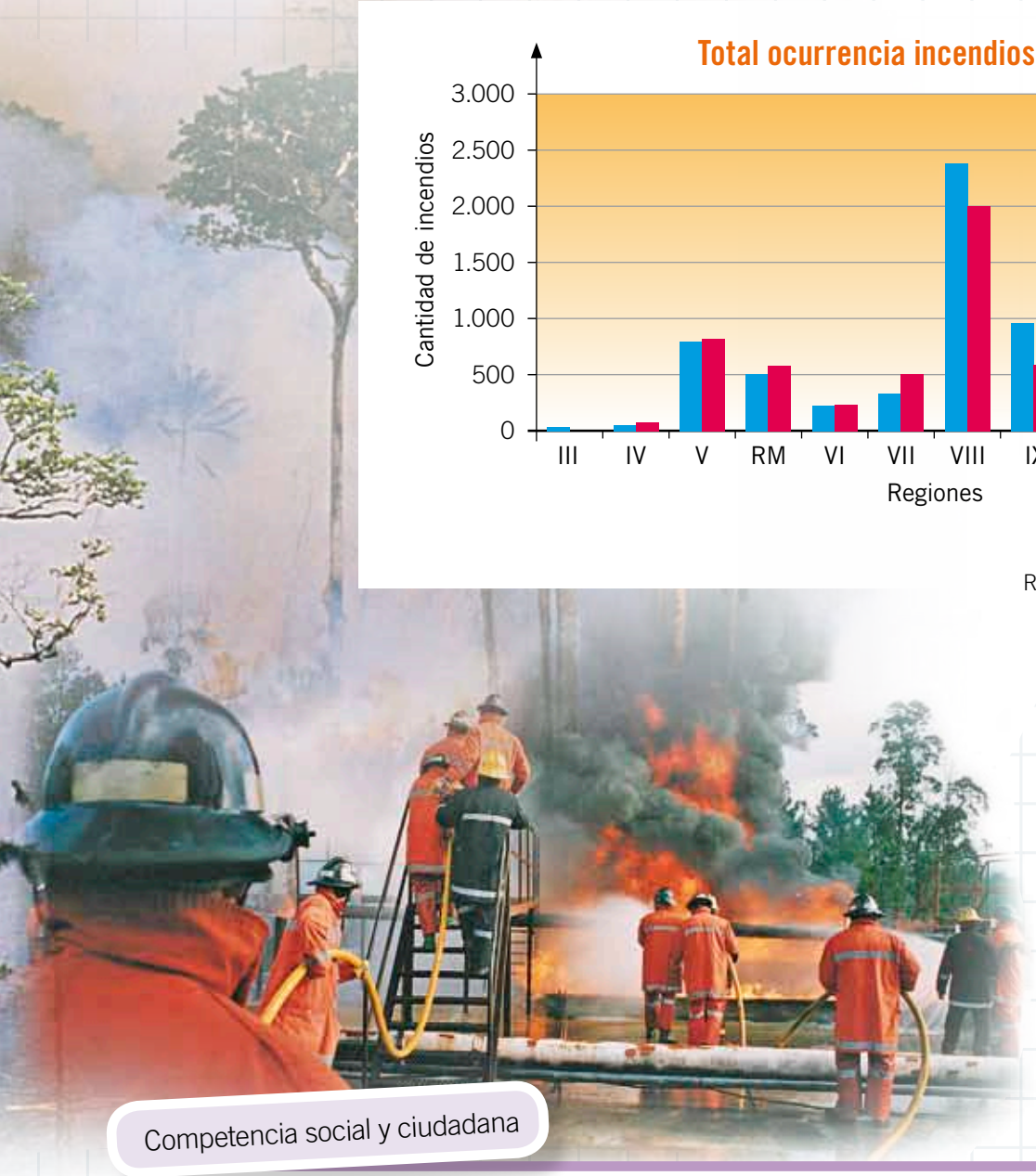
Responde, según la información entregada.

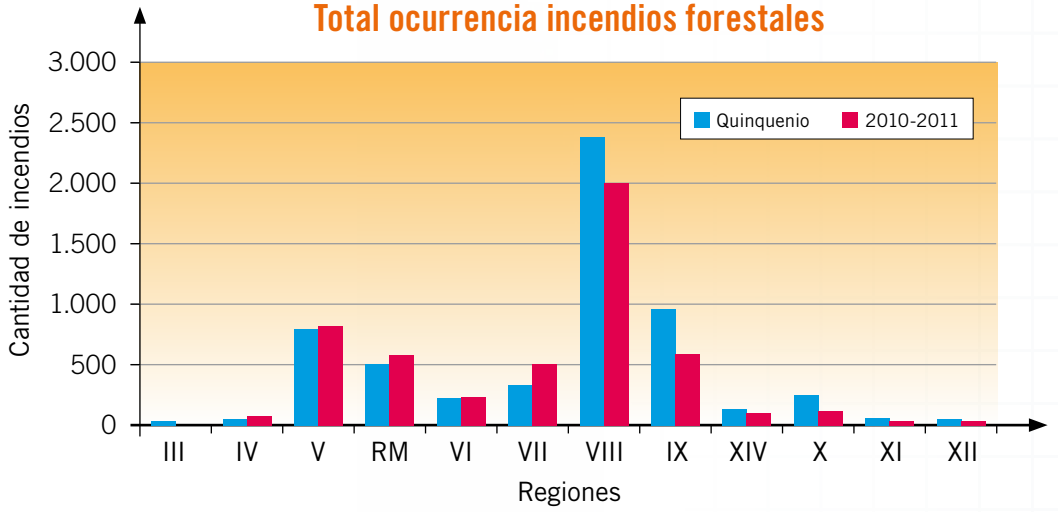
- En total, ¿cuántos incendios se produjeron en el período 2010/2011? ▸ _____
- Marca con un ✔ la afirmación correcta.

☐ En el gráfico se aprecia que la VIII Región tiene mayor ocurrencia de incendios.

☐ Según el gráfico, la Región Metropolitana tiene la menor ocurrencia de incendios.

El gráfico de barras dobles representa la información de la tabla.





Fuente: http://www.conaf.cl
Recuperado el 4 de octubre de 2012.

Competencia social y ciudadana

Reflexiona y comenta.

- ¿De qué región chilena son los habitantes más perjudicados por los incendios forestales?
- ¿Cuál crees que es la principal razón por la que se producen los incendios forestales?
- ¿Cómo puedes ayudar a la prevención de los incendios?
- Nombra algunas campañas para la prevención de este tipo de accidentes.

Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

Analiza cómo responder una pregunta de selección múltiple

Hogar Video tutorial

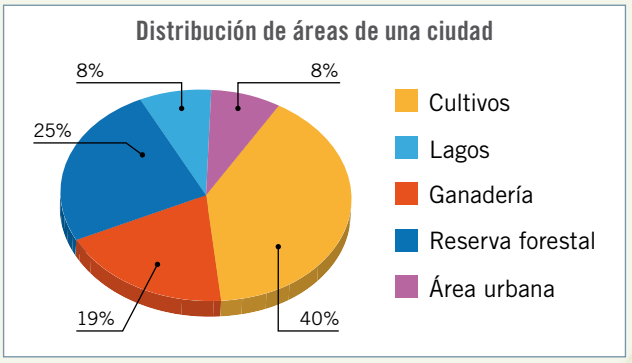
1. El gráfico corresponde a la distribución de las áreas dedicadas a distintas actividades, en un sector de la ciudad que tiene un total de 19.500 km^2. ¿Qué afirmación es verdadera?

A. Los cultivos son menos de 7.600 km^2 de la ciudad.

B. El área urbana y la reserva forestal en conjunto tienen menor superficie que la superficie de los lagos y la ganadería.

C. El área urbana corresponde a más de 1.500 km^2 de la ciudad.

D. El porcentaje de la distribución del área ganadera es mayor que 19%.



Análisis de las alternativas

A. Se calcula el porcentaje que representan los cultivos, es decir, el 40% de 19.500 km^2, lo que resulta: $19.500 \cdot \frac{40}{100} = 7.800$.
Por lo tanto, la superficie de los cultivos corresponde a **más** de 7.600 km^2.

B. Al observarse la distribución en el gráfico circular, se relaciona cada área con su correspondiente porcentaje, obteniéndose:

Área urbana	Reserva forestal		Lagos	Ganadería
8%	25%		8%	19%
33%		>	27%	

C. Se calcula el área urbana, que corresponde al 8% de 19.500 km^2: $19.500 \cdot \frac{8}{100} = 1.560$.
Por lo tanto, el área urbana corresponde a más de 1.500 km^2.

D. El área de la superficie ganadera es **igual al** 19% y **no es mayor** que este porcentaje.

▸ Por lo tanto, la alternativa **C** es la correcta.

1. A B C D

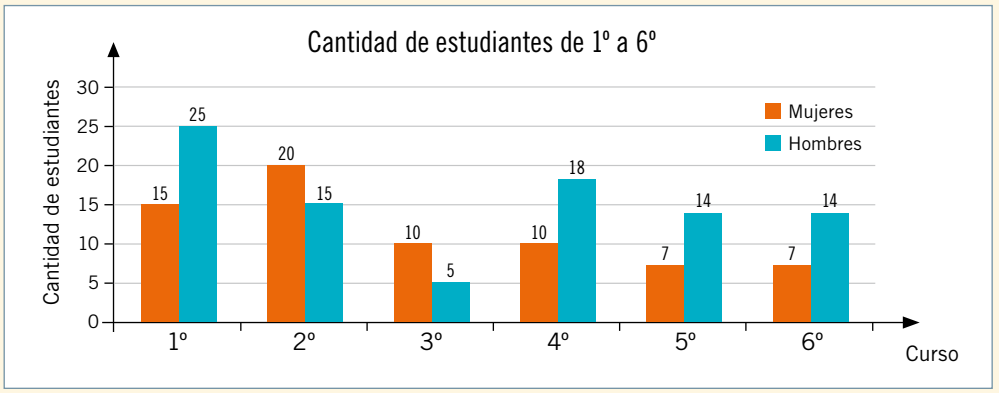
¿Qué aprendiste?

Evaluación final

1. Observa el siguiente gráfico y responde.

puntos 3

En el gráfico de barras se muestra la cantidad de mujeres y hombres que hay en cada curso de una escuela.



a. ¿En qué curso hay más mujeres que hombres? _____

b. ¿Cuántos estudiantes hay en la escuela? _____

c. Completa la tabla con la información del gráfico.

Cantidad de estudiantes						
Género \ Curso	1º	2º	3º	4º	5º	6º
Mujeres						
Hombres						

2. El gráfico circular corresponde a las preferencias deportivas de 1.200 estudiantes de un colegio.

puntos 2

a. Escribe la mayor y la menor preferencia.

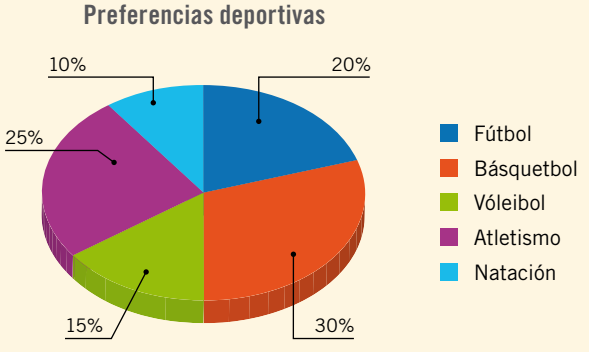
Mayor _____

Menor _____

b. Escribe la cantidad que representa cada preferencia.

Fútbol _____

Vóleibol _____



3. En un sexto básico, un estudiante ha obtenido las siguientes calificaciones:

puntos 3

4,0 - 6,3 - 5,8 - 6,0 - 5,6 - 6,0 - 5,0 - 5,0 - 6,0 - 7,0 - 5,8 - 4,0

Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

a. ☐ La calificación que representa la moda es un 6,0.

Justificación: _____

b. ☐ El promedio corresponde a una calificación menor que la mediana.

Justificación: _____

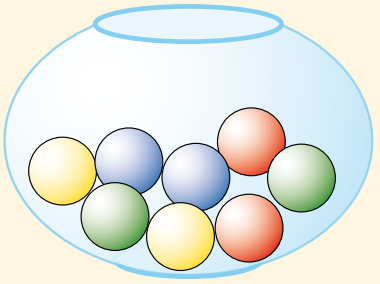
c. ☐ La calificación que representa la mediana no está entre los datos presentados.

Justificación: _____

4. La tabla de frecuencias representa el experimento aleatorio de extraer al azar una bolita del recipiente que se muestra, registrar el color obtenido y a continuación introducir la bolita nuevamente al recipiente. Completa la tabla y luego responde.

puntos 3

Extracción de una bolita		
Color	**Frecuencia**	**Frecuencia relativa**
Verde	32	
Amarillo	18	
Azul	36	
Rojo	24	



a. ¿Cuántas veces se realizó el experimento? ▸ _____

b. Escribe el número decimal que representa cada frecuencia relativa.

Verde ▸ _____ Amarillo ▸ _____ Azul ▸ _____ Rojo ▸ _____

c. Un estudiante afirma que, como los sucesos son equiprobables, el resultado de repetir sucesivamente dicho experimento se acerca hacia un número decimal que se encuentra entre el máximo y el mínimo de las frecuencias relativas asociadas a cada suceso. ¿Es correcta esta afirmación?

▸ _____

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

puntos 3

5. ¿Qué afirmación es **verdadera**?

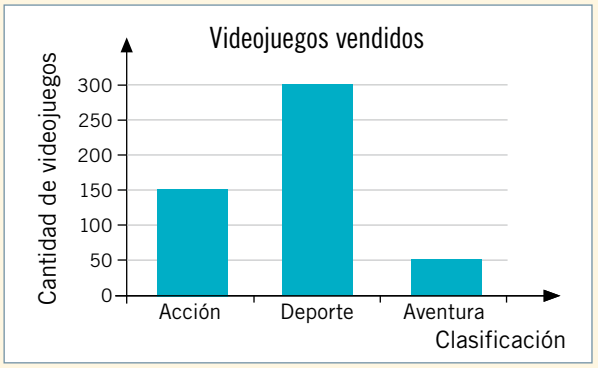
A. Una muestra siempre tiene más elementos que la población.

B. Las variables cualitativas siempre se miden numéricamente.

C. La población es un subconjunto de la muestra.

D. Las variables cuantitativas se miden numéricamente.

El siguiente gráfico muestra los distintos tipos de videojuegos vendidos.



6. ¿Cuántos videojuegos se vendieron en total?

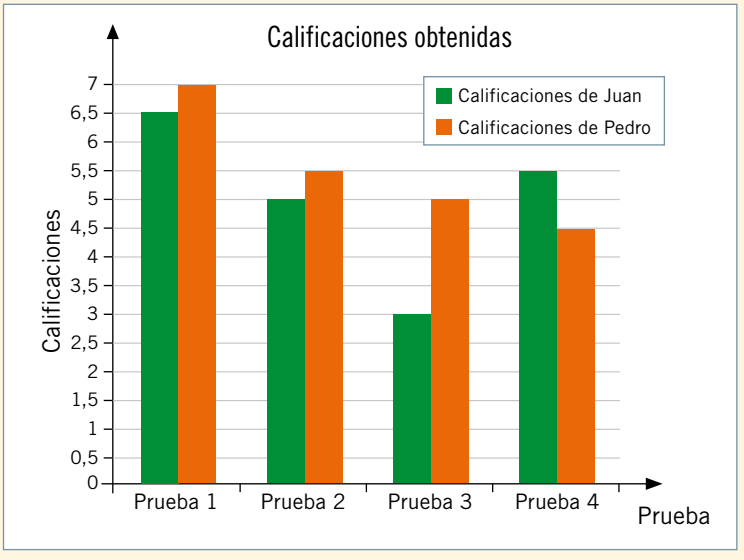
A. 50 unidades.

B. 150 unidades.

C. 300 unidades.

D. 500 unidades.

7. El siguiente gráfico muestra las calificaciones obtenidas por Pedro y Juan durante el primer trimestre.



¿Qué afirmación es **falsa**?

A. La calificación mayor corresponde a un 7,0.

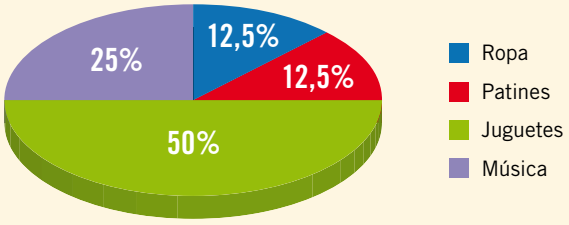
B. La mayor diferencia entre las calificaciones es igual a 4,0.

C. En la prueba 2, Pedro obtiene una calificación mayor que Juan.

D. La menor diferencia entre las calificaciones obtenidas es de 0,5.

puntos 3

8. El gráfico circular corresponde a los resultados de una encuesta realizada a 280 niños sobre los obsequios que prefieren recibir en Navidad.



¿Qué número corresponde al porcentaje que representa la música?

A. 35
B. 70
C. 120
D. 140

9. El departamento de recursos humanos de una empresa realiza un estudio estadístico acerca de las edades de un grupo de empleados. Los resultados se representan en un diagrama de tallo y hojas. ¿Qué afirmación es **verdadera**?

A. Una persona tiene 30 años.
B. Tres personas tienen 56 años.
C. Tres personas tienen 42 años.
D. Dos personas tienen más de 40 años.

Edades

2	3 7 8 8
3	0 5 5 6 7 8
4	2 2 5 6
5	0 2

Las calificaciones obtenidas por 10 estudiantes en el examen final de Matemática fueron las siguientes:

5,0 - 4,8 - 5,0 - 5,8 - 7,0 - 5,5 - 5,0 - 6,0 - 5,9 - 7,0

Considerando lo anterior, responde las preguntas 10 y 11.

10. ¿Cuál es la media aritmética de estas calificaciones?

A. 5,5
B. 5,6
C. 5,7
D. 5,8

puntos 4

11. ¿Cuál es la mediana de las calificaciones?

A. 5,5
B. 5,65
C. 5,75
D. 5,85

12. ¿Qué alternativa **no** es una característica de un experimento aleatorio?

A. El experimento depende del azar.
B. Su resultado no se puede predecir.
C. El resultado del experimento es predecible.
D. Al realizar el experimento, no se tiene certeza de lo que ocurrirá.

Se realizó un estudio con respecto a la cantidad de horas que un grupo estudiantes dedica al día a ver televisión. La tabla de frecuencias resume dicha información.

Horas de televisión que ven al día	
Horas de televisión	**Frecuencia absoluta**
1	15
2	12
3	10
4	3

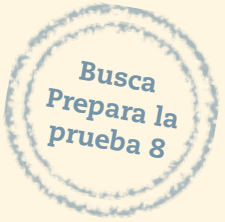
Con la información de la tabla, responde las preguntas 13 y 14.

13. ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados?

A. 15
B. 20
C. 30
D. 40

14. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de elegir un estudiante que vea 3 horas de televisión al día?

A. $\frac{15}{40}$
B. $\frac{12}{40}$
C. $\frac{10}{40}$
D. $\frac{3}{40}$



Simce es marca registrada del Ministerio de Educación.

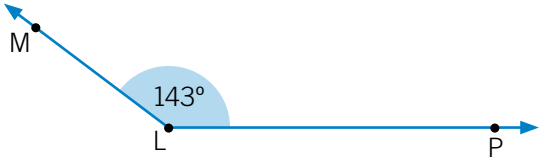
Completa tus datos.

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Marca con una ✕ la alternativa correcta.

Con respecto al ángulo presentado, responde las preguntas 1 y 2.



1. ¿Qué alternativa es **falsa**?

A. m(∢MLP) = 143°

B. Uno de sus rayos es LP.

C. El vértice del ángulo es L.

D. El ángulo está formado por 2 rayos.

2. ¿Cuál es la clasificación del ángulo?

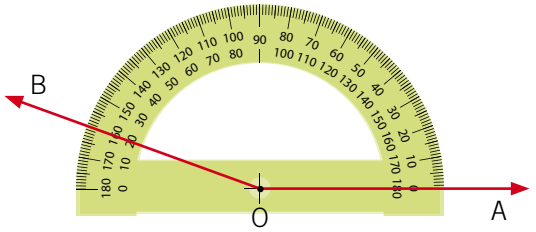
A. Agudo.

B. Recto.

C. Obtuso.

D. Extendido.

3. Con respecto al ángulo presentado, ¿qué alternativa es **falsa**?



A. m(∢AOB) = 160°

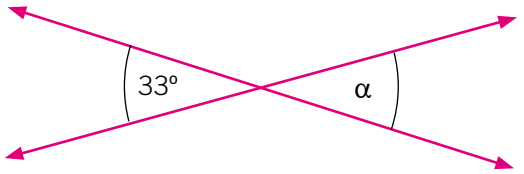
B. Si el ángulo aumenta en 20°, corresponde a un ángulo recto.

C. El instrumento ocupado para medir el ángulo es el transportador.

D. La medida del ángulo se encuentra entre 90° y 180°.

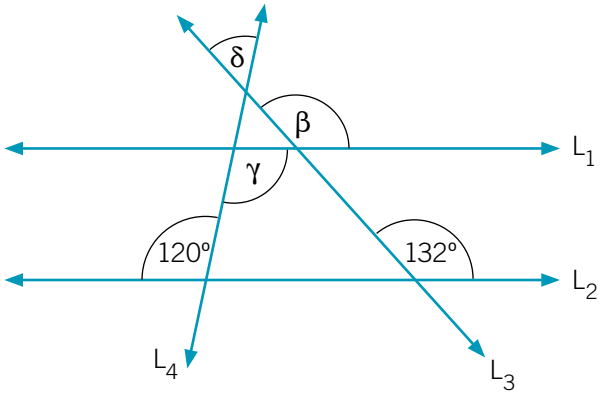
4. ¿Cuál es la medida del ángulo α?

A. 33°
B. 57°
C. 137°
D. 147°



5. Con respecto a la figura presentada, ¿cuál es la medida del ángulo δ?

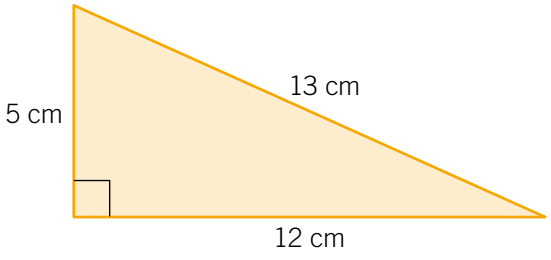
A. 48°
B. 62°
C. 72°
D. 82°



$L_1 \parallel L_2$

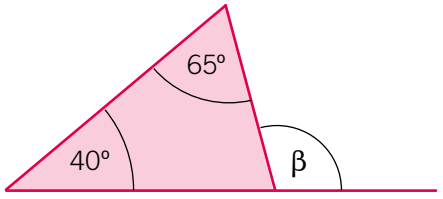
6. ¿Cuál es la clasificación del siguiente triángulo?

A. Rectángulo isósceles.
B. Rectángulo equilátero.
C. Rectángulo escaleno.
D. Rectángulo acutángulo.



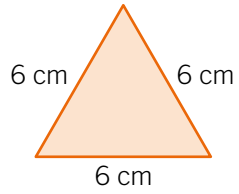
7. ¿Cuál es la medida del ángulo β?

A. 40°
B. 65°
C. 75°
D. 105°

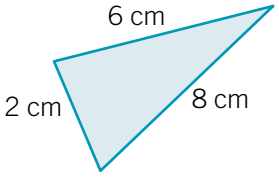


8. De los triángulos que se muestran, ¿qué construcción es incorrecta?

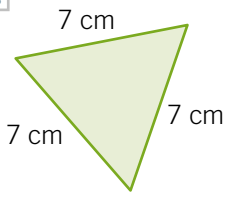
A.



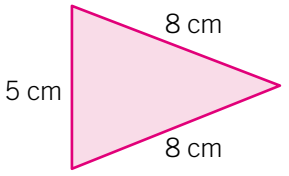
B.



C.

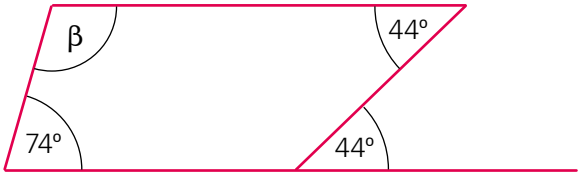


D.



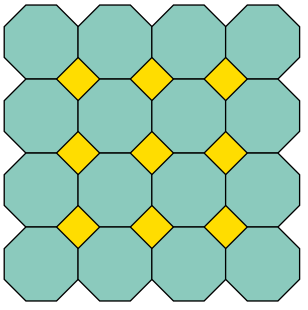
9. ¿Cuál es la medida del ángulo β en el cuadrilátero que se muestra?

A. 44°
B. 74°
C. 106°
D. 136°



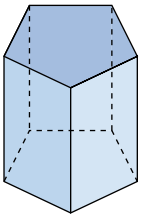
10. ¿Qué tipo de teselación se muestra?

A. Regular.
B. No regular.
C. Semirregular.
D. Antisimétrica.

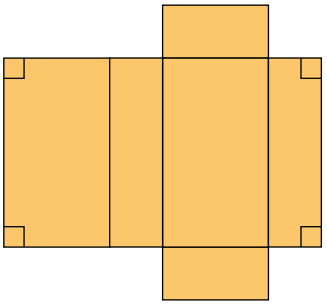


11. ¿Cuántos vértices tiene el prisma que se muestra?

A. 5
B. 7
C. 10
D. 15



12. Con respecto a la red que se muestra, ¿qué afirmación es **falsa**?



A. Está formado solo por rectángulos.

B. La red representa un prisma oblicuo.

C. El cuerpo que representa es un prisma recto.

D. La red representa a un cuerpo con 6 caras en total.

13. ¿Qué alternativa es equivalente a 30 m^2?

A. 0,3 km^2

B. 300 dm^2

C. 0,0003 dam^2

D. 300.000 cm^2

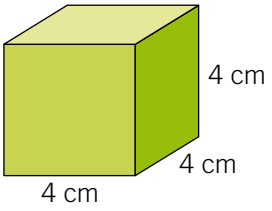
14. ¿Cuál es el área total del cubo que se muestra?

A. 48 cm^2

B. 64 cm^2

C. 72 cm^2

D. 96 cm^2



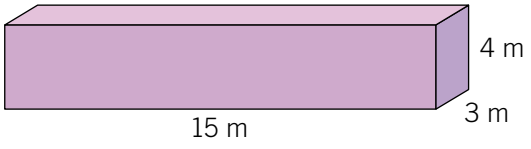
15. ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo que se muestra?

A. 45 m^3

B. 72 m^3

C. 180 m^3

D. 1.800 m^3



16. Si las calificaciones obtenidas por un estudiante son 4,6 ; 5,5 ; 5,5 ; 6,5 ; 7,0 ; 4,5, ¿cuál es el valor de la M_o?

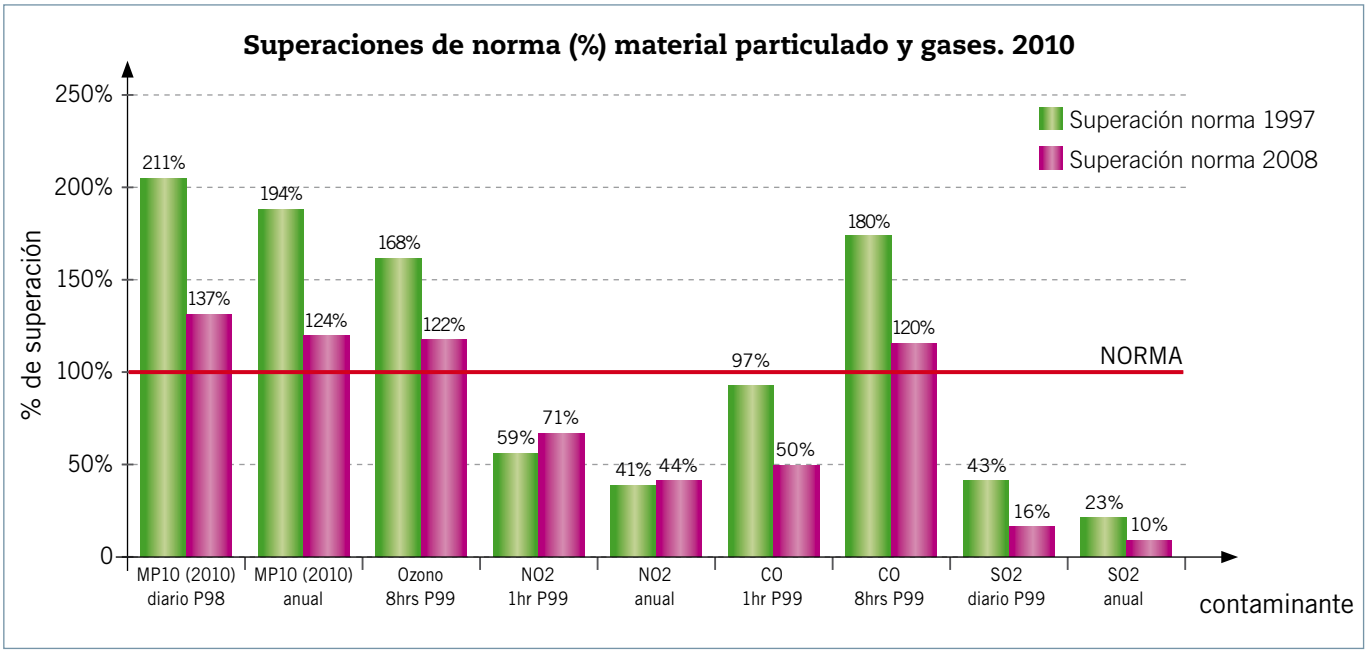
A. 4,6

B. 5,5

C. 5,6

D. 7,0

17. El gráfico de barras dobles que se muestra corresponde al Informe Anual 2010 del Medio Ambiente, elaborado por el INE. La información representada permite comparar porcentualmente las concentraciones de contaminantes medidas respecto del valor de la norma.



Con respecto al gráfico, ¿qué alternativa es **verdadera**?

A. Cuatro contaminantes se encuentran bajo el 100%.

B. Cinco contaminantes se encuentran por sobre el 100%.

C. El porcentaje de superación mayor corresponde a 211%.

D. La superación de la norma de SO2 en el año 2008 es igual al 10%.

18. Se representan en diagramas de tallo y hojas las masas corporales en kg, de los estudiantes de dos sextos básicos.

6° A

3	9 9 9
4	0 0 1 1 2 2 3 4 4 5 7 7 8 9 9
5	0 0

6° B

3	9 9
4	0 1 1 2 3 5 5 7 7 7 8 9 9 9 9
5	0 0 0

¿Qué alternativa es **falsa**?

A. El 6° A tiene más estudiantes con 39 kg que el 6° B.

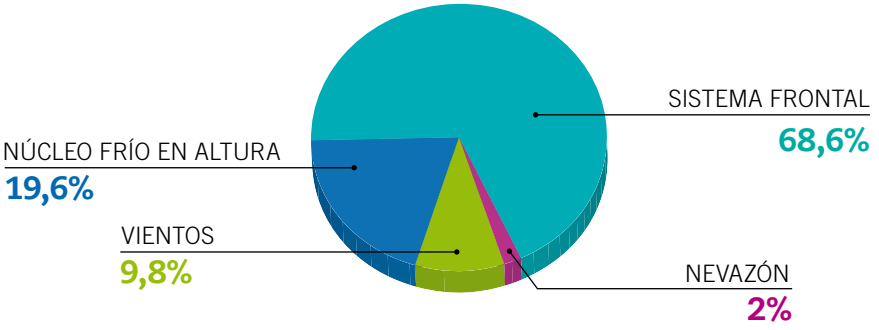
B. En ambos cursos la mayor masa corporal registrada corresponde a 50 kg.

C. El 6° A tiene menos estudiantes con una masa corporal de 42 kg que el 6° B.

D. El 6° B tiene 1 estudiante más con una masa corporal de 47 kg que el 6° A.

19. El gráfico circular corresponde al Informe Anual 2010 del Medio Ambiente, elaborado por el INE (porcentajes redondeados).

Porcentaje de ocurrencia de eventos relacionados con temporales en el país 2010



Con respecto al gráfico, ¿qué alternativa es **verdadera** respecto de la ocurrencia de cada fenómeno?

A. El sistema frontal es inferior al 65%.

B. Los vientos representan menos del 10%.

C. El núcleo frío en altura corresponde a menos del 19%.

D. La nevazón solamente alcanza un porcentaje mayor que el 3%.

20. La tabla que se muestra corresponde a la cantidad de hermanos que tienen los estudiantes de 6º básico. Si se selecciona un estudiante al azar, ¿cuál es la frecuencia relativa con respecto a 1 hermano?

A. $\frac{8}{9}$

B. $\frac{8}{10}$

C. $\frac{8}{27}$

D. $\frac{27}{8}$

Cantidad de hermanos de estudiantes de 6º básico	
Cantidad de hermanos	**Frecuencia**
0	9
1	8
2	10

21. Si se lanza en forma consecutiva un dado de 6 caras, ¿hacia qué valor "tiende" a estabilizarse la probabilidad de ocurrencia de que salga cualquiera de sus caras?

A. $\frac{8}{9}$

B. $\frac{1}{6}$

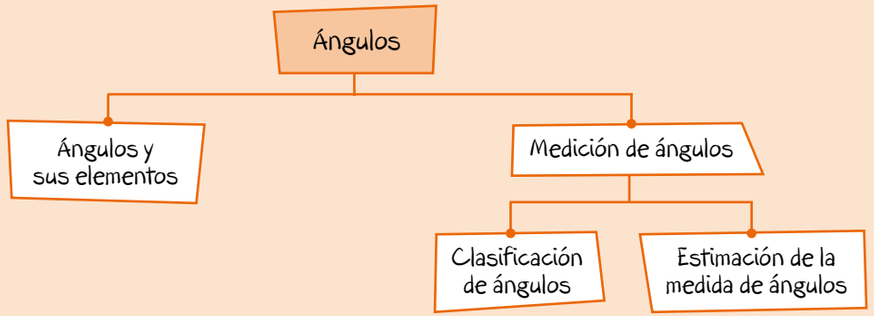
C. $\frac{2}{8}$

D. $\frac{7}{8}$

Prepara la prueba 5 • Síntesis

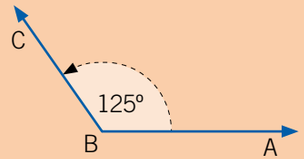
Nombre: _____ Curso: _____

Módulo 1

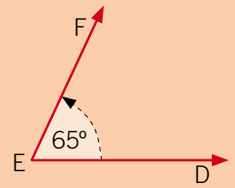


Clasificación de ángulos

Los ángulos se clasifican según sus medidas.

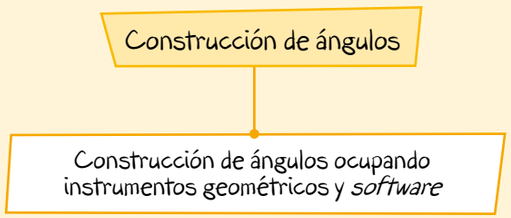


m(∢ABC) = 125°, corresponde a un ángulo obtuso.



m(∢DEF) = 65°, corresponde a un ángulo agudo.

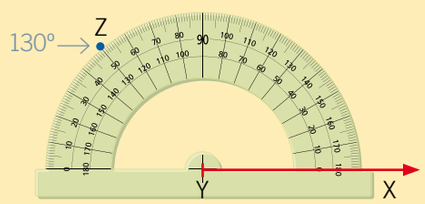
Módulo 2

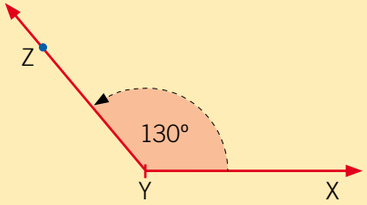


Construcción de ángulos

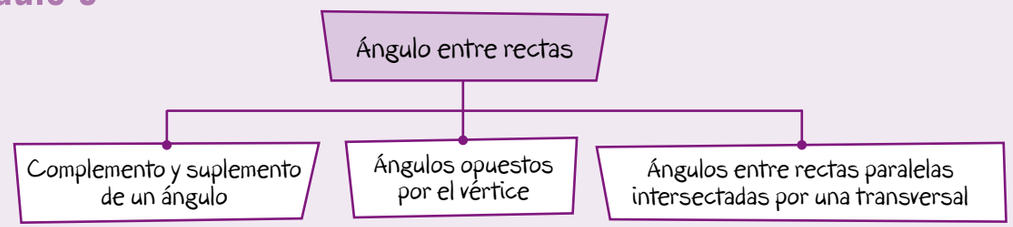
Al construir un ángulo de 130°, puedes considerar lo siguiente:

- Ubicar dicha medida en el transportador, para luego construir el ángulo

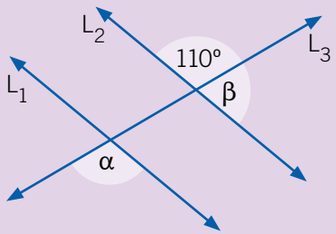




Módulo 3



Ángulos entre rectas paralelas intersectadas por una transversal



L_1 // L_2 y L_3 transversal

En la imagen las rectas se intersectan. Se observa que para calcular la medida del ángulo β, se puede calcular el suplemento de 110°:

$\beta = 180° - 110° = 70°$

Se puede deducir que la medida de α, corresponde al mismo valor del suplemento de β, es decir, 110°.

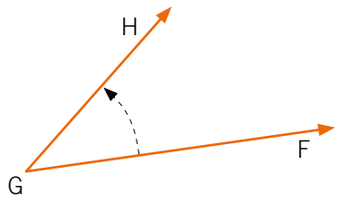
Prepara la prueba 5 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Ángulos

1. Completa con los datos de cada ángulo.

a.

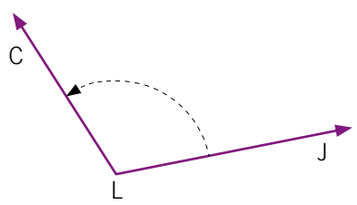


Lados ▸ _____

Vértice ▸ _____

Nombre ▸ _____

b.



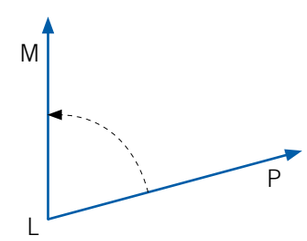
Lados ▸ _____

Vértice ▸ _____

Nombre ▸ _____

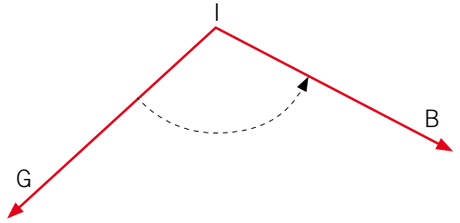
2. Utiliza un transportador para medir cada ángulo.

a.



m(∢PLM) = _____

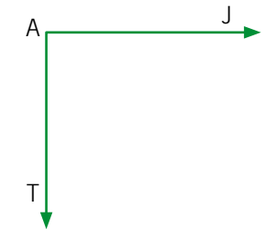
b.



m(∢GIB) = _____

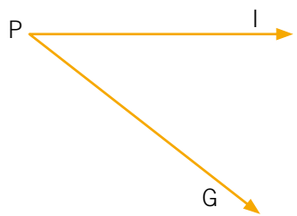
3. Clasifica cada uno de los ángulos, según sea su medida.

a.



_____

b.



_____

Módulo 2: Construcción de ángulos

4. Construye cada ángulo según la medida correspondiente.

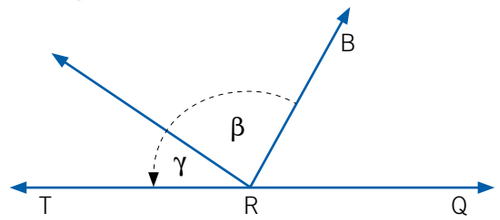
a. m(∢CEA) = 45º.

b. m(∢JRT) = 110º.

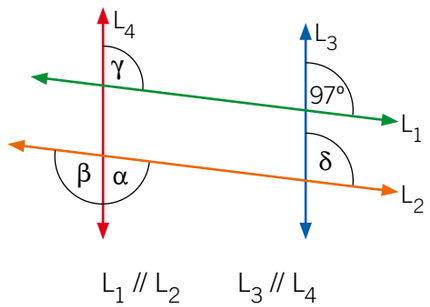
Módulo 3: Ángulo entre rectas

5. Resuelve el siguiente ejercicio.

En la recta QT que contiene al punto R, se sabe que $\gamma = 34º$ y $\beta = 85º$. ¿Cuál es la medida del ángulo QRB?



6. Calcula la medida de cada ángulo según corresponda.



$L_1 \parallel L_2$ $L_3 \parallel L_4$

a. ∢α ▸ _____

b. ∢β ▸ _____

c. ∢γ ▸ _____

d. ∢δ ▸ _____

Pega aquí

Pega aquí

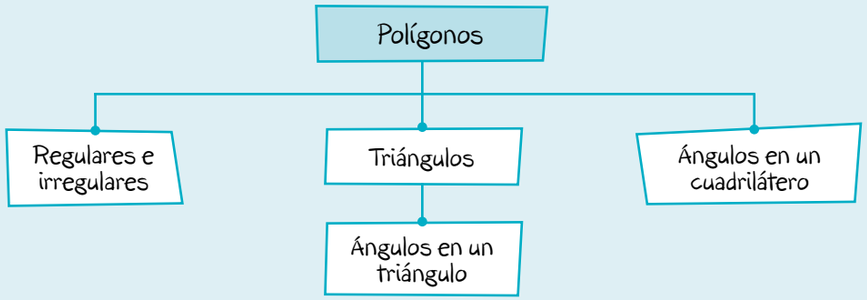
Pega aquí

Pega aquí

Prepara la prueba 6 • Síntesis

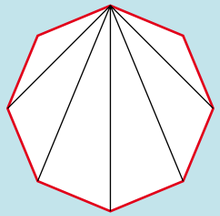
Nombre: _____ Curso: _____

Módulo 1



Polígonos

Para calcular la medida de los ángulos interiores de un octágono regular, se puede dividir el polígono en 6 triángulos que tengan un vértice en común.



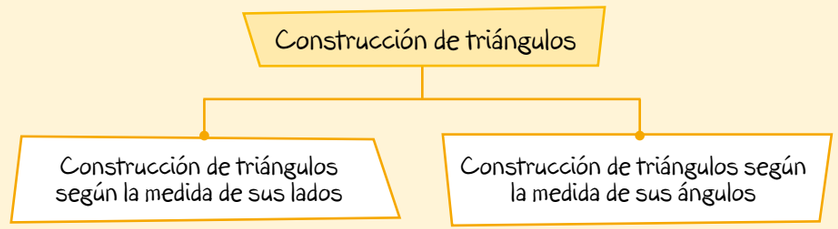
Los ángulos interiores de un triángulo suman 180°. Luego, la suma de los ángulos interiores de un octágono se puede calcular como:

$$180° \cdot 6 = 1.080°$$

Cada ángulo interior de un polígono regular tiene igual medida. Por lo tanto, cada ángulo interior mide:

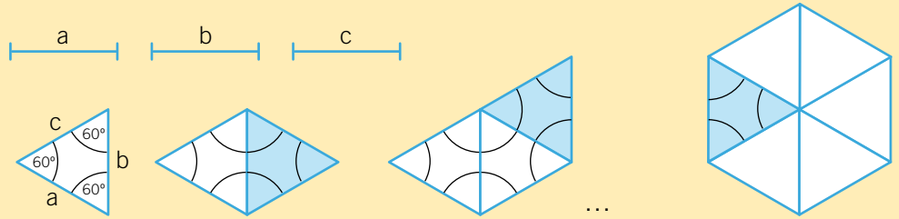
$$1.080° : 8 = 135°.$$

Módulo 2

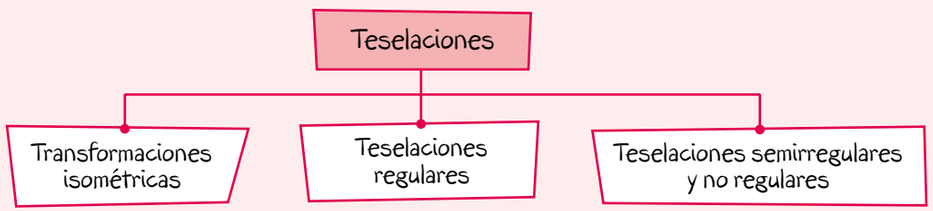


Construcción de triángulos

Una manera de construir un hexágono regular es **construyendo un triángulo equilátero** y, luego, en cada uno de sus lados, construir otro en forma sucesiva.

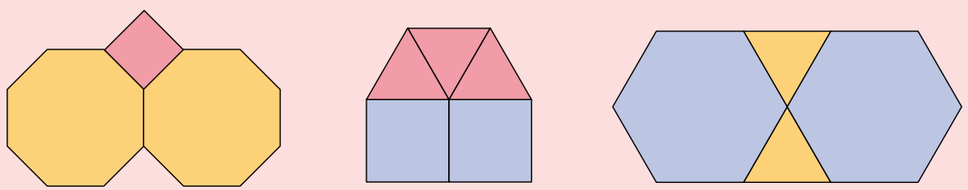


Módulo 3



Teselaciones

Para embaldosar el plano mediante teselaciones semirregulares, se pueden ocupar las siguientes figuras geométricas:



Prepara la prueba 6 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Polígonos

1. Responde las siguientes preguntas.

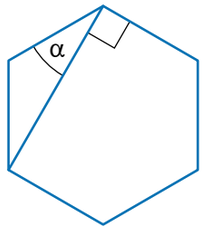
a. ¿Qué diferencia un polígono regular de uno irregular?

_____

b. ¿Cuál es la medida del ángulo interior en un polígono regular de 4 lados?

_____

c. En el siguiente hexágono regular, ¿cuál es el valor de α?

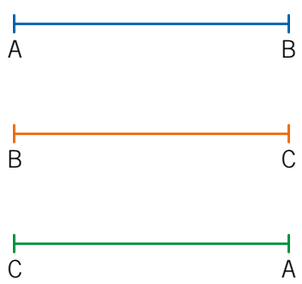


α = _____

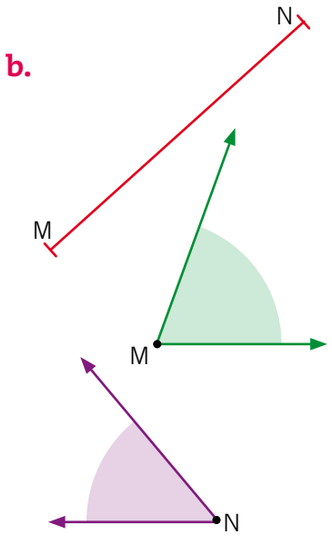
Módulo 2: Construcción de triángulos

2. Construye los siguientes triángulos según los elementos dados.

a.



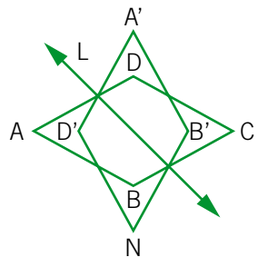
b.



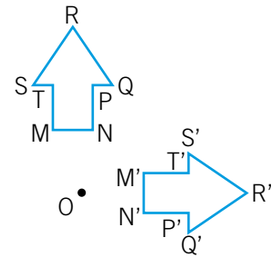
Módulo 3: Teselaciones

3. Escribe la transformación isométrica realizada en cada caso.

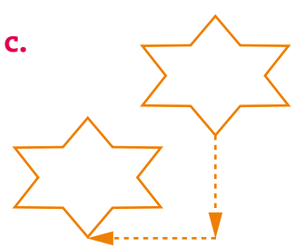
a.



b.



c.



4. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F**, si es falsa. Justifica en cada caso.

a. ☐ Una teselación regular se puede construir solo con el cuadrado.

Justificación: _____

b. ☐ Una teselación semirregular se puede construir con 2 o más polígonos regulares.

Justificación: _____

Pega aquí

Pega aquí

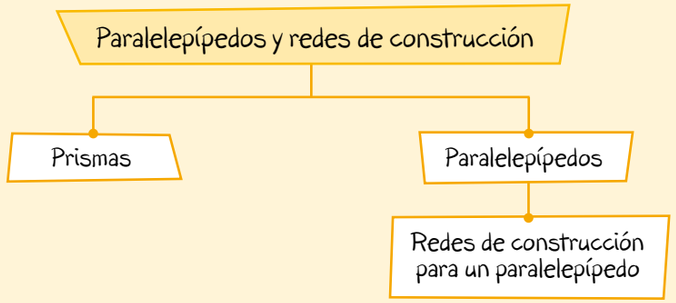
Pega aquí

Pega aquí

Prepara la prueba 7 • Síntesis

Nombre: _____ Curso: _____

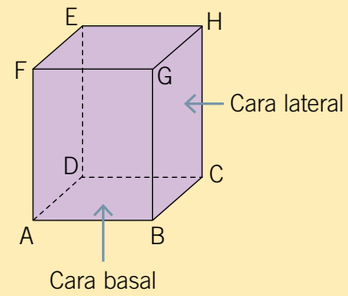
Módulo 1



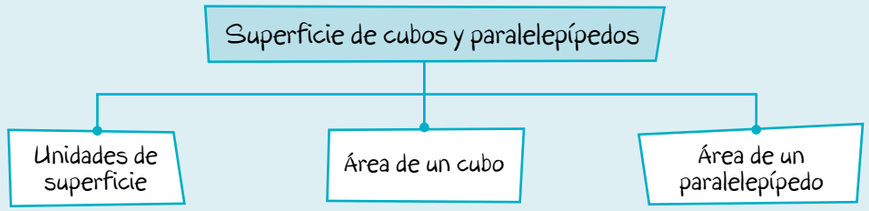
Paralelepípedos

Un paralelepípedo es recto cuando sus caras laterales (4) son perpendiculares a las caras basales (2). En este caso:

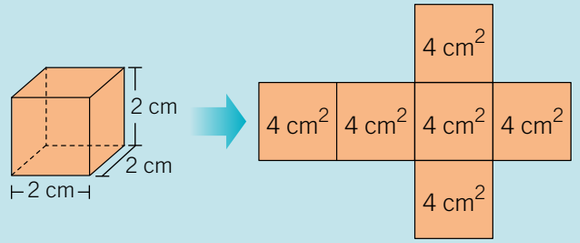
- Vértices: A, B, C, D, E, F, G, H.
- Aristas: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$, $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{CH}$, $\overline{DE}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$, $\overline{HE}$, $\overline{EF}$.



Módulo 2

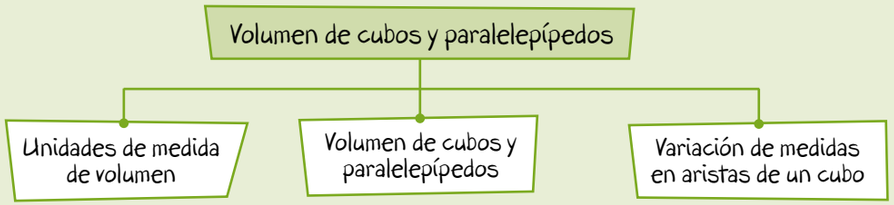


Área de un cubo



Para calcular el área del cubo, se puede representar su red de construcción y calcular el área de cada cuadrado; luego, la suma de estos corresponde al área total. En el ejemplo es 24 cm^2.

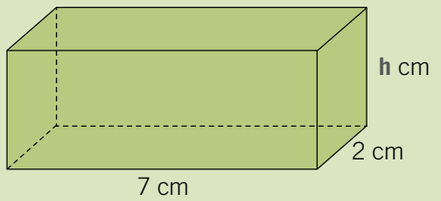
Módulo 3



Volumen de paralelepípedos

El volumen del paralelepípedo es 42 cm^3. Para determinar la medida de la arista que falta, se puede realizar lo siguiente:

$$7 \cdot 2 \cdot h = 42$$
$$14 \cdot h = 42$$
$$h = \frac{42}{14}$$
$$h = 3$$



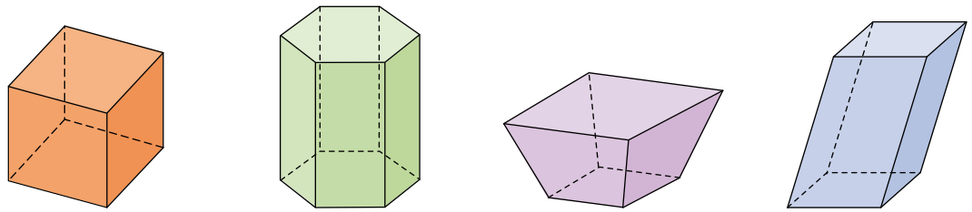
Luego, la medida de la arista que falta es 3 cm.

Prepara la prueba 7 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

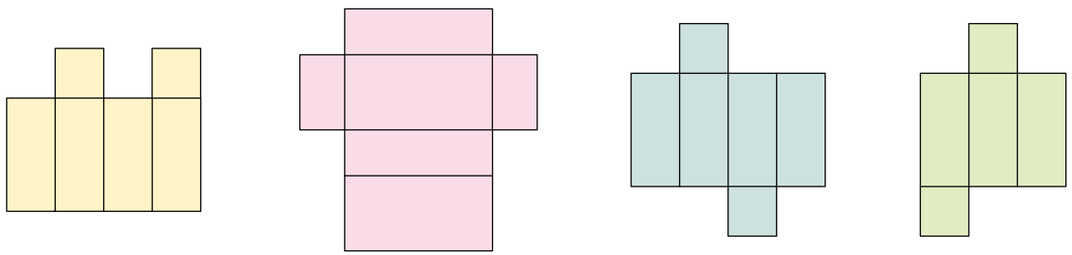
Módulo 1: Paralelepípedos y redes de construcción

1. Marca con un ✔ los cuerpos geométricos que son paralelepípedos.



☐ ☐ ☐ ☐

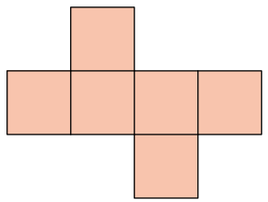
2. Encierra las redes con las que se puede construir un paralelepípedo recto de base cuadrada.



Módulo 2: Superficies de cubos y paralelepípedos

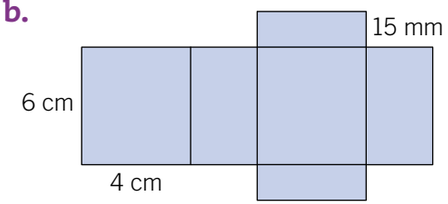
3. Calcula las medidas pedidas en cada caso.

a.



Si el área total es 24 dm^2, la medida de su arista es _____.

b.



El área total es _____.

4. Resuelve el siguiente problema.

Se necesita envolver un paquete con forma de paralelepípedo recto, cuyas medidas son 4 cm de ancho, 120 mm de largo y 0,6 dm de alto, como mínimo. ¿Cuántos centímetros cuadrados de papel serán necesarios para envolverlo?

Módulo 3: Volumen de cubos y paralelepípedos

5. Completa las equivalencias que correspondan.

a. 500 m^3 equivalen a _____ cm^3

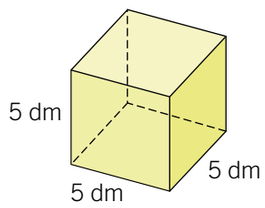
b. 45.000 dm^3 equivalen a _____ m^3

c. 6.000.000 cm^3 equivalen a _____ m^3

d. 890.000 mm^3 equivalen a _____ cm^3

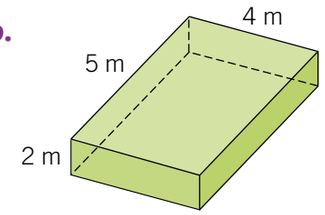
6. Calcula el volumen (V) de los siguientes cuerpos geométricos.

a.



V = _____

b.



V = _____

7. Resuelve el siguiente problema.

Si las medidas de un cubo de arista 3 cm se duplican, ¿cuál será el volumen del nuevo cubo?

Pega aquí

Pega aquí

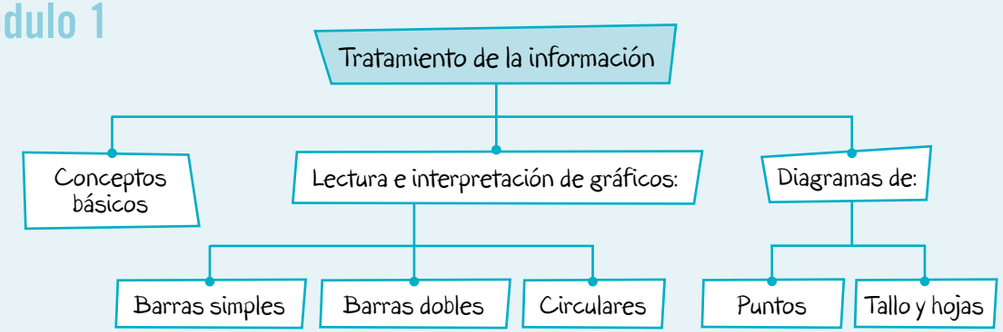
Pega aquí

Pega aquí

Prepara la prueba 8 • Síntesis

Nombre: _____ Curso: _____

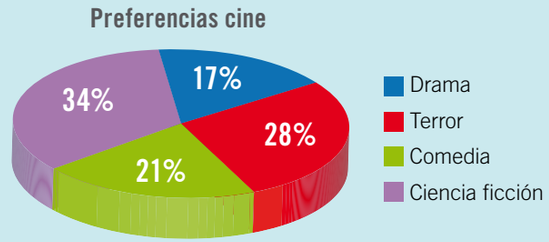
Módulo 1



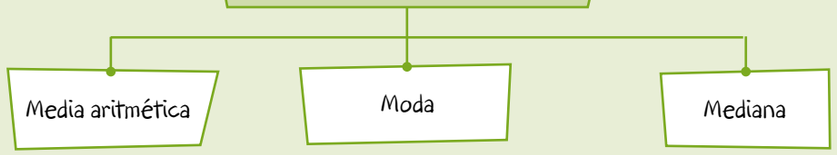
Lectura e interpretación de gráficos circulares

Sabiendo que 29.988 personas encuestadas prefieren la comedia, se puede calcular la cantidad total de personas encuestadas:

Total: $\frac{29.998 \cdot 100}{21} = 142.800$



Módulo 2



Medidas de tendencia central

Las notas obtenidas por Juan en Matemática durante el semestre son:

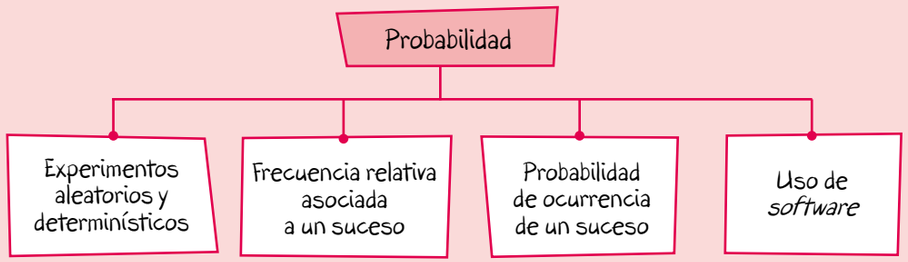
7,0 - 6,0 - 5,5 - 4,0 - 5,0 - 4,0

Al ordenar los datos de forma ascendente, se obtiene:

4,0 - 4,0 - 5,0 - 5,5 - 6,0 - 7,0

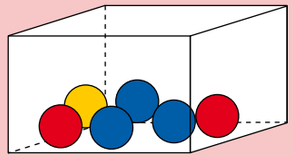
$M_e = \frac{5,0 + 5,5}{2} = 5,25$ $M_o = 4$ $\overline{x} = \frac{4,0 + 4,0 + 5,0 + 5,5 + 6,0 + 7,0}{6} = 5,25$

Módulo 3



Frecuencia relativa asociada a un suceso

En la caja hay 6 pelotitas de igual tamaño y forma. Al extraer una pelotita 100 veces, se tiene:



Color de la bolita	Frecuencia
Roja	23
Azul	65
Amarilla	12

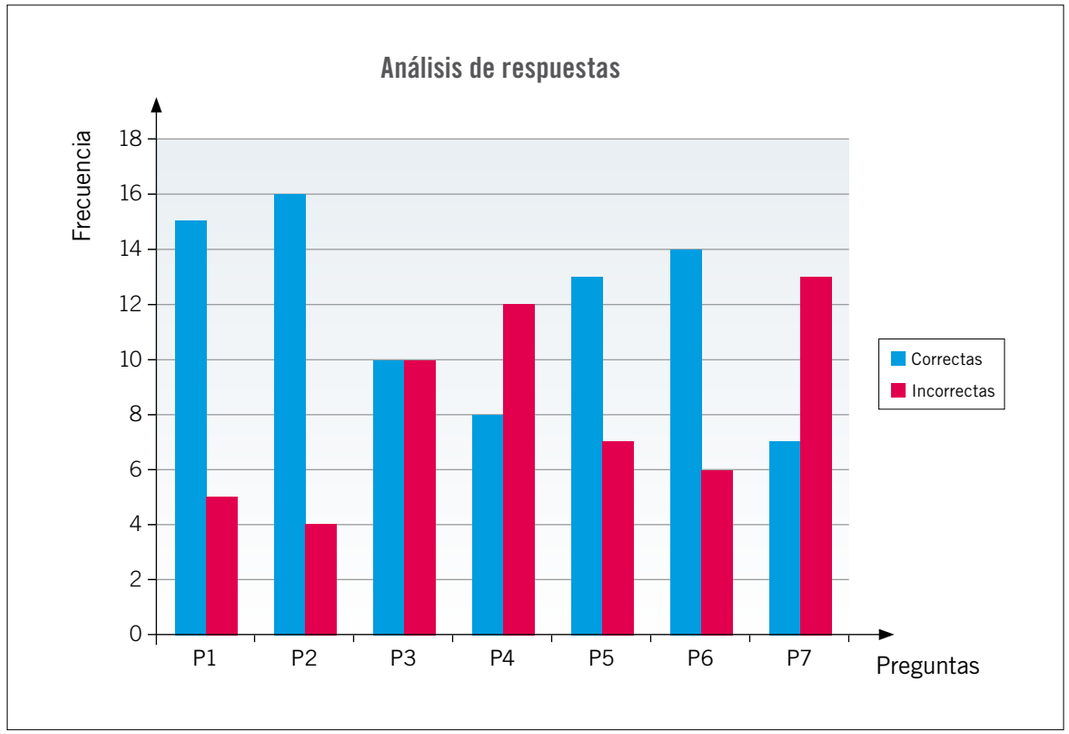
Luego, la frecuencia relativa al extraer una bolita de color azul es $\frac{65}{100}$.

Prepara la prueba 8 • Repaso

Desprende, responde y pega en tu cuaderno

Módulo 1: Tratamiento de la información

1. En un curso de sexto básico se analizan las respuestas correctas e incorrectas de cada una de las preguntas (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7) de una prueba de Matemática.



a. ¿De cuántas preguntas estaba compuesta la prueba? _____

b. ¿Cuántos estudiantes rindieron la prueba? _____

c. ¿Cuál es la pregunta que tuvo mayor cantidad de respuestas correctas?

_____

d. ¿En qué pregunta se produjo menor variación entre las respuestas correctas y las incorrectas?

_____

Módulo 2: Medidas de tendencia central

2. Las temperaturas promedio de cada uno de los meses de un año se registran en la siguiente tabla.

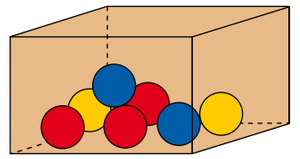
Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
30 °C	29 °C	31 °C	27 °C	25 °C	23 °C	16 °C	11 °C	17 °C	19 °C	23 °C	25 °C

Calcula las medidas de tendencia central.

Módulo 3: Probabilidades

3. Resuelve el siguiente problema.

Consideremos el evento: “extraer una pelotita al azar”. La tabla muestra los resultados después de realizar 160 veces dicho experimento.



Extracción de bolitas	
Color de la bolita	**Frecuencia**
Roja	58
Azul	62
Amarilla	?

Calcula la frecuencia relativa según corresponda.

f_r(roja) = ☐ f_r(azul) = ☐ f_r(negra) = ☐

Pega aquí

Pega aquí

Pega aquí

Pega aquí

Pega aquí

ISBN: 978-956-15-2195-7

La salud y la seguridad
también son parte de tu educación

Matemática 6° básico

Casa del Saber

SANTILLANA