



PAU
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2025 CÓDIGO 40
**MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS
CIENCIAS SOCIAIS II**

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria, puntuadas cada una con 2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Una de las principales novedades de las pruebas PAU 2025 es que el examen de cada materia debe incluir un ejercicio obligatorio y de carácter “más competencial”. Aunque las notas se publican la semana siguiente de haberse realizado el examen, los miembros del grupo de trabajo de la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II están interesados en determinar cuanto antes si se han producido cambios relevantes en la nota media de la materia que coordinan con relación a las notas de cursos pasados.

Con este objetivo han contactado previamente con un grupo de correctores, de los que cada uno de ellos se ha comprometido a corregir un máximo de 25 exámenes el primer día. Por los datos de otros cursos, las notas de esta materia pueden suponerse que siguen una distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. Si se quiere estimar esta nota media con un error máximo de 0,25, empleando un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de correctores que se necesitan?

1.2. Una vez corregidos los 100 primeros exámenes, la nota media resultó ser igual a 7,2. A partir de esta muestra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% de la nota media.

1.3. Una vez corregidos todos los exámenes, se eligen 25 al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la nota media de estos 25 exámenes sea superior a 7 si sabemos que $\mu=7,3$?

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule la inversa de la matriz A .

2.1.2. Calcule la matriz BA^t y determine su rango (siendo A^t la matriz traspuesta de A).

2.1.3. Despeje X en la ecuación matricial $XA + B = BA^t$ y calcúlela.

2.2. Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + y \leq 4 \qquad 3x \leq 4 + 5y \qquad y \leq 7x + 12$$

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2.2. Justifique si los puntos $P(2,1)$ y $Q(0,-1)$ están o no en la región anterior.

2.2.3. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x,y) = 6x - 10y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos)**Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.**

3.1. La evolución del precio (en euros) de un protector de pantalla para móvil a lo largo del año 2024 viene dado por la función

$$P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{si } 0 \leq t < 7 \\ (t-10)^2 + 7 & \text{si } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses.

3.1.1. ¿Cuál fue el precio inicial de ese protector de pantalla? ¿Cuál ha sido su precio al final del año?

3.1.2. Determine en qué períodos ha aumentado y disminuido el precio del protector.

3.1.3. ¿Cuál ha sido el precio máximo alcanzado? ¿Y el mínimo? ¿En qué momentos se producen? Razone las respuestas.

3.2. Dada la función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

3.2.1. Realice su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

3.2.2. Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f y las rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DE LA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda uno de los siguientes apartados: 4.1., 4.2. o cualquiera de los apartados no escogidos de las preguntas 2 y 3 (2.1, 2.2, 3.1 o 3.2)

4.1. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A/B) = 1/2, P(B/A) = 1/3 \text{ y } P(A \cup B) = 1/4.$$

4.1.1. Calcule $P(A \cap B)$.

4.1.2. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.2. Un estudio revela que el 40% de los automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año son propulsados por un motor con tecnología híbrida. Si en un control de carreteras son inspeccionados 5 automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos cuente con un motor con tecnología híbrida?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida.

SOLUCIONES

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Una de las principales novedades de las pruebas PAU 2025 es que el examen de cada materia debe incluir un ejercicio obligatorio y de carácter “más competencial”. Aunque las notas se publican la semana siguiente de haberse realizado el examen, los miembros del grupo de trabajo de la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II están interesados en determinar cuanto antes si se han producido cambios relevantes en la nota media de la materia que coordinan con relación a las notas de cursos pasados.

Con este objetivo han contactado previamente con un grupo de correctores, de los que cada uno de ellos se ha comprometido a corregir un máximo de 25 exámenes el primer día. Por los datos de otros cursos, las notas de esta materia pueden suponerse que siguen una distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. Si se quiere estimar esta nota media con un error máximo de 0,25, empleando un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de correctores que se necesitan?

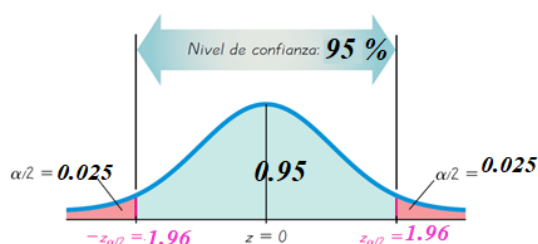
1.2. Una vez corregidos los 100 primeros exámenes, la nota media resultó ser igual a 7,2. A partir de esta muestra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% de la nota media.

1.3. Una vez corregidos todos los exámenes, se eligen 25 al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la nota media de estos 25 exámenes sea superior a 7 si sabemos que $\mu=7,3$?

Llamamos X a la variable aleatoria que nos da la nota de un alumno en el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en la PAU 2025. $X = N(\mu, 1.5)$.

1.1. Con un nivel de confianza del 95 % hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha / 2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha / 2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750

Utilizamos la fórmula del error para obtener el valor de “n”.

$$\begin{aligned} \text{Error} &= z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.25 = 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.25 = \frac{2.94}{\sqrt{n}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{n} &= \frac{2.94}{0.25} \Rightarrow n = \left(\frac{2.94}{0.25} \right)^2 = 138.2976 \end{aligned}$$

El número mínimo de exámenes que se deben corregir es de 139. Si lo dividimos entre 25 nos queda 5.56. El número mínimo de correctores es de 6.

1.2. Tamaño de la muestra = $n = 100$. La media muestral es $\bar{x} = 7.2$.

Con un nivel de confianza del 95 % sabemos que $z_{\alpha/2} = 1.96$.

Hallamos el error.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{100}} = 0.294$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - \text{Error}, \bar{x} + \text{Error}) = (7.2 - 0.294, 7.2 + 0.294) = (6.906, 7.494)$$

1.3. Sabemos que $X = N(7.3, 1.5)$. La distribución de las medias muestrales de tamaño 25 sigue una ley normal con la misma media, pero con desviación típica $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1.5}{\sqrt{25}} = 0.3$,

Tenemos que $\bar{X}_{25} = N(7.3, 0.3)$.

Nos piden calcular $P(\bar{X}_{25} \geq 7)$.

$$P(\bar{X}_{25} > 7) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{7 - 7.3}{0.3}\right) = P(Z > -1) =$$

$$= P(Z \leq 1) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = \boxed{0.8413}$$

z	0.00	
0.0	0.5000	C
0.1	0.5398	C
0.2	0.5793	C
0.3	0.6179	C
0.4	0.6554	C
0.5	0.6915	C
0.6	0.7257	C
0.7	0.7580	C
0.8	0.7881	C
0.9	0.8159	C
1.0	0.8413	C
1.1	0.8643	C

La probabilidad de que la nota media de estos 25 exámenes sea superior a 7 es de 0.8413.

2.1. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule la inversa de la matriz A.**2.1.2.** Calcule la matriz BA^t y determine su rango (siendo A^t la matriz traspuesta de A).**2.1.3.** Despeje X en la ecuación matricial $XA + B = BA^t$ y calcúlela.**2.1.1.** Comprobamos si la matriz A tiene determinante no nulo y por tanto existe su inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 0 + 0 - 2 - 0 - 0 = -1 \neq 0$$

Al ser el determinante distinto de cero la inversa de la matriz A existe. La calculamos.

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^t)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}}{-1} = - \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = - \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

2.1.2. Calculamos BA^t .

$$BA^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+0+2 & 0-2+1 & -1+0+1 \\ 2+0-4 & 0+4-2 & 2+0-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Esta matriz tiene rango 1, pues la fila 2ª se puede obtener multiplicando la fila 1ª por -2.

2.1.3. Despejamos X en la ecuación matricial.

$$XA + B = BA^t \Rightarrow XA = BA^t - B \Rightarrow X = (BA^t - B)A^{-1}$$

Obtenemos la expresión de la matriz X.

$$BA^t - B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X = (BA^t - B)A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -2-1-1 & 0+1+0 & 4+1+1 \\ 4+2+2 & 0-2+0 & -8-2-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 8 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

La matriz X tiene la expresión $X = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 6 \\ 8 & -2 & -12 \end{pmatrix}$.

2.2. Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + y \leq 4$$

$$3x \leq 4 + 5y$$

$$y \leq 7x + 12$$

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2.2. Justifique si los puntos $P(2,1)$ y $Q(0,-1)$ están o no en la región anterior.

2.2.3. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 6x - 10y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

2.2.1. Representamos primero las rectas que delimitan la región factible.

$$x + y = 4$$

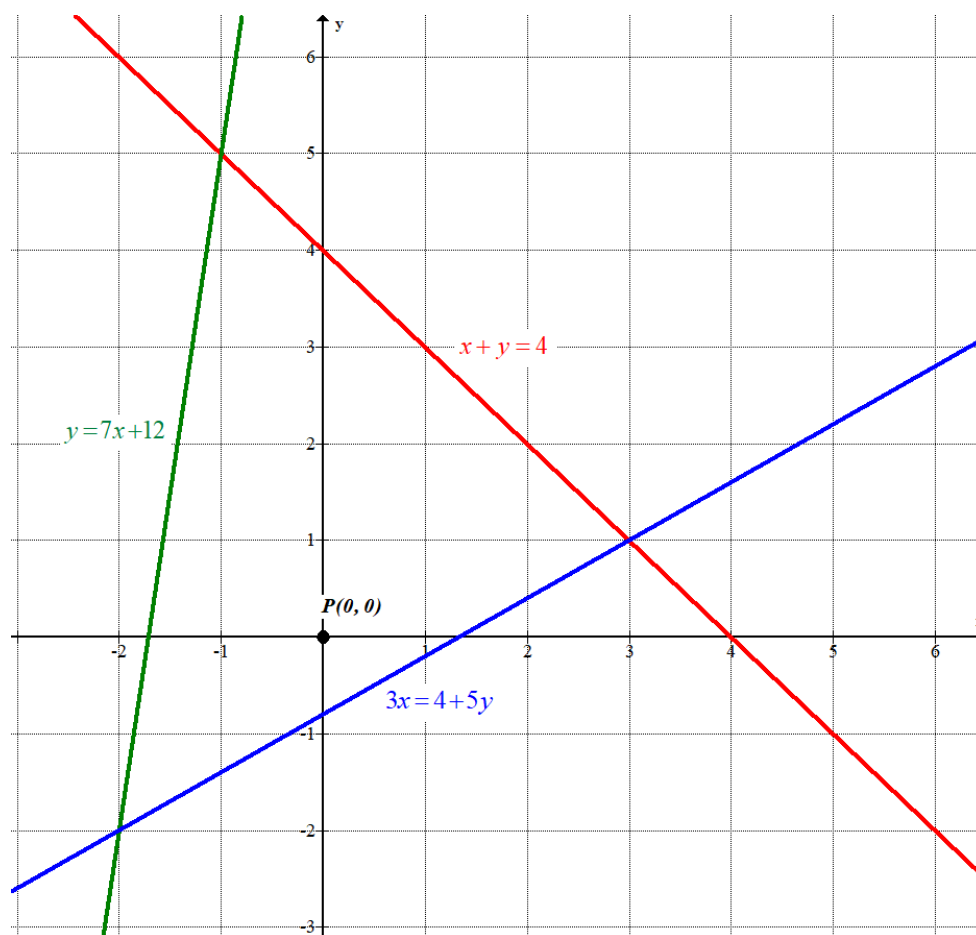
$$3x = 4 + 5y$$

$$y = 7x + 12$$

x	$y = 4 - x$
-1	5
0	4
3	1

x	$y = \frac{3x-4}{5}$
-2	-2
3	1
8	4

x	$y = 7x + 12$
-2	-2
-1	5
0	12



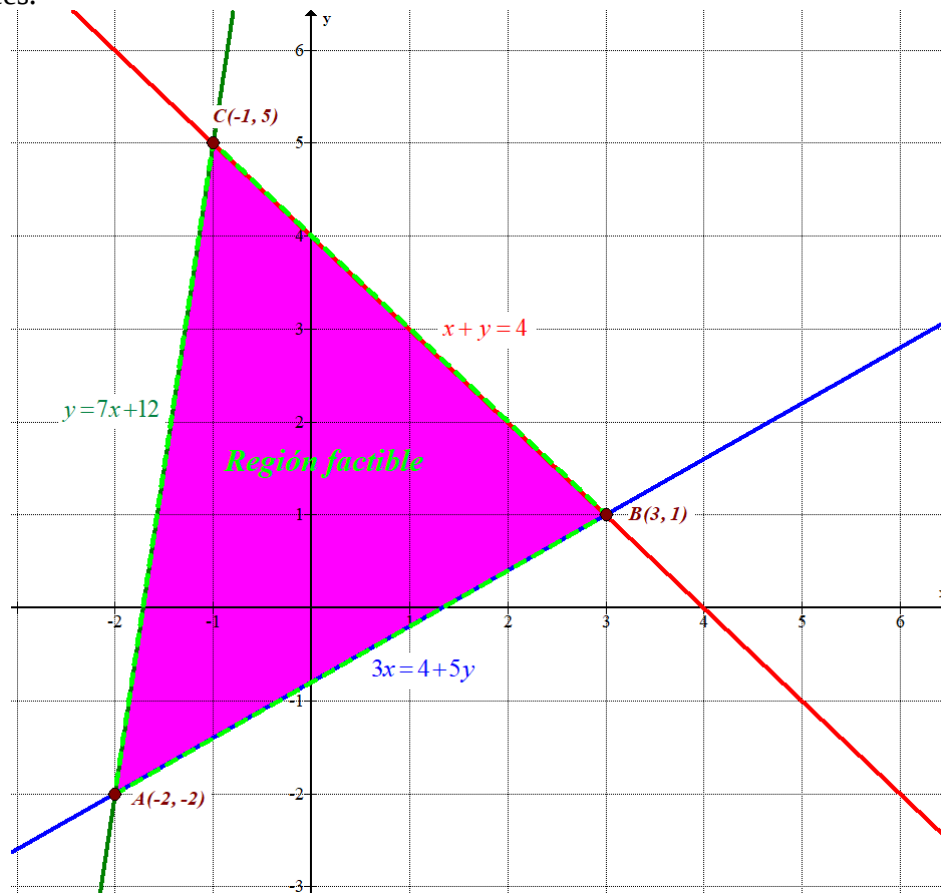
Como las inecuaciones son $\left. \begin{array}{l} x + y \leq 4 \\ 3x \leq 4 + 5y \\ y \leq 7x + 12 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del plano situada por

debajo de las rectas verde y roja, y por encima de la recta azul.

Comprobamos que el punto $P(0, 0)$ perteneciente a esta región cumple las inecuaciones.

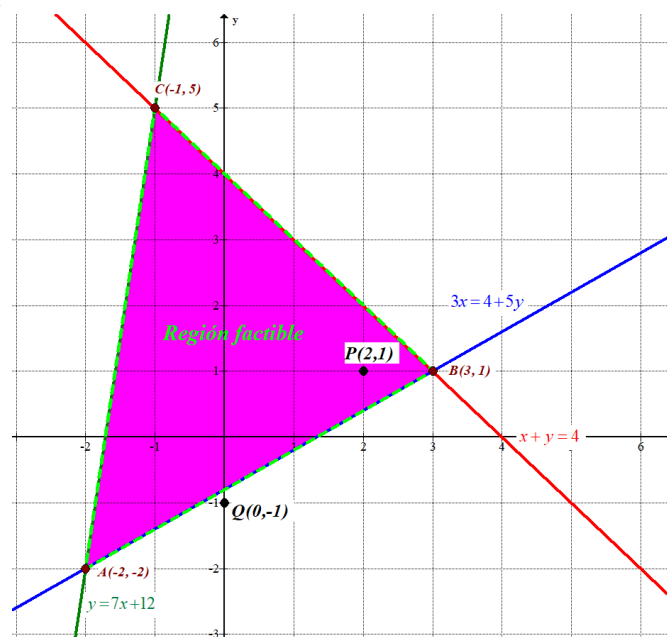
$$\left. \begin{array}{l} 0+0 \leq 4 \\ 3 \cdot 0 \leq 4+5 \cdot 0 \\ 0 \leq 7 \cdot 0+12 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de los vértices.



Los vértices de la región factible son los puntos $A(-2, -2)$, $B(3, 1)$ y $C(-1, 5)$.

2.2.2. Colocamos los puntos P y Q en el dibujo superior y comprobamos si pertenecen a la región factible o no.



Se observa que el punto $P(2, 1)$ si pertenece a la región factible y el punto $Q(0, -1)$ está situado fuera de la región factible.

2.2.3. Valoramos la función $f(x, y) = 6x - 10y$ en cada uno de los vértices en busca de los valores máximo y mínimo.

$$A(-2, -2) \rightarrow f(-2, -2) = 6(-2) - 10(-2) = 8$$

$$B(3, 1) \rightarrow f(3, 1) = 6 \cdot 3 - 10 \cdot 1 = 8$$

$$C(-1, 5) \rightarrow f(-1, 5) = 6(-1) - 10 \cdot 5 = -56 ; \text{Mínimo!}$$

El valor mínimo es -56 y se alcanza en el punto $C(-1, 5)$.

El valor máximo es 8 y se alcanza en los punto $A(-2, -2)$ y $B(3, 1)$. Por lo que el valor máximo se alcanza también en cualquier punto del segmento $\overline{AB}$.

3.1. La evolución del precio (en euros) de un protector de pantalla para móvil a lo largo del año 2024 viene dado por la función

$$P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{si } 0 \leq t < 7 \\ (t-10)^2 + 7 & \text{si } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses.

3.1.1. ¿Cuál fue el precio inicial de ese protector de pantalla? ¿Cuál ha sido su precio al final del año?

3.1.2. Determine en qué períodos ha aumentado y disminuido el precio del protector.

3.1.3. ¿Cuál ha sido el precio máximo alcanzado? ¿Y el mínimo? ¿En qué momentos se producen? Razone las respuestas.

3.1.1. Hallamos el valor de la función para $t = 0$: $P(0) = 9 - 0^2 + 8 \cdot 0 = 9$

El precio inicial es de 9 euros.

Hallamos el valor de la función para $t = 12$: $P(12) = (12 - 10)^2 + 7 = 11$

El precio al final del año es de 11 euros.

3.1.2. Averiguamos si la función es continua en $t = 7$.

$$\left. \begin{aligned} P(7) &= (7-10)^2 + 7 = 16 \\ \lim_{t \rightarrow 7^+} P(t) &= \lim_{t \rightarrow 7^+} (t-10)^2 + 7 = 16 \\ \lim_{t \rightarrow 7^-} P(t) &= \lim_{t \rightarrow 7^-} 9 - t^2 + 8t = 9 - 7^2 + 8 \cdot 7 = 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 7^+} P(t) = \lim_{t \rightarrow 7^-} P(t) = P(7) = 16$$

La función es continua en $t = 7$.

Buscamos los valores que anulan la derivada de la función (puntos críticos).

$$P'(t) = \begin{cases} -2t + 8 & \text{si } 0 \leq t < 7 \\ 2(t-10) & \text{si } 7 < t \leq 12 \end{cases}$$

$$P'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -2t + 8 = 0 \rightarrow 2t = 8 \rightarrow t = 4 \in [0, 7) \\ 2(t-10) = 0 \rightarrow t = 10 \in (7, 12] \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $t = 4$, $t = 7$ y $t = 10$.

- En el intervalo $[0, 4)$ consideramos $t = 1$ y la derivada vale $P'(1) = -2 + 8 = 6 > 0$. La función crece en $[0, 4)$.
- En el intervalo $(4, 7)$ consideramos $t = 5$ y la derivada vale $P'(5) = -2 \cdot 5 + 8 = -2 < 0$. La función decrece en $(4, 7)$.
- En el intervalo $(7, 10)$ consideramos $t = 8$ y la derivada vale $P'(8) = 2(8 - 10) = -4 < 0$. La función decrece en $(7, 10)$.
- En el intervalo $(10, 12]$ consideramos $t = 11$ y la derivada vale $P'(11) = 2(11 - 10) = 2 > 0$. La función crece en $(10, 12]$.

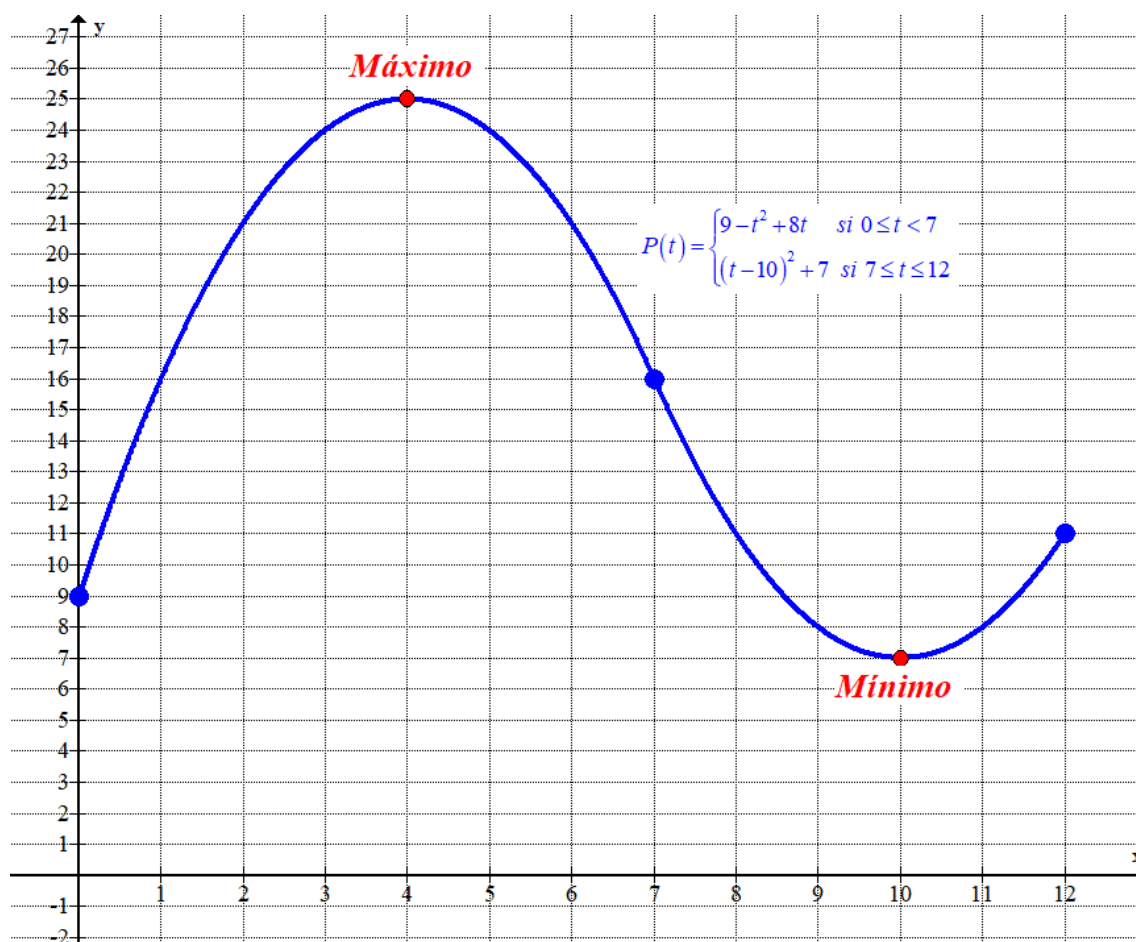
La función crece en $[0, 4) \cup (10, 12]$ y decrece en $(4, 10)$.

3.1.3. La función tiene un máximo en $t = 4$ y un mínimo relativo en $t = 10$.

Obtenemos el precio del protector en los puntos críticos y en los extremos de los intervalos de definición para decidir el máximo y mínimo absoluto en el intervalo $[0, 12]$.

$$\left. \begin{aligned} P(0) &= 9 \\ P(4) &= 9 - 4^2 + 8 \cdot 4 = 25 \text{ Máximo absoluto} \\ P(10) &= (10 - 10)^2 + 7 = 7 \text{ Mínimo absoluto} \\ P(12) &= 11 \end{aligned} \right\}$$

El precio mínimo se alcanza en el décimo mes siendo de 7 euros. El precio máximo se alcanza el cuarto mes siendo este de 25 euros.



3.2. Dada la función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

3.2.1. Realice su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

3.2.2. Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f y las rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

3.2.1. Hallamos los puntos de corte con los ejes de coordenadas.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -8x^2 + 24x - 10 \\ \text{Eje OX} \rightarrow y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -8x^2 + 24x - 10 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 5 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5}}{2 \cdot 4} = \frac{12 \pm 8}{8} = \begin{cases} \frac{12+8}{8} = 2.5 \rightarrow A(2.5, 0) \\ \frac{12-8}{8} = 0.5 \rightarrow B(0.5, 0) \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -8x^2 + 24x - 10 \\ \text{Eje OY} \rightarrow x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) = -8 \cdot 0^2 + 24 \cdot 0 - 10 = -10 \Rightarrow C(0, -10)$$

Los puntos de corte con los ejes son $A(2.5, 0)$, $B(0.5, 0)$ y $C(0, -10)$.

Hallamos los puntos críticos de la función.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = -16x + 24 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -16x + 24 = 0 \Rightarrow 16x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{16} = 1.5$$

Sustituyo este valor en la segunda derivada.

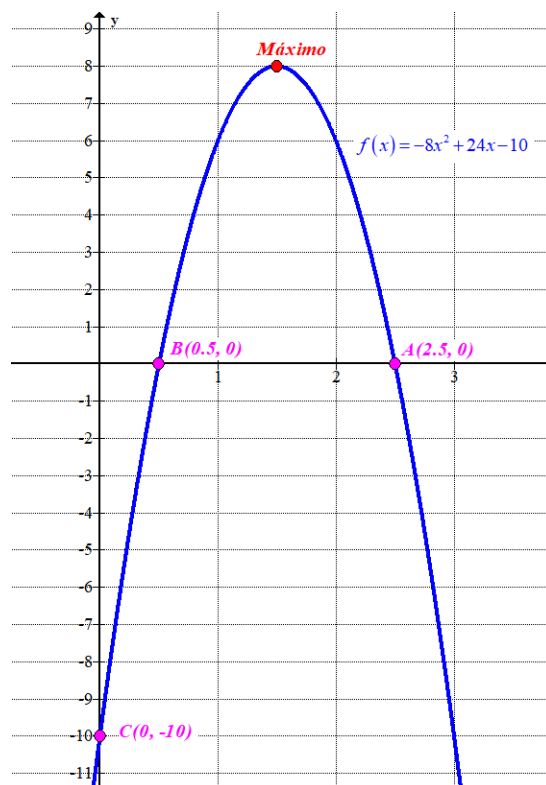
$$f''(x) = -16 \Rightarrow f''(1.5) = -16 < 0$$

La función tiene un máximo relativo en $x=1.5$.

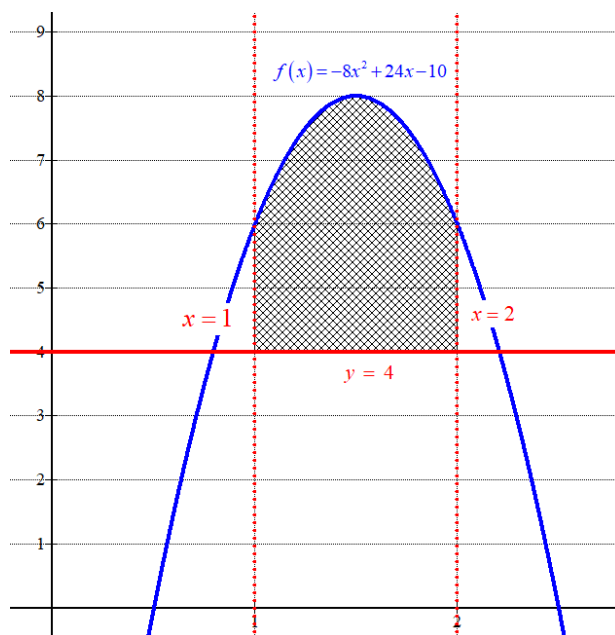
La función crece en $(-\infty, 1.5)$ y decrece en $(1.5, +\infty)$.

Hacemos una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

x	$f(x) = -8x^2 + 24x - 10$
0	-10
0.5	0
1.5	8
2.5	0
3	-10



3.2.2. Dibujamos el recinto del cual queremos hallar el área.



El área que deseamos calcular es el valor de la integral definida entre 1 y 2 de la diferencia de las dos funciones (parábola y recta horizontal).

$$\text{Área} = \int_1^2 -8x^2 + 24x - 10 - (4) dx = \int_1^2 -8x^2 + 24x - 14 dx = \left[\frac{-8x^3}{3} + 12x^2 - 14x \right]_1^2 =$$

$$= \left[\frac{-8 \cdot 2^3}{3} + 12 \cdot 2^2 - 14 \cdot 2 \right] - \left[\frac{-8 \cdot 1^3}{3} + 12 \cdot 1^2 - 14 \cdot 1 \right] = \frac{-64}{3} + 48 - 28 + \frac{8}{3} - 12 + 14 = \boxed{\frac{10}{3} u^2}$$

El área del recinto limitado por la gráfica de la función f y las rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$ tiene un valor de $\frac{10}{3} \approx 3.333$ unidades cuadradas.

4.1. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A/B) = 1/2, P(B/A) = 1/3 \text{ y } P(A \cup B) = 1/4.$$

4.1.1. Calcule $P(A \cap B)$.

4.1.2. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.1.1. Utilizamos el teorema de Bayes y la fórmula de la probabilidad de la unión de dos sucesos.

$$P(A/B) = 1/2 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2P(A \cap B) = P(B)$$

$$P(B/A) = 1/3 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3P(A \cap B) = P(A)$$

$$P(A \cup B) = 1/4 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3P(A \cap B) + 2P(A \cap B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} \Rightarrow 4P(A \cap B) = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{1}{16}}$$

Hemos obtenido que $P(A \cap B) = \frac{1}{16}$.

4.1.2. Para que dos sucesos A y B sean independientes debe cumplirse $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$P(A) = 3P(A \cap B) = \frac{3}{16}$$

$$P(B) = 2P(A \cap B) = \frac{2}{16}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = \frac{1}{16} \\ P(A)P(B) = \frac{3}{16} \cdot \frac{2}{16} = \frac{3}{128} \end{array} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{16} \neq \frac{3}{128} = P(A)P(B)$$

Los sucesos A y B no son independientes.

4.2. Un estudio revela que el 40% de los automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año son propulsados por un motor con tecnología híbrida. Si en un control de carreteras son inspeccionados 5 automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos cuente con un motor con tecnología híbrida?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida.

4.2.1. Llamamos X a la variable que cuenta el número de coches con tecnología híbrida de un grupo de 5. Esta variable es binomial con parámetros $n = 5$ y $p = 0.40$. $X = B(5, 0.4)$.

Nos piden calcular $P(X = 0)$.

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} 0.4^0 \cdot 0.6^5 = 0.6^5 = \frac{243}{3125} = \boxed{0.07776}$$

La probabilidad de que ninguno de los cinco coches inspeccionados cuente con un motor con tecnología híbrida vale 0.07776.

4.2.2. Debemos calcular $P(X > 3)$.

$$\begin{aligned} P(X > 3) &= P(X = 4) + P(X = 5) = \binom{5}{4} 0.4^4 \cdot 0.6^1 + \binom{5}{5} 0.4^5 \cdot 0.6^0 = \\ &= 5 \cdot 0.4^4 \cdot 0.6 + 0.4^5 = \frac{272}{3125} = \boxed{0.08704} \end{aligned}$$

La probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida tiene un valor de 0.08704.