

**Examen de Matemáticas 3º de ESO**

1. [2 puntos] Opera usando las propiedades de las potencias y simplifica al máximo el resultado. Si quieres, puedes dejar el resultado en forma de potencia o de producto de potencias.

Sugerencia: a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos.

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \cdot [(-3)^{-2}]^{-3} \cdot 2^{-5}$; b) $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}$; c) $\frac{(-3)^3 \cdot (-3)^{-5} \cdot (-3)^8}{27}$; d) $\frac{12 \cdot 2^{-3} \cdot 3^2}{2^{-3} \cdot 9 \cdot 3^{-1}}$

2. [2 puntos] Opera de la forma que creas más conveniente las siguientes expresiones con radicales. Simplifica, extrayendo factores si es necesario, lo máximo posible hasta dejar el resultado en forma de un solo radical.

a) $\sqrt{108}$; b) $\sqrt{\left(\frac{27}{81}\right)^{-3}}$; c) $2\sqrt{72} - \sqrt{2} - 5\sqrt{8}$; d) $-\sqrt{125} - \sqrt{5} - \sqrt{20}$

3. [2 puntos] Realiza las siguientes operaciones con monomios.

a) $2x^2 - x^2 + \frac{1}{2}x^2$; b) $(-2x^2z) \cdot (-6x^3z^2)$; c) $8a^3b^2c : (-2a^2b^2c)$; d) $(10xy^3 - 6xy^3) : (2xy^2)$

4. [2 puntos] Dados los polinomios $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 1$ y $Q(x) = x - 3x^2$, calcula los siguientes valores numéricos:

a) $P(-1)$; b) $Q(-2)$; c) $P\left(\frac{1}{2}\right)$; d) $Q(3) - P(1)$

5. [2 puntos] Realiza las siguientes operaciones con polinomios.

a) $x^2 + 2x(1-x) + 2x^2$; b) $(2x-3) \cdot (x^2-2x)$;
c) $(x+1) \cdot (x-1) - (x-2) \cdot (x-2)$; d) $x \cdot (2x+1) \cdot (-3x^2-x)$



Soluciones

1. [2 puntos] Opera usando las propiedades de las potencias y simplifica al máximo el resultado. Si quieres, puedes dejar el resultado en forma de potencia o de producto de potencias.

Sugerencia: a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos.

$$a) \left(\frac{3}{2}\right)^{-5} \cdot [(-3)^{-2}]^{-3} \cdot 2^{-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot (-3)^6 \cdot 2^{-5} = \frac{2^5}{3^5} \cdot 3^6 \cdot 2^{-5} = \frac{2^5 \cdot 3^6 \cdot 2^{-5}}{3^5} = 2^0 \cdot 3^1 = 3.$$

$$b) \frac{1}{2} + \frac{5}{2} : \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} : \sqrt{\left(\frac{3}{1}\right)^2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} : \sqrt{3^2} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} : 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} : 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

$$c) \frac{(-3)^3 \cdot (-3)^{-5} \cdot (-3)^8}{27} = \frac{3^3 \cdot 3^{-5} \cdot 3^8}{3^3} = \frac{3^6}{3^3} = 3^3 = 27.$$

$$d) \frac{12 \cdot 2^{-3} \cdot 3^2}{2^{-3} \cdot 9 \cdot 3^{-1}} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 2^{-3} \cdot 3^2}{2^{-3} \cdot 3^2 \cdot 3^{-1}} = \frac{2^{-1} \cdot 3^3}{2^{-3} \cdot 3^1} = 2^2 \cdot 3^2 = 36.$$

También se puede hacer así: $\frac{12 \cdot 2^{-3} \cdot 3^2}{2^{-3} \cdot 9 \cdot 3^{-1}} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot \cancel{2^{-3}} \cdot \cancel{3^2}}{\cancel{2^{-3}} \cdot \cancel{3^2} \cdot 3^{-1}} = \frac{2^2 \cdot 3}{3^{-1}} = 2^2 \cdot 3^2 = 36.$

2. [2 puntos] Opera de la forma que creas más conveniente las siguientes expresiones con radicales. Simplifica, extrayendo factores si es necesario, lo máximo posible hasta dejar el resultado en forma de un solo radical.

$$a) \sqrt{108} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$b) \sqrt{\left(\frac{27}{81}\right)^{-3}} = \sqrt{\left(\frac{81}{27}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{3}{1}\right)^3} = \sqrt{3^3} = 3\sqrt{3}.$$

$$c) 2\sqrt{72} - \sqrt{2} - 5\sqrt{8} = 2\sqrt{2^3 \cdot 3^2} - \sqrt{2} - 5\sqrt{2^3} = 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} - \sqrt{2} - 5 \cdot 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - \sqrt{2} - 10\sqrt{2} = (12 - 1 - 10)\sqrt{2} = 1\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

$$d) -\sqrt{125} - \sqrt{5} - \sqrt{20} = -\sqrt{5^3} - \sqrt{5} - \sqrt{2^2 \cdot 5} = -5\sqrt{5} - \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = (-5 - 1 - 2)\sqrt{5} = -8\sqrt{5}.$$

3. [2 puntos] Realiza las siguientes operaciones con monomios.

$$a) 2x^2 - x^2 + \frac{1}{2}x^2 = \left(2 - 1 + \frac{1}{2}\right)x^2 = \left(\frac{4}{2} - \frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right)x^2 = \frac{3}{2}x^2.$$

$$b) (-2x^2z) \cdot (-6x^3z^2) = (-2 \cdot (-6)) \cdot (x^2z \cdot x^3z^2) = 12x^5z^3.$$

$$c) 8a^3b^2c : (-2a^2b^2c) = \frac{8a^3b^2c}{-2a^2b^2c} = -4a.$$

$$d) (10xy^3 - 6xy^3) : (2xy^2) = 4xy^3 : 2xy^2 = \frac{4xy^3}{2xy^2} = 2y.$$



4. [2 puntos] Dados los polinomios $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 1$ y $Q(x) = x - 3x^2$, calcula los siguientes valores numéricos:

a) $P(-1) = 2(-1)^3 - 4(-1)^2 + (-1) - 1 = 2 \cdot (-1) - 4 \cdot 1 - 1 - 1 = -2 - 4 - 1 - 1 = -8.$

b) $Q(-2) = (-2) - 3(-2)^2 = -2 - 3 \cdot 4 = -2 - 12 = -14.$

c) $P\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} - 1 = 2 \cdot \frac{1}{8} - 4 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{2}{8} - \frac{4}{4} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{2}{8} - \frac{8}{8} + \frac{4}{8} - \frac{8}{8} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}.$

d) $Q(3) - P(1) = 3 - 3 \cdot 3^2 - (2 \cdot 1^3 - 4 \cdot 1^2 + 1 - 1) = 3 - 27 - 2 + 4 - 1 + 1 = -22.$

5. [2 puntos] Realiza las siguientes operaciones con polinomios.

a) $x^2 + 2x(1 - x) + 2x^2 = x^2 + 2x - 2x^2 + 2x^2 = x^2 + 2x.$

b) $(2x - 3) \cdot (x^2 - 2x) = 2x^3 - 4x^2 - 3x^2 + 6x = 2x^3 - 7x^2 + 6x.$

c) $(x + 1) \cdot (x - 1) - (x - 2) \cdot (x - 2) = (x^2 - x + x - 1) - (x^2 - 2x - 2x + 4) =$
 $= x^2 - x + x - 1 - x^2 + 2x + 2x - 4 = 4x - 5.$

d) $x \cdot (2x + 1) \cdot (-3x^2 - x) = (2x^2 + x) \cdot (-3x^2 - x) = -6x^4 - 2x^3 - 3x^3 - x^2 = -6x^4 - 5x^3 - x^2.$