

1. [1,5 puntos] Expresa en forma de una única potencia de base un número natural.

a) $\left(\frac{4}{64}\right)^{-5}$; b) $(2^5 \cdot 2^{-7}) : (2^{-1} : 2^{-8})$; c) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$

2. [1,5 puntos] Opera de manera razonada, siguiendo la jerarquía de las operaciones, y expresa el resultado de la manera más simple posible.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + (-2)^2$; b) $\frac{1}{3} + \frac{6}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \frac{5}{3}$; c) $\sqrt{\frac{1}{4}} : \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} : (-2)^2$

3. [2 puntos] Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia o producto de potencias.**

Sugerencia: a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos.

a) $\frac{(-3)^2 \cdot (-3)^{-5} : (-3)^{-7}}{9}$; b) $\frac{(-2)^4 \cdot 8^{-3} \cdot 12 \cdot 9^2}{(-2)^{-4} \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}}$; c) $7^2 : [(-7)^{-3}]^2 \cdot 7^{-5}$; d) $\frac{2^{-7} : (2^{-2} \cdot 2^5)^{-2}}{2^{-1} + \frac{3}{2}}$

4. [2 puntos] Opera razonadamente, paso a paso, y **expresa el resultado en notación científica**.

a) $25,5 \cdot 10^6 + 1,5 \cdot 10^7 - 0,4 \cdot 10^8$; b) $12 \cdot 10^4 : (4,6 \cdot 10^{-3} - 14 \cdot 10^{-4})$

5. [1,5 puntos] Factoriza el radicando, opera si es necesario, y extrae factores de las siguiente raíces cuadradas, expresando el resultado como un solo radical.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}$; b) $\sqrt{8^5}$; c) $\sqrt{\left(\frac{4}{64}\right)^{-3}}$

6. [1,5 puntos] Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.

Nota: recuerda que para hacer la operación previamente deberás factorizar y extraer factores de algunos radicales.

a) $-2\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{243}$; b) $9\sqrt{8} - \sqrt{2} + 5\sqrt{32}$; c) $12\sqrt{45} - 5\sqrt{20} - \sqrt{5}$

Soluciones

1. [1,5 puntos] Expresa en forma de una **única potencia de base un número natural**.

$$a) \left(\frac{4}{64}\right)^{-5} = \left(\frac{64}{4}\right)^5 = \left(\frac{2^6}{2^2}\right)^5 = (2^4)^5 = 2^{20}.$$

$$b) (2^5 \cdot 2^{-7}) : (2^{-1} : 2^{-8}) = 2^{5+(-7)} : 2^{-1-(-8)} = 2^{-2} : 2^7 = 2^{-2-7} = 2^{-9}.$$

$$c) \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6-(-4)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2.$$

2. [1,5 puntos] Opera de manera razonada, siguiendo la jerarquía de las operaciones, y expresa el resultado de la manera más simple posible.

$$a) \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + (-2)^2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{9} + 4 = \frac{12}{9} - \frac{1}{9} + \frac{36}{9} = \frac{47}{9}.$$

$$b) \frac{1}{3} + \frac{6}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} : \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 - \frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{6}{5} \cdot \frac{25}{9} - \frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{150}{45} - \frac{2}{5} = \frac{15}{45} + \frac{150}{45} - \frac{18}{45} = \frac{147}{45} = \frac{49}{15}.$$

$$c) \sqrt{\frac{1}{4}} : \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-2} : (-2)^2 = \frac{1}{2} : \frac{5}{4} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 : 4 = \frac{4}{10} - \frac{4}{25} : 4 = \frac{4}{10} - \frac{4}{100} = \frac{40}{100} - \frac{4}{100} = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}.$$

3. [2 puntos] Utiliza las **propiedades de las potencias** para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia o producto de potencias.**

Sugerencia: a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos.

$$a) \frac{(-3)^2 \cdot (-3)^{-5} : (-3)^{-7}}{9} = \frac{(-3)^{-3} : (-3)^{-7}}{3^2} = \frac{(-3)^4}{3^2} = \frac{3^4}{3^2} = 3^2 = 9.$$

$$b) \frac{(-2)^4 \cdot 8^{-3} \cdot 12 \cdot 9^2}{(-2)^{-4} \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}} = \frac{2^4 \cdot (2^3)^{-3} \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot (3^2)^2}{2^{-4} \cdot (3^3)^2 \cdot 3^{-3}} = \frac{2^4 \cdot 2^{-9} \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3^4}{2^{-4} \cdot 3^6 \cdot 3^{-3}} = \frac{2^{-3} \cdot 3^5}{2^{-4} \cdot 3^3} = 2^{-3-(-4)} \cdot 3^{5-3} = 2^1 \cdot 3^2 = 18.$$

$$c) 7^2 : [(-7)^{-3}]^2 \cdot 7^{-5} = 7^2 : (-7)^{-6} \cdot 7^{-5} = 7^2 : 7^{-6} \cdot 7^{-5} = 7^{2-(-6)} \cdot 7^{-5} = 7^8 \cdot 7^{-5} = 7^3 = 343.$$

$$d) \frac{2^{-7} : (2^{-2} \cdot 2^5)^{-2}}{2^{-1} + \frac{3}{2}} = \frac{2^{-7} : (2^3)^{-2}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{2^{-7} : 2^{-6}}{\frac{4}{2}} = \frac{2^{-7-(-6)}}{2} = \frac{2^{-1}}{2} = 2^{-1-1} = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

4. [2 puntos] Opera razonadamente, paso a paso, y expresa el resultado en notación científica.

a) $25,5 \cdot 10^6 + 1,5 \cdot 10^7 - 0,4 \cdot 10^8 = 2,55 \cdot 10^7 + 1,5 \cdot 10^7 - 4 \cdot 10^7 = (2,55 + 1,5 - 4) \cdot 10^7 = 0,05 \cdot 10^7 = 5 \cdot 10^5.$

b) $12 \cdot 10^4 : (4,6 \cdot 10^{-3} - 14 \cdot 10^{-4}) = 12 \cdot 10^4 : (46 \cdot 10^{-4} - 14 \cdot 10^{-4}) = 12 \cdot 10^4 : 32 \cdot 10^{-4} = 0,375 \cdot 10^8 = 3,75 \cdot 10^7.$

5. [1,5 puntos] Factoriza el radicando, opera si es necesario, y extrae factores de las siguiente raíces cuadradas, expresando el resultado como un solo radical.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}.$

b) $\sqrt{8^5} = \sqrt{(2^3)^5} = \sqrt{2^{15}} = 2^7 \cdot \sqrt{2} = 128\sqrt{2}.$

c) $\sqrt{\left(\frac{4}{64}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{64}{4}\right)^3} = \sqrt{16^3} = \sqrt{(2^4)^3} = \sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64.$

6. [1,5 puntos] Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.

Nota: recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.

a) $-2\sqrt{3} + \sqrt{27} - \sqrt{243} = -2\sqrt{3} + \sqrt{3^3} - \sqrt{3^5} = -2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3^2\sqrt{3} =$
 $= -2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = (-2 + 3 - 9)\sqrt{3} = -8\sqrt{3}.$

b) $9\sqrt{8} - \sqrt{2} + 5\sqrt{32} = 9\sqrt{2^3} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2^5} = 9 \cdot 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 5 \cdot 2^2\sqrt{2} =$
 $= 18\sqrt{2} - \sqrt{2} + 20\sqrt{2} = (18 - 1 + 20)\sqrt{2} = 37\sqrt{2}.$

c) $12\sqrt{45} - 5\sqrt{20} - \sqrt{5} = 12\sqrt{3^2 \cdot 5} - 5\sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{5} = 12 \cdot 3\sqrt{5} - 5 \cdot 2\sqrt{5} - \sqrt{5} =$
 $= 36\sqrt{5} - 10\sqrt{5} - \sqrt{5} = (36 - 10 - 1)\sqrt{5} = 25\sqrt{5}.$