1. **[1,5 puntos]** Expresa en forma de una **<u>única potencia de base un número natural</u>** indicando la propiedad que utilizas:

   a) $\left(\frac{9}{27}\right)^{-3}$; b) $\left(5^{-3}:5^{-2}\right):\left(5^{-5}\cdot 5^{2}\right)$; c) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}\right]^{-4}$

2. **[1,5 puntos]** Opera de manera razonada, siguiendo la jerarquía de las operaciones, y expresa el resultado de la manera más simple posible.

   a) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}+\left(-3\right)^{2}$; b) $1-\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^{2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}:\frac{3}{5}$; c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}}-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}:\left(-2\right)^{2}$

3. **[2 puntos]** <u>Utiliza las propiedades de las potencias</u> para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia o producto de potencias.**
   Sugerencia: *a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos. ¡¡Utilízala en los apartados b) y d)!!*

   a) $\frac{2^{-3}\cdot(-2)^{4}.(-2)^{-2}}{-2}$; b) $\frac{2^{3}\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot(-3)^{2}}{6^{2}\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}$; c) $2^{-2}:2^{-3}\cdot\left[(-2)^{-3}\right]^{-2}$; d) $\frac{\left(2^{0}\cdot 2^{-1}\cdot 2^{3}\right)^{3}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+1}$

4. **[2 puntos]** Opera razonadamente, paso a paso, y **expresa el resultado en notación científica**.

   a) $\left(2\cdot 10^{-4}\right):\left(0,4\cdot 10^{-3}\right)$; b) $\left(3\cdot 10^{5}\right)\cdot\left(0,1\cdot 10^{-3}\right)$;

   c) $32\cdot 10^{-7}+20\cdot 10^{-8}-0,8\cdot 10^{-9}$; d) $4,2\cdot 10^{4}\cdot\left(3,3\cdot 10^{5}+57\cdot 10^{4}\right)$

5. **[1,5 puntos]** Factoriza el radicando, opera si es necesario, y extrae factores de las siguiente raíces cuadradas, expresando el resultado como un solo radical.

   a) $\sqrt{162}$; b) $\sqrt{(-16)^{4}}$; c) $\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^{-4}}$

6. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.
   Nota: *recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.*

   a) $-2\sqrt{18}+\sqrt{162}-\sqrt{8}$; b) $5\sqrt{45}-\sqrt{5}+2\sqrt{80}$; c) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}$

Soluciones

1. **[1,5 puntos]** Expresa en forma de una **<u>única potencia de base un número natural</u>** indicando la propiedad que utilizas:

   a) $\left(\frac{9}{27}\right)^{-3}=\left(\frac{27}{9}\right)^{3}=3^{3}.$

   Se ha usado que $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$.

   b) $\left(5^{-3}:5^{-2}\right):\left(5^{-5}\cdot 5^{2}\right)=5^{-3-(-2)}:5^{-5+2}=5^{-1}:5^{-3}=5^{-1-(-3)}=5^{2}.$

   Se ha usado que $a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}$ y que $a^{n}:a^{m}=a^{n-m}$: producto de potencias de la misma base se suman los exponentes, y división de potencias de la misma base se restan los exponentes.

   c) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}\right]^{-4}=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-12}=\left(-\frac{2}{1}\right)^{12}=\left(-2\right)^{12}=2^{12}.$

   Se ha usado que $\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}$: potencia de una potencia se multiplican los exponentes. Además, si la base es negativa y el exponente es par, el resultado es positivo.

2. **[1,5 puntos]** Opera de manera razonada, siguiendo la jerarquía de las operaciones, y expresa el resultado de la manera más simple posible.

   a) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}+\left(-3\right)^{2}=\left(-\frac{5}{2}\right)^{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}+9=\frac{25}{4}-\frac{1}{8}+9=\frac{50}{8}-\frac{1}{8}+\frac{72}{8}=\frac{121}{8}.$

   b) $1-\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^{2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}:\frac{3}{5}=1-\frac{2}{5}\cdot\frac{25}{4}+3:\frac{3}{5}=1-\frac{50}{20}+\frac{15}{3}=1-\frac{5}{2}+5=\frac{2}{2}-\frac{5}{2}+\frac{10}{2}=\frac{7}{2}.$

   c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}}-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}:\left(-2\right)^{2}=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}-\left(\frac{2}{3}\right)^{2}:4=\frac{4}{6}-\frac{4}{9}:4=\frac{2}{3}-\frac{4}{36}=\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=\frac{6}{9}-\frac{1}{9}=\frac{5}{9}.$

3. **[2 puntos]** <u>Utiliza las propiedades de las potencias</u> para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia o producto de potencias.**
   Sugerencia: *a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos. ¡¡Utilízala en los apartados b) y d)!!*

   a) $\frac{2^{-3}\cdot\left(-2\right)^{4}.\left(-2\right)^{-2}}{-2}=\frac{2^{-3}\cdot 2^{4}\cdot 2^{-2}}{-2}=-\frac{2^{-1}}{2}=-2^{-2}=-\frac{1}{2^{2}}=-\frac{1}{4}.$

   b) $\frac{2^{3}\cdot 8^{-3}\cdot 12^{-1}\cdot\left(-3\right)^{2}}{6^{2}\cdot 16^{-2}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^{3}\cdot\left(2^{3}\right)^{-3}\cdot\left(2^{2}\cdot 3\right)^{-1}\cdot 3^{2}}{\left(2\cdot 3\right)^{2}\cdot\left(2^{4}\right)^{-2}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^{3}\cdot 2^{-9}\cdot 2^{-2}\cdot 3^{-1}\cdot 3^{2}}{2^{2}\cdot 3^{2}\cdot 2^{-8}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^{-8}\cdot 3^{1}}{2^{-6}\cdot 3^{-1}}=2^{-2}\cdot 3^{2}=\frac{3^{2}}{2^{2}}=\frac{9}{4}.$

   c) $2^{-2}:2^{-3}\cdot\left[\left(-2\right)^{-3}\right]^{-2}=2^{-2}:2^{-3}\cdot\left(-2\right)^{6}=2^{-2}:2^{-3}\cdot 2^{6}=2^{1}\cdot 2^{6}=2^{7}=128.$

   d) $\frac{\left(2^{0}\cdot 2^{-1}\cdot 2^{3}\right)^{3}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+1}=\frac{\left(2^{2}\right)^{3}}{\left(\frac{3}{1}\right)^{1}+1}=\frac{2^{6}}{4}=\frac{2^{6}}{2^{2}}=2^{4}=16.$

4. **[2 puntos]** Opera razonadamente, paso a paso, y **expresa el resultado en notación científica**.

a) $\left(2\cdot 10^{-4}\right):\left(0,4\cdot 10^{-3}\right)=\left(2:0,4\right)\cdot\left(10^{-4}:10^{-3}\right)=5\cdot 10^{-1}$.

b) $\left(3\cdot 10^{5}\right)\cdot\left(0,1\cdot 10^{-3}\right)=\left(3\cdot 0,1\right)\cdot\left(10^{5}\cdot 10^{-3}\right)=0,3\cdot 10^{2}=3\cdot 10^{1}$.

c) $3,2\cdot 10^{-7}+30\cdot 10^{-8}-20\cdot 10^{-9}=32\cdot 10^{-8}+30\cdot 10^{-8}-2\cdot 10^{-8}=\left(32+30-2\right)\cdot 10^{-8}=60\cdot 10^{-8}=6\cdot 10^{-7}$.

d) $4,2\cdot 10^{4}\cdot\left(3,3\cdot 10^{5}+57\cdot 10^{4}\right)=4,2\cdot 10^{4}\cdot\left(3,3\cdot 10^{5}+5,7\cdot 10^{5}\right)=4,2\cdot 10^{4}\cdot 9\cdot 10^{5}=37,8\cdot 10^{9}=3,78\cdot 10^{10}$.

5. **[1,5 puntos]** Factoriza el radicando, opera si es necesario, y extrae factores de las siguiente raíces cuadradas, expresando el resultado como un solo radical.

a) $\sqrt{162}=\sqrt{2\cdot 3^{4}}=3^{2}\sqrt{2}=9\sqrt{2}$.

b) $\sqrt{\left(-16\right)^{4}}=\sqrt{16^{4}}=\sqrt{\left(2^{4}\right)^{4}}=\sqrt{2^{16}}=2^{8}$.

c) $\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^{-4}}=\sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^{4}}=\left(\frac{9}{4}\right)^{2}=\frac{9^{2}}{4^{2}}=\frac{3^{4}}{2^{4}}$.

6. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes sumas y restas en las que aparecen radicales.
Nota: *recuerda que para hacer la operación previamente deberás extraer factores de algunos radicales.*

a) $-2\sqrt{18}+\sqrt{162}-\sqrt{8}=-2\sqrt{2\cdot 3^{2}}+\sqrt{2\cdot 3^{4}}-\sqrt{2^{3}}=-2\cdot 3\sqrt{2}+3^{2}\sqrt{2}-2\sqrt{2}=$

$=-6\sqrt{2}+9\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\left(-6+9-2\right)\sqrt{2}=1\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

b) $5\sqrt{45}-\sqrt{5}+2\sqrt{80}=5\sqrt{3^{2}\cdot 5}-\sqrt{5}+2\sqrt{2^{4}\cdot 5}=5\cdot 3\sqrt{5}-\sqrt{5}+2\cdot 2^{2}\sqrt{5}=$

$=15\sqrt{5}-\sqrt{5}+8\sqrt{5}=\left(15-1+8\right)\sqrt{5}=22\sqrt{5}$.

c) $27\sqrt{3}-5\sqrt{27}-9\sqrt{12}=27\sqrt{3}-5\sqrt{3^{3}}-9\sqrt{2^{2}\cdot 3}=27\sqrt{3}-5\cdot 3\sqrt{3}-9\cdot 2\sqrt{3}=$

$=27\sqrt{3}-15\sqrt{3}-18\sqrt{3}=\left(27-15-18\right)=-6\sqrt{3}$.